Schubert Julian, Gruppe 4
Philipp Wahl, Gruppe 4

Abgabe zum 4. Übungsblatt (AGT 21)

Aufgabe 2:

b) Wir modellieren das Problem wie folgt: Wir erstellen zunächst einen Knoten s und einen Knoten t. Dann erstellen wir wie in der Skizze für n = 5 gezeigt jeden Knoten zwei mal (einmal mit Index 1 und einmal mit index zwei). Dann Verbinen wir s mit jeden Knoten in der Ersten Spalte, die Kantenkapazitäten sind dabei die entsprechenden Werte aus a. Dann wird jeder Knoten aus der zweiten Spalte mit t verbunden, die Kantenkapazitäten sind hierbei die entsprechenden Werte aus e.
Im letzen Schritt erstellen wir eine Kante von jedem Knoten aus der ersten Reihe zu jedem Knoten aus der zweiten Reihe (außer wie an der Skizze gezeigt zu sich selbst). Die Kapazität dieser Kanten ist dabe immer 1. In der Skizze haben wir dies zur Übersicht nur für den Ersten Knoten durchgeführt.
Nun sucht man einen maximalen s-t-Fluss. Wenn

$$\sum_{a_i \in a} a_i = \textbf{ Wert des maximalen s-t-Flusses}$$

gilt, so kann man einen Graphen mit der geforderten Eigenschaft konstruieren. Die Korrektheit ergibt sich wie folgt:
Aus dem Knoten v_i müssen genau a_i Kanten rausführen. Wenn der Graph vollständig ist ergibt sich $a_i = n - 1$, also werden alle Kantenkapazitäten voll ausgeschöpft. Wenn eine Kante nicht benötigt wird (um die Flusserhaltung zu gewährleisten) wird die Kante im s-t-Fluss nicht benutzt (0 / 1). Unser Konstrukt sorgt ebenfalls dafür, dass in dem Knoten v_i genau e_i Kanten hinein führen (da e_i-viele Kanten die volle Kapazität nutzen).
Den entsprechenden Graphen kann man also Bilden, indem man für jede Kante von v_{i1} nach v_{j2} schaut, ob diese die volle Kapazität (also 1) benutzt. Ist dies der Fall, wird sie zum Graphen hinzugefügt. Da die Flusserhaltung nicht verletzt ist werden auch die geforderten Eingangs- / Ausgangsgrade eingehalten.

Aufgabe 3

a) Ein Knoten mit negativem Bedarf bedeutet, dass er im Graphen G mehr abgeben kann als er aufnimmt. Wir fügen zu unserem bestehenden Graphen G noch die Knoten s und t hinzu. Hat ein Knoten einen negativen Bearf, fügen wir eine Kante von s zu diesem Knoten hinzu. die Kapatzität der Kante ist dabei abs(bedarf). Hat ein Knoten einen positiven Bedarf fügen wir eine Kante von diesem Knoten zum Knoten t hinzu, die Kapazität ist hierbei wieder der Bedarf des Knotens. Gibt es nun einen s-t-Fluss mit Wert gleich der Summe aller Knotenkapazitäten so können alle Knoten mit negativem Bedarf die Knoten mit positivem Bedarf ausgleichen.

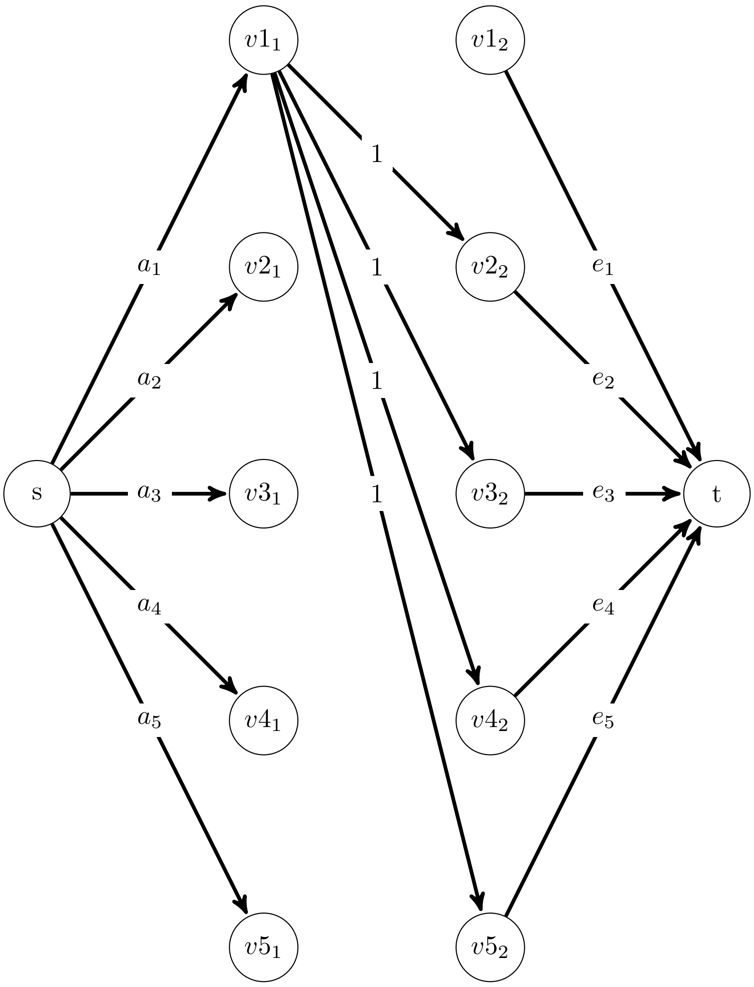

Abbildung 1: Skizze für n = 5

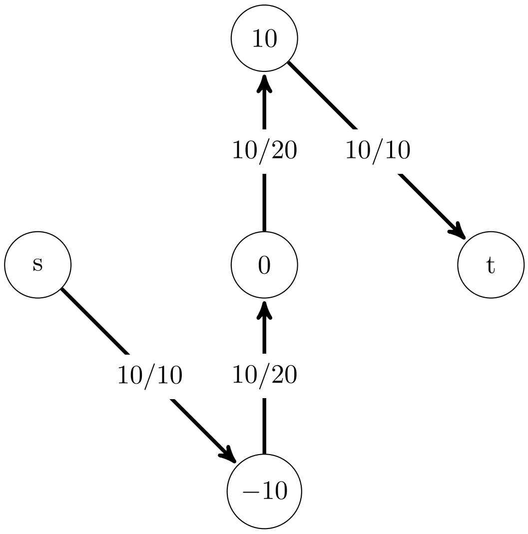

Abbildung 2: Skizze für zwei Knoten die sich ausgleichen

b) Unsere Lösung ist korrekt da wenn es einen wie oben konstruierten s-t-Fluss gibt, dann gibt es einen b-fluss. Die Kapatzitäten aller Kanten ist dabei genau die des orgeinalen Graphen aus der Skizze.