

Einführung in die Computergrafik

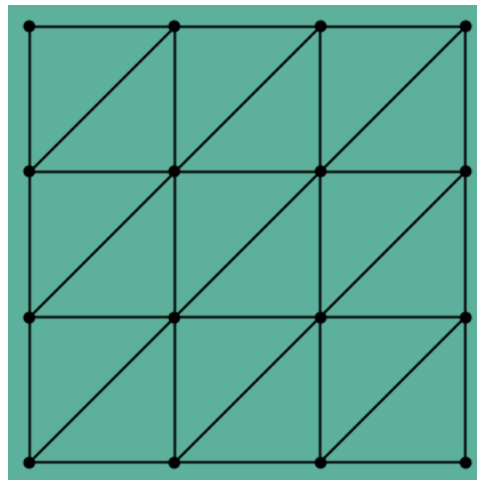
Aufgabenblatt 2

Aufgabe 1. Polygonale Netze

(4 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm/Methode namens `planeMesh(int a, int b, int ma, int mb)` in Pseudocode, welches das folgendes leistet:

- Als Eingabe werden Integer `int a`, `int b`, `int ma` und `int mb` akzeptiert.
- Ausgabe ist ein Netz im Datenformat der Eckenliste eines Ebenen-Abschnittes, das durch Dreiecke entsprechend der Skizze modelliert wird.
- Der Ebenenabschnitt beginnt in $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und breitet sich dann in x -Richtung bis $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ aus und in y -Richtung bis $\begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}$.
- Die Zwischenpunkte haben jeweils den abstand a/ma in x - Richtung und b/mb in y -Richtung.



Aufgabe 2. Binomialkoeffizient.

(4 Punkte)

Beweisen Sie (durch vollständige Induktion), dass der Binomialkoeffizienten für alle $n \in \mathbb{N}$ die Rekursionsformel

$$\binom{n}{i} = \binom{n-1}{i} + \binom{n-1}{i-1} .$$

erfüllt.

Aufgabe 3. Bezierkurven.**(4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass eine Bezierkurve $B^n(t) := \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot b_i$ die Ableitung

$$(B^n)'(t) = n \cdot \sum_{j=0}^{n-1} B_j^{n-1}(t) \cdot (b_{j+1} - b_j)$$

hat.

Aufgabe 4. Der Algorithmus von de Casteljau.**(4 Punkte)**

Sei $B^n(t) := \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot b_i$ eine Bezierkurve mit den Kontrollpunkten $b_i \in \mathbb{A}^3$. Beweisen Sie den Algorithmus von de Casteljau, also dass $b_n^n = B^n(t_0)$ für alle $t_0 \in [0, 1]$ gilt, wobei

$$b_i^k := \begin{cases} b_i & i = 0, \dots, n \\ (1 - t_0) \cdot b_{i-1}^{k-1} + t_0 \cdot b_i^{k-1} & i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, i \end{cases}$$

rekursiv definiert ist.