

《信号与系统》期末试卷 A 卷

班级：_____ 学号：_____ 姓名：_____ 成绩：_____

一、选择题（共 10 题，20 分）

1、 $x[n] = e^{j(\frac{2\pi}{3})n} + e^{j(\frac{4\pi}{3})n}$ ，该序列是_____D_____。

A. 非周期序列 B. 周期 $N = 3$ C. 周期 $N = 3/8$ D. 周期 $N = 24$

CDCC

2、一连续时间系统 $y(t) = x(\sin t)$ ，该系统是_____C_____。

A. 因果时不变 B. 因果时变 C. 非因果时不变 D. 非因果时变

3、一连续时间 LTI 系统的单位冲激响应 $h(t) = e^{-4t}u(t-2)$ ，该系统是_____A_____。

A. 因果稳定 B. 因果不稳定 C. 非因果稳定 D. 非因果不稳定

4、若周期信号 $x[n]$ 是实信号和奇信号，则其傅立叶级数系数 a_k 是_____D_____。

A. 实且偶 B. 实且为奇 C. 纯虚且偶 D. 纯虚且奇

5、一信号 $x(t)$ 的傅立叶变换 $X(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < 2 \\ 0, & |\omega| > 2 \end{cases}$ ，则 $x(t)$ 为_____B_____。

A. $\frac{\sin 2t}{2t}$ B. $\frac{\sin 2t}{\pi t}$ C. $\frac{\sin 4t}{4t}$ D. $\frac{\sin 4t}{\pi t}$

6、一周期信号 $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-5n)$ ，其傅立叶变换 $X(j\omega)$ 为_____A_____。

A. $\frac{2\pi}{5} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi k}{5})$ B. $\frac{5}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi k}{5})$

C. $10\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 10\pi k)$ D. $\frac{1}{10\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{\pi k}{10})$

7、一实信号 $x[n]$ 的傅立叶变换为 $X(e^{j\omega})$ ，则 $x[n]$ 奇部的傅立叶变换为 C。

A. $j \operatorname{Re}\{X(e^{j\omega})\}$ B. $\operatorname{Re}\{X(e^{j\omega})\}$ C. $j \operatorname{Im}\{X(e^{j\omega})\}$ D. $\operatorname{Im}\{X(e^{j\omega})\}$

8、一信号 $x(t)$ 的最高频率为 500Hz，则利用冲激串采样得到的采样信号 $x(nT)$ 能唯一表示出原信号的最大采样周期为 D。

A. 500 B. 1000 C. 0.05 D. 0.001

9、一信号 $x(t)$ 的有理拉普拉斯共有两个极点 $s=-3$ 和 $s=-5$ ，若 $g(t) = e^{4t}x(t)$ ，其傅立叶变换 $G(j\omega)$ 收敛，则 $x(t)$ 是 C。

A. 左边 B. 右边 C. 双边 D. 不确定

10、一系统函数 $H(s) = \frac{e^s}{s+1}$, $\operatorname{Re}\{s\} > -1$ ，该系统是 C。

A. 因果稳定 B. 因果不稳定 C. 非因果稳定 D. 非因果不稳定

二. 简答题（共 6 题，40 分）

1、（10 分）下列系统是否是（1）无记忆；（2）时不变；（3）线性；（4）因果；（5）稳定，并说明理由。

(1) $y(t) = x(t)\sin(2t)$;

(2) $y(n) = e^{x(n)}$

2、（8 分）求以下两个信号的卷积。

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < T \\ 0 & \text{其余 } t \text{ 值} \end{cases}$$

$$h(t) = \begin{cases} t & 0 < t < 2T \\ 0 & \text{其余 } t \text{ 值} \end{cases}$$

3、(共 12 分, 每小题 4 分)已知 $x(t) \Leftrightarrow X(j\omega)$, 求下列信号的傅里叶变换。

(1) $tx(2t)$ (2) $(1-t)x(1-t)$ (3) $t \frac{dx(t)}{dt}$

4. 求 $F(s) = \frac{s^2 e^{-s}}{s^2 + 2s + 2}$ 的拉氏逆变换 (5 分)

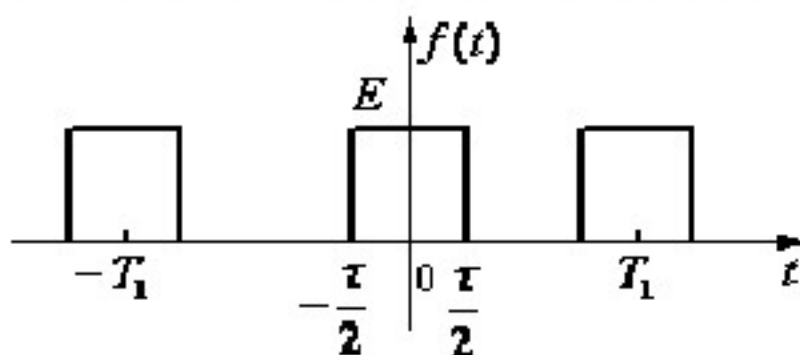
5、已知信号 $f(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}, -\infty < t < \infty$, 当对该信号取样时, 试求能恢复原信号的最大抽样周期 T_{\max} 。(5 分)

三、(共10分) 一因果LTI系统的输入和输出, 由下列微分方程表征:

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2} + 8 \frac{dy(t)}{dt} + 15y(t) = 2x(t)$$

- (1) 求系统的单位冲激响应;
- (2) 若 $x(t) = e^{-4t}u(t)$, 求系统的响应。

四、(10 分) 求周期矩形脉冲信号的傅立叶级数 (指数形式), 并大概画出其频谱图。



五、(共20分) 一连续时间LTI系统的输入和输出, 由下列微分方程表征:

$$\frac{dy^2(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

- (1) 求该系统的系统函数 $H(s)$, 并画出 $H(s)$ 的零极点图;
- (2) 求下列每一种情况下系统的单位冲激响应 $h(t)$
 - (a) 系统是稳定的;
 - (b) 系统是因果的;
 - (c) 系统既不是稳定的又不是因果的。

注: $f(t) = e^{-\alpha t}u(t) \Leftrightarrow F(\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}$; $Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$

$L[\delta(t)] = 1$; $L[\cos(\omega t)] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$; $L[e^{-\alpha t}] = \frac{1}{s + \alpha}$

《信号与系统》期末试卷 A 卷答案

一、选择题（每题 2 分，共 10 题）

DCADBACDCC

二、简答题（共 6 题，40 分）

- 1、（1）无记忆，线性，时变，因果，稳的；（5 分）
（2）无记忆，非线性，时不变，因果，稳定（5 分）

2、（8 分）

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2}t^2 & 0 < t < T \\ Tt - \frac{1}{2}T^2 & T < t < 2T \\ -\frac{1}{2}t^2 + Tt + \frac{3}{2}T^2 & 2T < t < 3T \\ 0 & 3T < t \end{cases}$$

3、（3×4 分=12 分）

$$(1) \quad tx(2t) \Leftrightarrow \frac{j}{2} \frac{dX(j\omega/2)}{d\omega}$$

$$(1-t)x(1-t) = x(1-t) - tx(1-t)$$

$$(2) \quad \Leftrightarrow X(-j\omega)e^{-j\omega} - j \frac{d}{d\omega} [X(-j\omega)e^{-j\omega}] = -jX'(-j\omega)e^{-j\omega}$$

$$(3) \quad t \frac{dx(t)}{dt} \Leftrightarrow -X(j\omega) - \omega \frac{dX(j\omega)}{d\omega}$$

4、(5 分) 解: $\frac{s^2}{s^2 + 2s + 2} = 1 - \frac{2s + 2}{s^2 + 2s + 2}$

$$F(s) = e^{-s} - \frac{2(s+1)}{(s+1)^2 + 1} e^{-s}$$

$$f(t) = \delta(t-1) - 2e^{-(t-1)} \cos(t-1)u(t-1)$$

5、(5 分) 因为 $f(t)=4\text{Sa}(4\pi t)$, 所以 $X(j\omega)=R_{8\pi}(j\omega)$, 其最高角频率 $\omega=4\pi$ 。根据时

域抽样定理, 可得恢复原信号的最大抽样周期为 $T_{\max} = \frac{\pi}{\omega_m} = \frac{1}{4}$

三、(10 分) (1) $H(j\omega) = \frac{2}{(j\omega)^2 + 8j\omega + 15} = \frac{1}{j\omega + 3} - \frac{1}{j\omega + 5}$ 2 分

$$h(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-5t}u(t) \quad 3 \text{ 分}$$

(2) $X(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 4}$ 2 分

$$Y(j\omega) = \frac{2}{(j\omega + 4)(j\omega + 3)(j\omega + 5)} = \frac{1}{j\omega + 3} + \frac{1}{j\omega + 5} - \frac{2}{j\omega + 4}$$

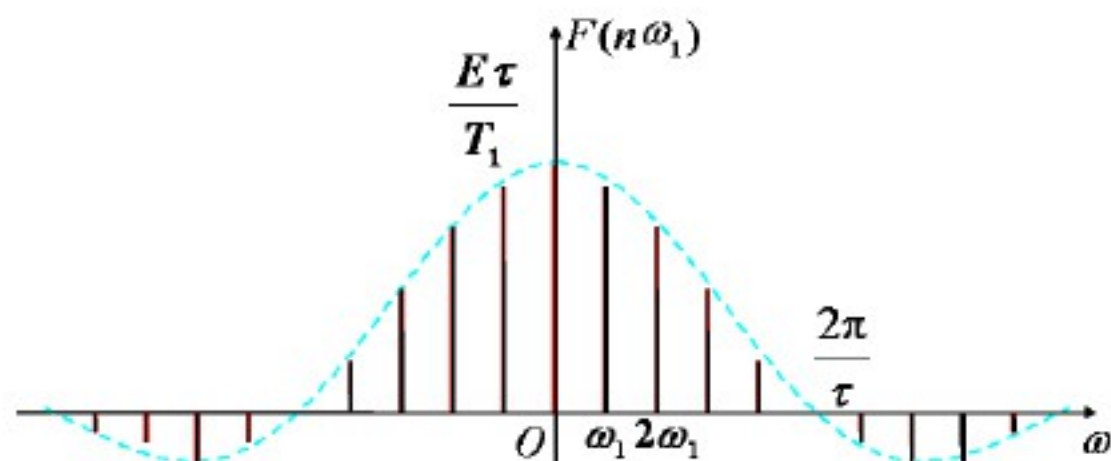
$$y(t) = e^{-3t}u(t) + e^{-5t}u(t) - 2e^{-4t}u(t) \quad 3 \text{ 分}$$

四、(10 分)

$$a_0 = \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t)dt = \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} E dt = \frac{E\tau}{T_1} \quad 2 \text{ 分}$$

$$a_n = \frac{2E}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi\tau}{T_1}\right) = \frac{2E\tau}{T_1} \text{Sa}\left(\frac{n\pi\tau}{T_1}\right) = \frac{E\tau\omega_1}{\pi} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_1\tau}{2}\right) \quad 3 \text{ 分}$$

$$F(n\omega_1) = \frac{2E}{n\omega_1 T_1} \sin\left(n\omega_1 \frac{\tau}{2}\right) = \frac{E\tau}{T_1} \text{Sa}\left(n\omega_1 \frac{\tau}{2}\right) \quad 2 \text{ 分}$$



3 分

五、(20 分)

(1) $H(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2} = \frac{1/3}{s-2} - \frac{1/3}{s+1}$, 极点 $-1, 2$ (8 分)

(2)(a) 若系统稳定, 则 $-1 < \text{Re}\{s\} < 2$, $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$ 4分

(b) 若系统因果, 则 $\text{Re}\{s\} > 2$, $h(t) = \frac{1}{3}e^{2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$ 4分

(c) 若系统非稳定非因果, 则 $\text{Re}\{s\} < -1$, $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(-t)$ 4分