



CHAPITRE 4

ANALYSE FREQUENTIELLE DES SYSTEMES

Analyse Fréquentielle des Systèmes

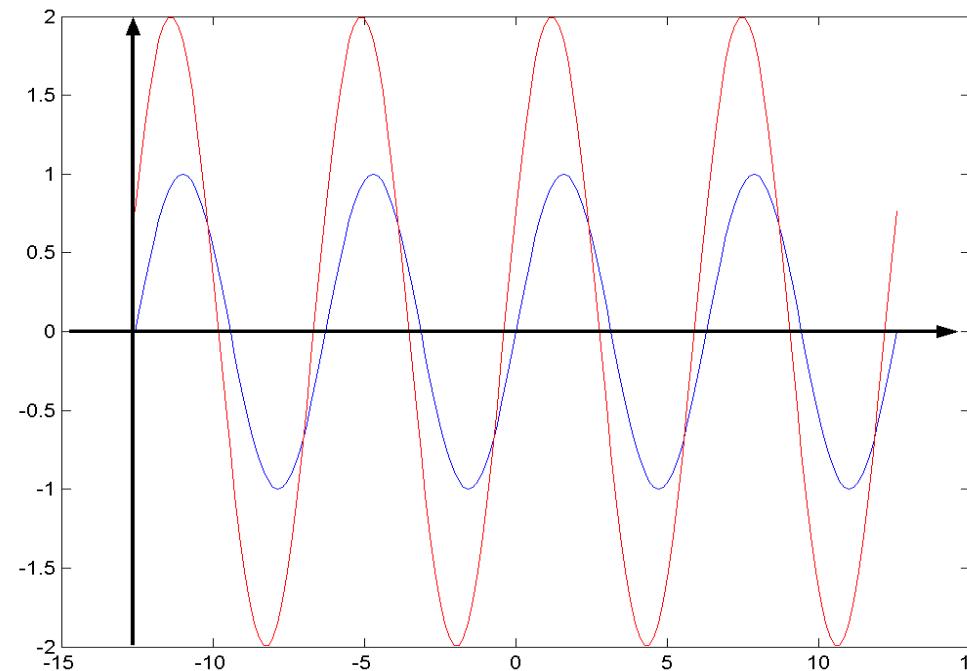
• Introduction :

- Dans la pratique, les performances d'un système asservi sont souvent jugées sur sa réponse temporelle.
- Pour des ordres élevés de système, ou pour définir d'autres performances, l'analyse fréquentielle est utilisée : on applique un signal sinusoïdal en entrée.
- L'analyse fréquentielle des systèmes se fait **en boucle ouverte**.
- Nous balayons le comportement du système en fréquence et nous observons le signal de sortie.

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Réponse harmonique

Dans le cas d'une entrée harmonique, le régime permanent est une sinusoïde de même fréquence que l'entrée, mais qui diffère en amplitude et en phase.



$$e(t) = A \sin \omega t$$

$$s(t) = A' \sin(\omega t + \varphi)$$

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Analyse fréquentielle:

- L'écriture en Laplace est une écriture fréquentielle. Cependant, pour notre analyse, nous remplaçons tout simplement :

p par $j\omega$

$$e(t) = A \sin\omega t$$

$$s(t) = A' \sin(\omega t + \varphi)$$

- Nous pouvons définir :
 - La fonction de transfert harmonique : $G(j\omega)$

- Le gain :

$$G(\omega) = |G(j\omega)| = \frac{A'}{A}$$

- La phase :

$$\varphi_G(\omega) = \arg(G(j\omega))$$

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi_G(\omega)}$$

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Analyse fréquentielle :

$$G(j\omega) = \operatorname{Re}(\omega) + j \cdot \operatorname{Im}(\omega)$$

- Calcul du Module :

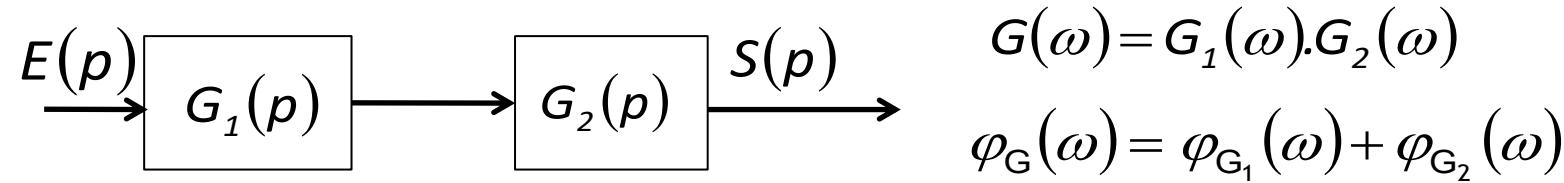
$$G(\omega) = | G(j\omega) | = \sqrt{\operatorname{Re}(\omega)^2 + \operatorname{Im}(\omega)^2}$$

- Calcul de la phase :

$$\varphi_G(\omega) = \operatorname{Arg}(G(j\omega)) = \arctan \frac{\operatorname{Im}(\omega)}{\operatorname{Re}(\omega)}$$

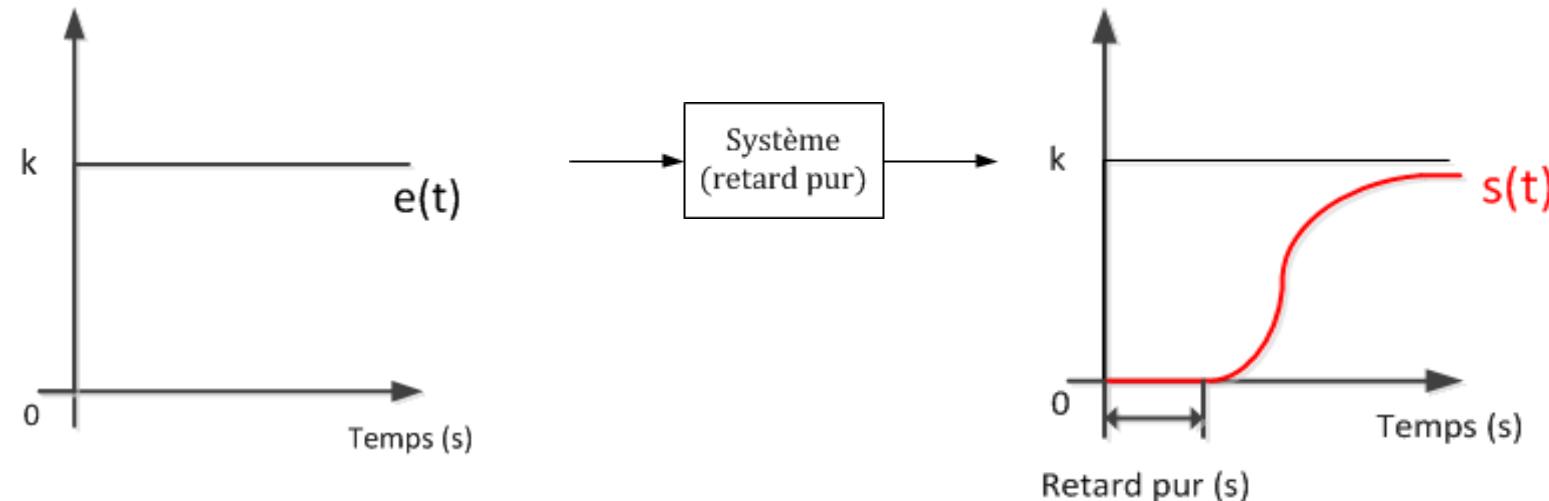
Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Propriétés - Calcul du Module et de la phase



Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Retard pur:



La fonction de transfert d'un retard pur est :

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = e^{-\tau \cdot p}$$

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Exercice C-8 : calculer le module et l'argument de :

$$H_1(p) = \frac{1}{(1+p)^3}$$

$$H_2(p) = \frac{1}{p(p+1)(p+2)}$$

$$H_3(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{1+Tp}$$

$$H_4(p) = \frac{1-2p}{(1+p)^2(1+2p)}$$

$$H_1(p) = \frac{1}{(1+p)^3}$$

$$H_2(p) = \frac{1}{p(p+1)(p+2)}$$

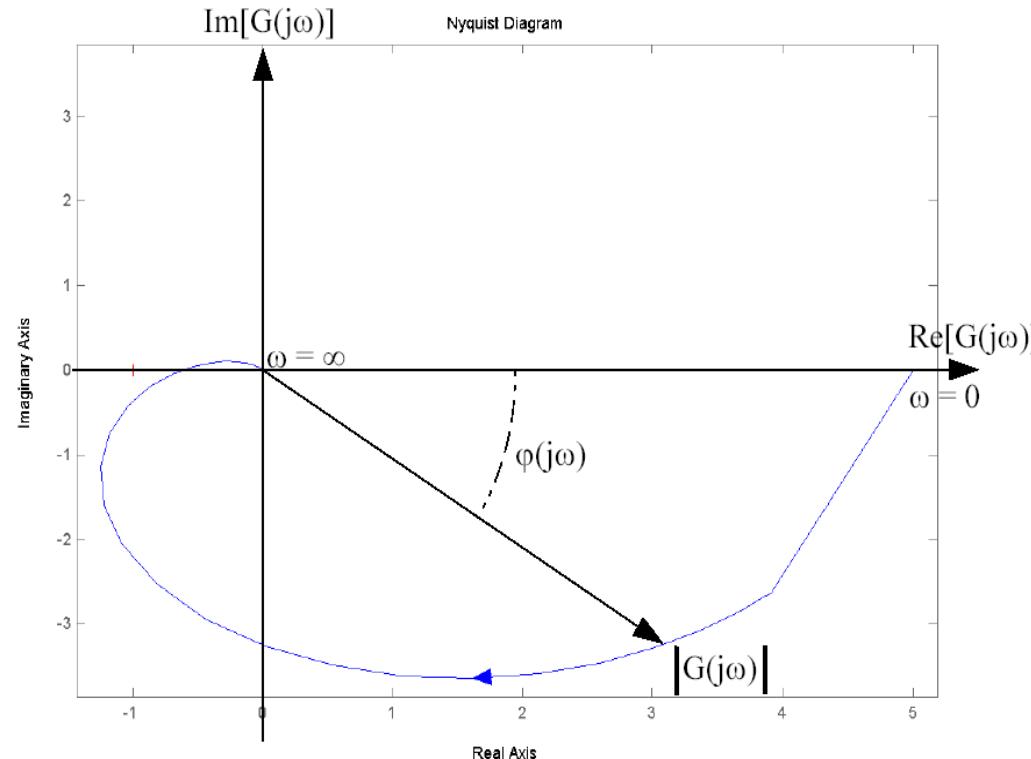
$$H_3(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{1 + Tp}$$

$$H_4(p) = \frac{1-2p}{(1+p)^2(1+2p)}$$

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Lieu de Nyquist :

C'est la représentation dans le plan complexe de l'extrémité du vecteur image $G(j\omega)$ lorsque ω varie de 0 à l'infini.



L'étude se fait
en **boucle**
ouverte

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Exercice C-9 : représentez sur le lieu de Nyquist la fonction $H_1(p)$ calculée précédemment.

$$H_1(p) = \frac{1}{(1+p)^3}$$

Le tableau de valeurs est le suivant :

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$							
$\varphi(\omega)$							

**Calculatrice mise en RADIANS
PUIS
Calcul en DEGRES**

Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Exercice C-9 : Représentez sur le lieu de Nyquist la fonction $H_1(p)$ calculée précédemment.

$$H_1(p) = \frac{1}{(1+p)^3}$$

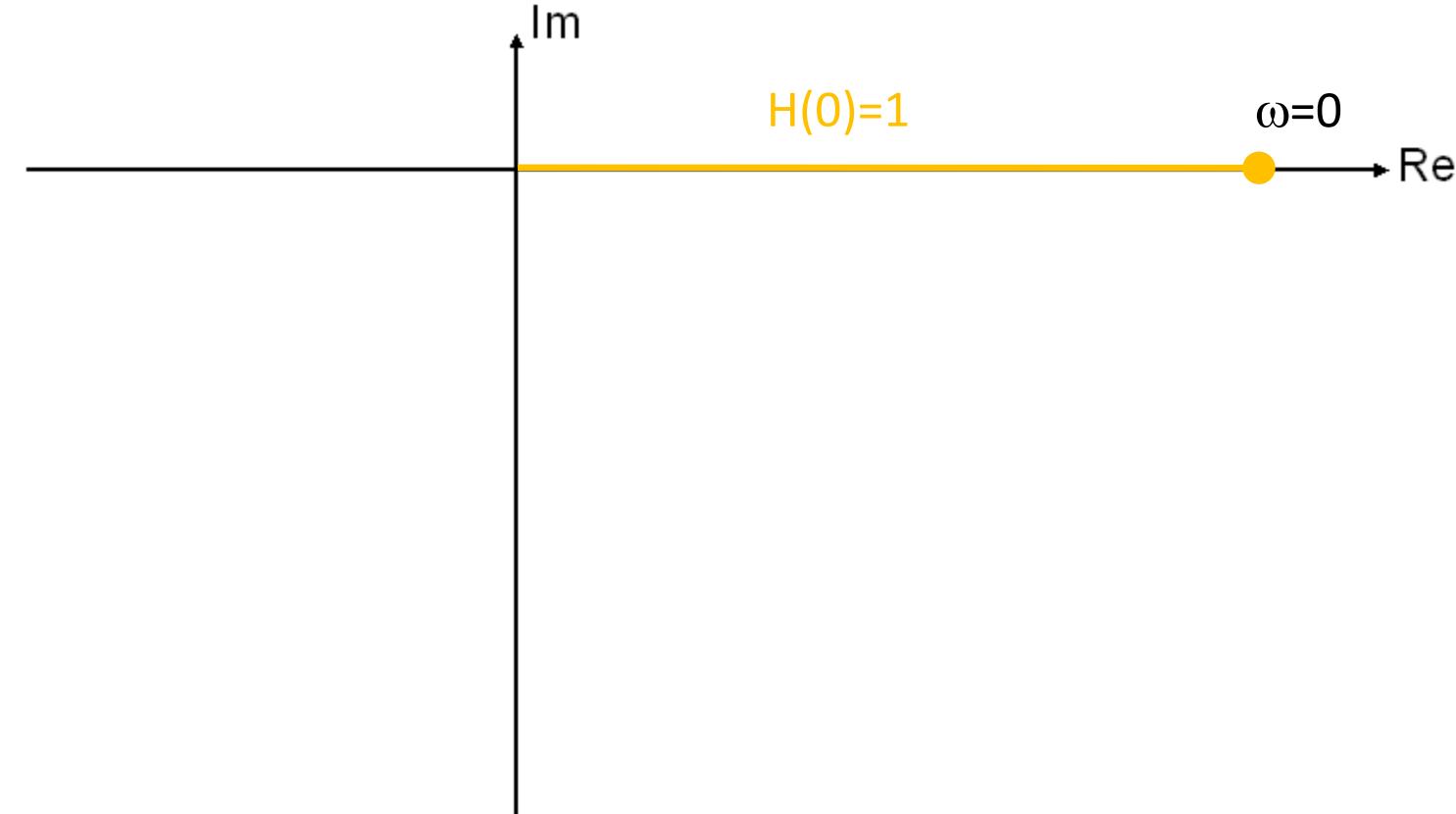
Le tableau de valeurs est le suivant :

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190

**Calculatrice mise en RADIANs
PUIS
Calcul en DEGRES**

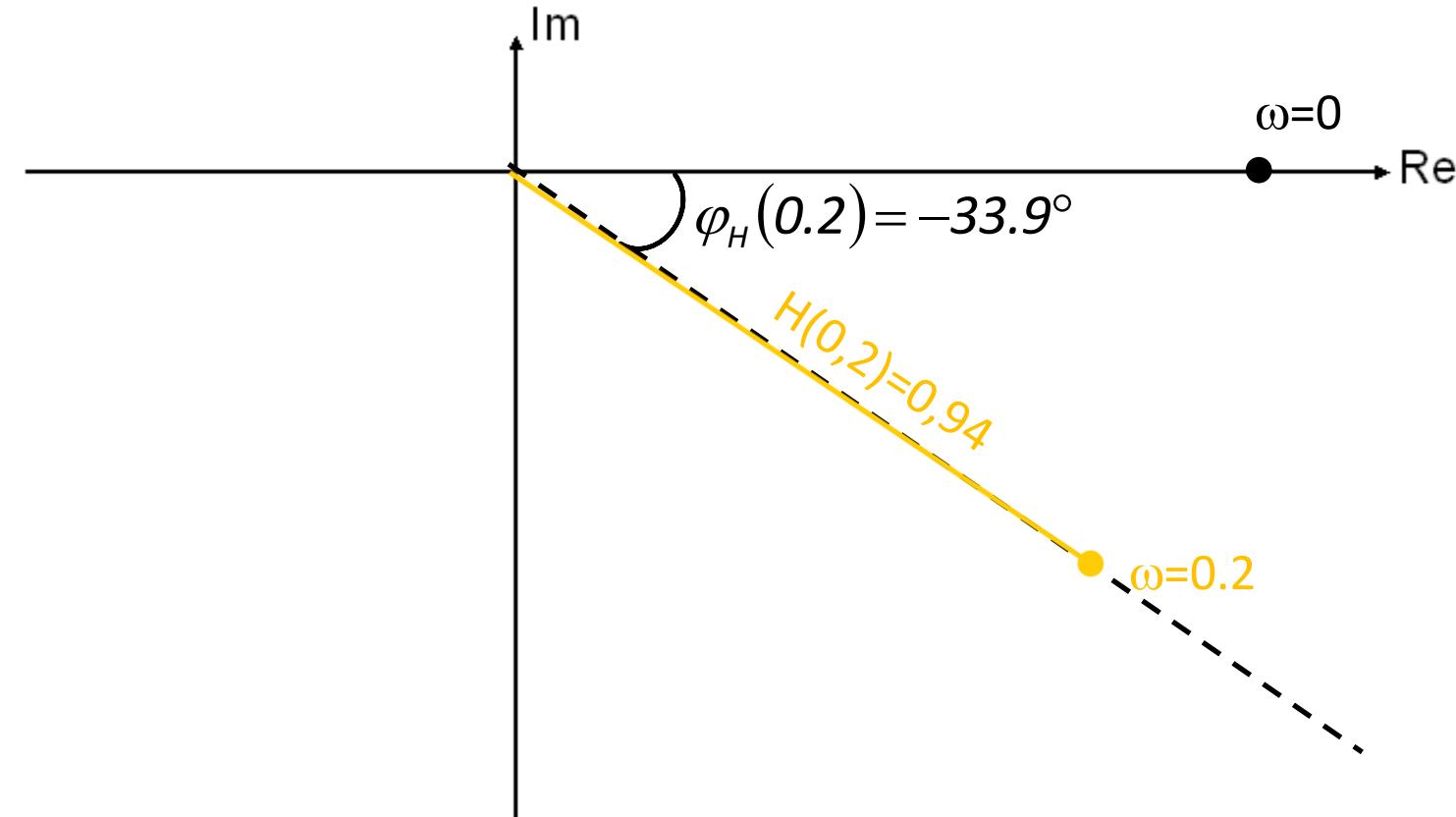
Analyse Fréquentielle des Systèmes

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190



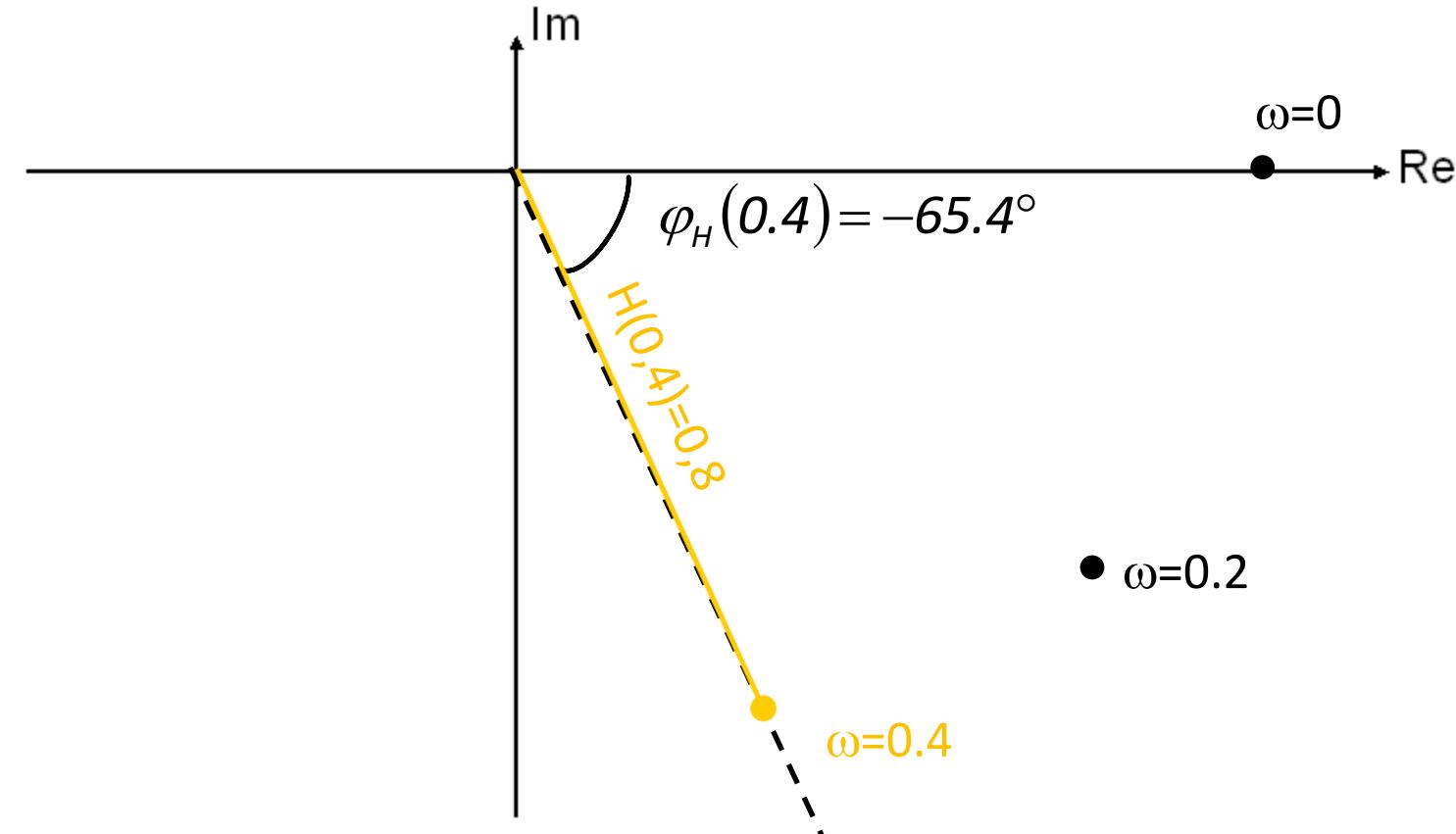
Analyse Fréquentielle des Systèmes

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190



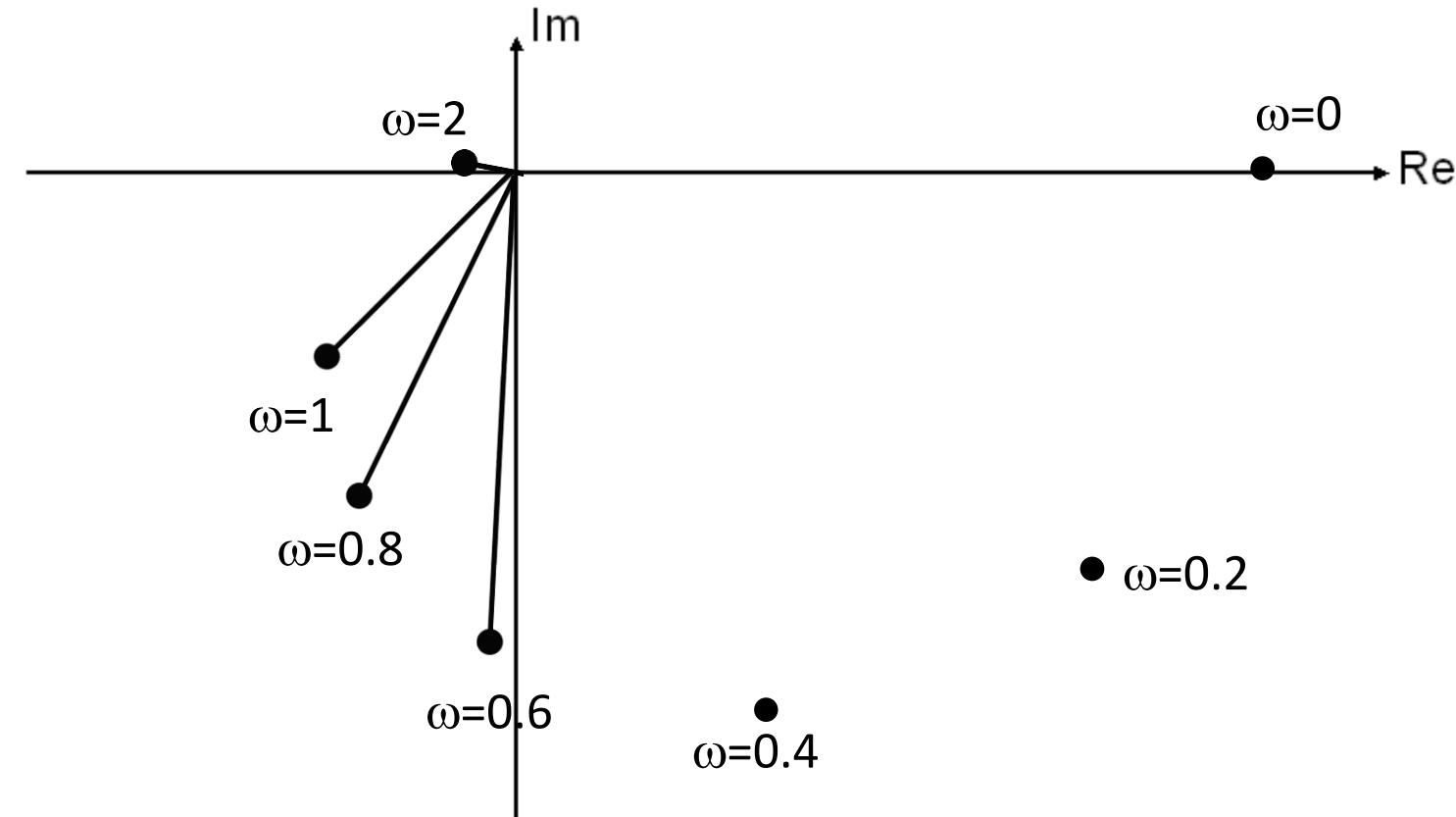
Analyse Fréquentielle des Systèmes

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190



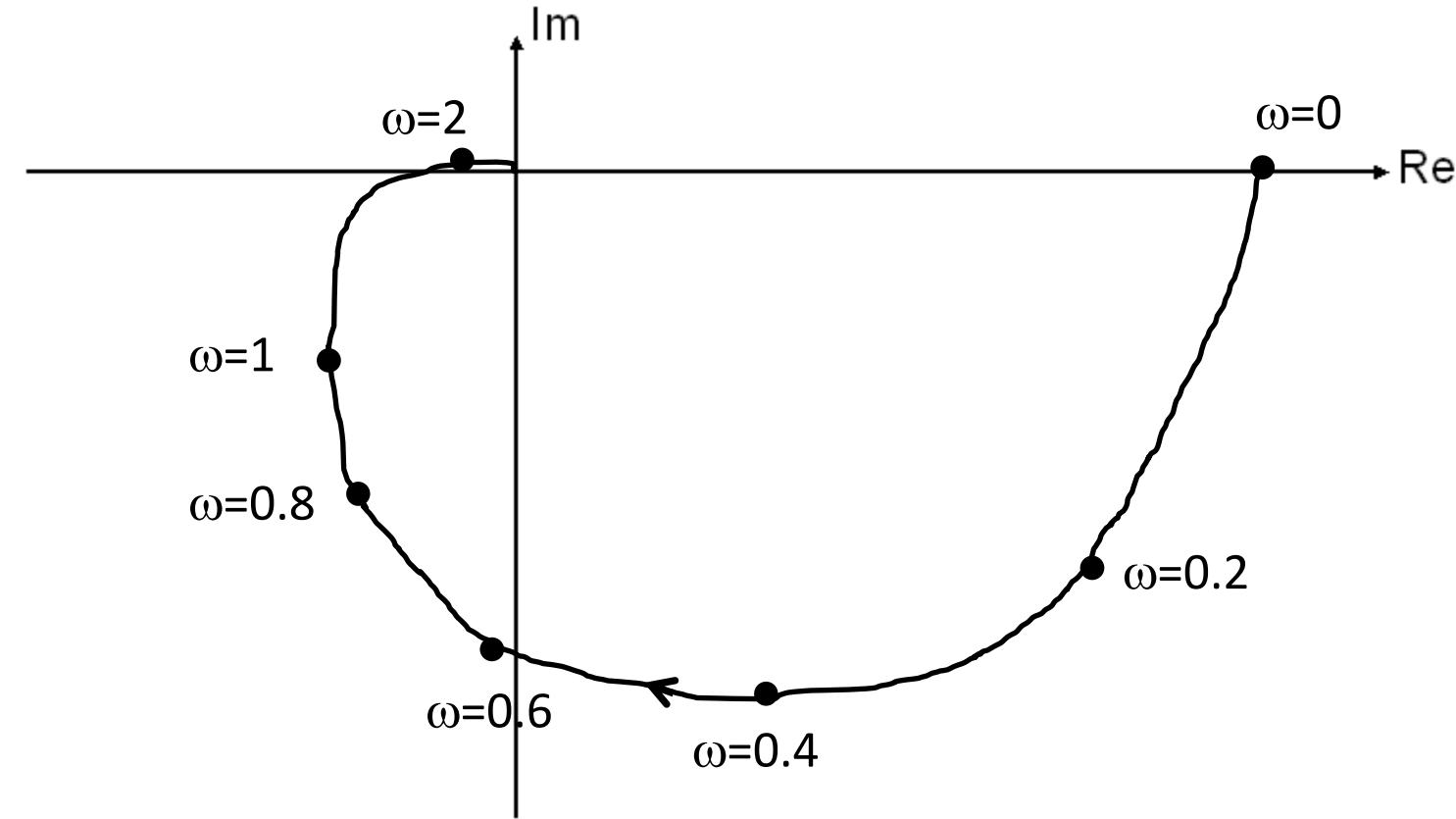
Analyse Fréquentielle des Systèmes

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190



Analyse Fréquentielle des Systèmes

ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190

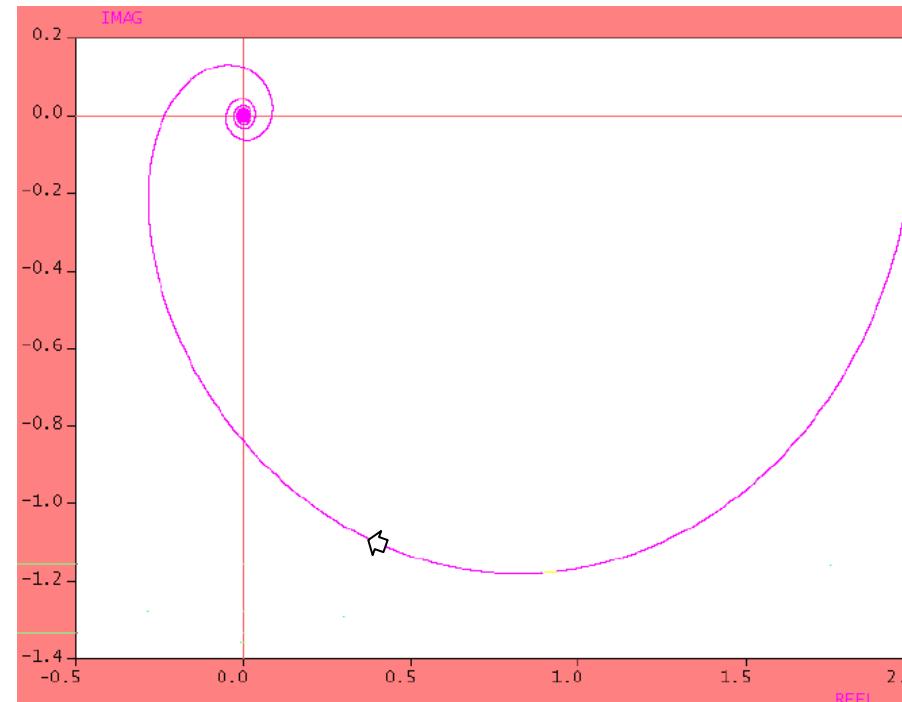


Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Cas de systèmes à retard :

$$G(p) = \frac{e^{-p}}{1+p}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \text{ et } \varphi_G(j\omega) = -\tau\omega - \arctan \omega$$



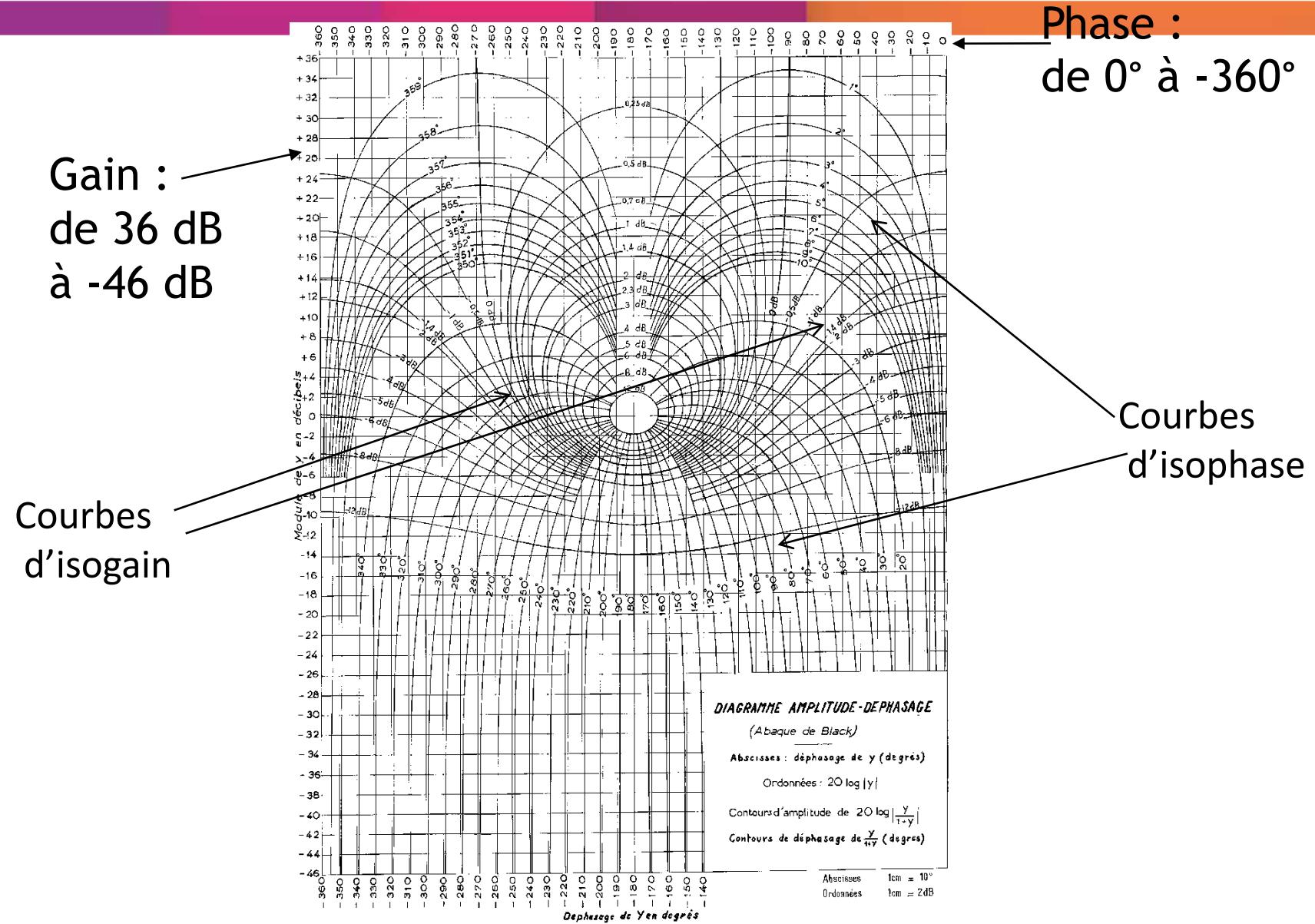
Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Lieu de Black :

Il s'agit d'une représentation du gain en dB et de la phase, sur le même lieu. Comme Nyquist, **ce lieu est gradué en ω .**

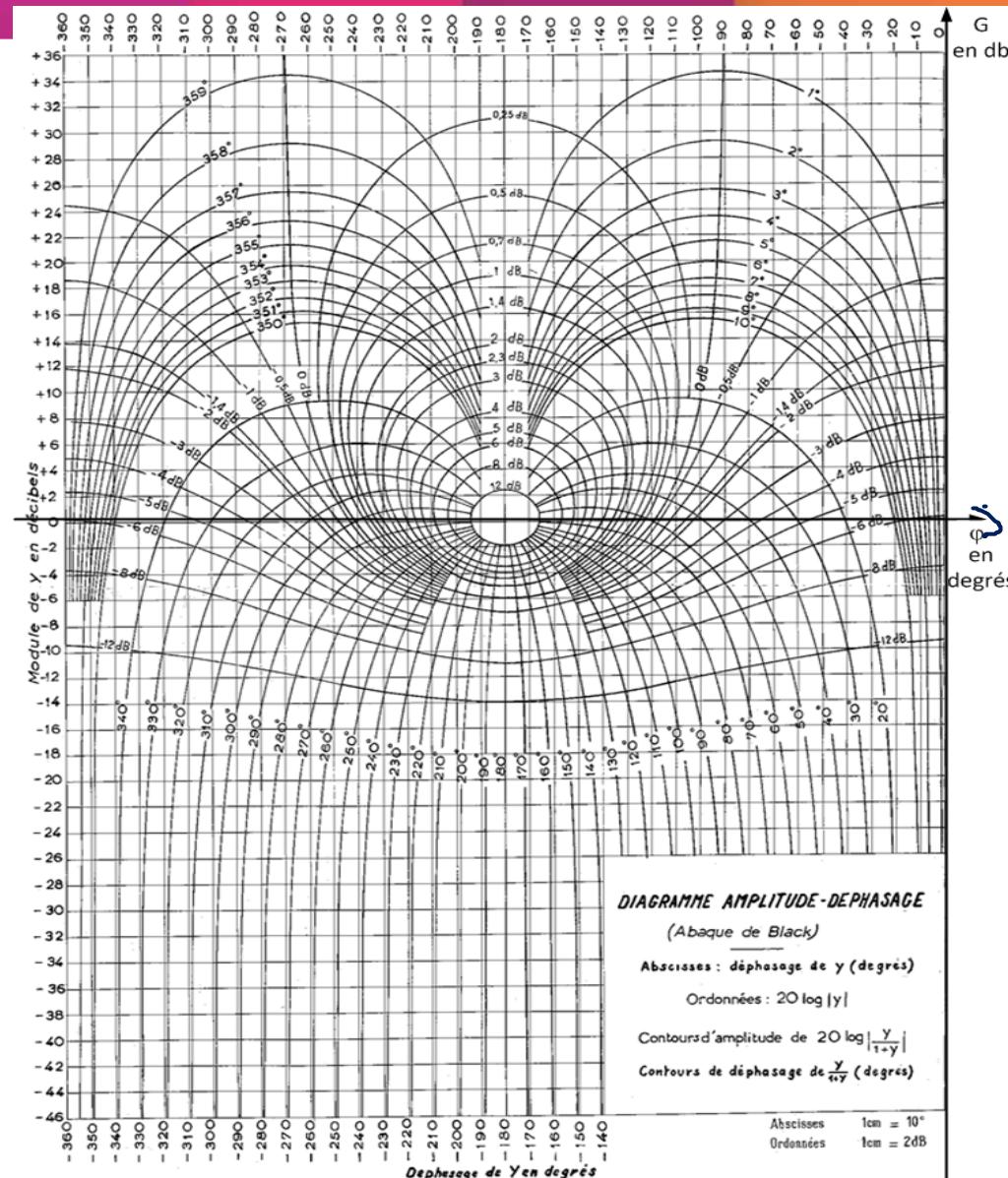
L'étude se fait en **boucle ouverte** pour le lieu de Black.

Analyse Fréquentielle des Systèmes



Analyse Fréquentielle des Systèmes

Exemple :



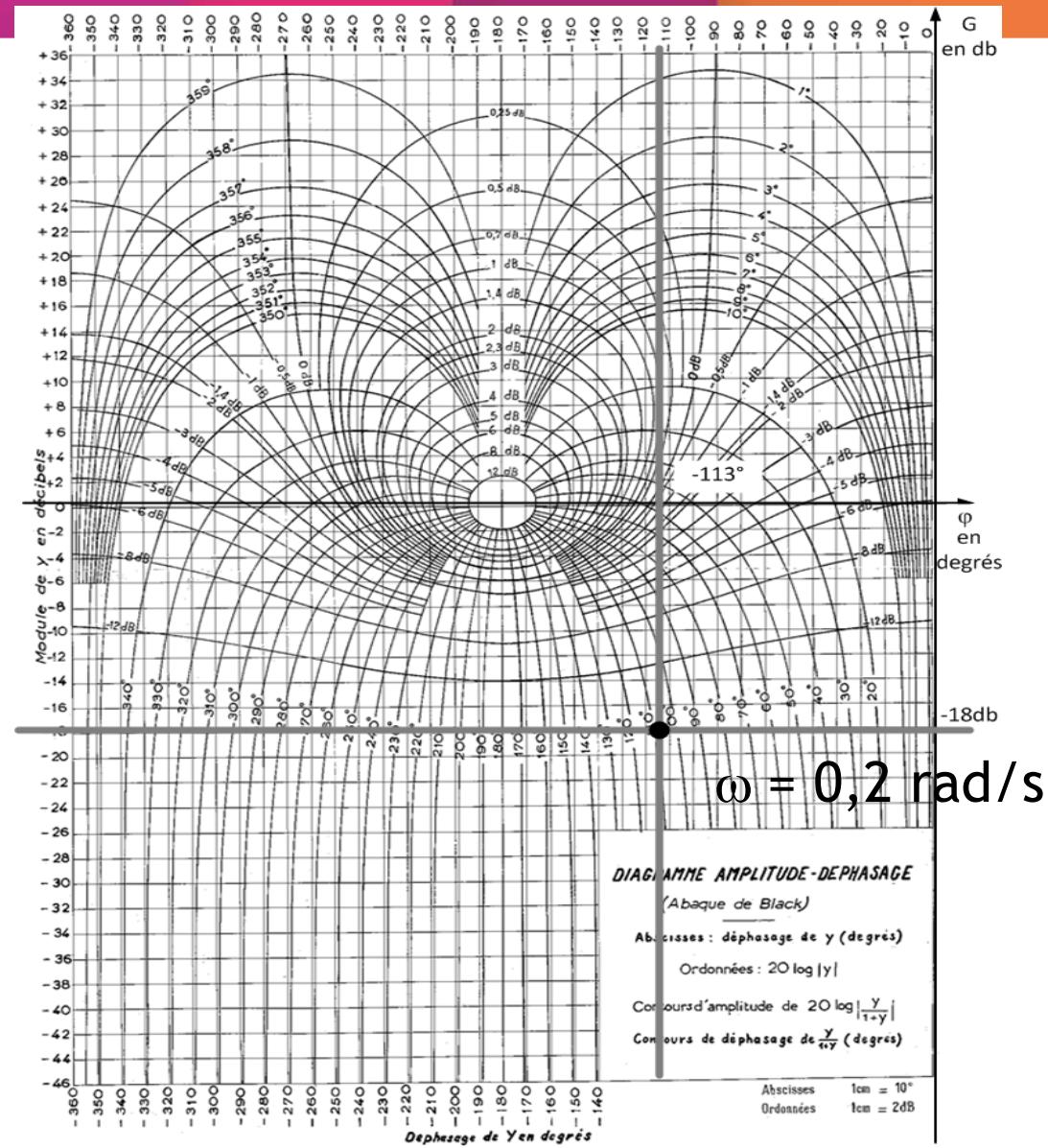
Analyse Fréquentielle des Systèmes

Exemple :

$$\omega = 0,2 \text{ rad/s}$$

$$\text{Gain} = -18 \text{ dB}$$

$$\text{Phase} : -113^\circ$$



Analyse Fréquentielle des Systèmes



- Exercice C-8 :

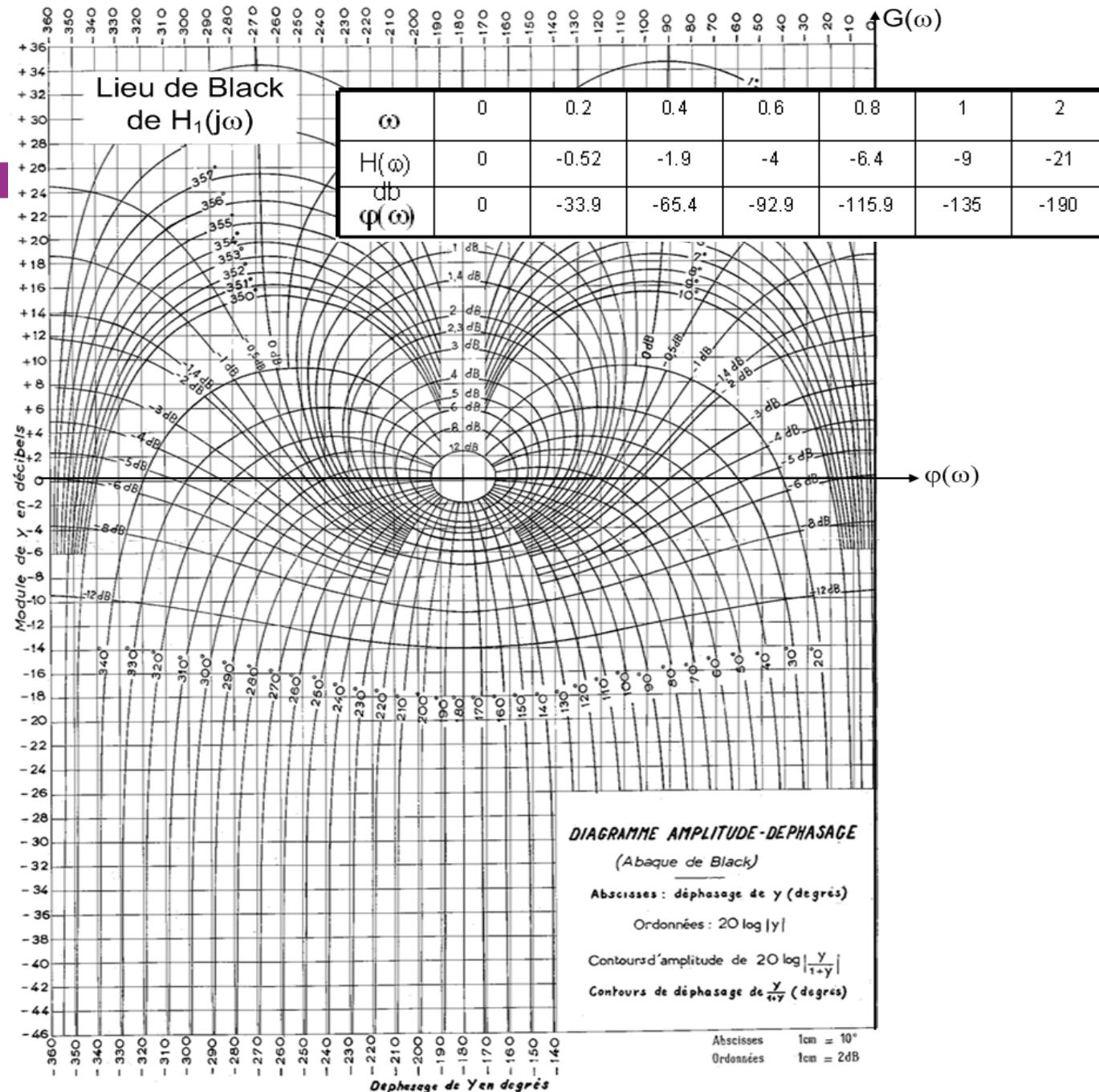
ω	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	2
$H(\omega)$	1	0.942	0.8	0.630	0.476	0.353	0.089
$\varphi(\omega)$	0	-33.9	-65.4	-92.9	-115.9	-135	-190

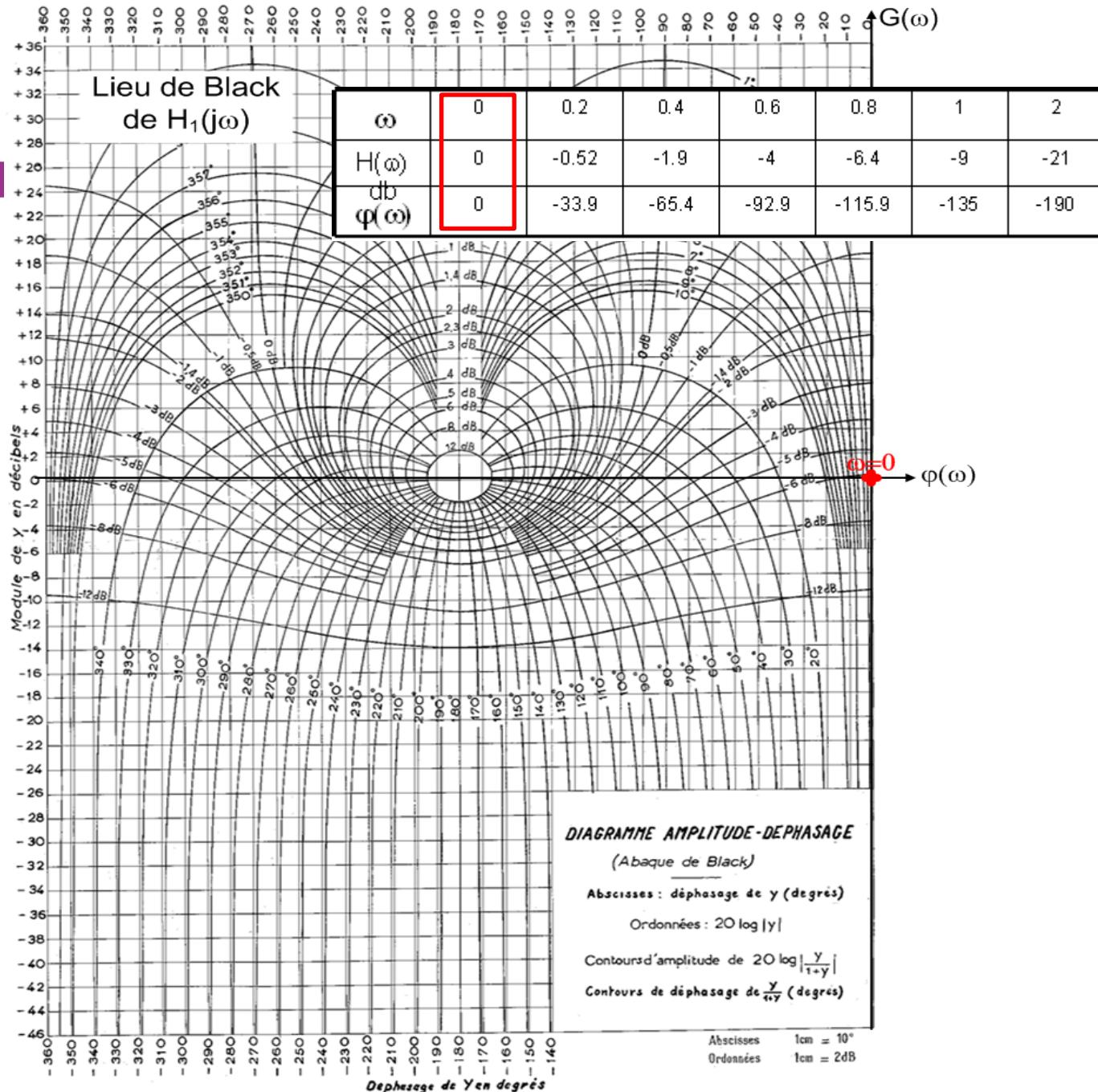
- ♦ *Représentez sur le lieu de Black la fonction de transfert :*

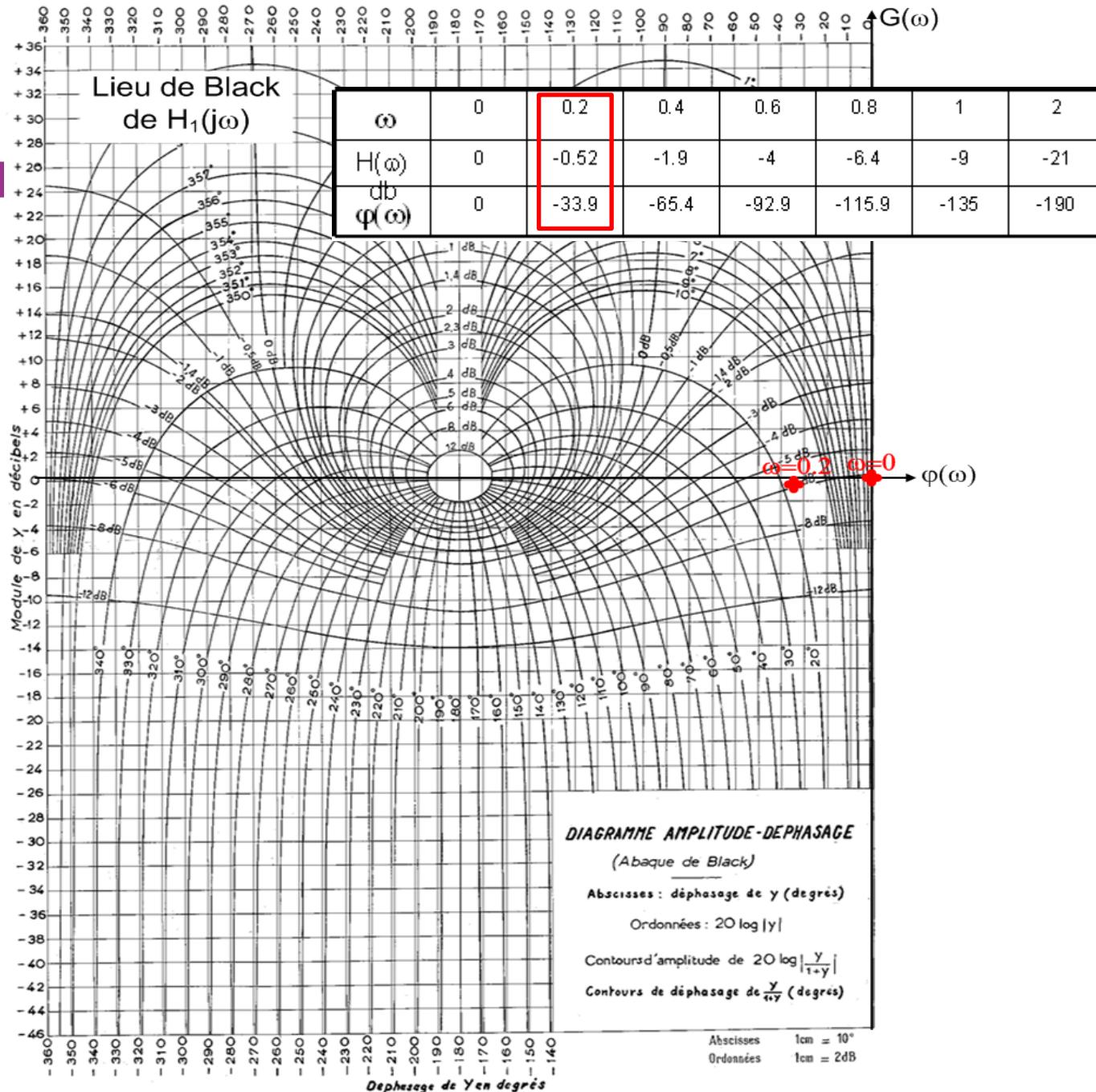
$$H_1(p) = \frac{1}{(1+p)^3}$$

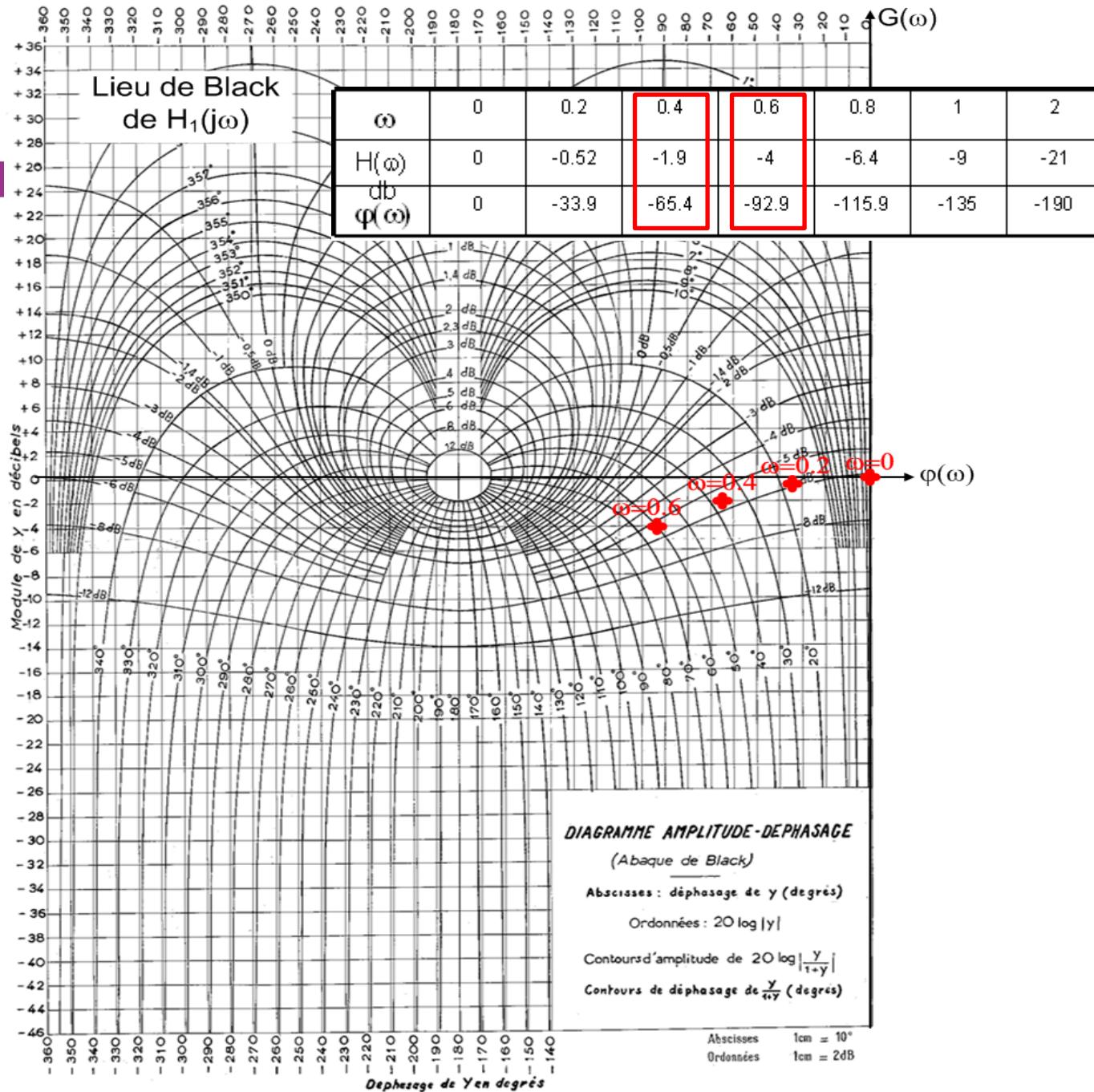
- ♦ *Puis effectuez la représentation de :*

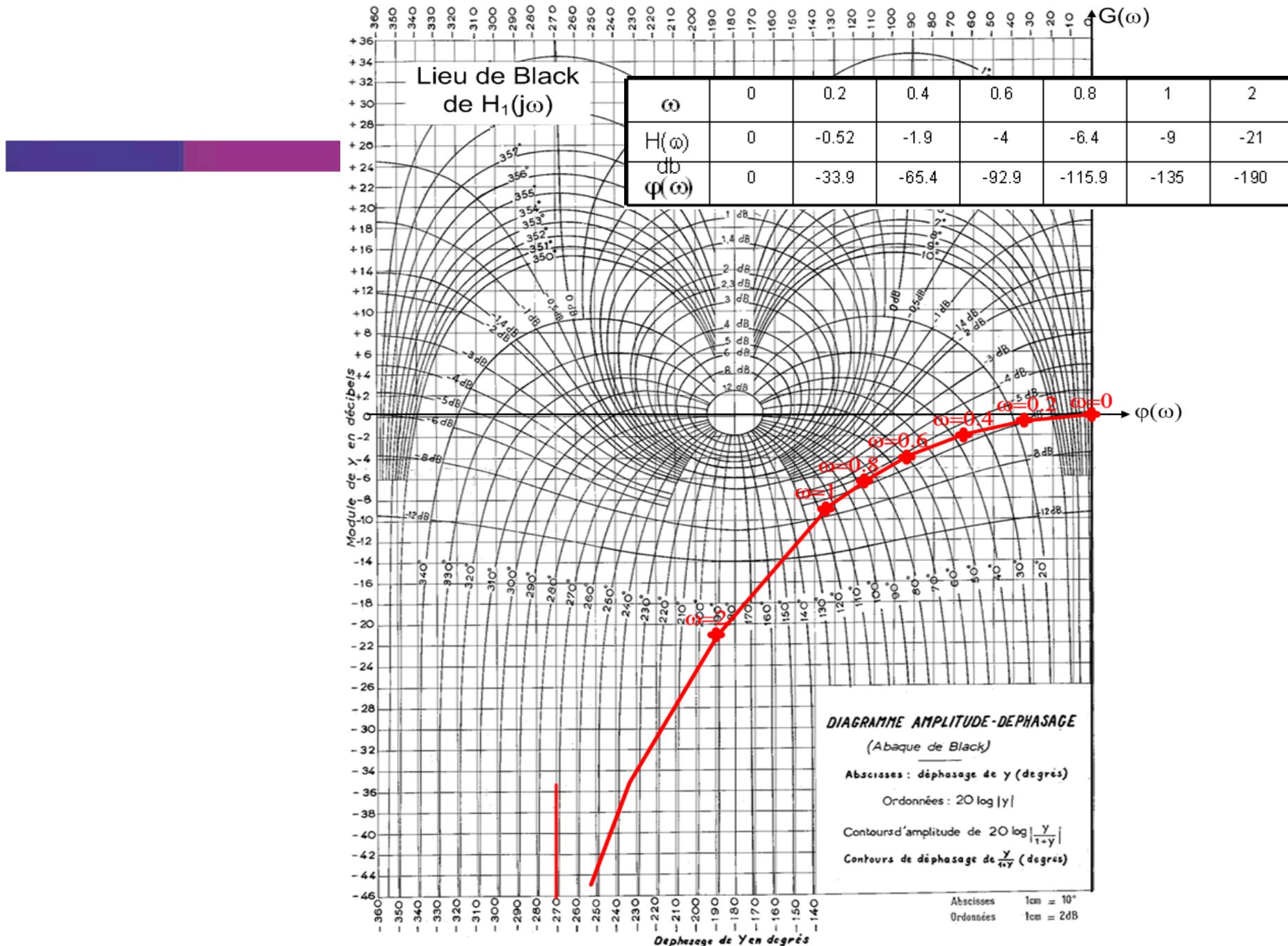
$$H_2(p) = \frac{5}{(1+p)^3}$$











Analyse Fréquentielle des Systèmes

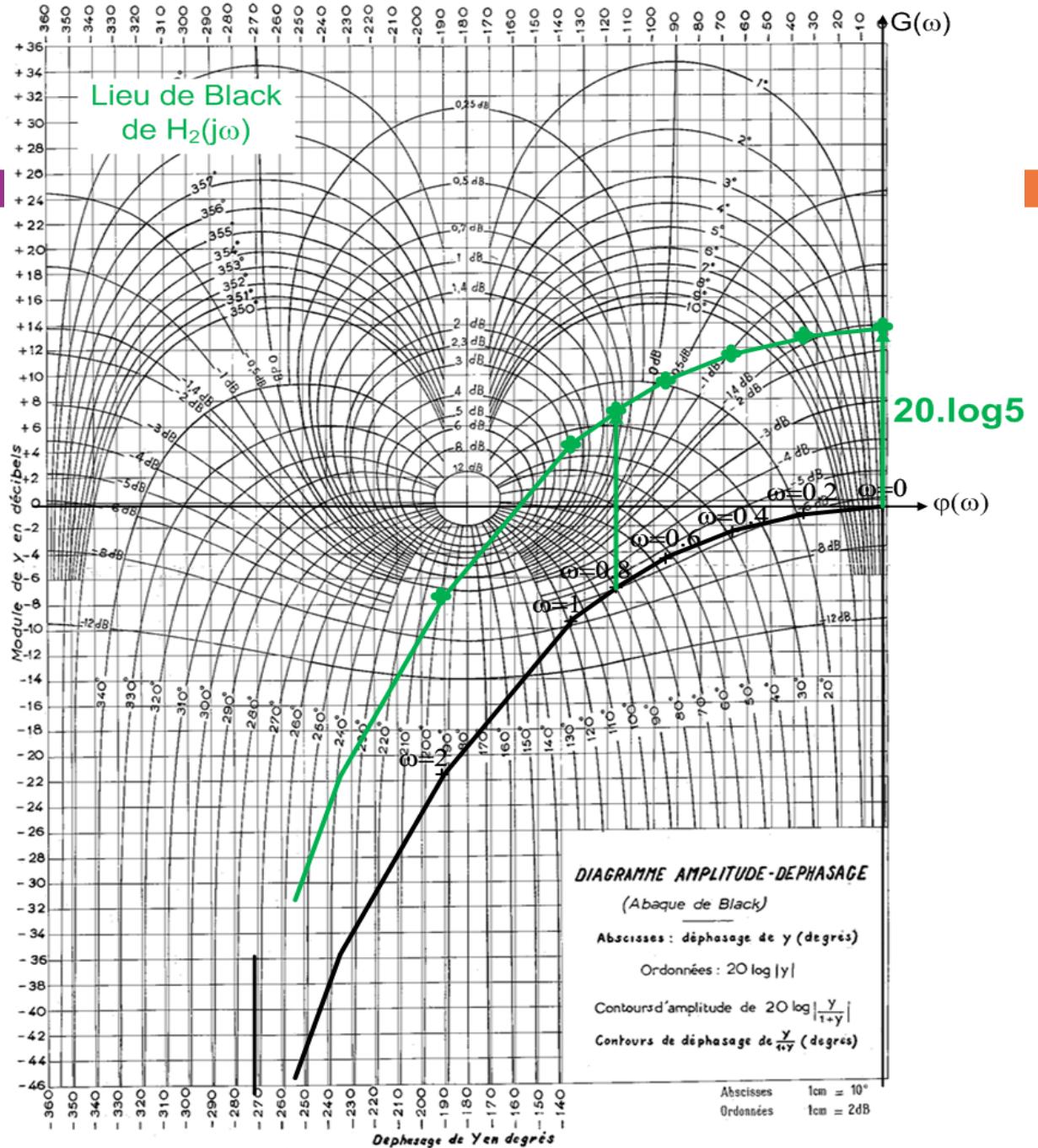
- Puis effectuez la représentation de :

$$H_2(p) = \frac{5}{(1+p)^3} \implies H_2(j\omega) = 5 \cdot H_1(j\omega)$$

Avec pour le module : $H_2(\omega) = 5 \cdot H_1(\omega)$

donc en db $H_2(\omega)_{db} = 20 \cdot \log H_2(\omega) = 20 \cdot \log 5 + 20 \log H_1(\omega)$

Avec pour la phase : $\varphi_{H_2}(\omega) = \varphi_{H_1}(\omega)$



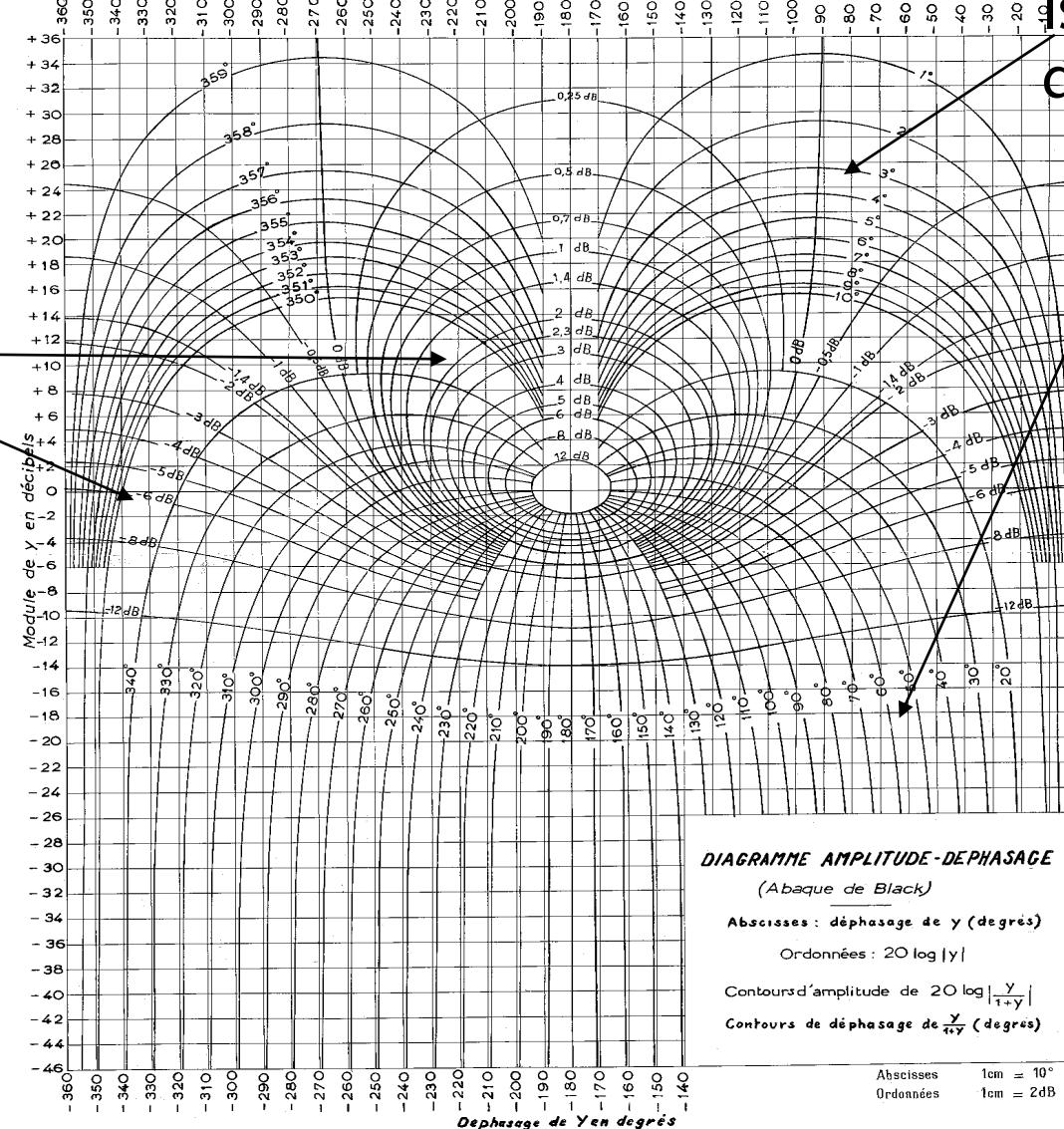
Analyse Fréquentielle des Systèmes

- Lieu de Black – courbes isophases - isogains:

Le lieu de black permet de connaître la représentation en BO du système en traçant le gain et la phase de ce système en BF.

Analyse Fréquentielle des Systèmes

Isogain :
de 12 dB
à -12 dB



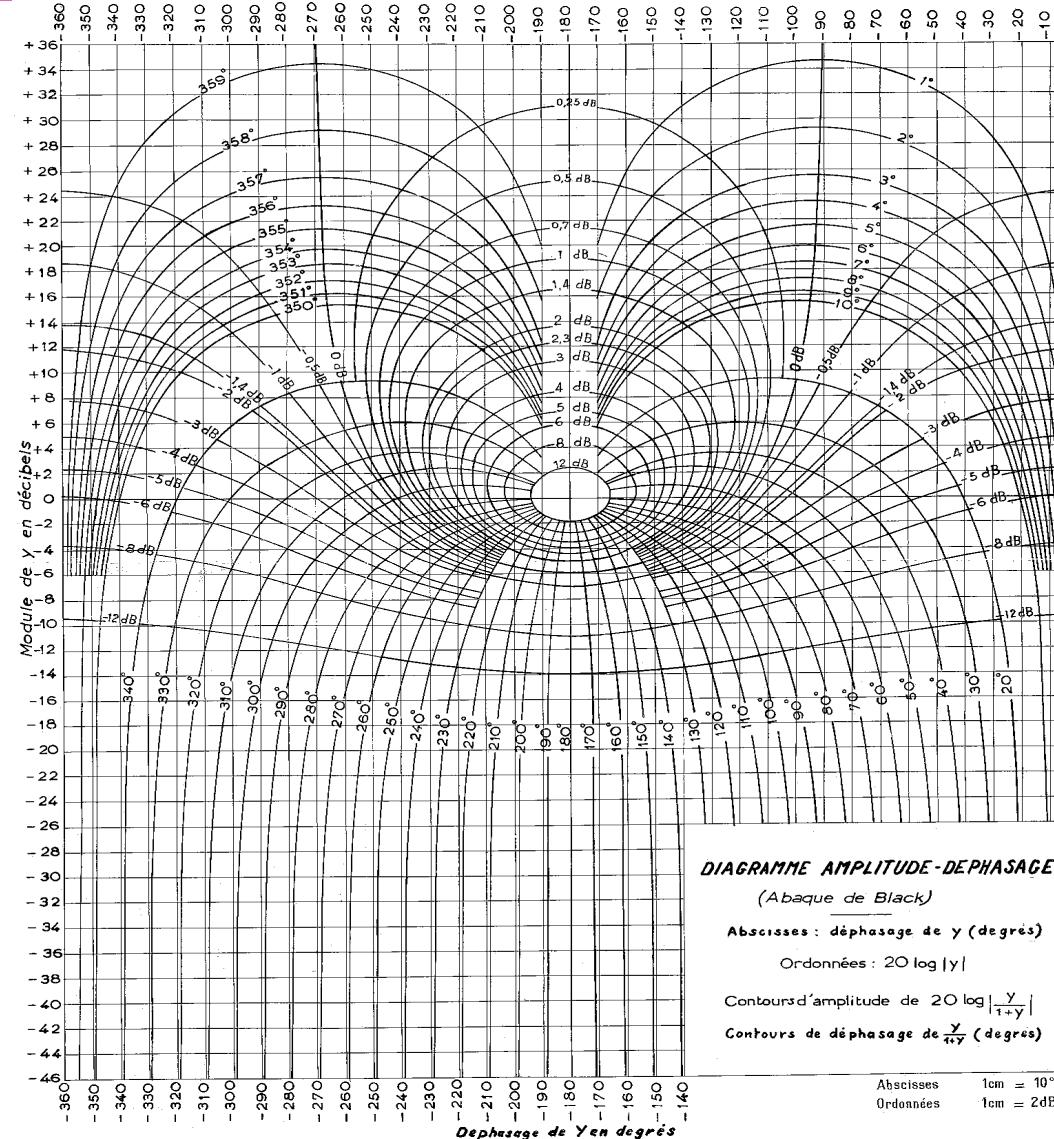
Isophase :
de -1° à -359°

Analyse Fréquentielle des Systèmes

Exemple en boucle fermée :

$$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= -2,9 \text{ dB} \\ \text{Phase} &: -30^\circ \end{aligned}$$

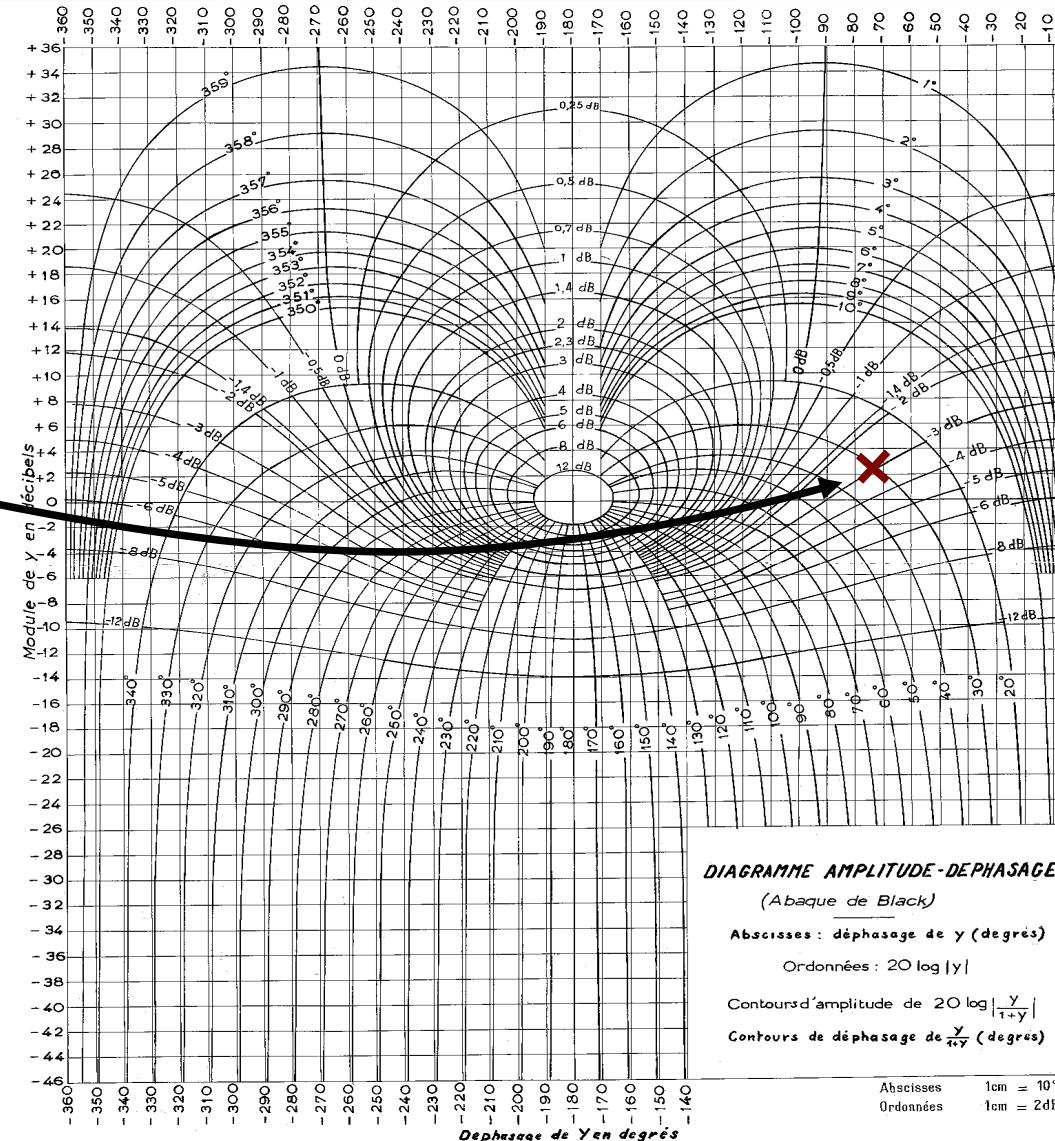


Analyse Fréquentielle des Systèmes

Exemple en boucle fermée :

$$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= -2,9 \text{ dB} \\ \text{Phase} &: -30^\circ \end{aligned}$$

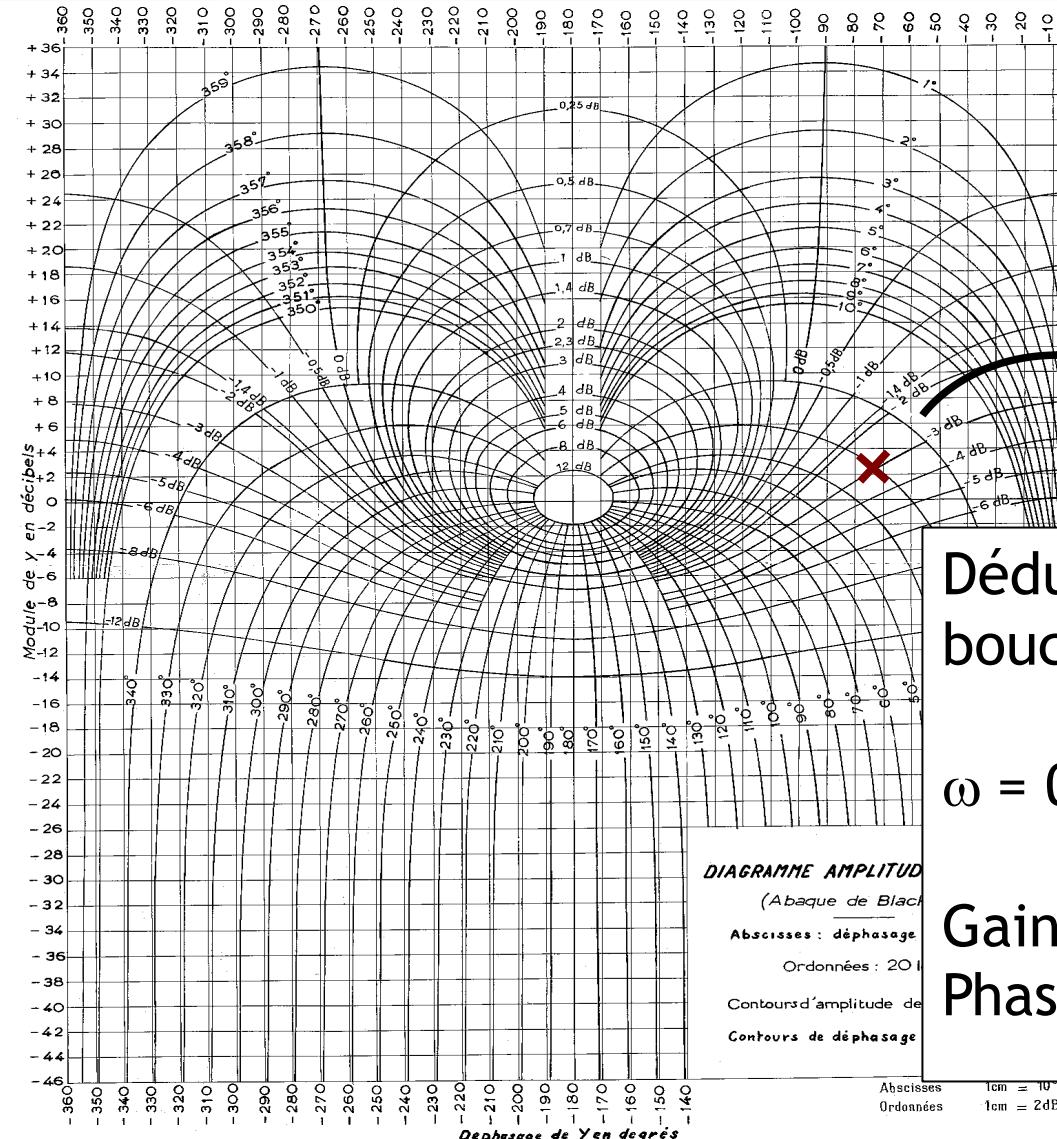


Analyse Fréquentielle des Systèmes

Exemple en boucle fermée :

$$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= -2,9 \text{ dB} \\ \text{Phase} &: -30^\circ \end{aligned}$$

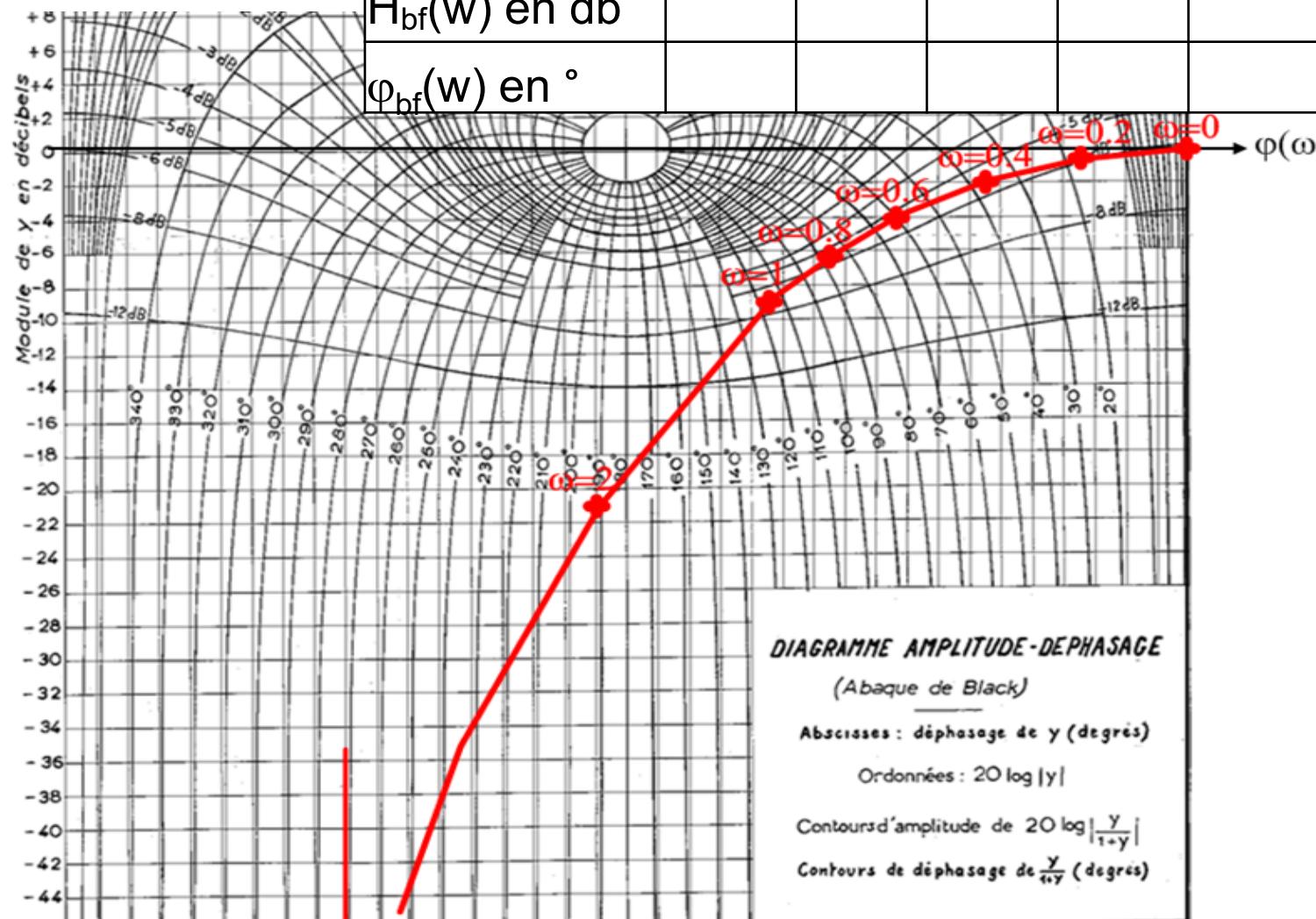


Déduction en boucle ouverte :

$$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Gain} &= +3 \text{ dB} \\ \text{Phase} &: -72^\circ \end{aligned}$$

Trouver les points H_{bf}



ω	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2
$H_{bo}(w)$ en db	0	-0,5	-1,9	-4,0	-6,4	-9,0	-21,0
$\phi_{bo}(w)$ en °	0	-34	-65	-93	-116	-135	-190
$H_{bf}(w)$ en db	-6	-6	-5,5	-5,4	-5,8	-7,5	<-12
$\phi_{bf}(w)$ en °	0	-11	-35	-59	-85	-116	-191

