

1. 设 R 为集合 A 上的任意二元关系, 证明: R 是传递的, 当且仅当 $R \circ R \subseteq R$ 。
2. “91” 函数 $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ 定义如下:

$$f(x) = \begin{cases} x-10, & \text{若 } x > 100 \\ f(f(x+11)), & \text{若 } x \leq 100 \end{cases}$$

试证明

- a) $f(99) = 91$;
 - b) $f(x) = 91$, 其中 $0 \leq x \leq 100$ 。
3. 设 $f: X \rightarrow Y$ 且 $g: Y \rightarrow Z$ 。
 - a) 若 $g \circ f$ 为满射, g 为内射, 则 f 为满射;
 - b) 若 $g \circ f$ 为内射, f 为满射, 则 g 为内射。
 4. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的二元关系 R_1 和 R_2 定义如下:

$$R_1 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle \}$$

$$R_2 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$$
 - i) 试分别指出 R_1 和 R_2 所具有的性质 (即 是否具有自反性, 反自反性, 对称性, 反对称性和传递性这五种性质)。
 - ii) 试求出 $R_1 \circ R_2$, $t(R_1)$ 和 $tsr(R_2)$ 。
 5. 设函数 $f: X \rightarrow Y$ 且 $g: Y \rightarrow X$, 若令

$$A = \{a \in X \mid g(f(a)) = a\} \quad \text{且} \quad B = \{b \in Y \mid f(g(b)) = b\}$$
 则 $f[A] = B$
 6. 设有 n ($n \geq 2$) 个正整数 d_1, d_2, \dots, d_n , 且 $\sum_{i=1}^n d_i = 2(n-1)$ 。

证明: 存在树 T , 其结点的度数分别为 d_1, d_2, \dots, d_n 。(比较难做对, 有时候看着是对的其实证的不对)
 1. 证明有 k 个弱分支的 n 阶简单有向图至多有 $(n-k)(n-k+1)$ 条边。(最后一大题, 非常简单, 6 分, 据说大部分同学没完整做出来)

离散考试比较奇特, 据说你如果不按照上课讲的方法写出来就算是错的, 即不能自创方法..作为一代学渣只能回忆这么多题了, 祝好运