

填空题: (每题 4 分)

1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \arctan \left[\frac{(|xy|)^{\frac{2021}{2020}}}{x^2 + y^2} \right] =$ _____
2. 在 yOz 平面上, 曲线 $y^2 + 2z^2 = 4z$ 绕 z 轴旋转, 所得的旋转曲面方程_____
3. 过原点到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ 的垂线, 垂足坐标为_____.
4. 求直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ 在平面 $x - y + 2z - 1 = 0$ 上的投影直线方程_____
5. 设函数 $u = u(x, y, z) = \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{1}{z}}$, 则 $du|_{(1,1,1)} =$ _____ .
6. 函数 $f(x, y)$ 可微, 且满足 $f(1, 1) = 1$, $f'_x(1, 1) = 2$, $f'_y(1, 1) = -1$. 定义函数 $\varphi(x) = f(x^{-1}, f(x, f(x^2, x^3)))$, 则导数 $\varphi'(1) =$ _____.
7. 已知 $f\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right) = 0$, 其中 f 为二元可微函数. 由此确定的隐函数 $z = z(x, y)$, 它的偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____ ; $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.
8. 设 $z = \frac{1}{x} f(xy)$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.
9. 由方程 $g(x, y, z) = 0$ 和 $h(x, z) = 0$, 求隐函数的导数 $\frac{dy}{dx} =$ _____ .
10. 空间曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3z^2 = 5 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$, 它在点 $(1, 0, 1)$ 处切线的方程为_____
11. 设 \vec{n} 是曲面 $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ 在点 $P(1, 1, 1)$ 处指向外侧的法向量. 则函数 $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 在点 P 处沿方向 \vec{n} 的方向导数为_____ .
12. 曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 6$ 上某一点处的切平面与平面 $2x + 6y + 3z = 11$ 平行. 则该切平面的方程为_____ .