

## Aufgabe 1

Wir benötigen eine Möglichkeit, um jedes  $x \in \mathbb{N}$  in  $f$  als auch in  $g$  einzusetzen.

Wir lösen das Problem wie folgt:

Wir iterieren über alle natürlichen Zahlen, für  $x = 0$  oder  $\lfloor x/2 \rfloor$  setzen wir  $\lfloor x/2 \rfloor$  in  $f$  ein, sonst setzen wir  $\lfloor x/2 \rfloor$  in  $g$  ein.

Damit ergibt sich für die Funktion  $h$ :

$$h(x) = \begin{cases} f(\lfloor x/2 \rfloor) & \text{falls } x = 0 \text{ oder } x \text{ eine gerade Zahl ist} \\ g(\lfloor x/2 \rfloor) & \text{sonst} \end{cases}$$

Damit gilt  $W_h = W_f \cup W_g$  und somit auch  $W_h \subseteq W_f \cup W_g$  und  $W_h \supseteq W_f \cup W_g$ .  
 $W_h = W_f \cup W_g$  ist gegeben da alle Elemente aus dem Wertebereich von  $f$  in  $h$  liegen (da für jedes  $x \in \mathbb{N}$   $f(x)$  gebildet wird), und selbiges für alle  $x$  im Wertebereich von  $g$ .