Aufgabe 2

RE bezeichnet alle Mengen die Aufzählbar sind, also Mengen A, für die eine Funktion $h: \mathbb{N} \to \mathbb{N}^n$ mit $W_h = A$ existiert.

Da A und B in ${\bf RE}$ liegen, bedeutet dies, dass zwei Funktionen

$$f(x) = \mathbb{N} \to \mathbb{N}^n \text{ mit } W_f = A \text{ und}$$

$$\begin{array}{l} f(x) = \mathbb{N} \to \mathbb{N}^n \text{ mit } W_f = A \text{ und} \\ g(x) = \mathbb{N} \to \mathbb{N}^n \text{ mit } W_g = B \text{ existieren} \end{array}$$

Wir bilden damit nun wieder wie in Aufgabe 1 unsere Funktion h:

$$h(x) = \begin{cases} f(\lfloor x/2 \rfloor) & \text{falls } x = 0 \text{ oder } x \text{ eine gerade Zahl ist} \\ g(\lfloor x/2 \rfloor) & \text{sonst} \end{cases}$$

Da wir eine Funktion $h: \mathbb{N} \to \mathbb{N}^n$ mit $W_h = A \cup B$ angeben können, folgt:

$$A,B \in RE \Rightarrow A \cup B \in RE$$