

《概率论与数理统计》期末考试试题 (B)

考试注意事项：学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一

律无效。

- 律无效。
一、填空题（每空4分，共40分）
 $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$
 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$
 $P(A|B) = \frac{1}{2}$
 $P(B|A) = \frac{1}{3}$
 $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$
设A, B为两事件，且 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, 则 $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

随机变量 X 的概率密度为

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_0^1 = -1 - (-\infty) = \infty$$

$$P\{X > 1\} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}. (\text{先确定常数 } q, \text{再计算 } P\{X > 1\})$$

$$= 2a \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且 $X \sim N(0, 3)$, $Y \sim N(0, 4)$, 则 $2X - Y$ 与 $2X + Y$

的相关系数为 $\frac{1}{2}$.

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且 $X \sim U(0, 2)$

5. 某种型号器件的寿命 X (单位: 小时) 具有概率密度

$$\left. \begin{aligned} & \frac{x}{1000} \\ & 1000 < x \end{aligned} \right\} = f(x)$$

现有一大批此种器件,从中任取10件, Y 表示10件器件中寿命大于2000小时

的件数, 则 $D(Y) = \frac{5}{2}$.

设 X_1, X_2, \dots, X_{48} 独立同分布, 且 $X_i \sim U(-1, 1)$, 利用中心极限定理可得 $\sim N(0, 16)$.

$$P\{|X| \geq 2\} \approx \overline{2\Phi(\frac{2}{\sigma})} - 1.$$

设 X 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $E(e^X) = e^{2e-2}$.

$$F(x) = \frac{F_M}{x} = \frac{F_M}{x} \cdot \frac{x}{x} = \frac{F_M x}{x^2} = \frac{F_M x}{x^2}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的样本, $\theta \in (0, +\infty)$ 为未知参数, $X_i \sim N(\theta, 1)$.

$$f(x|\theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{1-x^{\theta-1}}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

五. (10分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{21}{4} x^2 y, & x^2 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

四. (10分) 设随机向量 (X, Y) 的概率密度为

(1) $P\{X > 2Y\}$; (2) $Z = \min(X, Y)$ 的分布函数; (3) $U = X + Y$ 的概率密度.

三. (10分) 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且均服从参数为 1 的指数分布, 求

(1) X 的分布律; (2) $E(X)$; (3) X 的分布函数.

个球,以 X 表示取出的 3 球中的红球数,求

二. (10分) 一袋中有5个球, 其中2个红球, 3个白球, 从中不放回地任取3个球, 求取到2个红球1个白球的概率.

$$(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5^2)^{1/2} \text{ 的极大似然估计量, 则 } c = \underline{2}.$$

圖 14. 鋼絲繩的斷面圖 (a)

10. 设 X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 为来自总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 若统计量 $D(X) = \frac{D(X)}{n} = \frac{1}{n} \cdot p(\infty)$

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $b(1, p)$ 的样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则 $D(\bar{X}) = \frac{1}{n} p(1-p)$

本标准差为 $s = 2.4$, 则 μ 的置信水平为 95% 的置信区间为 _____.

8. 从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取容量为 16 的样本, 算得样本均值为 $\bar{x} = 14.68$, 样

$\frac{1.78}{2}$
 1.3
 1.78
 1.298
 1.6
 $\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$

2.15



扫描全能王 创建

(1)求 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$; (2) 证明 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计.

六. (10 分) 有甲、乙两台机器生产同种类型的金属部件. 分别在两台机器所生产的部件中各抽取一个容量均为8的样本, 测量部件的重量(单位:kg), 经计算得样本均值和样本方差如下: $N=8$

$$\text{甲机器: } \bar{x} = 12.68, \quad s_1^2 = 5.06,$$

$$\text{乙机器: } \bar{y} = 10.45, \quad s_2^2 = 2.94,$$

设甲、乙两台机器生产的金属部件的重量分别服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$,

(1) 试检验假设: $H_0: \sigma_1 = \sigma_2$ $H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$ (显著性水平 $\alpha = 0.1$);

(2) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 能否认为甲机器生产的部件的重量比乙机器生产的部件的重量大?

七. (10 分) 在钢线碳含量对于电阻的效应的研究中, 得到以下数据:

碳含量 $x(\%)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
电阻 $y(\mu\Omega)$	15	18	19	21	23	25	26

$$\text{并计算得 } \sum_{i=1}^7 x_i = 2.8, \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 1.4, \sum_{i=1}^7 y_i = 147, \sum_{i=1}^7 y_i^2 = 3181, \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 63.9,$$

$$(1) \text{求线性回归方程 } \hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x;$$

(2) 在显著水平 $\alpha = 0.01$ 下, 检验回归方程的显著性, 即检验假设

$$H_0: \beta_1 = 0, H_1: \beta_1 \neq 0$$

$$\text{附: } \Phi(0.5) = 0.6915, \quad t_{0.025}(15) = 2.13, \quad t_{0.05}(14) = 1.76, \quad F_{0.05}(7, 7) = 3.79,$$

$$F_{0.01}(1, 5) = 16.3.$$

