@GradiusTwinbee

2012

1 题

$$(1)\frac{A_4^2C_3^1A_2^2A_2^2}{2}=72$$
$$(2)73658412$$
$$(3)2^n$$
$$(4)C_{27}^3$$
$$(5)9$$
$$(6)g(x)=(\frac{x}{1-x})^k$$
$$(7)(C_{m+n}^m-C_{m+n}^{m+1})m!n!=\frac{m+1-n}{m+1}m!n!C_{m+n}^m$$

2 题

将52个整数按其除以100所得余数分为以下的51组：
$\{0\},\{1,99\},\{2,98\}\ldots\ldots,\{49,51\},\{50\}$
$\because 52>51$
由鸽巢原理,所分的51个组中存在至少被分配了2个整数的组,任取这组中的两个整数a,b：
若$a=b$,则$a-b$可被100整除;
若$a\neq b$,则由分组方式可得$a+b$能被100整除。
证毕

3 题

不学，略。

4 题

先把a放入循环排列中作为基准，然后从a开始按顺时针方向排
设A：所有排列的集合
S_1：包含bb的排列集合
S_2：包含ccc的排列集合
S_3：包含$dddd$的排列集合

$$|A| = \frac{9!}{2!3!4!} = 1260$$
$$|S_1| = \frac{8!}{3!4!} = 280$$
$$|S_2| = \frac{7!}{2!4!} = 105$$
$$|S_3| = \frac{6!}{2!3!} = 60$$
$$|S_1 \cap S_2| = \frac{6!}{4!} = 30$$
$$|S_1 \cap S_3| = \frac{5!}{3!} = 20$$
$$|S_2 \cap S_3| = \frac{4!}{2!} = 12$$
$$|S_1 \cap S_2 \cap S_3| = 3! = 6$$

不出现包含bb、ccc、$dddd$的循环排列的个数：
$$|A| - |S_1| - |S_2| - |S_3| + |S_1 \cap S_2| + |S_1 \cap S_3| + |S_2 \cap S_3| - |S_1 \cap S_2 \cap S_3| = 871$$

5 题

$$g(x) = (1 + x^5 + x^{10} + \ldots\ldots)(1 + x^6 + x^{12} + \ldots\ldots)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)$$
$$= \frac{1 + x + x^2 + x^3 + x^4}{1 - x^5} \times \frac{1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5}{1 - x^6}$$
$$= \frac{1}{(1-x)^2}$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1}$$

x^{289}对应的n为290，故整数解个数为290

6 题

齐次解：
$x = 2$，得齐次解$C_0 2^n$
特解：
设$h_n = C_1 n + C_2 n 2^n + C_3$
$\because h_n = 2h_{n-1} - n + 2^n$
$\therefore C_1 n + C_2 n 2^n + C_3 = 2C_1(n-1) + C_2(n-1)2^n + 2C_3 - n + 2^n$

$$\begin{cases} C_1 = 2C_1 - 1 \\ C_3 = -2C_1 + 2C_3 \\ C_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 1 \\ C_3 = 2 \end{cases}$$

$\therefore$ 特解为$n + n2^n + 2$
通解为$h_n = n + (n + C_0)2^n + 2$
$h_0 = 0 \Rightarrow C_0 = -2$
$\therefore h_n = n + (n-2)2^n + 2$

PPT

(1)267148

(2)2^n

(3)42876135

(4)$D_8 \quad 8!-D_8 \quad 8!-D_8-C_8^1D_7-C_8^2D_6$

(5)120

(6)$\{\{a,b\},\{a,c\},\{a,d\},\{a,e\},\{b,c\},\{b,d\},\{b,e\},\{c,d\},\{c,e\},\{d,e\}\}$或
$\{\{c,d,e\},\{b,d,e\},\{b,c,e\},\{b,c,d\},\{a,d,e\},\{a,c,e\},\{a,c,d\},\{a,b,e\},\{a,b,d\},\{a,b,c\}\}$

(7)$h_n=2h_{n-1}+2h_{n-2}(n\geq 2),h_0=1,h_1=3$

(8)$\sum_{i=1}^{k}S(n,i)$

(9)证明略

(10)8192

(11)$h_n=\frac{74}{25}(-2)^n+\frac{51}{25}3^n+\frac{3}{5}n3^n$

(12)$(C_{m+n}^m-C_{m+n}^{m+1})m!n!=\frac{m+1-n}{m+1}m!n!C_{m+n}^m$