2006 级离散数学（2）期终考试试题（A 卷）

2008 年 1 月 12 日

一、判断题（每题 2 分，共 20 分）

（　）1. 若 $A - B = \varnothing$，则 $A = B$。

（　）2. 若 $A \subseteq B$，则 $P(A) \subseteq P(B)$，其中 $P(A)$ 为 A 的幂集。

（　）3. 若集合 A 上的二元关系 R 是反对称的，则 R^2 也是反对称的。

（　）4. 若 R 是集合 A 上的二元关系，则 $st(R) = ts(R)$。

（　）5. 良序关系的逆关系必为良序关系。

（　）6. 有限集 A 上的满射 $f : A \to A$ 必为双射。

（　）7. 自然数的幂集 $P(N)$ 的基数等于实数 R 的基数。

（　）8. 任何图均有偶数个奇结点。

（　）9. 无向图 G 有欧拉闭路 当且仅当 G 是欧拉图。

（　）10. 若 T 为阶大于 2 的树，则 T 至少有一个结点的度数大于等于 2。

二、设 $A = \{a，b，c，d\}$ 上的二元关系 R_1 和 R_2 定义如下：（16 分）

$$R_1 = \{<a, b>, <b, c>, <c, d>, <d, a>\}$$
$$R_2 = \mathbf{I}_A \cup \{<a, b>, <b, a>, <c, d>, <d, c>\}$$

i） 试分别指出 R_1 和 R_2 所具有的性质（即是否具有自反性、反自反性、对称性、反对称性和传递性这五种性质）。

ii） 试求出 R_1^2，$R_1 \circ R_2$ 和 R_2^+。

三、设 R 为集合 A 上的二元关系，证明：（16 分）

1）若 R 既是自反的，又是传递的，则 $R^2 = R$。

2）若 R 是传递的，则 R^2 也是传递的。

四、设〈A，≤〉为偏序结构，函数 $f : A \to P(A)$ 定义如下：（16 分）

$$f(a) = \{ x \mid x \in A \text{ 且 } x \le a \}，\quad 其中\ a \in A$$

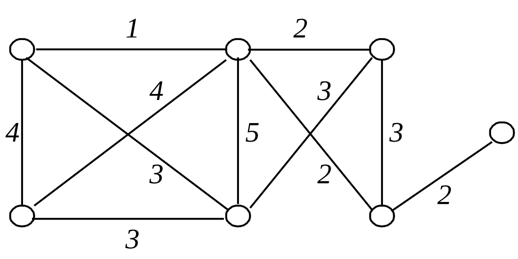
证明：

1）f 为单射；

2）对任意 $a, b \in A$，若 $a \le b$，则 $f(a) \le f(b)$。

其中 $P(A)$为 A 的幂集。

五、求出下图 G 的一个最小生成树。（10 分）



六、试求叶的权分别为 2，3，5，8，13，21，34 的最优叶加权二叉树及其叶加权路径长度。（16 分）

七、**任选一小题**（6 分）

1）设 A 为有限集，$f: \mathrm{A} \to \mathrm{A}$ 为双射。证明：存在自然数 n≥1 使 $f^{\mathrm{n}} = \mathbf{I}_{\mathrm{A}}$ 。

2）设 n 阶简单无向图 G 的边数 $m > \frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ 。证明：G 必为连通的。