Prof. Dr. Klaus Volbert

Regensburg, den 10. Oktober 2018
Votieren und abgeben bis zum 16. Oktober 2018, 23:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen
WiSe 2018/19
Blatt 2

Wichtige Hinweise:

−> Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!

−> Kursraum: https://elearning.uni-regensburg.de/course/view.php?id=9228

Aufgabe 1:
Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm (inkl. Kommentierung), das bei Eingabe von $n \in \mathbb{N}$ den Wert $\sum_{i=0}^{n} i^2 \in \mathbb{N}$ berechnet. Implementieren Sie zum Testen Ihres Registermaschinenprogramms ein Programm in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C#), das ein Registermaschinenprogramm aus einer Textdatei einliest und anschließend simuliert.

Aufgabe 2:
Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

1. $17 + 22 + 45 = O(1)$
2. $5n^3 + 12n^2 + 3n + 5 = \Omega(n^3)$
3. $2^{n+1} = O(2^n)$ und $2^{2n} = O(2^n)$
4. $\log(n!) = \Theta(n \log n)$
5. $2^n = O(n!)$ und $n! = O(n^n)$
6. $6^{-5}n^{1,25} = \Theta(\sqrt{n})$

Hinweis: Für $n \to \infty : n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ (Stirling-Formel)

Aufgabe 3:
Implementieren Sie die Funktion $f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$ mit und ohne Verwendung von Rekursion (Tipp: Verwenden Sie einen Stapel für natürliche Zahlen für die iterative Implementierung):

$$f(n,m) = \begin{cases} m+1, & \text{für } n = 0 \\ f(n-1,1), & \text{für } m = 0 \text{ und } n \geq 1 \\ f(n-1, f(n,m-1)), & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass $f(n, m)$ für alle $n, m \in \mathbb{N}_0$ definiert ist. Ermitteln Sie anhand Ihrer Implementierung möglichst viele Werte $f(n, m)$.

Aufgabe 4:
Bestimmen Sie obere und untere Schranken für die folgenden Rekursionsgleichungen von Algorithmen mit Hilfe der Iterations- oder Substitutionsmethode:

1. $T(1) = 1, T(n) = 4T(n/2) + n$ für alle $n > 1$
2. $T(1) = 1, T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$ für alle $n > 1$
3. $T(1) = 1, T(2) = 1, T(3) = 1, T(n) = 2T(n-1) + n^2$ für alle $n > 3$