

# 概率论与随机过程：作业 #5

完成于 9 月 22 日, 2019

杨勇, 2019110294

## 习题 1

试证:

- (1) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi$ , 则  $\xi_n - \xi \xrightarrow{p} 0$ ;
- (2) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi$ ,  $\xi_n \xrightarrow{p} \eta$ , 则  $P(\xi = \eta) = 1$ ;
- (3) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi$ , 则  $\xi_n - \xi_m \xrightarrow{p} 0 (n, m \rightarrow \infty)$ ;
- (4) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi$ , 则对任意常数  $C$ , 有  $C\xi_n \xrightarrow{p} C\xi$ . 若  $\eta$  为随机变量, 有  $\xi_n\eta \xrightarrow{p} \xi\eta$ ;
- (5) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi, \eta_n \xrightarrow{p} \eta$ , 则  $\xi_n \pm \eta_n \xrightarrow{p} \xi \pm \eta, \xi_n\eta_n \xrightarrow{p} \xi\eta$ ;
- (6) 若  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi, \eta_n \xrightarrow{p} \eta$ , 且  $g(x)$  是  $\mathbb{R}^{(1)}$  上的连续函数, 则  $g(\xi_n) \xrightarrow{p} g(\xi)$ .

## 习题 2

设  $\{\xi_n\}$  是单调下降的正随机变量列, 且  $\xi_n \xrightarrow{p} 0$ , 试证  $\xi_n \rightarrow 0, \text{a.e.}$

## 习题 3

证明: 若存在常数  $C > 0$ , 使  $|\xi_n| < C, |\xi| < C$ , 则  $\xi_n \xrightarrow{p} \xi$  的充要条件是  $\xi_n$  平均收敛于  $\xi$ .