Теорвер

Тищенко Андрей

Задача 1

а)

Рассмотрим случай $k <= 17$. Когда мы будем доставать k-ый пряник, k - 1 карманов из 17 будут пустые значит вероятность равна $\frac{k-1}{17}$. 17 - общее количество исходов. $k-1$ - количество исходов при которых карман будет пустым. Если $k >= 18$ то вероятность равна 1.

б)

Всего количество варинтов равно - $\frac{17 \cdot 16}{2} = 136$. Количество исходов когда оба кармана оказались с пряниками - 1. Значит вероятность равна - $\frac{1}{136}$

в)

Всего вариантов - $10 \cdot 10 = 100$, так как во второй раз мы можем взять из того же кармана. А количество исходов когда мы оба раза взяли из одного кармана - 1. Значит вероятность равна - $\frac{1}{100}$

Задача 4

A)

Наша задача состоит в том чтобы выбрать 26 карт и среди них было два туза. Всего вариантов выбрать 26 карт из 52 - $\binom{52}{26}$. Теперь посчитаем количество способов выбрать 26 карт при этом чтобы среди них оказалось два туза. Сначала выберем из 4 тузов - 2, а затем из оставшихся 48 карт 24, чтобы в сумме выбранных карт было 26, тогда итоговая формула - $\binom{4}{2} \cdot \binom{48}{24}$. Значит итоговая вероятность - $\frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{48}{24}}{\binom{52}{26}}$

B)

Наша задача состоит в том чтобы выбрать 26 карт и среди них было либо 0 или 4 туза. Всего вариантов выбрать 26 карт из 52 - $\binom{52}{26}$. Теперь у нас два варианта, если нам нужно 4 туза то просто их берем и добираем 22 карты из 48 оставшихся - $\binom{48}{22}$, если нам нужно 0 тузов в колоде то берем 26 карт из 48(всех кроме тузов) - $\binom{48}{26}$. Итого ответ - $\frac{\binom{48}{22}+\binom{48}{26}}{\binom{52}{26}}$

С)

Всего вариантов - $\binom{52}{26}$. Вариантов выбрать 26 карт среди которых один туз - $\binom{4}{1} \cdot \binom{48}{25}$, среди которых 3 туза - $\binom{4}{3} \cdot \binom{48}{23}$. Итоговая вероятность - $\frac{\binom{4}{1}\cdot\binom{48}{25}+\binom{4}{3}\cdot\binom{48}{23}}{\binom{52}{26}}$

Задача 5

Если r $>$ 365 то вероятность 1. Пусть r $<=$ 365. Всего вариантов распределения день рождений 365^r. Если ни один день рождения не повторяется то это будет A$\binom{365}{r}$. Итоговая вероятность - $\frac{\binom{365}{r}}{365^r}$. При подставлении r $=$ 23 получаем вероятность ≈ 0.49

Задача 6

Всего вариантов переставить буквы – 6!. Вариантов когда получается слово - АНАНАС - $3! \cdot 2!$. Итоговая вероятность - $\frac{3!\cdot 2!}{6!} = \frac{1}{60}$

Задача 7

Всего вариантов как туристы выберут места - 30^5. Вариантов когда каждый выберет разное - $A\binom{30}{5}$. Итоговая вероятность - $\frac{A\binom{30}{5}}{30^5}$

Задача 11

а)

Количество варинатов каких 6 людей выберут среди 10 – $A\binom{10}{6}$. Количесвто вариантов чтобы выбрали именно 6 мужчин - 6!. Итоговая вероятность - $\frac{6!}{A\binom{10}{6}}$

б)

Всего вариантов также – 6!. Теперь выберем 4 мужчин из 6, затем 2 мженщин из 4 и затем переставим их всеми возможными способами - $\binom{6}{4} \cdot \binom{4}{2} \cdot 6!$. Итоговая вероятность - $\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{4}{2}\cdot 6!}{6!}$

в)

Этот пункт отрицание к первому, значит вероятность равна $1 - \frac{6!}{A\binom{10}{6}}$

Задача 13

а) $2 \cdot \frac{C_{12}^3 \cdot 9!}{A_{18}^9}$ б) $\frac{C_6^3 \cdot C_{12}^6}{C_{18}^9}$

Задача 14

$\frac{C_5^4 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1}{C_{10}^7}$

задача 15

а) 1 - $\frac{C_{98}^{50}}{C_{100}^{50}}$ б) $\frac{2^{50}}{C_{100}^{50}}$

ДЗ 2.

№17

$$P(A) = P(\text{в 4 из 5 есть купон}) + P(\text{в 5 из 5 есть купон}) =$$
$$= \frac{C_{10^4}^4 + C_{10^4}^5}{C_{5\cdot 10^5}^{10^4}}$$

№19

$$P(A) = \frac{1}{6} \quad P(B) = \frac{4}{36}$$
$$P(A/B) = \frac{2}{36} \quad P(AB) = \frac{1}{36}$$
$$P(A/B) = \frac{2}{36} \neq \frac{1}{4} = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

События зависимы

№85

$$P(A) = 1 - \frac{C_5^0 + C_5^1}{C_{100}^{10}}$$

№20

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad P(A \cdot B) \leqslant \frac{3}{8}$$

$$P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A + B) = \frac{5}{6} - P(A + B)$$

$$\frac{5}{6} - P(A + B) \leqslant \frac{3}{8} \Leftrightarrow P(A + B) \geqslant \frac{11}{24}$$

Верно только если $P(A + B) \geqslant \frac{11}{24}$

№22

$$P(A) = 1 - \left(\frac{99}{100}\right)^n \geqslant 0.95, \; n \in \mathbb{N}$$

$$n \geqslant 298 + \varepsilon \Rightarrow n \geqslant 299$$

№23

$$P(A) = \frac{C_{20}^3 + C_{20}^4 + C_{20}^5}{C_{25}^5}$$

№31

$$P(A) = P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = 1$$

№32

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{2}{3} \quad P(A + B) \geqslant \frac{1}{6}$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{7}{6} - P(AB)$$

$$\frac{7}{6} - P(AB) \geqslant \frac{1}{6} \Leftrightarrow P(AB) \leqslant 1 \text{ - всегда верно}$$

$P(A + B)$ всегда не меньше $\frac{1}{6}$

№37

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad P(B) = \frac{1}{4} \quad P(A/B) = P(A) \quad P(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{P(A + B)}{P(B)} = \frac{1}{2} = P(A/B)$$

События независимы

№46

Задача 1

$\frac{2}{\pi}$

Задача 2 а

$\frac{C_{18}^3+C_{18}^3}{C_{36}^3}$

Задача 2 б

$\frac{4C_9^3}{C_{36}^3}$

Задача 3

A_i — вытащили изумруд из i шкатулки.
$P(A) = p(\overline{A}_1)p(A_2)p(A_3) + p(A_1)p(\overline{A}_2)p(A_3) + p(A_1)p(A_2)p(\overline{A}_3) = 0.032$

Задача 4

$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
$P(A) = \frac{1}{9}$ — выбрана дама
$P(B) = \frac{1}{2}$ — карта чёрной масти
$P(AB) = \frac{1}{18}$ — чёрная дама.
$P(A+B) = \frac{2+9-1}{18} = \frac{5}{9}$