

答案（学长自己所做，仅供参考）

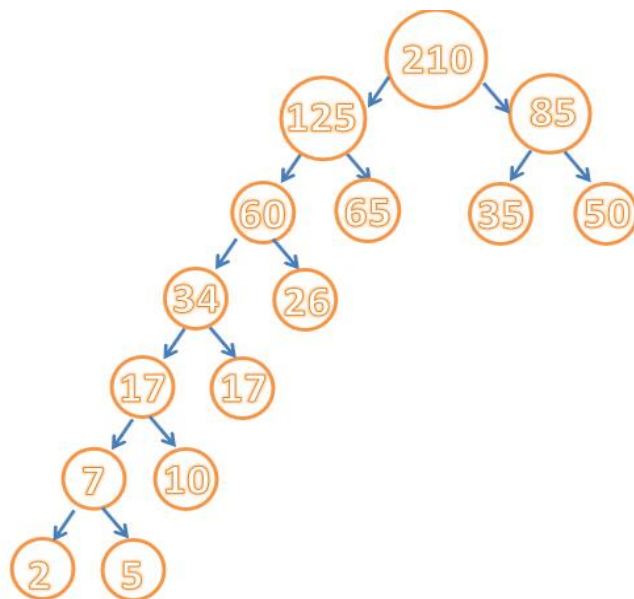
1. 对，因为 $A \oplus B = \emptyset$ ，所以 $A=B$ 。证明方式可以在两边同时加一个 A ，变成 $A \oplus (A \oplus B) = A \oplus \emptyset = A$ ，又由结合律有 $A \oplus (A \oplus B) = (A \oplus A) \oplus B = B$ ，所以 $A=B$ 。
2. 对，可由定义证得。任取 $x \in A \cup B$ ，若 $x \in A$ ，则由 $A \subseteq C$ 可得 $x \in C$ ，同理，若 $x \in B$ ，则由 $B \subseteq C$ 可得 $x \in C$ ，则 $A \cup B \subseteq C$ 。
3. 错， A, D 为空集时不成立。
4. 错，比如 $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}$, $R_2 = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 5 \rangle \}$ ， R_1 和 R_2 都是传递的，但是 $R_1 \circ R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 5 \rangle \}$ ，没有 $\langle 1, 5 \rangle$ 不传递。
5. 对，这个结论记住就可以， $N \times N \times N \times \dots$ 都与 N 等势， $R \times R \times R \times \dots$ 都与 R 等势。
6. 错，字典序的反例： $\{b, ab, aab, aaab, \dots\}$ 是不存在最小元的子集，所以不是良序集。
7. 错，对称闭包 $= R \cup R^{-1}$ ，放在最后可能破坏传递性，若 t 与 s 的顺序交换则正确。
8. 对，因为 f 为满射，右可逆，设其右逆函数为 g ，则 $f \circ (f \circ g) = f \circ g$ ，由于 $f \circ g = I_Y$ ，则 $f = I_Y$ 。
9. 对，注意该结论只针对无向图成立。
10. 对， n 阶二叉树有 $(n+1)/2$ 个叶结点， $(n-1)/2$ 个叶子。

二.

(1): R_1 : 反自反, 对称, 传递

R_2 : 反自反, 反对称

(2):



四:

$$2+7+17+34+60+125+85+210=540$$

五: 证明: \Rightarrow) 若 f 为右可逆的, 则有 $g: Y \rightarrow X$ 使 $f \circ g = I_Y$, 从而由定理 1.1 知道, f 为满射。

\Leftarrow) 另一方面, 设 f 为 满射。

i) 当 $X = \emptyset$ 时, 因 f 为满射, 则 $Y = \text{ran } f = \emptyset$, 定理显然成立。

ii) 当 $X \neq \emptyset$ 时, 因 f 为函数, 则 $Y \neq \emptyset$ 。对每个 $y \in Y$, 令 $S_y = \{x \mid x \in X \text{ 且 } f(x) = y\}$ 则 $\{S_y \mid y \in Y\}$ 就是 X 的一个划分。对每个 $y \in Y$, 都任意取定 S_y 中唯一的一个元素 x_y 显然 $f(x_y) = y$ 。并令 $g = \{\langle y, x_y \rangle \mid y \in Y\}$ 则 g 显然是一个从 Y 到 X 的全函数, 且 $f \circ g = I_Y$ 。这表明 g 是 f 的一个右逆, 即 f 为右可逆的。

六: 证明: 用归纳法证明, 对 T 的顶点数 n 进行归纳。

对于 $n = 1$ 和 $n = 2$, 定理显然成立。

设对于所有的 (i, m_i) 树 ($i < n$) 定理都成立。

因为树无圈, 所以从 T 中去掉任何一条边, 都会使 T 变成具有两个连通分支的不连通图, 并且这两个连通分支也必定是树, 不妨设是 (n_1, m_1) 树和 (n_2, m_2) 树, 显然有 $n_1 < n$ 和 $n_2 < n$, 根据归纳假设, $m_1 = n_1 - 1$, $m_2 = n_2 - 1$, 而 $n = n_1 + n_2$, $m = m_1 + m_2 + 1 = n_1 - 1 + n_2 - 1 + 1$, 所以, $m = n - 1$, 定理得证。 证毕。