Solution

Yong YANG, 2019110294

Beijing University of Posts and Telecommunications

October 12, 2019

设 $A=\begin{bmatrix} a & 1-a \\ b & 1-b \end{bmatrix}(0<a,b<1)$, 求 $\lim\limits_{n\to\infty} A^n$.

解.

容易计算出:

$$A^n=\begin{bmatrix} \frac{b-(a-1)(a-b)^n}{-a+b+1} & -\frac{(a-1)((a-b)^n-1)}{a-b-1} \\ \frac{b((a-b)^n-1)}{a-b-1} & \frac{b(a-b)^n-a+1}{-a+b+1} \end{bmatrix}.$$

取极限, 得到:

$$\lim_{n\to\infty} A^n=\begin{bmatrix} \frac{b}{-a+b+1} & \frac{a-1}{a-b-1} \\ -\frac{b}{a-b-1} & \frac{-a+1}{-a+b+1} \end{bmatrix}.$$

谢　谢