

第二章 文法和语言的概念和表示

- 预备知识 – 形式语言基础
- 文法和语言的定义
- 若干术语和重要概念
- 文法的表示：扩充的BNF范式和语法图
- 文法和语言的分类

2.1 预备知识

一、字母表和符号串

字母表： 符号的非空有限集 例: $\Sigma = \{a, b, c\}$

符号： 字母表中的元素 例: a, b, c

符号串： 符号的有穷序列 例: a, aa, ac, abc, ...

空符号串：无任何符号的符号串 (ϵ)

符号串的形式定义

有字母表 Σ , 定义:

- (1) ϵ 是 Σ 上的符号串;
- (2) 若x是 Σ 上的符号串, 且 $a \in \Sigma$, 则 ax 或 xa 是 Σ 上的符号串;
- (3) y是 Σ 上的符号串, iff (当且仅当) y可由 (1) 和 (2) 产生。

符号串集合：由符号串构成的集合。

- 通常约定:

- 用英文字母表开头的小写字母和字母表靠近末尾的大写字母来表示**符号**

如: a, b, c, d, … , r 和 S, T, U, V ,
W, X, Y, Z

- 用英文字母表靠近末尾的小写字母来表示**符号串**

如: s, t, u, v, w , x, y, z

- 用英文字母表开头的大写字母来表示**符号串集合**

如: A, B, C, D, … , R

二、符号串和符号串集合的运算

1. 符号串相等：若 x 、 y 是集合上的两个符号串，则 $x=y$ iff（当且仅当）组成 x 的每一个符号和组成 y 的每一个符号依次相等。

2. 符号串的长度： x 为符号串，其长度 $|x|$ 等于组成该符号串的符号个数。

例： $x=STV$ ， $|x|=3$

3. 符号串的联接：若 x 、 y 是定义在 Σ 上的符号串，且 $x=XY$, $y=YX$, 则 x 和 y 的联接 $xy=XYX$ 也是 Σ 上的符号串。

注意：一般 $xy \neq yx$, 而 $\epsilon x = x \epsilon$

4. 符号串集合的乘积运算：令 A 、 B 为符号串集合，

定义

$$AB = \{ xy \mid x \in A, y \in B \}$$

例： $A = \{s, t\}$, $B = \{u, v\}$, $AB = ?$

$$\{su, sv, tu, tv\}$$

因为 $\epsilon x = x \epsilon = x$, 所以 $\{\epsilon\}A = A \{\epsilon\} = A$

问题

$\{\epsilon\}A = A$ $\{\epsilon\} = A$

$\{\}A = A$ $\{\} = ?$

$\phi A = A \phi = \phi$

5. 符号串集合的幂运算：有符号串集合A，定义

$$A^0 = \{\epsilon\}, \quad A^1 = A, \quad A^2 = AA, \quad A^3 = AAA,$$

$$\dots \dots A^n = A^{n-1}A = AA^{n-1}, \quad n > 0$$

6. 符号串集合的闭包运算：设A是符号串集合，定义

$$A^+ = A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \dots \cup A^n \cup \dots$$

称为集合A的正闭包。

$$A^* = A^0 \cup A^+$$

称为集合A的闭包。

例： $A = \{x, y\}$

$$A^+ = \{ \underbrace{x, y}_{A^1}, \underbrace{xx, xy, yx, yy}_{A^2}, \underbrace{xxx, xxy, xyx, xyy, yxx, yxy, yyx, yyy}_{A^3}, \dots \}$$

$$A^* = \{ \underbrace{\epsilon}_{A^0}, \underbrace{x, y}_{A^1}, \underbrace{xx, xy, yx, yy}_{A^2}, \underbrace{xxx, xxy, xyx, xyy, yxx, yxy, yyx, yyy}_{A^3}, \dots \}$$

★为什么对符号、符号串、符号串集合以及它们的运算感兴趣？

若A为某语言的基本字符集 (把字符看作符号)

$$A = \{a, b, \dots, z, 0, 1, \dots, 9, +, -, \times, _, /, (,), =, \dots\}$$

B为单词集 (单词是符号串)

$$B = \{\text{begin}, \text{end}, \text{if}, \text{then}, \text{else}, \text{for}, \dots, <\text{标识符}>, <\text{常量}>, \dots\}$$

则 $B \subset A^*$ 。

(把单词看作符号，句子便是符号串)

语言的句子是定义在B上的符号串。

若令C为句子集合，则 $C \subset B^*$ ，程序 $\subset C$

- 若把字符看作符号，则单词就是符号串，单词集合就是符号串的集合。
- 若把单词看作符号，则句子就是符号串，而所有句子的集合（即语言）就是符号串的集合。

习题: p29 3,4

2.2 文法的非形式讨论

1. 什么是文法：文法是对语言结构的定义与描述。即从形式上用于描述和规定语言结构的称为“文法”（或称为“语法”）。

例：有一句子：“我是大学生”。这是一个在语法、语义上都正确的句子，该句子的结构（称为语法结构）是由它的语法决定的。在本例中它为“主谓结构”。

如何定义句子的合法性？

- 有穷语言
- 无穷语言

2. 语法规则：我们通过建立一组规则，来描述句子的语法结构。规定用“::=”表示“由...组成”（或“定义为...”）。

<句子> ::= <主语><谓语>

<主语> ::= <代词> | <名词>

<代词> ::= 你 | 我 | 他

<名词> ::= 王民 | 大学生 | 工人 | 英语

<谓语> ::= <动词><直接宾语>

<动词> ::= 是 | 学习

<直接宾语> ::= <代词> | <名词>

3. 由规则推导句子：有了一组规则之后，可以按照一定的方式用它们去推导或产生句子。

推导方法：从一个**要识别的符号**开始推导，即用相应规则的**右部**来替代规则的**左部**，每次仅用一条规则去进行推导。

<句子> => <主语><谓语>

<主语> <谓语> => <代词> <谓语>

.....

这种推导一直进行下去，直到所有带<>的符号都由终结符号替代为止。

Compiler

推导方法：从一个要识别的符号开始推导，即用相应规则的**右部**来替代规则的**左部**，每次仅用一条规则去进行推导。

<句子> => <主语><谓语>
=> <代词><谓语>
=> 我<谓语>
=>我<动词><直接宾语>
=>我是<直接宾语>
=>我是<名词>
=>我是大学生

<句子> ::= <主语><谓语>
<主语> ::= <代词> | <名词>
<代词> ::= 你 | 我 | 他
<名词> ::= 王民 | 大学生 | 工人 | 英语
<谓语> ::= <动词><直接宾语>
<动词> ::= 是 | 学习
<直接宾语> ::= <代词> | <名词>

例：有一英语句子： The big elephant ate the peanut.

<句子> ::= <主语><谓语>

<主语> ::= <冠词><形容词><名词>

<冠词> ::= the

<形容词> ::= big

<名词> ::= elephant

<谓语> ::= <动词><宾语>

<动词> ::= ate

<宾语> ::= <冠词><名词>

<名词> ::= peanut

Compiler

<句子> => <主语><谓语>

=> <冠词><形容词><名词><谓语>

=> the <形容词><名词><谓语>

=> the big <名词><谓语>

=> the big elephant <谓语>

=> the big elephant <动词><宾语>

=> the big elephant ate <宾语>

=> the big elephant ate <冠词><名词>

=> the big elephant ate the <名词>

=> the big elephant ate the peanut

<句子> ::= <主语><谓语>

<主语> ::= <冠词><形容词><名词>

<冠词> ::= the

<形容词> ::= big

<名词> ::= elephant | peanut

<谓语> ::= <动词><宾语>

<动词> ::= ate

<宾语> ::= <冠词><名词>

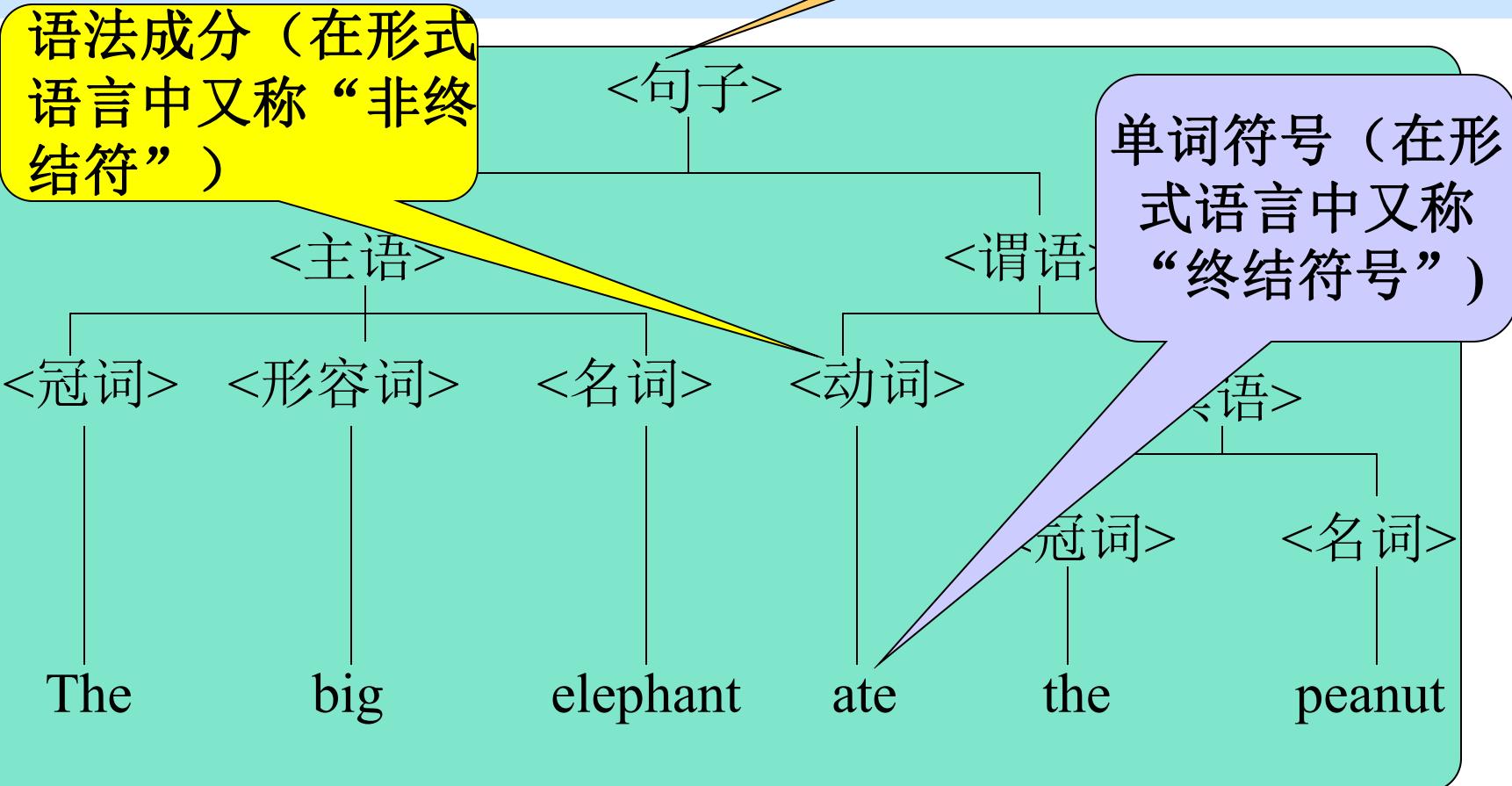
上述推导可写成<句子> $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ the big elephant ate the peanut

说明：

- (1) 有若干语法成分同时存在时，我们总是从最左的语法成分进行推导，这称之为**最左推导**，类似的有**最右推导**(还有一般推导)。
- (2) 从一组语法规则可推出不同的句子，如以上规则还可推出“大象吃象”、“大花生吃象”、“大花生吃花生”等句子，它们在语法上都正确，但在语义上都不正确。

所谓文法是在形式上对句子结构的定义与描述，而未涉及语义问题。

4. 语法（推导）树：我们用语法（推导）树来描述一个句子的语法结构。



2.3 文法和语言的形式定义

2.3.1 文法的定义

定义1. 文法 $G = (V_n, V_t, P, Z)$

V_n : 非终结符号集

V_t : 终结符号集

P : 产生式或规则的集合

Z : 开始符号 (识别符号) $Z \in V_n$

$V = V_n \cup V_t$
称为文法的字汇表

规则: $U ::= x$
 $U \in V_n, x \in V^*$

规则的定义:

规则是一个有序对 (U, x) , 通常写为:

$U ::= x$ 或 $U \rightarrow x$, $|U| = 1$ $|x| \geq 0$

例：无符号整数的文法：

$$G[<\text{无符号整数}>] = (V_n, V_t, P, Z)$$

$$V_n = \{<\text{无符号整数}>, <\text{数字串}>, <\text{数字}>\}$$

$$V_t = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$\begin{aligned}P = & \{<\text{无符号整数}> \rightarrow <\text{数字串}>, \\& <\text{数字串}> \rightarrow <\text{数字串}> <\text{数字}>, \\& <\text{数字串}> \rightarrow <\text{数字}>, \\& <\text{数字}> \rightarrow 0, \\& <\text{数字}> \rightarrow 1, \\& \dots\dots\dots \\& <\text{数字}> \rightarrow 9\}\end{aligned}$$

$$Z = <\text{无符号整数}>$$

★ 几点说明：

产生式左边符号构成集合 V_n , 且 $Z \in V_n$

有些产生式具有相同的左部, 可以合在一起

文法的BNF表示

例: <无符号整数> \rightarrow <数字串>

<数字串> \rightarrow <数字串> <数字> | <数字>

<数字> \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | | 9

给定一个文法, 需给出产生式(规则)集合, 并指定识别符号

例: $G[<\text{无符号整数}>]:$

<无符号整数> \rightarrow <数字串>

<数字串> \rightarrow <数字串> <数字> | <数字>

<数字> \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | | 9

2.3.2 推导的形式定义

定义2：文法G: $v = xUy, w = xuy,$

其中 $x, y \in V^*$, $U \in V_n$, $u \in V^*$,

若 $U ::= u \in P$, 则 $v \xrightarrow{G} w$ 。

若 $x=y=\varepsilon$, 有 $U ::= u$, 则 $U \xrightarrow{G} u$

根据文法和推导定义，可推出终结符号串，所谓通过文法能推出句子来。

例如: G[<无符号整数>]

(1) <无符号整数> → <数字串>

(2) <数字串> → <数字串> <数字>

(3) <数字串> → <数字>

(4) <数字> → 0

(5) <数字> → 1

.....

(13) <数字> → 9

<无符号整数> $\xrightarrow{(1)}<\text{数字串}> \xrightarrow{(2)}<\text{数字串}><\text{数字}>$
 $\xrightarrow{(3)}<\text{数字}><\text{数字}> \xrightarrow{(4)}1<\text{数字}>$
 $\xrightarrow{(5)}1\ 0$

当符号串已没有非终结符号时，推导就必须终止。因为终结符不可能出现在规则左部，所以将在规则左部出现的符号称为非终结符号。

定义3：文法 G , $u_0, u_1, u_2, \dots, u_n \in V^+$

if $v = u_0 \xrightarrow{G} u_1 \xrightarrow{G} u_2 \xrightarrow{G} \dots \xrightarrow{G} u_n = w$
则 $v \xrightarrow[G]{+} w$

例: <无符号整数> \Rightarrow <数字串> \Rightarrow <数字串> <数字>

\Rightarrow <数字><数字> \Rightarrow 1 <数字>

\Rightarrow 1 0

即 <无符号整数> $\xrightarrow[G]{+} 10$

定义4：文法G，有 $v, w \in V^+$

if $v \stackrel{+}{\Rightarrow}_G w$, 或 $v=w$, 则 $v \stackrel{*}{\Rightarrow}_G w$

定义5：规范推导：有 $xUy \Rightarrow xuy$, 若 $y \in V_t^*$, 则此推导为规范的，记为 $xUy \stackrel{+}{\Rightarrow} xuy$

直观意义：规范推导=最右推导

最右推导：若规则右端符号串中有两个以上的非终结符时，先推右边的。

最左推导：若规则右端符号串中有两个以上的非终结符时，先推左边的。

若有 $v = u_0 = | \Rightarrow u_1 = | \Rightarrow u_2 = | \Rightarrow \dots \Rightarrow u_n = w$, 则 $v \stackrel{+}{\Rightarrow} w$

2.3.3 语言的形式定义

定义6：文法G[Z]

文法G[Z]所产生的所有句子的集合

- (1) 句型: x 是句型 $\Leftrightarrow Z^* \Rightarrow x$, 且 $x \in V^*$;
- (2) 句子: ~~x 是句子 $\Leftrightarrow Z^+ \Rightarrow x$, 且 $x \in V_t^*$;~~
- (3) 语言: $L(G[Z]) = \{x \mid x \in V_t^*, Z^+ \Rightarrow x\}$;

形式语言理论可以证明以下两点：

- (1) $G \rightarrow L(G)$;
- (2) $L(G) \rightarrow G_1, G_2, \dots, G_n$;

已知文法，求语言，通过推导；

已知语言，构造文法，无形式化方法，更多是凭经验。

例： { $ab^n a \mid n \geq 1$ }，构造其文法

$G_1[Z]$:

$$\begin{aligned} Z &\rightarrow aBa, \\ B &\rightarrow b \mid \textcolor{red}{bB} \end{aligned}$$

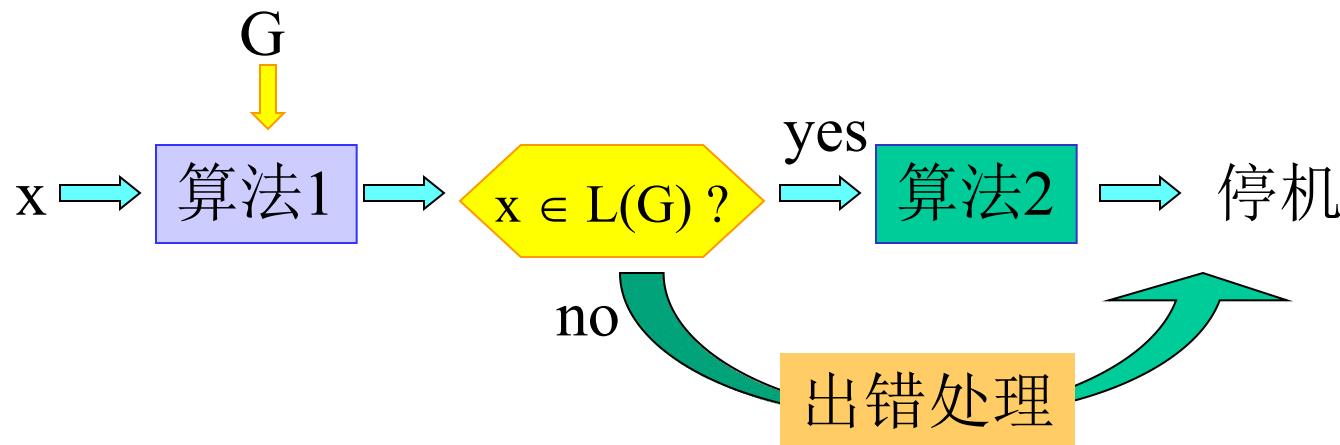
$G_2[Z]$:

$$\begin{aligned} Z &\rightarrow aBa, \\ B &\rightarrow b \mid \textcolor{blue}{Bb} \end{aligned}$$

定义7. G 和 G' 是两个不同的文法，若 $L(G) = L(G')$ ，
则 G 和 G' 为等价文法。

编译感兴趣的问题是：

- 给定句子 x 以及文法 G , 求 $x \in L(G)$?



2.3.4 递归文法

1. 递归规则：规则右部有与左部相同的符号（非终结符）

对于 $U ::= xUy$

若 $x = \epsilon$ ， 即 $U ::= Uy$, 左递归

若 $y = \epsilon$ ， 即 $U ::= xU$, 右递归

若 $x, y \neq \epsilon$ ， 即 $U ::= xUy$, 自嵌入递归

2. 递归文法：文法 G , 存在 $U \in V_n$

if $U \stackrel{+}{\Rightarrow} \dots U \dots$, 则 G 为递归文法;

if $U \stackrel{+}{\Rightarrow} U \dots$, 则 G 为左递归文法;

if $U \stackrel{+}{\Rightarrow} \dots U$, 则 G 为右递归文法。

3. 递归文法的**优点**: 可用有穷条规则, 定义无穷语言

会造成死循环 (后面将详细论述)

4. 左递归文法的**缺点**: 不能用自顶向下的方法来进行语法分析

例: 对于前面给出的无符号整数的文法是左递归文法, 用13条规则就可以定义出所有的无符号整数。若不用递归文法, 那将要用多少条规则呢?

$\langle \text{无符号整数} \rangle \rightarrow \langle \text{数字串} \rangle$

$\langle \text{数字串} \rangle \rightarrow \langle \text{数字串} \rangle \langle \text{数字} \rangle \mid \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid \dots \dots \mid 9$



例1：

$G[<\text{无符号整数}>]$

$<\text{无符号整数}> \rightarrow <\text{数字串}>;$

$<\text{数字串}> \rightarrow <\text{数字串}><\text{数字}> | <\text{数字}>;$

$<\text{数字}> \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | \dots | 9$

$L(G[<\text{无符号整数}>]) = Vt^+$

$Vt = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

例2：

$G[S]: S ::= aB \mid bB \quad L(G[S]) = \{ aa, ab, ba, bb \}$

$B ::= a \mid b$

2.3.5 句型的短语、简单短语和句柄

定义8. 给定文法 $G[Z]$, $w = xuy \in V^+$, 为该文法的句型,
若 $Z \xrightarrow{*} xUy$, 且 $U \xrightarrow{+} u$, 则 u 是句型 w 相对于 U 的短语;
若 $Z \xrightarrow{*} xUy$, 且 $U \xrightarrow{==>} u$, 则 u 是句型 w 相对于 U 的简单短语。
其中 $U \in V_n$, $u \in V^+$, $x, y \in V^*$

直观理解: 短语是前面句型中的某个非终结符所能推出的符号串。

任何句型本身一定是相对于识别符号 Z 的短语。

定义9. 任一句型的最左简单短语称为该句型的句柄。

给定句型找句柄的步骤：

短语 \longrightarrow 简单短语 \longrightarrow 句柄

例：文法 $G[<\text{无符号整数}>]$, $w = <\text{数字串}>1$

$<\text{无符号整数}> \Rightarrow <\text{数字串}> \Rightarrow <\text{数字串}><\text{数字}>$
 $\Rightarrow <\text{数字串}>1$

求：短语、 简单短语和句柄。

例: 文法G[<无符号整数>], $w = <\text{数字串}>1$

定义8. 给定文法G[Z], $w=xuy \in V^+$, 为该文法的句型,

若 $Z \xrightarrow{*} xUy$, 且 $U \xrightarrow{+} u$, 则u是句型w相对于U的短语;

若 $Z \xrightarrow{*} xUy$, 且 $U \xrightarrow{==} u$, 则u是句型w相对于U的简单短语。

其中 $U \in V_n$, $u \in V^+$, $x,y \in V^*$

$x \quad U \quad y \quad x \quad U \quad y \quad x \quad U \quad y \quad x \quad u \quad uyy$

<无符号整数> \Rightarrow <数字串> \Rightarrow <数字串><数字> \Rightarrow <数字串>1

(1) <无符号整数> $\xrightarrow{*}$ <无符号整数> <无符号整数> $\xrightarrow{+}$ <数字串>1



注意: 短语、简单短语是相对于句型而言的, 一个句型

可能有多个短语、简单短语, 而句柄只能有一个。

复习: 文法: $G = (V_n, V_t, P, Z)$

- 若有规则 $U ::= u$, 且 $v = x U y$, $w = xuy$,

则有推导 $x U y \Rightarrow xuy$, 即 $v \Rightarrow w$

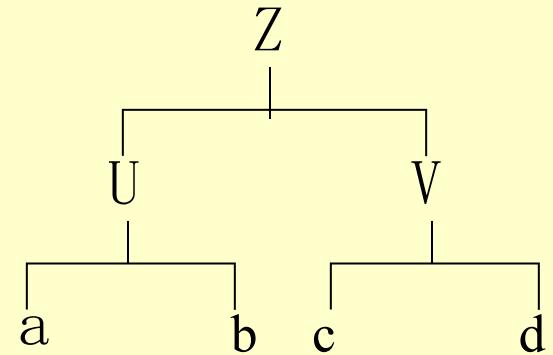
- 注意弄清 \Rightarrow $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ \vdash $\stackrel{+}{\vdash}$ 的概念

念

- 文法 G 对应的语言 $L(G[Z]) = \{x | x \in V_t^*, Z^+ \Rightarrow x\}$;
- 递归 $U^+ \Rightarrow \dots U \dots$
- 有句型 $w = xuy$, 若 $Z^* \Rightarrow xUy$, 且 $U^+ \Rightarrow u$,
则 u 是句型 w 相对于 U 的短语
- 简单短语和最左简单短语 (句型) 的概念

2.4 语法树与二义性文法

2.4.1 推导与语法（推导）树



(1) 语法（推导）树：句子(句型) 结构的图示表示法，
它是有向图，由结点和有向边组成。

结点： 符号

根结点： 识别符号（非终结符）

中间结点： 非终结符

叶结点： 终结符或非终结符

有向边： 表示结点间的派生关系

(2) 句型的推导及语法树的生成（自顶向下）

给定 $G[Z]$, 句型 w :

可建立推导序列, $Z \xrightarrow[G]{*} w$

可建立语法树, 以 Z 为树根结点, 每步推导生成语法树的一枝, 最终可生成句型 w 的语法树。



注意一个重要事实: 文法所能产生的句子, 可以用不同的推导序列(使用产生式顺序不同)将其推导出来。语法树的生长规律不同, 但最终生成的语法树形状完全相同。某些文法有此性质, 而某些文法不具此性质。

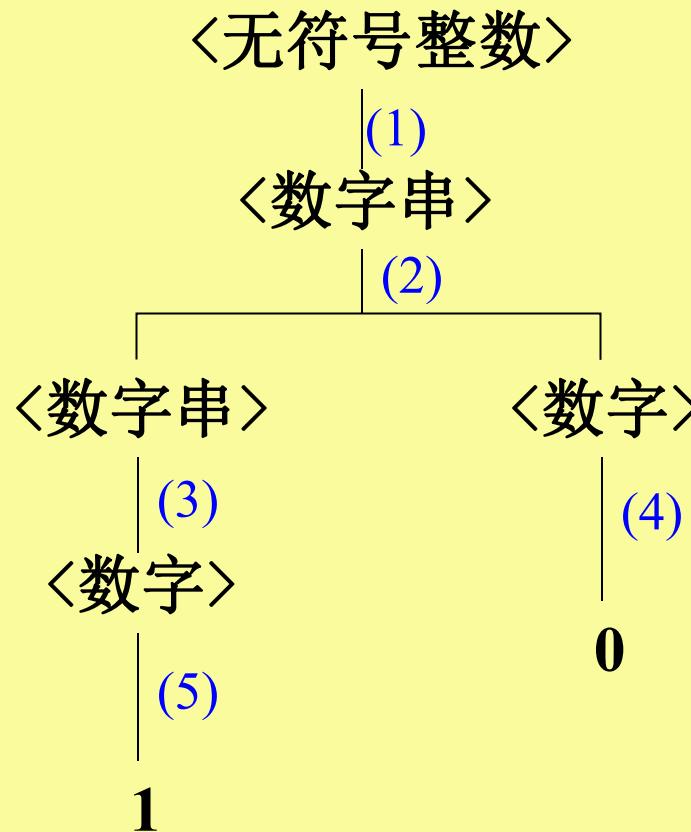
一般推导：

G[<无符号整数>]:

<无符号整数> → <数字串>

<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>

<数字> → 0 | 1 | 2 | 3 | | 9



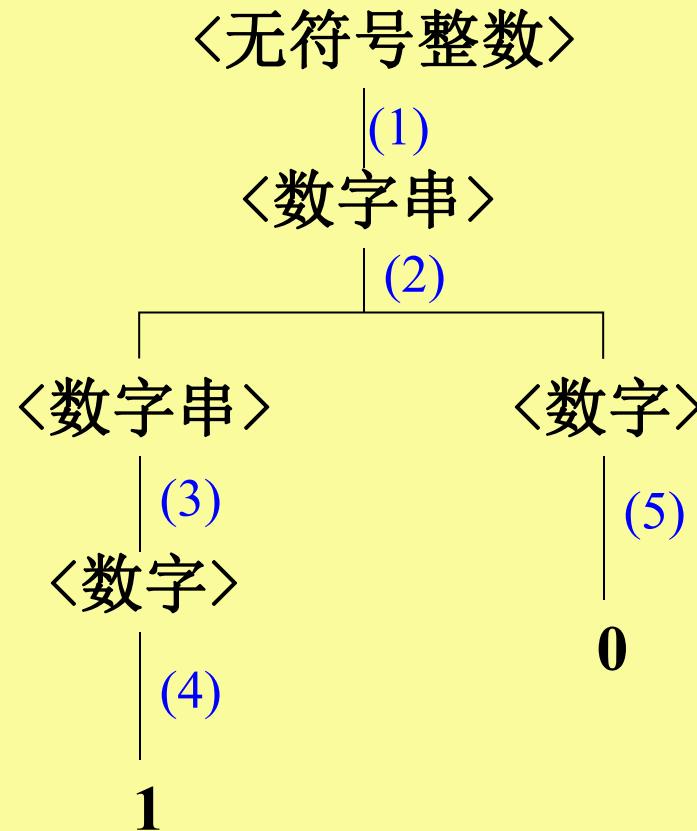
最左推导：

G[<无符号整数>]:

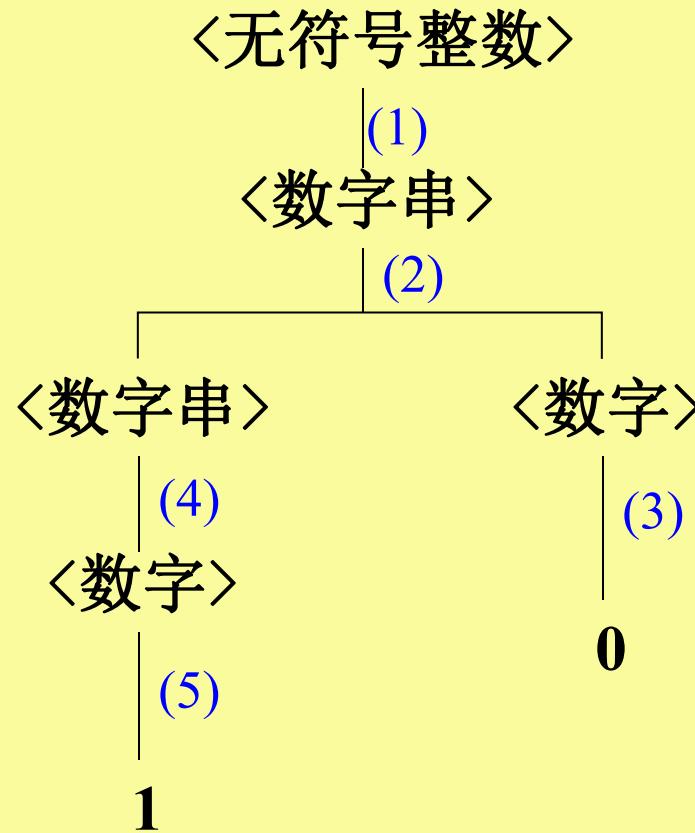
<无符号整数> → <数字串>

<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>

<数字> → 0 | 1 | 2 | 3 | | 9



最右推导



(3) 子树与短语

子树：语法树中的某个结点（子树的根）连同它向下派生的部分所组成。

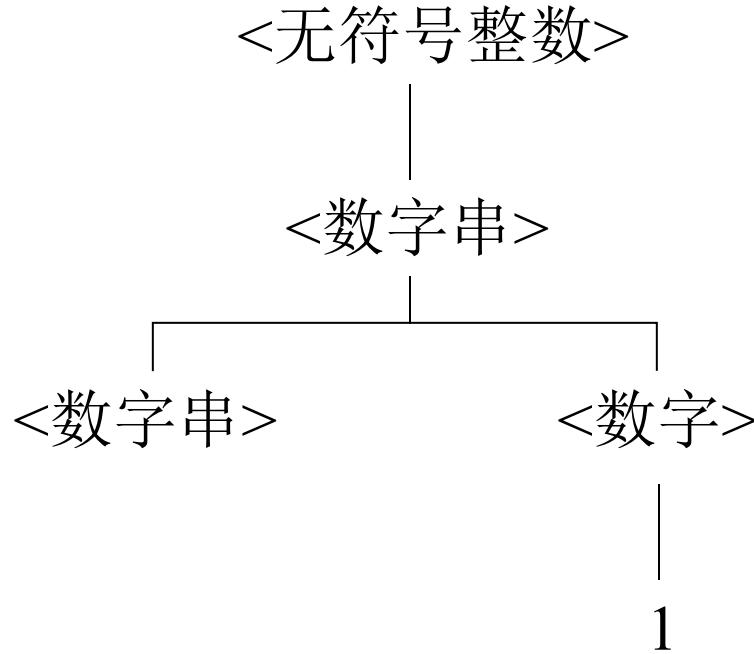
定理

某子树的末端结点按自左向右顺序为句型中的符号串，则该符号串为该句型的相对于该子树根的短语。

只需画出句型的语法树，然后根据子树找短语→简单短语→句柄。

例: G[<无符号整数>]

句型 <数字串>1

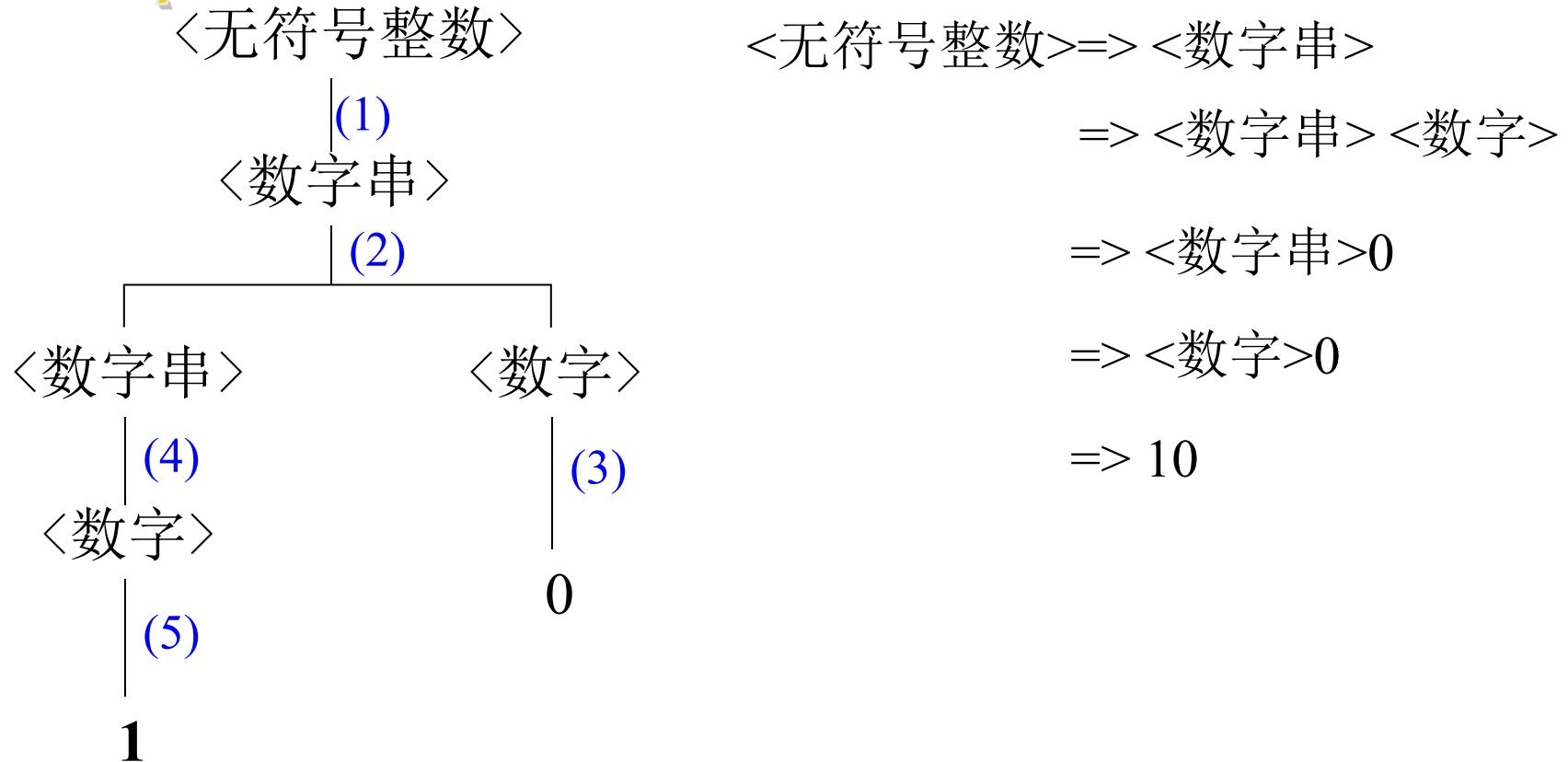


短语: <数字串>1, 1

简单短语: 1

句柄: 1

Compiler



句型	<数字串>	<数字串> <数字>	<数字串>0	<数字>0	10
短语	<数字串>	<数字串> <数字>	<数字串>0, 0	<数字>0, <数字>, 0	10, 1, 0
简单短语	<数字串>	<数字串> <数字>	0	<数字>, 0	1, 0
句柄	<数字串>	<数字串> <数字>	0	<数字>	1

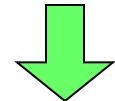
(4) 树与推导

句型推导过程 \Leftrightarrow 该句型语法树的生长过程

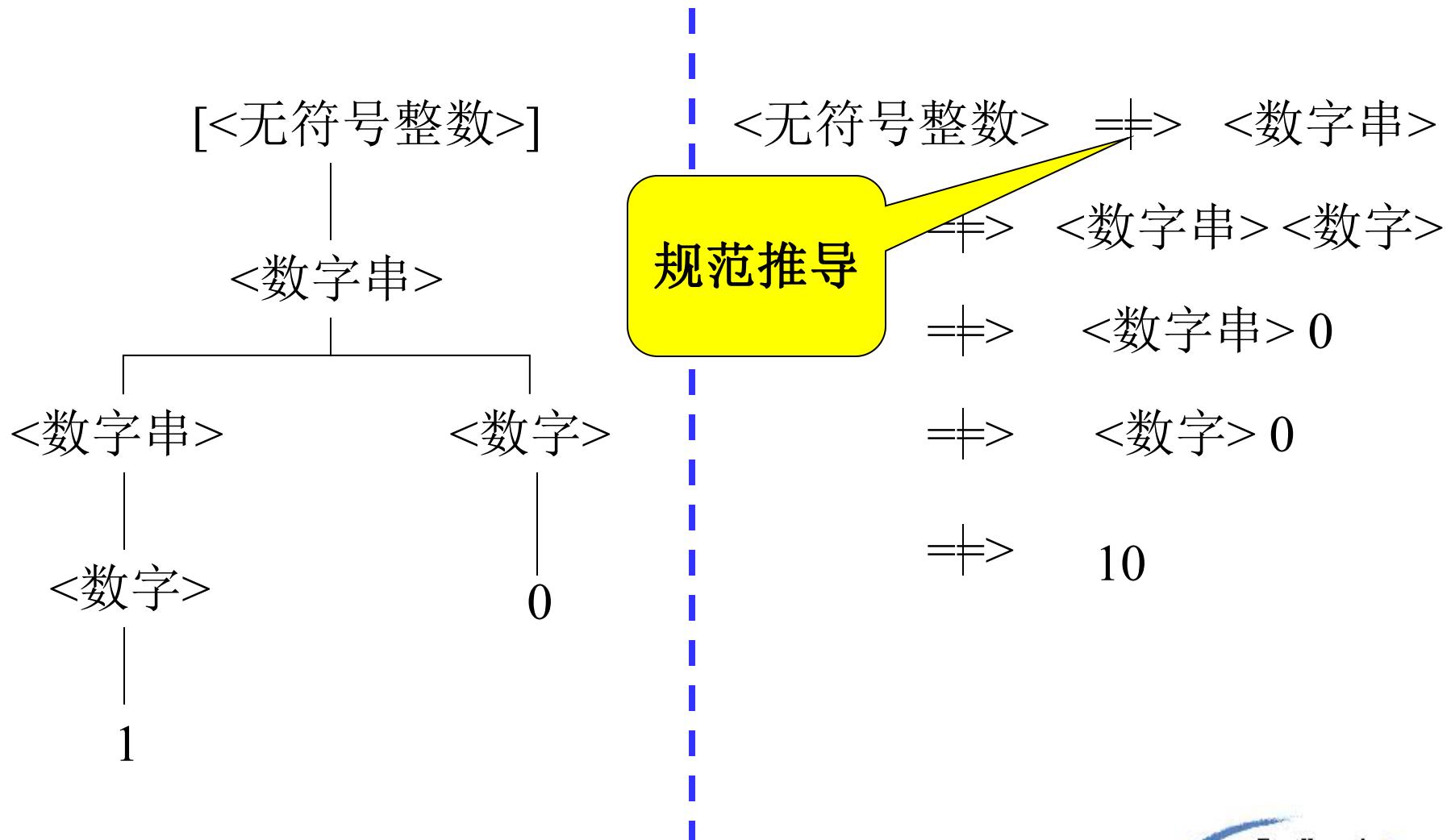


由推导构造语法树

从识别符号开始，自左向右建立推导序列。

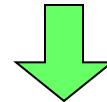


由根结点开始，自上而下建立语法树。

例: $G[<\text{无符号整数}>]$ 句型10

2 由语法树构造推导

自下而上地修剪子树的某些末端结点（短语），直至
把整棵树剪掉（留根），每剪一次对应一次归约。



从句型开始，自右向左地逐步进行归约，建立推导序列。

通常我们每次都剪掉当前句型的句柄（最左简单短语）
即每次均进行规范归约

规范归约与规范推导互为逆过程

[<无符号整数>]

<无符号整数>

\rightleftharpoons <数字串>

\rightleftharpoons <数字串><数字>

\rightleftharpoons <数字串> 0

\rightleftharpoons <数字> 0

\rightleftharpoons 10

定义12. 对句型中最左简单短语（句柄）进行的归约称为规范归约。 (?) ? ?)

定义13. 通过规范推导或规范归约所得到的句型称为规范句型。

句型<数字><数字>不是文法的规范句型，因为：

<无符号整数> \neq ><数字串>

$=\neq$ ><数字串><数字>

$=\equiv$ ><数字><数字>

不是规范推导

2.4.2 文法的二义性

定义14.1 若对于一个文法的某一句子（或句型）存在两棵不同的语法树，则该文法是**二义性文法**，否则是无二义性文法。

换而言之，无二义性文法的句子**只有一棵语法树**，尽管推导过程可以不同。

二义性文法举例：

$$G[E]: \quad E ::= = E+E \mid E^*E \mid (E) \mid i$$

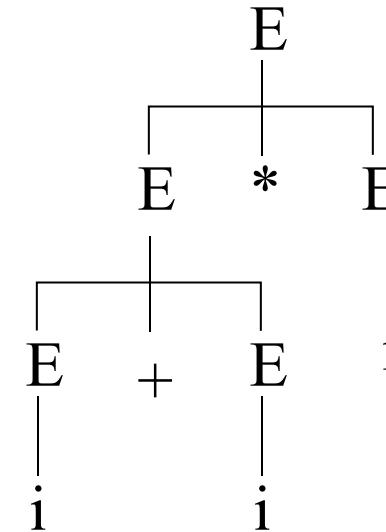
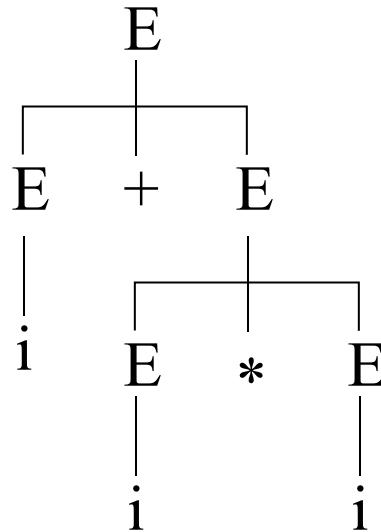
$$V_n = \{E\}$$

$$V_t = \{ +, *, (,), i \}$$

对于句子 $S = i + i * i \in L(G[E])$ ，存在不同的规范推导：

- (1) $E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i * i$
- (2) $E \Rightarrow E*E \Rightarrow E*i \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i * i$

这两种不同的推导对应了两棵不同的语法树：

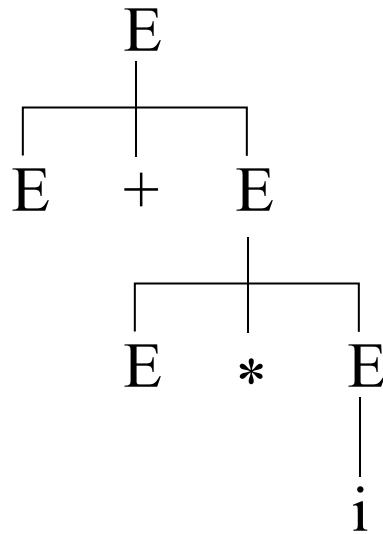


定义14.2 若一个文法的某句子存在两个不同的规范推导，则该文法是二义性的，否则是无二义性的。

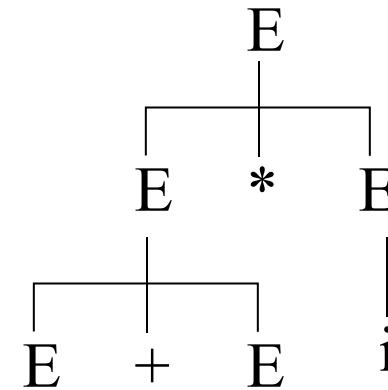
(1) $E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E^*E \Rightarrow E+E^*i \Rightarrow E+i^*i \Rightarrow i+i * i$

(2) $E \Rightarrow E^*E \Rightarrow E^*i \Rightarrow E+E^*i \Rightarrow E+i^*i \Rightarrow i+i * i$

从自底向上的归约过程来看，上例中规范句型 $E+E^*i$ 是由 $i+i * i$ 通过两步规范归约得到的，但对于同一个句型 $E+E^* i$ ，它有两个不同的句柄（对应上述两棵不同的语法树）： i 和 $E+E$ 。因此，文法的二义性意味着句型的句柄不唯一。



句柄: i



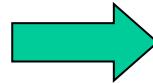
句柄: E + E

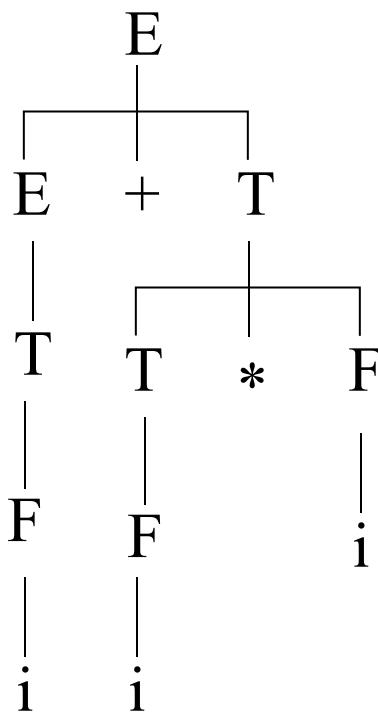
定义14.3 若一个文法的某规范句型的**句柄**不唯一，则该文法是**二义性的**，否则是无二义性的。

若文法是二义性的，则在编译时就会产生不确定性，遗憾的是在理论上已经证明：**文法的二义性是不可判定的**，即不可能构造出一个算法，通过有限步骤来判定任一文法是否有二义性。

现在的解决办法是：提出一些**限制条件**，称为无二义性的充分条件，当文法满足这些条件时，就可以判定文法是无二义性的。

例：算术表达式的文法

$$E ::= E+E \mid E^*E \mid (E) \mid i$$

$$\begin{aligned} E &::= E+T \mid T \\ T &::= T^*F \mid F \\ F &::= (E) \mid i \end{aligned}$$



句子: $i + i * i$

$$\begin{aligned}
 E &=|=> E+T =|=> E+T*F =|=> E+T*i \\
 &=|=> E+F*i =|=> E+i*i =|=> T+i*i \\
 &=|=> F+i*i =|=> i+i*i
 \end{aligned}$$

无二义性的表达式文法:

$$\begin{aligned}
 E ::= & E+T \mid T \\
 T ::= & T*F \mid F \\
 F ::= & (E) \mid i
 \end{aligned}$$

也可以采用另一种解决办法：即不改变二义性文法，而是确定一种**编译算法**，使该算法满足无二义性充分条件。

例：Pascal 条件语句的文法

<条件语句> ::= If <布尔表达式> then <语句> |

 If <布尔表达式> then <语句> else <语句>

<语句> ::= <条件语句> | <非条件语句> |

If B then If B then stmt else stmt

习题2-4：
P46-47 1,5,6,8,9

2.5 句子的分析

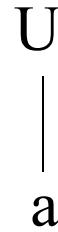
任务：给定 $G[Z]$: $S \in V_t^*$, 判定是否有 $S \in L(G[Z])$?

这是词法分析和语法分析所要做的工作，将在第三、四章
中详细介绍。

2.6 有关文法的实用限制

若文法中有如 $U ::= U$ 的规则，则这就是有害规则，它会引起二义性。

例如存在 $U ::= U$, $U ::= a \mid b$, 则有两棵语法树:



多余规则: (1) 在推导文法的所有句子中，始终用不到的规则。即该规则的左部非终结符不出现在任何句型中（不可达符号）

(2) 在推导句子的过程中，一旦使用了该规则，将推不出任何终结符号串。即该规则中含有推不出任何终结符号串的非终结符（不活动符号）

例如给定 $G[Z]$ ，若其中关于 U 的规则只有如下一条：

$U ::= xUy$

该规则是多余规则。

若还有 $U ::= a$ ，则此规则
并非多余

若某文法中无有害规则或多余规则，则称该文法是压缩过的。

例1: $G[<Z>] :$

$<Z> ::= e$

$<A> ::= <A> e \mid e$

$::= <C> e \mid <A> f$

$<C> ::= <C> f$

$<D> ::= f$

不活动

不可达

$G' [<Z>] :$

$<Z> ::= e$

$<A> ::= <A> e \mid e$

$::= <A> f$

例2: $G[S] :$

不活动

$S ::= ccc$

$S ::= Abccc$

$A ::= Ab$

$A ::= aBa$

$B ::= aBa$

$B ::= AD$

$D ::= Db$

$D ::= b$

不可达

$G' [S] :$

$S ::= ccc$

2.7 文法的其它表示法

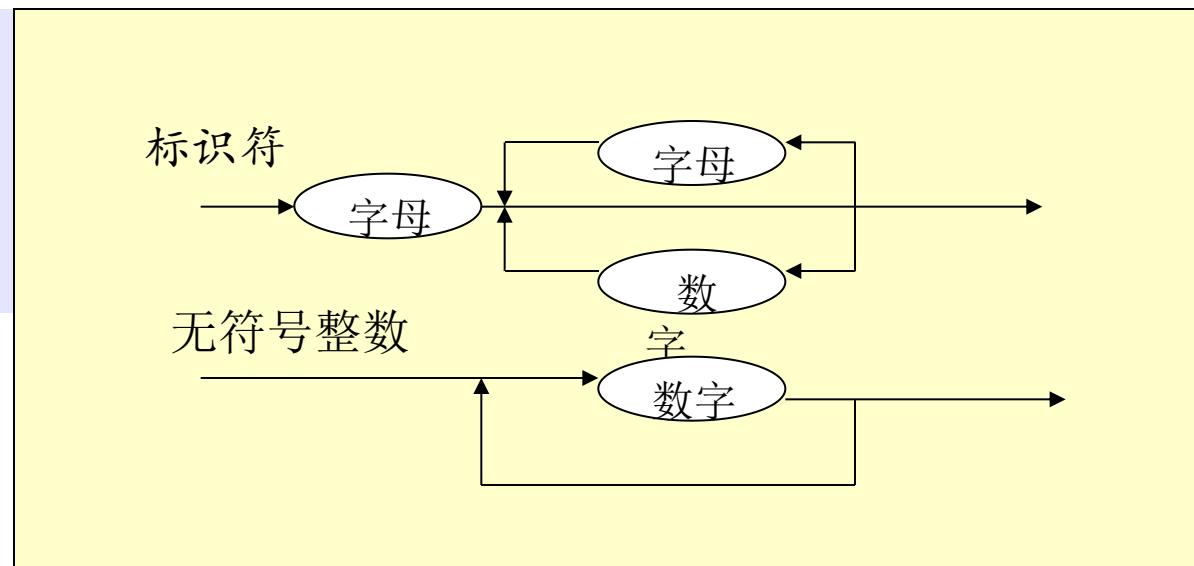
<标识符> ::= 字母 {字母 | 数字}

<无符号整数> ::= 数字 {数字}

1、扩充的BNF表示

- BNF的元符号: <, >, ::=, |
 - 扩充的BNF的元符号: <, >, ::=, |, {}, [], (), _

2、语法图



2.8 文法和语言分类

形式语言：用文法和自动机所描述的没有语义的语言。

文法定义：乔姆斯基将所有文法都定义为一个四元组：

$$G = (V_n, V_t, P, Z)$$

V_n : 非终结符号集

V_t : 终结符号集

P: 产生式或规则的集合

Z: 开始符号（识别符号） $Z \in V_n$

语言定义： $L(G[Z]) = \{x \mid x \in V_t^*, Z \stackrel{+}{\Rightarrow} x\}$

文法和语言分类：0型、1型、2型、3型

这几类文法的差别在于对产生式（语法规则）施加不同的限制。

0型： $P: u ::= v$

其中 $u \in V^+$, $v \in V^*$ $V = V_n \cup V_t$

0型文法称为短语结构文法。规则的左部和右部都可以是符号串，一个短语可以产生另一个短语。

0型语言：L0 这种语言可以用图灵机(Turing)接受。

1型: $P: xUy ::= xuy$
其中 $U \in V_n$,
 $x, y, u \in V^*$

称为上下文敏感或上下文有关。也即只有在x、y这样的上下文中才能把U改写为u

1型语言: L1 这种语言可以由一种线性界限自动机接受。

2型: $P: U ::= u$
 其中 $U \in V_n$,
 $u \in V^*$

称为上下文无关文法。也即把U改写为u时，不必考虑上下文。
(1型文法的规则中x, y均为 ϵ 时即为2型文法)

注意：2型文法与BNF表示相等价。

2型语言：L2 这种语言可以由下推自动机接受。

3型文法:

(左线性)

$P: U ::= t$

或 $U ::= Wt$

其中 $U, W \in V_n$

$t \in V_t$

(右线性)

$P: U ::= t$

或 $U ::= tW$

其中 $U, W \in V_n$

$t \in V_t$

3型文法称为正则文法。它是对2型文法进行进一步限制。

3型语言: L_3 又称正则语言、正则集合
这种语言可以由有穷自动机接受。

- 根据上述讨论, $L_0 \supset L_1 \supset L_2 \supset L_3$
- 0型文法可以产生 L_0 、 L_1 、 L_2 、 L_3 ,
- 但2型文法只能产生 L_2 , L_3 不能产生 L_0 , L_1
- 3型文法只能产生 L_3

小结

- 掌握符号串和符号串集合的运算、文法和语言的定义
- 几个重要概念：推导、规约、递归、短语、简单短语和句柄、语法树、文法的二义性、文法的实用限制等。
- 掌握文法的表示：BNF、扩充的BNF范式、语法图。
- 了解文法和语言的分类。

消除不活动符号和不可达符号 算法

10 Papers Every Programmer Should Read

1. On the criteria to be used in decomposing systems into modules – David Parnas
2. A Note On Distributed Computing – Jim Waldo, Geoff Wyant, Ann Wollrath, Sam Kendall
3. The Next 700 Programming Languages – P. J. Landin
4. Can Programming Be Liberated from the von Neumann Style? – **John Backus**
5. Reflections on Trusting Trust – Ken Thompson
6. Lisp: Good News, Bad News, How to Win Big – Richard Gabriel
7. An experimental evaluation of the assumption of independence in multiversion programming – John Knight and Nancy Leveson
8. Arguments and Results – James Noble
9. A Laboratory For Teaching Object-Oriented Thinking – Kent Beck, Ward Cunningham
10. Programming as an Experience: the inspiration for Self – David Ungar, Randall B. Smith