

Algorithmische Graphentheorie

Julian Schubert

19. April 2021

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|-----------------------------|----------|
| 1 | Wichtige Begriffe | 2 |
| 2 | Eulerkreise | 2 |
| 2.1 | Eulerkreis finden | 2 |
| 3 | Hamiltonkreise | 2 |

1 Wichtige Begriffe

Definition 1

Ein gerichteter Graph G ist **schwach** zusammenhängend wenn der darunterliegende ungerichtete Graph zusammenhängend ist
 Ein gerichteter Graph G ist **stark** zusammenhängend wenn es für jedes Knotenpaar (u, v) einen gerichteten Weg von u nach v gibt

2 Eulerkreise

Definition 2: Eulerkreis

Sei G ein (un-)gerichteter Graph.
 Ein Eulerkreis (-weg) in G ist ein Kreis (Weg), der jede **Kante** genau einmal durchläuft.
 Ein Graph heißt **eulersch**, falls er einen Eulerkreis enthält

Ein Graph der nur einen Eulerweg aber keinen Eulerkreis enthält, ist nicht eulersch!

Eigenschaft 1: Satz von Euler

Sei G ein ungerichteter und zsh. Graph.
 Dann gilt: G eulersch \Leftrightarrow alle Knoten haben geraden Grad

Bei gerichteten Graphen: $\text{indeg}(v) = \text{outdeg}(v)$

2.1 Eulerkreis finden

Man kann in $O(E)$ testen ob G eulersch ist (Knotengrade zählen)

Eulerkreis finden:

Verwalte in jedem Knoten v einen Zeiger $\text{curr}[v]$, der auf den ersten unbenutzten Nachbarn w zeigt

3 Hamiltonkreise

Definition 3: Hamiltonkreis NP-schwer

Sei G ein (un-)gerichteter Graph. Ein Hamiltonkreis (-weg) in G ist ein Kreis (Weg), der jeden **Knoten** genau einmal durchläuft.

Eigenschaft 2: Satz von Bondy und Chvátal

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $|V| \geq 3$
Seien u und v nicht-adjazente Knoten von G mit $\deg(u) + \deg(v) \geq n := |V|$. Dann gilt:
 G hamiltons $\Leftrightarrow G + uv$ hamiltons

Eigenschaft 3: Satz von Dirac

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $|V| \geq 3$. Falls jeder Knoten von G $\text{Grad} \geq |V| / 2$ hat, so ist G hamiltons

TODO: Beweisen