Theoretische Informatik

Julian Schubert

20. April 2021

Inhaltsverzeichnis

1 Wichtige Vermutungen

Definition 1: Goldbachsche Vermutung

Jede natürliche gerade Zahl größer 2 ist Summe zweier Primzahlen

Definition 2: Collaz-Problem (3n +1)-Vermutung

- Beginne mit irgendeiner natürlichen Zahl $n > 0$
- Ist n gerade, son imm als nächstes $n//2$ (abrundende Division)
- Wiederhole das Vorgehen mit der erhaltenen Zahl

Vermutung: Jede so konstruierte Zahlenfolge mündet in den Zyklus 4, 2, 1, egal mit welcher natürlichen zahl $n > 0$ beginnt

2 Elementare Begriffe

2.1 Komplexitätsklassen

$$ALL \subset P \subset NP$$

- **ALL:** Alle Probleme
- **NP:** Probleme, deren Lösungen schnell übrprüft weden können (effizient überprüfbare Probleme)
- **P:** Probleme, die isch in polynomieller Zeit lösen lassen (effizient lösbare Probleme)

2.2 Funktionen

Definition 3: Funktionen

Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Funktionen

- **Definitionsbereich** von f:
  $D_f = \{a \in A|$ es existiert ein $b \in B$ mit $f(a) = b\}$
  $\Rightarrow$ Alles was etwas im Wertebereich trifft
- **Wertebereich** von f:
  $D_f = \{a \in A|$ es existiert ein $a \in A$ mit $f(a) = b\}$
  $\Rightarrow$ alles was von etwas im Definitionsbereich getroffen wird

- **Total:** $D_f = A$
- **Surjektiv:** $W_f = B$
- **Injektiv:** aus $a_1, a_2 \in D$ und $a_1 \neq a_2$ folgt $f(a_1) \neq f(a_2)$
- **Bijektiv:** f ist total, surjektiv und injektiv
- ist f injektiv, so existiert die **Umkehrfunktion** $f^{-1} : B \to A$ mit $f^{-1}(b) =$ dasjenige $a \in A$ mit $f(a) = b$

2.3 Binärdarstellung

Definition 4

Jede natürliche Zahl $n \geq 1$ ist in genau einer Weise darstellbar als

$$n = \sum_{i=0}^{m} a_i \cdot 2^i$$

mit $m \in \mathbb{N}, a_m = 1$ und $a_0, \ldots, a_{m-1} \in \{0, 1\}$.

Eigenschaft 1: Binärdarstellung

$$bin(2n + a) = bin(n)a \text{ für } n \geq 1 \text{ und } a \in \{0, 1\}$$

2.4 Listencodierung

Liste von Binärzahlen: $\langle x_1, \ldots, x_n \rangle$
Anwendung: Bits verdoppeln, 10 alss Anfangs-, Trenn- und Enmarkierung
Beispiele:

$\langle\rangle = bin^{-1}(10) = 2$
$\langle 2 \rangle = bin^{-1}(10110010) = 178$
$\langle 5, 3, 2 \rangle = bin^{-1}(1011001110111110110010) = 2944946$

3 While

Definition 5: While-Berechenbarkeit

Eine Funktion ist dann **While-Berechenbar**, falls es ein While-Programm gibt, sodass der Definitionsbereich von beiden identisch ist und der Wert für alle Eingaben übereinstimmt.

Definition 6: Loop-Programm

ein **Loop-Programm** ist ein While-Programm mit folgenden Eigenschaften:

- Das Programm enthält keine While-Schleifen
- Aus einer Funktion können nur weiter oben deklarierte Funktionen aufgerufen werden. Insbesondere sind keine Selbstaufrufe erlaubt
- Das Programm enhält nur Funktionsdeklarationen mit Initialiserung