

Формальные языки и автоматы.

Андрей Тищенко @AndrewTGk

2024/2025

Семинарист: Шимчик Никита Владимирович (Извините, можно спросить?)
Задачи из чата курса в тг.

Задача 1

Алфавит не может быть пустым, слово и язык могут.

Задача 2

Алфавит и слово не могут быть бесконечными, язык может.

Задача 3

ε — пустое слово

$\{\varepsilon\}$ — язык из пустого слова

\emptyset — пустой язык

Задача 4

Неверно, оно должно было быть указано явно

Задача 5

Верно. Пустое множество является подмножеством любого (кроме себя).

Задача 6

Пусть алфавит $\{a, b\}$, тогда: $S \rightarrow a \mid b \mid \varepsilon \mid aA \mid bA$

$A \rightarrow a \mid b \mid aA \mid bA$

Задача 7

Можно перечислить регулярной грамматикой (значит всеми остальными тоже), например:

$$S \rightarrow aA_1, S \rightarrow aA_2, S \rightarrow aA_4, \dots$$

При этом $A_1 \rightarrow a \wedge \forall i > 1 \quad A_i \rightarrow aA_{i-1}$

Задача 8

Данная грамматика порождает регулярный язык, так как грамматика тоже регулярная. Если язык можно описать регулярной грамматикой, то он регулярный.

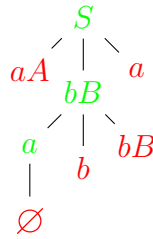
Задача 9

Да, входит:

$$S \rightarrow aA \xrightarrow{A \rightarrow bB} abB \xrightarrow{B \rightarrow bB} abbB \xrightarrow{B \rightarrow a} abba$$

Задача 10

Нет, не входит:



Итак, мы можем построить только строку ba , дальше ответвлений быть не может, так как в слове остались только терминальные символы.

Задача 11

Написать регулярную грамматику, порождающие все слова в алфавите $\{a, b\}$, содержащих в качестве подслова aab :

$$S \rightarrow aX_2 \mid aS \mid bS$$

$$X_2 \rightarrow aX_1$$

$$X_1 \rightarrow bA \mid b$$

$$A \rightarrow aA \mid bA \mid a \mid b$$

Если возьмём контекстно свободную грамматику:

$$S \rightarrow Aaab \mid aabA \mid AaabA \mid aab$$

$$A \rightarrow a \mid b \mid aA \mid bA$$

Задача 12

$L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w \text{ не содержит двух последовательных символов } b\}$. Напишем регулярную грамматику для этого языка:

$$S \rightarrow a \mid b \mid aA \mid bB \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow a \mid bB \mid b \mid aA$$

$$B \rightarrow a \mid aA$$

Задача 13

Написать КС грамматику, порождающую язык:

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aSb. \text{ Решает задачу, если нет ограничений на } S \text{ в правой части}$$

$$S \rightarrow \varepsilon \mid A$$

$$A \rightarrow ab \mid aAb$$

Задача 14

$$S \rightarrow A \rightarrow aAb \rightarrow aabb$$

Задача 15

Введём функцию $S(w) = |w|_A + |W|_S$ (количество букв A и S).

Изначально на строке S : $S(S) = 1$.

Любое правило не уменьшает $S(w)$, значит $\forall w : S(w) \geq 1 \Rightarrow$ невозможно получить строку только из терминальных символов.

Задача 1

$$\emptyset \cdot a(a|b)^* = \emptyset$$

Задача 2

$$\{a, a^3, a^5, \dots\} \cdot \{a, a^3, a^5, \dots\} = \{a^2, a^4, a^6, \dots\}$$

Задача 3

$$\{\varepsilon, a^2, a^4, \dots\} \cdot \{a, a^3, a^5\} = \{a, a^3, a^5\}$$

Задача 4

$$(a|b)^* aab(a|b)^*$$

Задача 5

$$(a|c|bb^*a)^*b^* = (b^*a|c)^*b^*$$

Задача 6

$$b^*a^*abb^*a^*$$

Задача 7

$$(a|b)((a|b)(a|b))^*$$

Задача 8

$$b^*(ab^*ab^*)^*$$

Задача 9

$$1^*(01^*01^*01^*01^*01^*)^*$$

Задача 10

Да, верно в обе стороны.

Задача 11

Рисовать НЭ буду (но можно попросить сильно).

Семинар 31 января

Уроки рисования графиков.

Семинар 21 февраля

Построим ДКА для регулярного выражения $a^*(\varepsilon|b)a$.

Преобразуем $a^*(\varepsilon|b)a$. Хорошие рисуночки, попробую перерисовать на досуге.

П И С Е Ч К А