

Temă

Bazele Electrotehnicii

Valentin-Răzvan Bogdan

Grupa 311CA

Facultatea de Automatică și Calculatoare

Universitatea Politehnica din București

bogdanvrazvan@gmail.com

21 mai 2022

Cuprins

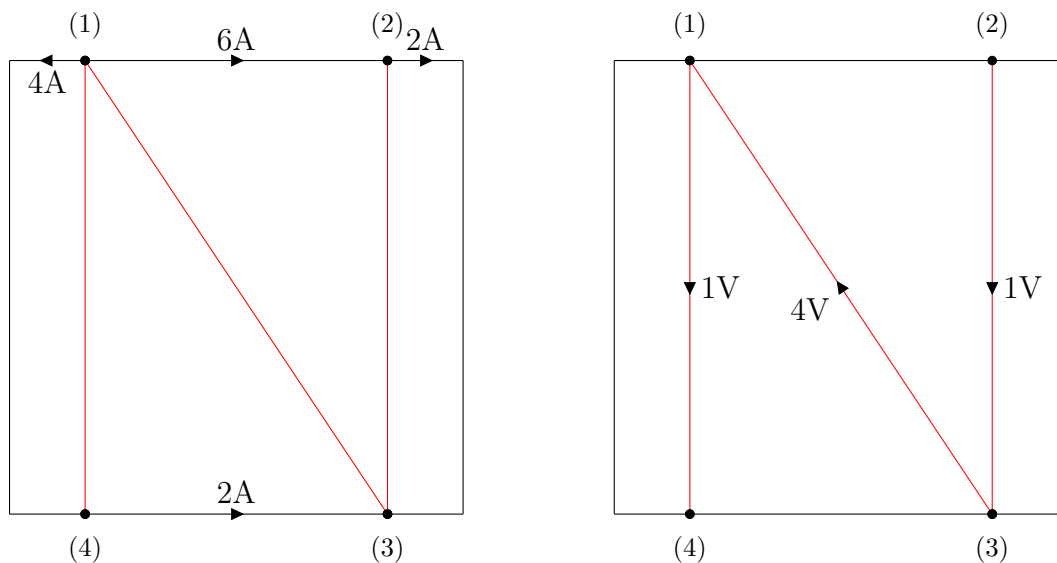
1	Generarea unui circuit	3
1.1	Generarea grafurilor de tensiune si curent	3
1.2	Completarea grafurilor de tensiune și curent	4
1.3	Plasarea elementelor pe laturi	5
1.4	Calcularea parametrilor elementelor	5
1.5	Bilanțul puterilor	6
2	Metode sistematice eficiente	7
2.1	Determinarea celei mai eficiente metode	7
2.2	Alegerea unui arbore normal	8
2.3	Alegerea sensurilor de referințe	9
2.4	Generarea secțiunilor și rezolvarea ecuațiilor	9
2.5	Verificarea grafurilor de tensiuni și intensități cu cele generate	10
3	Generatorul echivalent de tensiune	12
3.1	Alegerea rezistorului	12
3.2	Determinarea tensiunii echivalente	12
3.3	Determinarea rezistenței echivalente	13
3.4	Determinarea circuitului echivalent	14
3.5	Reprezentarea grafică a caracteristicilor	15
3.6	Dioda Zener	16
4	Surse comandate	18
4.1	Alegerea unei surse de curent ideal(SIC)	18
4.2	Calcularea coeficientului de transfer în curent	18
4.3	Crearea sistemului de ecuații al circuitului	19
4.4	Rezolvarea sistemului folosind Matlab	20
5	Rezolvarea circuitelor de curent alternativ	21
5.1	Adăugarea bobinei și a condensatorului	21
5.2	Trecerea în complex	21
5.3	Rezolvarea circuitului folosind Matlab	22
5.4	Bilanțul puterilor	24
	Bibliografie	25

1 Generarea unui circuit

Acest exercițiu presupune generarea unui circuit electric liniar rezistiv, fără surse comandate, cu cel puțin o sursă de tensiune și cel puțin o sursă de curent. Topologia circuitului trebuie aleasă astfel încât graful circuitului să aibă cel puțin 4 ochiuri.

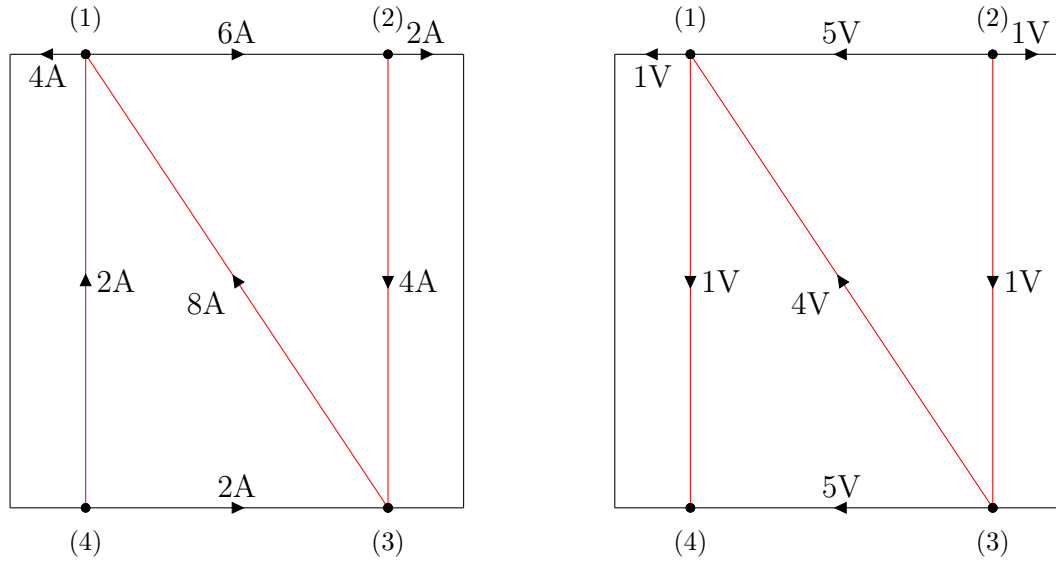
1.1 Generarea grafurilor de tensiune și curent

În figura de mai jos sunt prezentate cele două grafuri (curent și tensiune) alese, iar arborele este format din liniile roșii. Se observă că avem $L = 7$, $N = 4$, iar circuitul are cel puțin 4 ochiuri, în condițiile exercițiului.



1.2 Completarea grafurilor de tensiune și curent

Se completează grafurile și se verifică teorema lui Tellegen. Această verificare este importantă pentru că validează corectitudinea completării grafurilor. Pentru completare voi folosi Legea lui Kirchhoff pentru curenți și tensiuni.



Iar acum voi verifica teorema lui Tellegen.

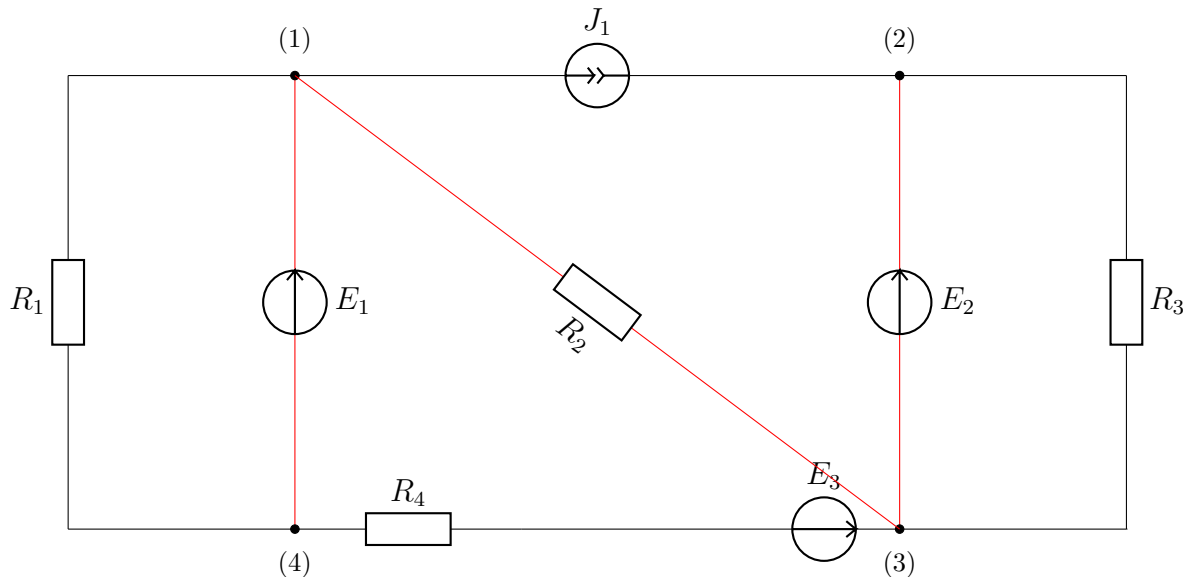
$$P_G = 2 * 1 + 6 * 5 + 2 * 5 = 42W$$

$$P_R = 4 * 1 + 8 * 4 + 2 * 1 + 4 * 1 = 42W$$

Rezultă că graful a fost completat corect.

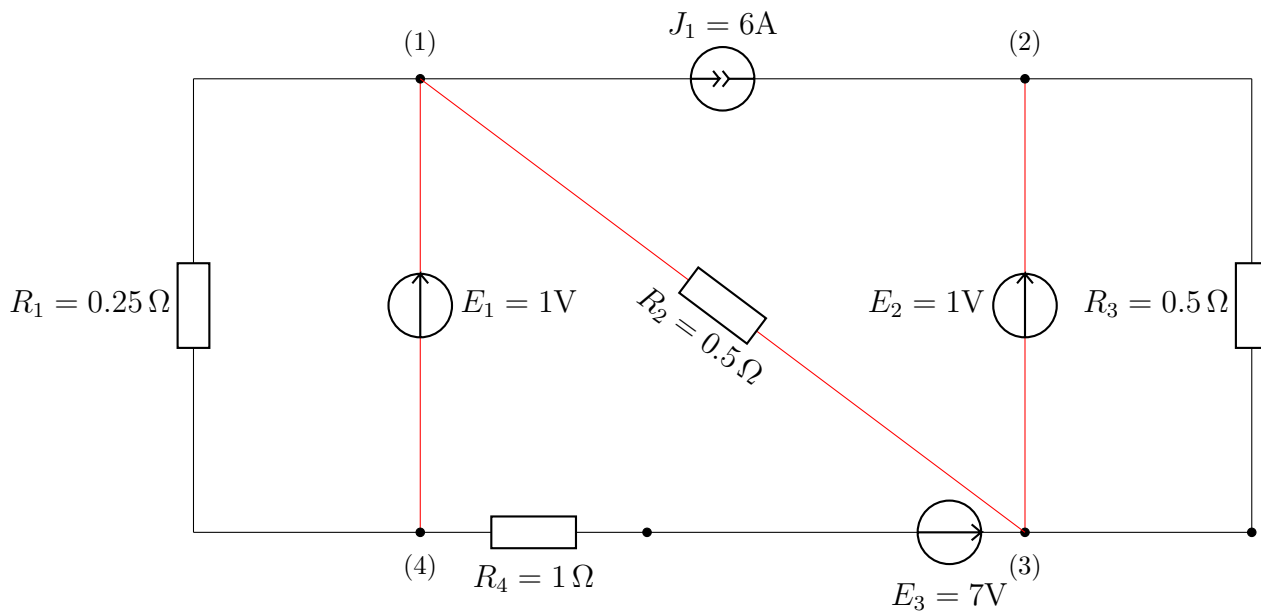
1.3 Plasarea elementelor pe laturi

Se plasează elemente pe laturi.



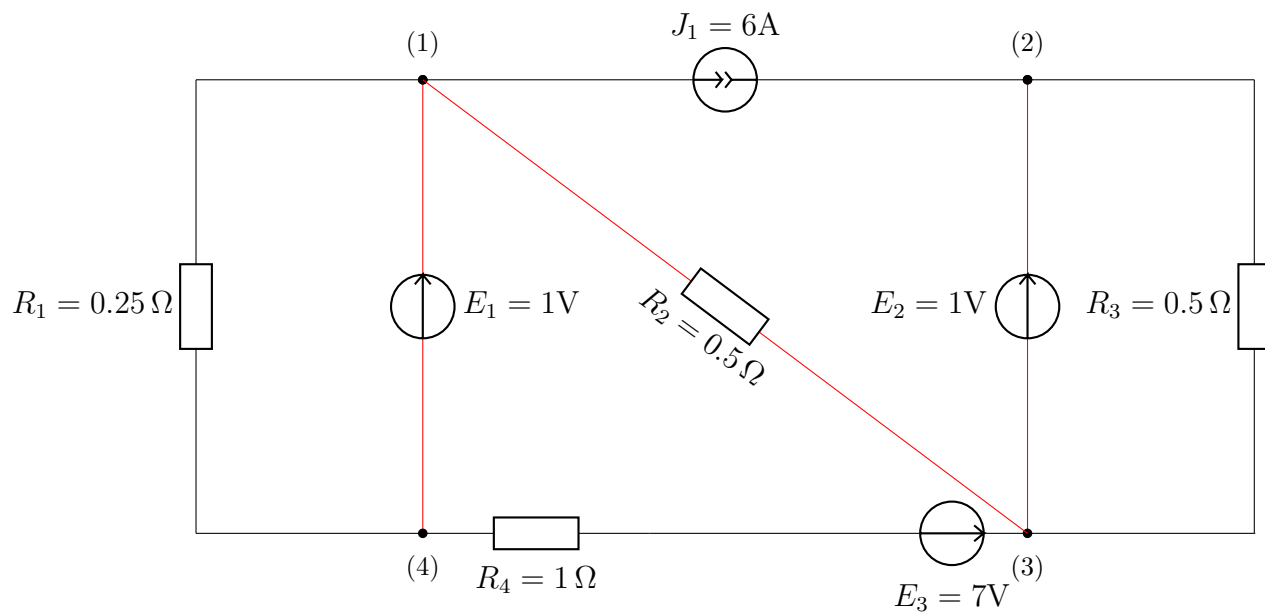
1.4 Calcularea parametrilor elementelor

Se calculează parametrii elementelor. Pe laturile cu un singur element acestea se calculează în mod univoc în funcție de grafurile de curent și tensiune. În cazul și în care există o sursă reală vom alege arbitrar un element, iar celălalt se va afla în mod univoc.



1.5 Bilanțul puterilor

Verificarea finală o constituie calculul puterilor transferate de elemente. Ea validează corectitudinea calculului parametrilor.



$$P_C = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} = 4 + 32 + 2 + 4 = 42\text{W}$$

$$P_G = P_{E_1} + P_{E_2} + P_{E_3} + P_{J_1} = 2 - 4 + 14 + 30 = 42\text{W}$$

Rezultă că parametrii au valorile în regulă.

2 Metode sistematice eficiente

2.1 Determinarea celei mai eficiente metode

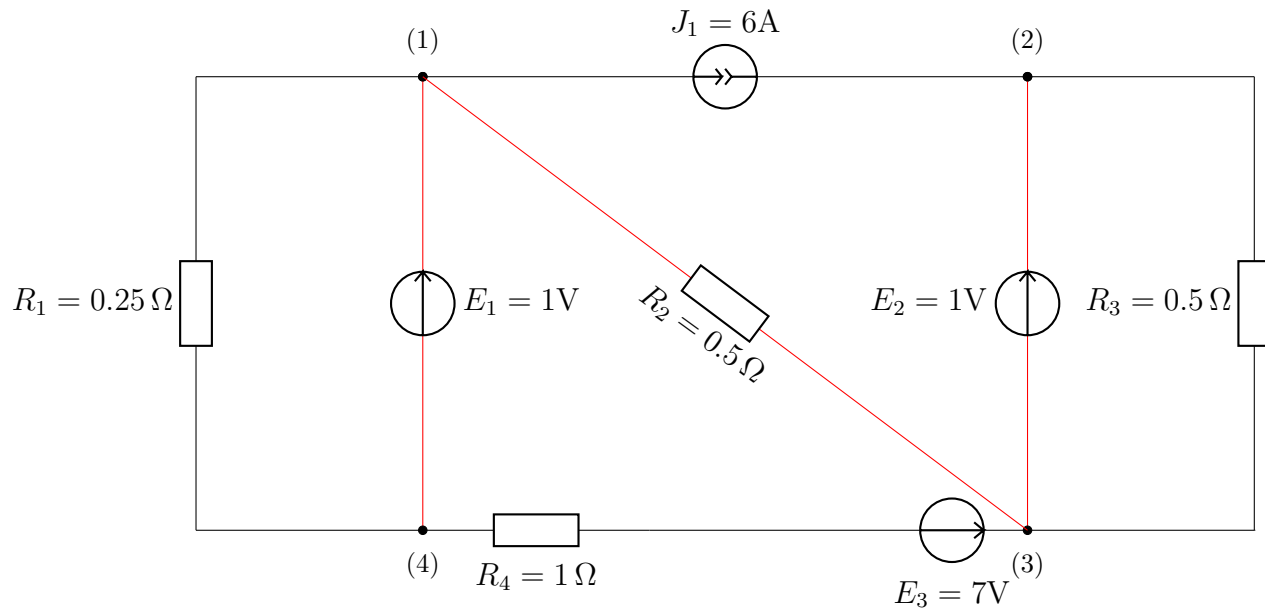
Metodă	Număr de ecuații
Kirchhoff clasic	$2L = 14$ ecuații
Kirchhoff în curenți	$L - N + 1 = 4$ ecuații
Kirchhoff în tensiuni	$N - 1 = 3$ ecuații
Curenți de coarde (curenți de bucle/curenți ciclici)	$L - N + 1 - n_{SIC} = 3$ ecuații
Tensiuni în ramuri (potențiale ale nodurilor dacă SIT formează un subgraf conex)	$N - 1 - n_{SIT} = 1$ ecuație

Pentru a determina cea mai eficientă metodă mă voi folosi de L - numărul de laturi, N - numărul de noduri, n_{SIC} - numărul de surse ideale de curent și n_{SIT} - numărul de surse ideale de tensiune.

Conform tabelului, cea mai eficientă metodă este tensiunea în ramuri deoarece SIT-urile nu formează un subgraf conex.

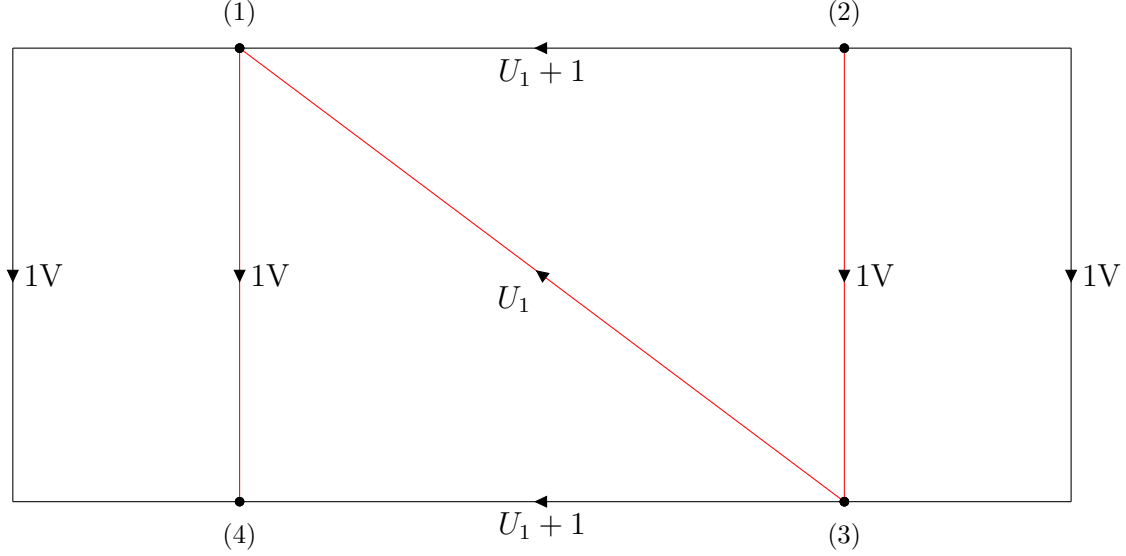
2.2 Alegerea unui arbore normal

Se alege un arbore care să conțină toate SIT-urile și niciun SIC.



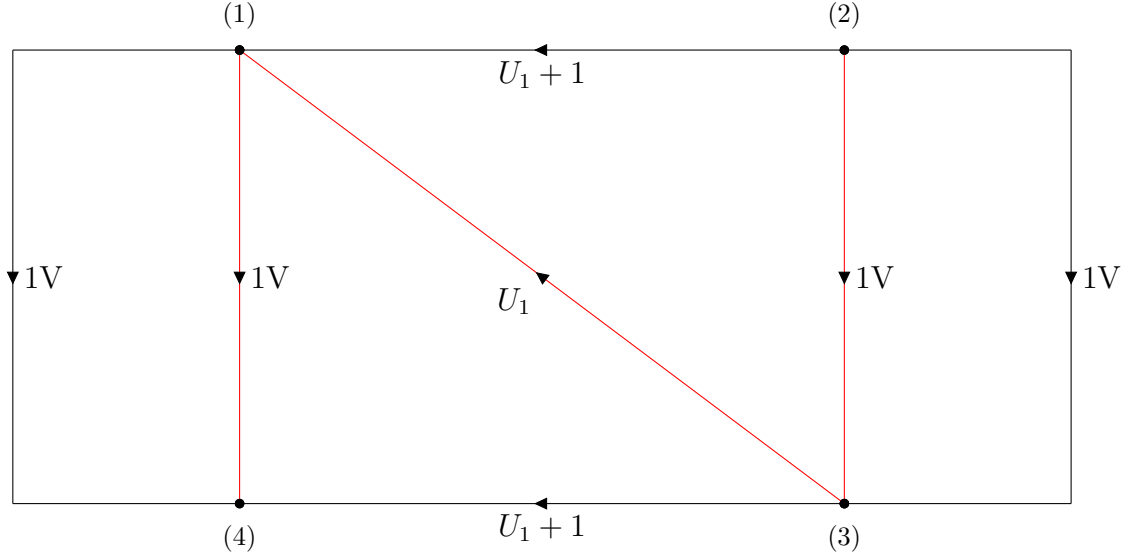
2.3 Alegerea sensurilor de referințe

Se aleg sensuri de referință arbitrare și se notează cu simboluri tensiunile din ramurile SRC (SRT cu rezistențe nenule) și cu valori numerice tensiunile din ramurile SIT. De asemenea, se orientează arbitrar tensiunile din coarde, aflând expresiile simbolice.



2.4 Generarea secțiunilor și rezolvarea ecuațiilor

Se generează $N - 1 - n_{SIT} = 1$ secțiuni și se scriu relații Kirchhof 1 din care se află restul de tensiuni.

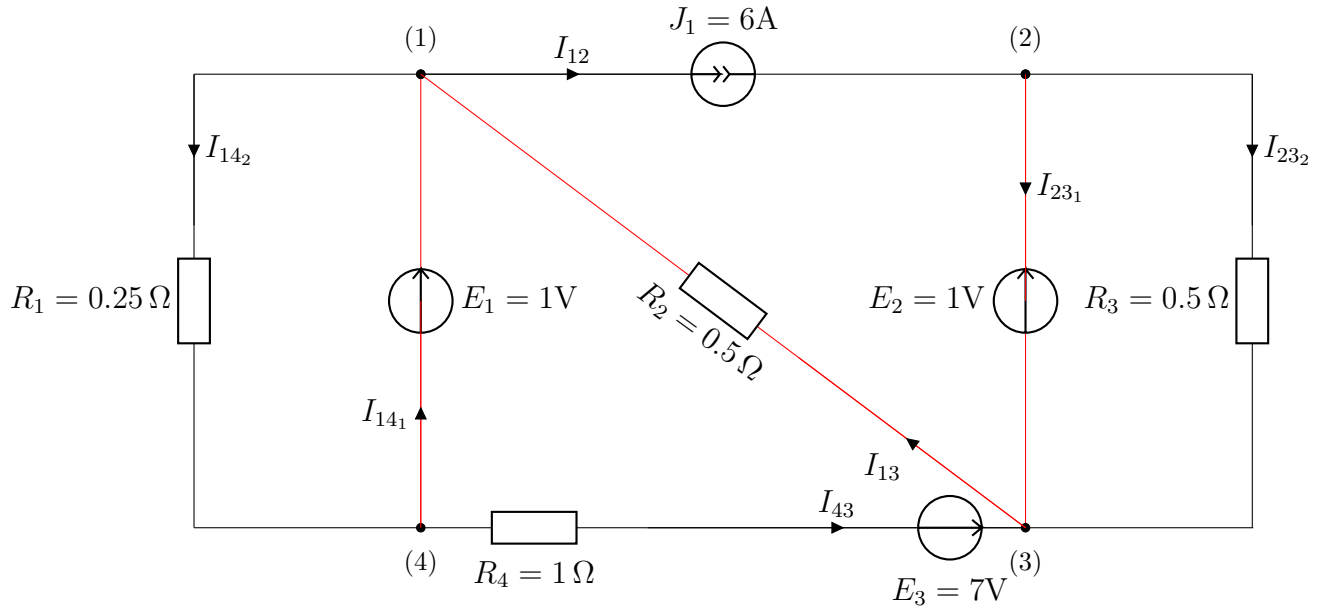


Se observă că secțiunea va fi generată de latura cu U_1 , prin urmare singura ecuație va fi: $J_1 - \frac{U_1}{R_2} + \frac{E_3 - U_1 - 1}{R_4} = 0$. De aici rezultă că $U_1 = 4$. Odată calculat, putem completa graful

de tensiuni.

2.5 Verificarea grafurilor de tensiuni și intensități cu cele generate

Voi verifica dacă și graful de intensități este același. În acest caz, metoda a fost aplicată corect.



Pentru completarea grafului de intensități ne vom folosi de cele aflate anterior.

$$I_{14_2} = \frac{U_{14}}{R_1} = 4\text{A}$$

$$I_{13} = \frac{U_{13}}{R_2} = 8\text{A}$$

$$I_{43} = \frac{E_1 + 1 - U_{43}}{R_4} = 2\text{A}$$

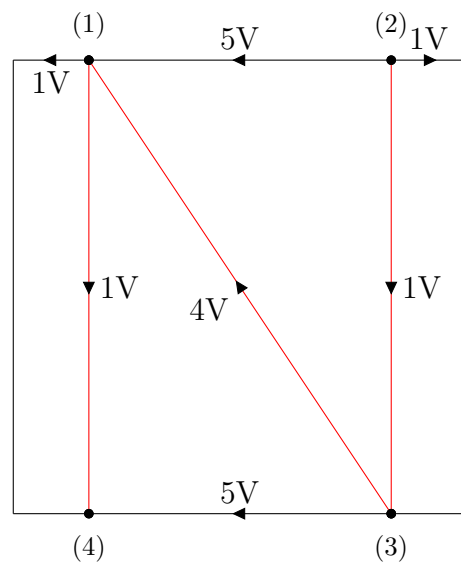
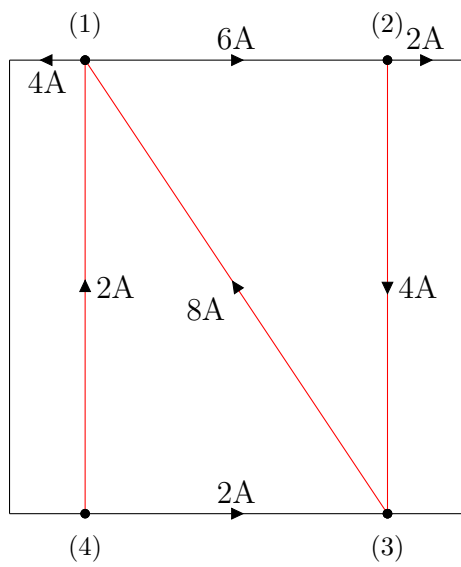
$$I_{12} = J_1 = 6\text{A}$$

$$I_{14_1} = I_{14_2} + I_{12} - I_{13} = 2\text{A}$$

$$I_{23_2} = \frac{U_{23}}{R_3} = 2\text{A}$$

$$I_{23_1} = I_{12} - I_{23_2} = 4\text{A}$$

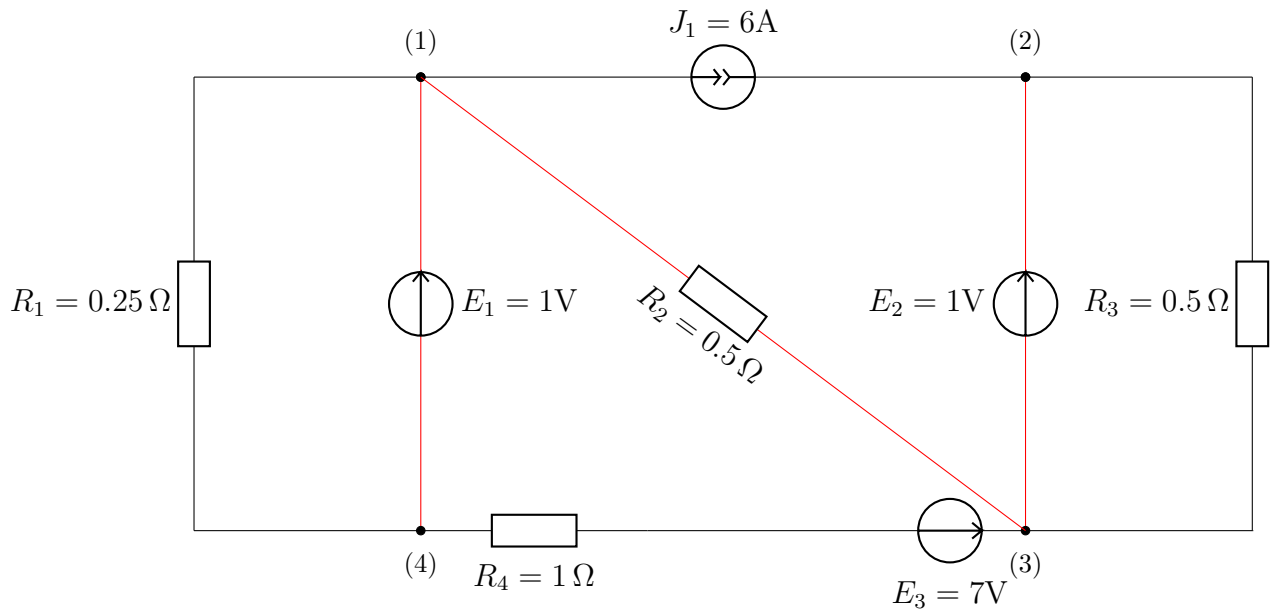
În final, cele două grafuri arată precum cele generate, în concluzia metoda a funcționat.



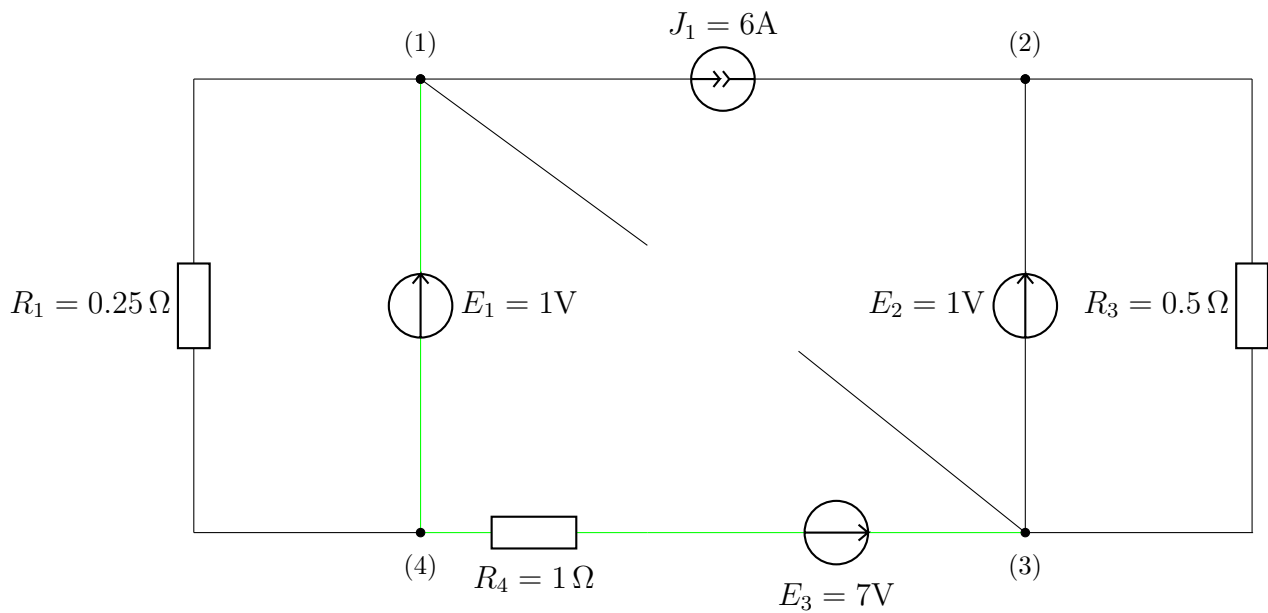
3 Generatorul echivalent de tensiune

3.1 Alegerea rezistorului

Voi modela circuitul echivalent la bornele rezistorului R_2 .



3.2 Determinarea tensiunii echivalente

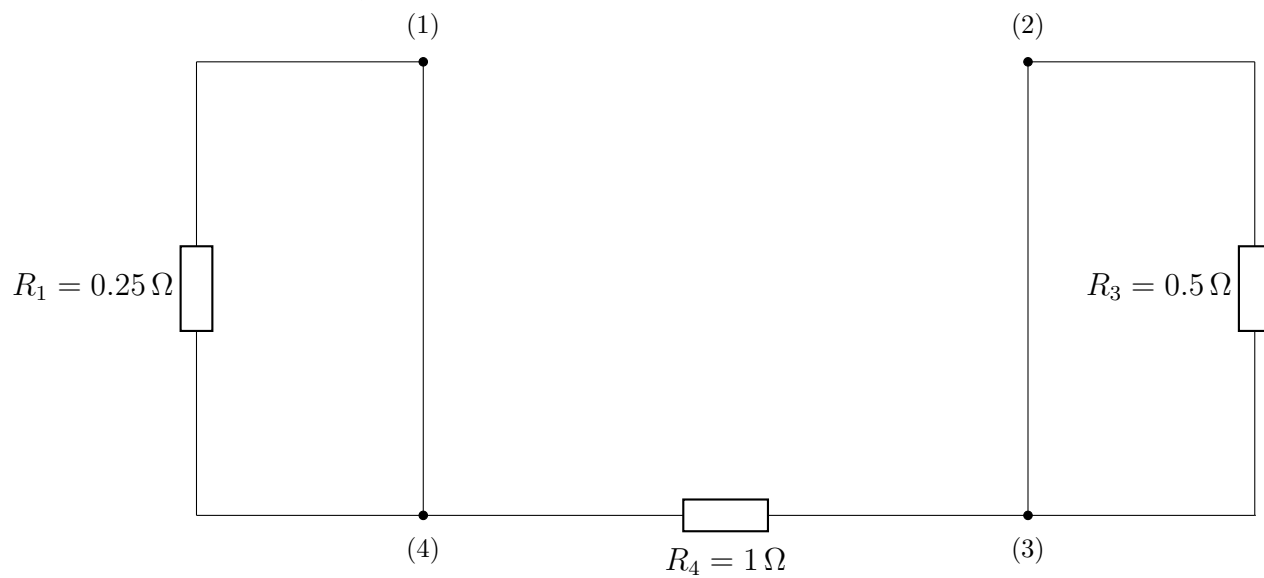


Rămâne de calculat tensiunea de mers în gol U_{31} .

Pe drumul 3 - 4 - 1: $U_{31} = E_3 + R_4 * J_1 - E_1 = 12V = E_{echiv}$.

3.3 Determinarea rezistenței echivalente

Pentru a determina rezistența echivalentă voi pasiviza circuitul de la pasul anterior.



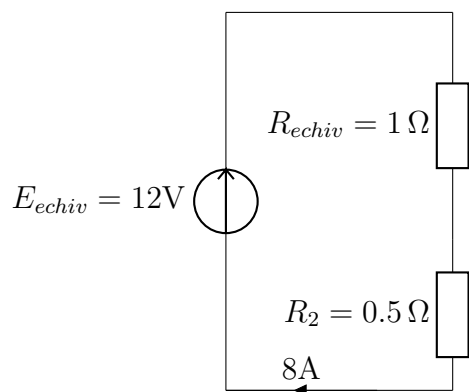
În aceste condiții, rezistența echivalentă va fi $R_{echiv} = R_4 = 1 \Omega$.

În continuare, conform Teoremei lui Thevenin, $I(R) = \frac{U_{echiv}}{R_2 + R_{echiv}} = 8A$.

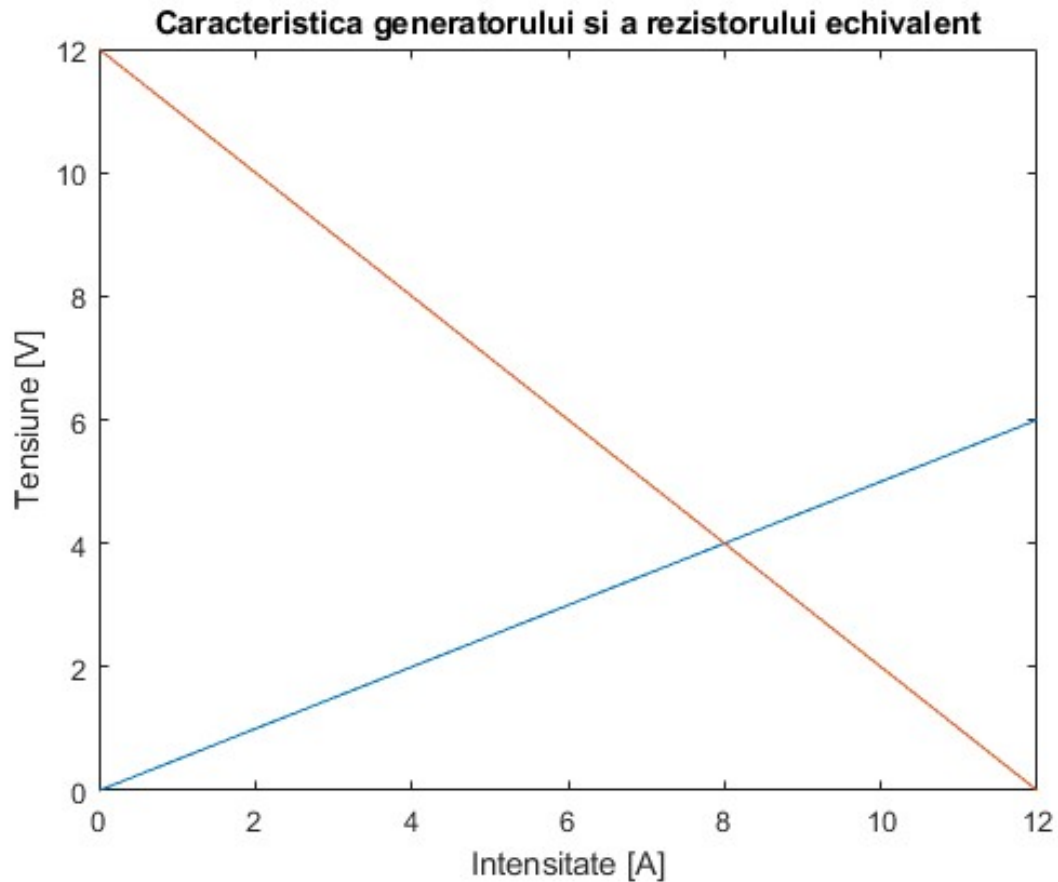
;

3.4 Determinarea circuitului echivalent

Având toate datele, se poate construi circuitul echivalent.



3.5 Reprezentarea grafică a caracteristicilor

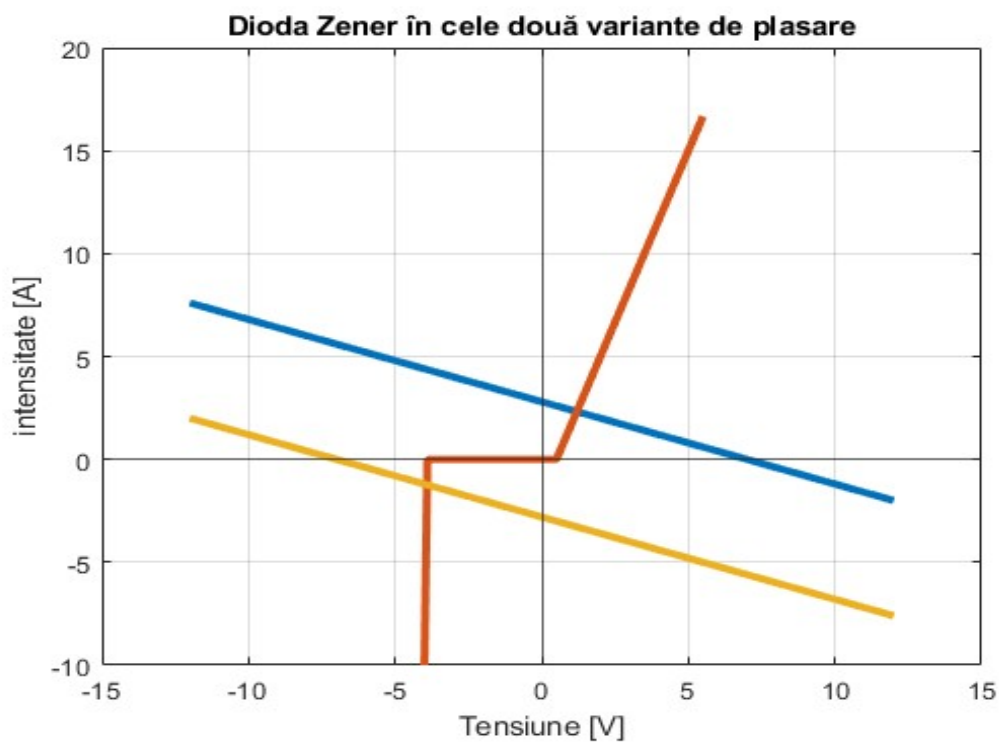
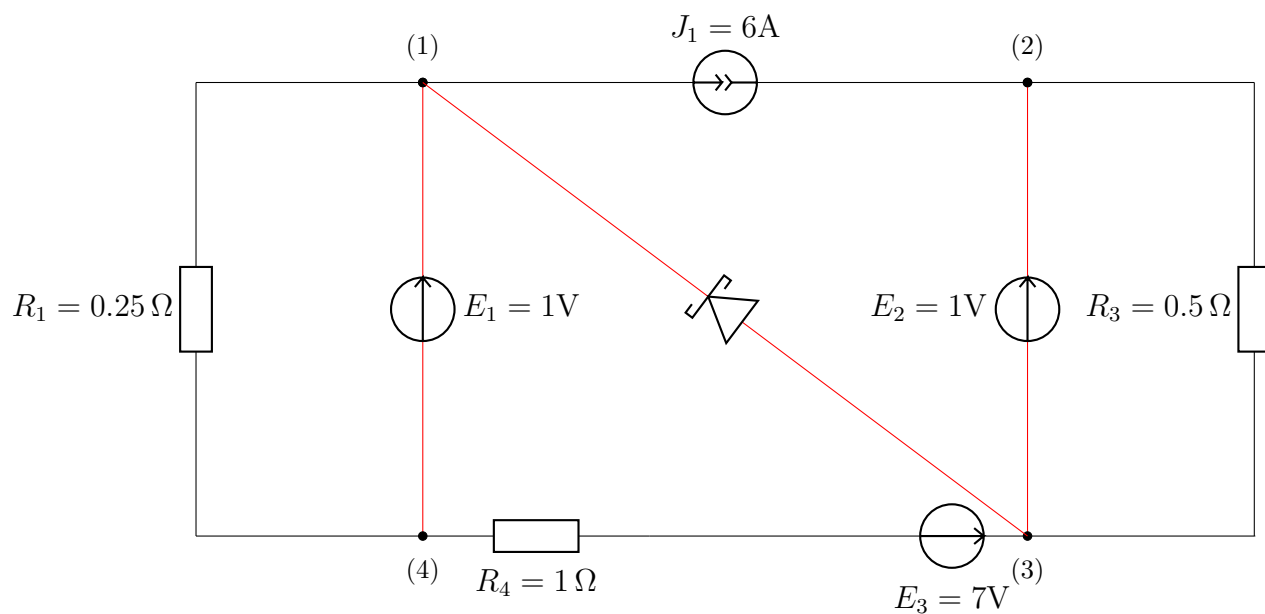


Voi reprezenta pe același grafic caracteristica rezistorului liniar și caracteristica generatorului echivalent cu restul circuitului în care acesta este conectat, folosind un program în Matlab.

Punctul de intersecție (8A, 4V) reprezintă punctul static de funcționare.

3.6 Dioda Zener

Plasarea diodei Zener se face de regulă în polarizare ”inversă”, deoarece în cealaltă variantă s-ar purta ca o diodă normală. Se aleg valori arbitrare pentru G_d , V_p , V_z .



În funcție de polarizarea aleasă, dioda se echivalează cu alte elemente de circuit.

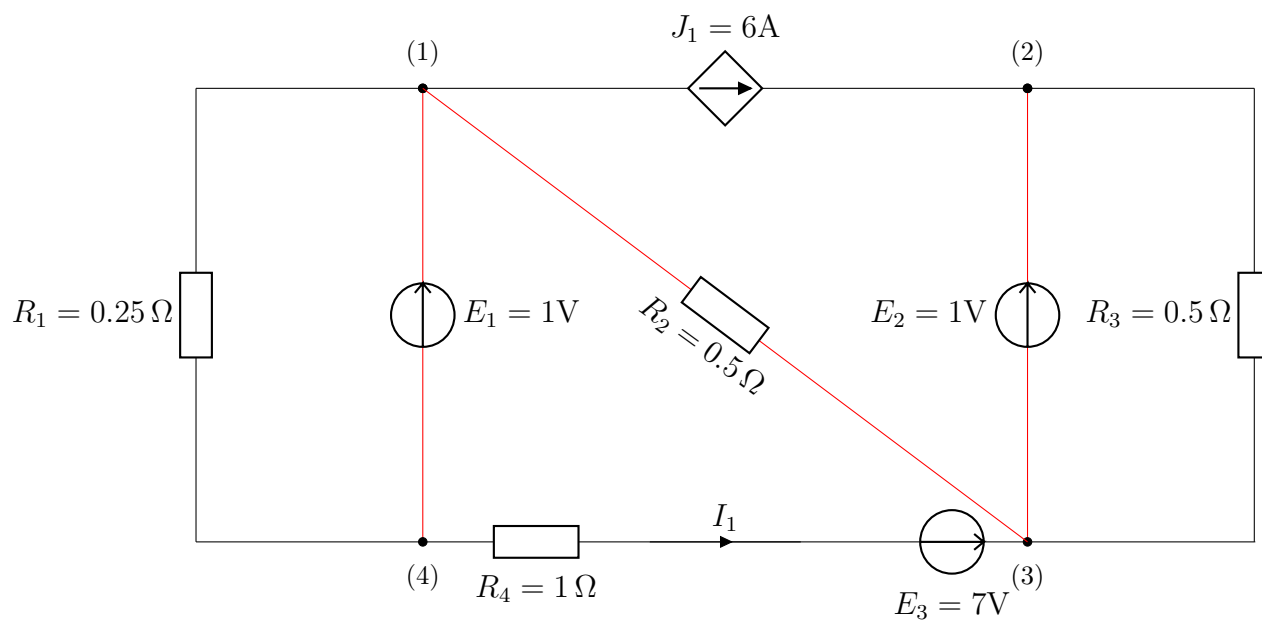
Parametrii aleși arbitrar sunt $G_d = 0.3$, $V_p = 0.3$, $V_z = -3$. Punctele de intersecție ale

dreptelor (cele două polarizări) cu axele Ox și Oy reprezintă U_{gol} , respectiv I_{sc} . Intersecțiile dintre grafic și cele două drepte reprezintă punctele statice de funcționare.

4 Surse comandate

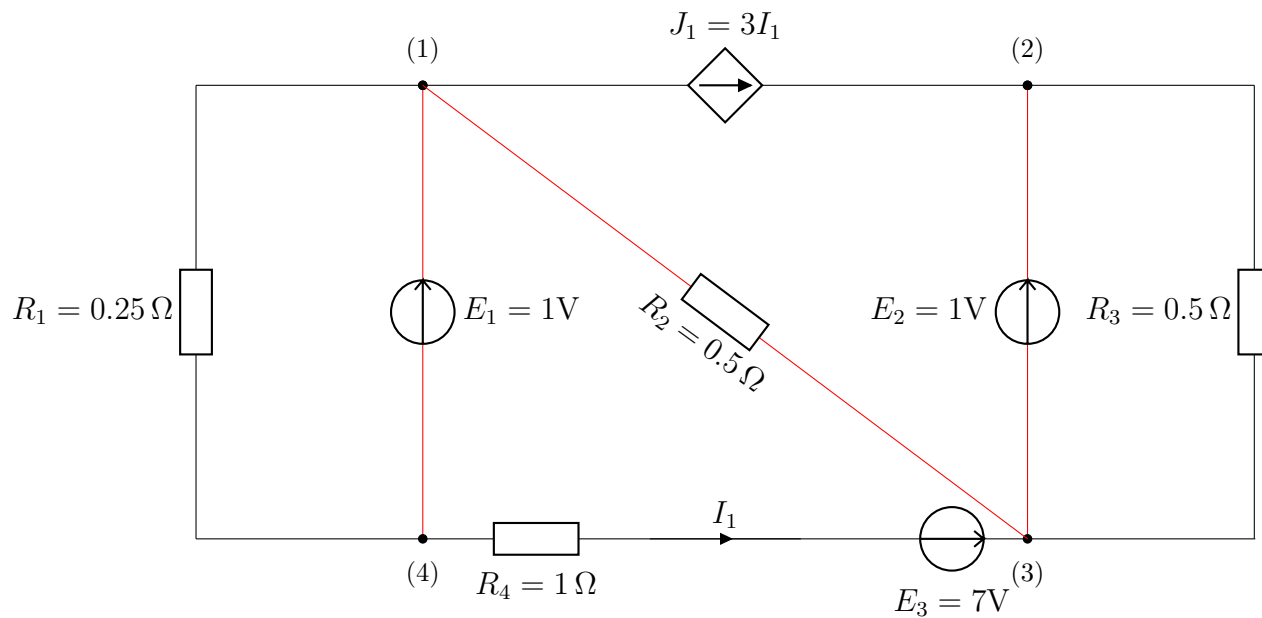
4.1 Alegerea unei surse de curent ideal(SIC)

Voi transforma J_1 într-un SICI, curentul de comandă fiind din latura 1-2



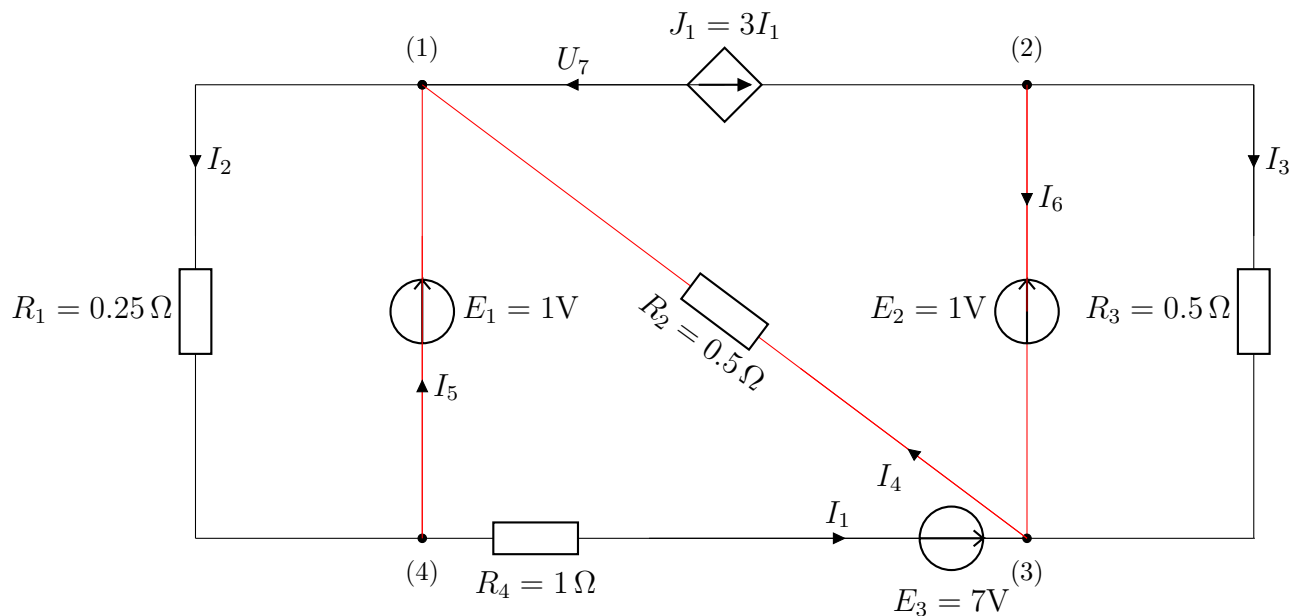
4.2 Calcularea coeficientului de transfer în curent

Curentul de comandă fiind din latura 1-2(I_1), rezultă că $J_1 = \alpha * I_1$, de unde $\alpha = 3$



4.3 Crearea sistemului de ecuații al circuitului

Pentru a rezolva circuitul voi folosi teorema Kirchhoff pentru curenți. Astfel, voi deduce cele $N - 1 = 3$ relații Kirchhoff 1 și $L - N + 1 = 4$ relații Kirchhoff 2.



Prin urmare, cele sistemul din cele 7 ecuații va fi următorul:

$$\begin{cases} I_2 + I_1 - I_5 = 0 \\ I_6 + I_3 - I_4 - I_1 = 0 \\ I_5 - I_2 - 3 * I_1 + I_4 = 0 \\ I_2 = \frac{1}{R_1} \\ -I_1 + \frac{I_4}{R_2} = 6 \\ -I_3 = -\frac{1}{R_3} \\ \frac{I_4}{R_2} = U_7 - 1 \end{cases}$$

4.4 Rezolvarea sistemului folosind Matlab

Având sistemul anterior, rezultă matricea de coeficienți

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

În urma rulării programului Matlab, se rezolvă ecuația $Ax=B$, unde A este matricea de coeficienți, iar B este coloana termenilor liberi.

După completarea grafurilor de curenți și tensiuni este calculat bilanțul puterilor care sugerează corectitudinea programului.

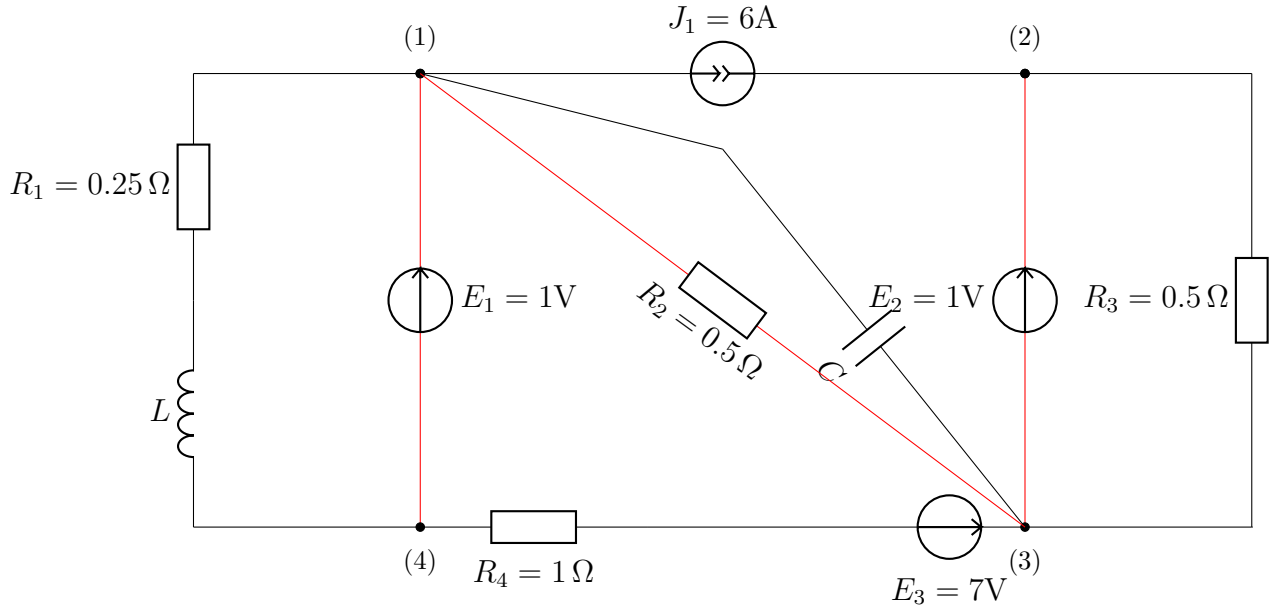
În final se calculează determinantul matricea inițiale, fiind -0.375, circuitul este bine formulat.

5 Rezolvarea circuitelor de curent alternativ

5.1 Adăugarea bobinei și a condensatorului

Voi adăuga în circuit o bobină în serie cu un rezistor și un condensator în paralel cu altul.

Valoarea bobinei este de $\frac{25}{\pi}$ mH, iar a condensatorului $\frac{50}{\pi}$ μ F.



5.2 Trecerea în complex

Voi face trecerea în complex a celor 2 SIT-uri, 1 SIC și 1 SRT.

$$e_1(t) = 1\sqrt{2}\sin(\omega t) \Rightarrow E_1 = 1$$

$$e_2(t) = 1\sqrt{2}\sin(\omega t) \Rightarrow E_2 = 1$$

$$e_3(t) = 7\sqrt{2}\sin(\omega t) \Rightarrow E_3 = 7$$

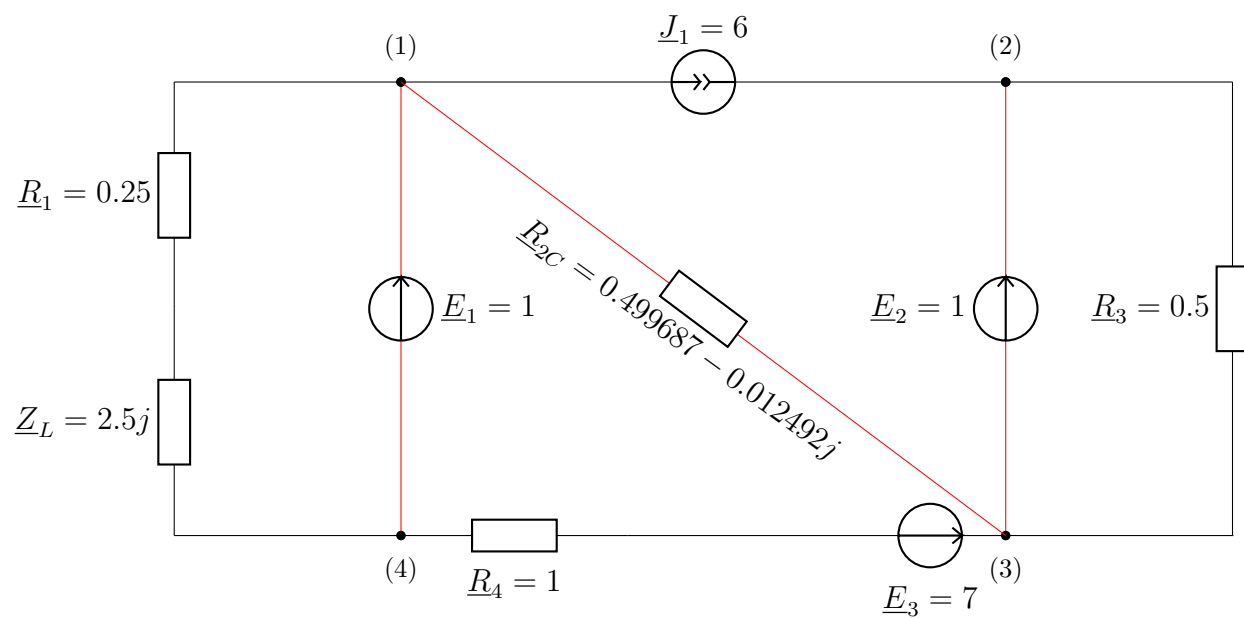
$$j_1(t) = 6\sqrt{2}\sin(\omega t) \Rightarrow J_1 = 6$$

Iar impedanța celor două elemente reactive este:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -20j$$

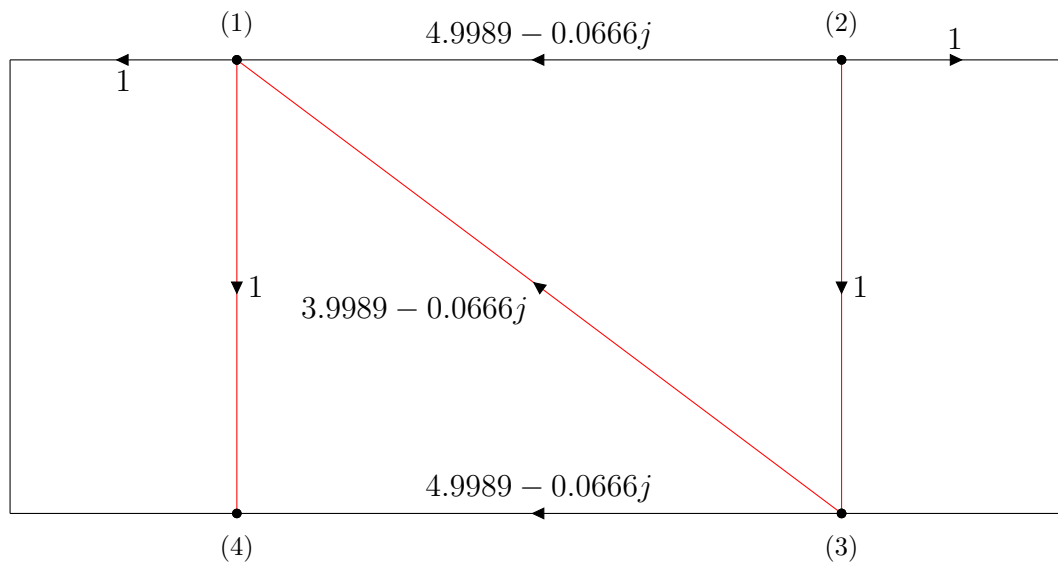
$$Z_L = j\omega L = 2.5j$$

În continuare, voi transforma circuitul, transformând gruparea paralel într-un singur rezistor.

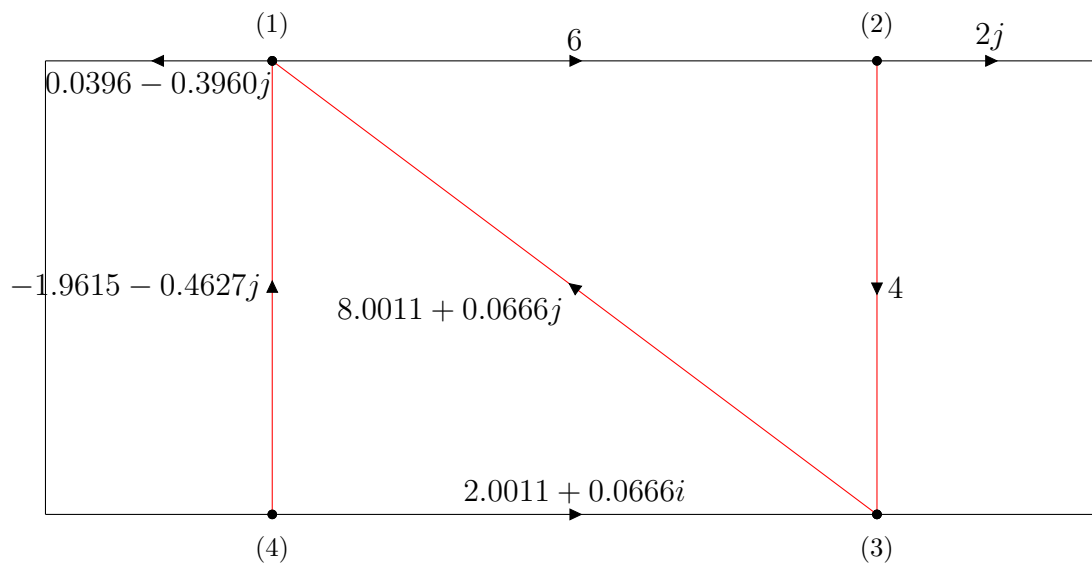


5.3 Rezolvarea circuitului folosind Matlab

Pentru a rezolva circuitul voi folosi tot metoda tensiunilor ramurilor, având aceleași valori pentru numărul de noduri și de laturi, inițial voi afla graficul de tensiune.



Iar apoi graficul de curent



5.4 Bilanțul puterilor

```
R = [0.25 + 2.5i; (0.5 * (-20i)) / (0.5 - 20i); 0.5; 1];
E = [1; 1; 7];
J = [6];
U = zeros(7, 1);
I = zeros(7, 1);

U(1) = (J(1) * R(4) * R(2) + E(3) * R(2) - R(2)) / (R(4) + R(2));
U(2) = U(1) + 1;
U(3) = U(1) + 1;
U(4) = 1;
U(5) = 1;
U(6) = 1;
U(7) = 1;

I(1) = U(1) / R(2);
I(2) = (-U(2) + E(3)) / R(4);
I(3) = 6;
I(7) = U(7) / R(1);
I(4) = I(3) + I(7) - I(1);
I(6) = U(6) / R(3);
I(5) = I(3) - I(6);

I_conj = conj(I);
S_c = R(1) * (abs(I(7)))^2 + R(2) * (abs(I(1)))^2 + R(3) * (abs(I(6)))^2
S_g = -I_conj(4) * E(1) + I_conj(5) * E(2) - I_conj(2) * E(3) + J(1) * U(3)
```

Verificarea finală o constituie calculul puterilor transferate de elemente. Ea validează corectitudinea calculului parametrilor.

Bibliografie

1. G. Ciuprina, D. Ioan, M. Popescu, A.S. Lup, R. Barbulescu, Teoria circuitelor electrice.
2. Gabriela Ciuprina Template pentru redactarea rapoartelor in LaTeX (v5).