

班号_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

2016 《离散数学 (2)》 期末考试卷 (A 卷)

注意事项:

1、请大家仔细审题

2、千万不能违反考场纪律

一、判断题

1. 若 $A \oplus B = A \oplus C$, 则 $B = C$ 。
2. $A \times B = \emptyset$ 当且仅当 $A = \emptyset$ 或 $B = \emptyset$ 。
3. 设 A 、 B 为任意两个集合, 则 $\rho(A) \cup \rho(B) = \rho(A \cup B)$ 。
4. 若 R 是集合 A 上的二元关系, 则 $st(R) = ts(R)$ 。
5. 设 A 上的二元关系 R_1 、 R_2 是等价关系, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是等价关系。
6. 设 Q 为正有理数集合, 则 $\langle Q, \leq \rangle$ 是良序结构。
8. 自然数的幂集 $P(N)$ 的基数等于实数 R 的基数。
9. 任何图均有偶数个奇结点。
10. n 阶二叉树有 $(n-1)/2$ 个分支结点。

二、设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的二元关系 R_1 和 R_2 定义如下:

$$R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle\}$$

$$R_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle\}$$

1) 试分别指出 R_1 和 R_2 所具有的性质 (即是否具有自反性, 反自反性, 对称性, 反对称性和传递性这五种性质)。

2) 试求出 R_1^2 , $R_1 \circ R_2$ 和 R_2^+ 。

三、设 A 上的二元关系 R 是全序, 证明: $R \circ R$ 也是全序。

四、设 $f: X \rightarrow Y$ 和 $g: Y \rightarrow Z$

- 1) 若 f 和 g 都是单射, 则 $g \circ f$ 也是单射;
- 2) 若 $g \circ f$ 是单射, 则 f 是单射。

五、试求叶的权分别为 5, 10, 17, 37, 23, 29, 41, 49 的最优叶加权二叉树及其叶加权路径长度。

六、设 n 阶连通无向图 G 恰有 $n - 1$ 条边，直接用归纳法证明： G 是非循环的。

七、设 n 阶简单有向图 $G = \langle V, E, \psi \rangle$ 的基础图为简单完全无向图，证明：

$$\sum_{v \in V} (d_G^+(v))^2 = \sum_{v \in V} (d_G^-(v))^2。$$