Теория вероятности 1 модуль.

Андрей Тищенко БПИ231 @AndrewTGk

2024/2025

Семинар 6 сентября.

Теория

Классическое определение вероятности:
Количество исходов конечно, они взаимоисключающие и равновозможные.
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \in [0,\ 1]$.

Задача 0

Казино Монте-Карло с 37 слотами. 18 красных, 18 чёрных и 0. Тогда вероятность выиграть при ставке на красное будет $\frac{18}{37}$. Ставка удваивается. Можно играть на дюжины $[1,\ 12]$, $[13,\ 24]$, $[25,\ 36]$, тогда вероятность выигрыша $\frac{12}{37}$. Ставка при этом утраивается.

Задача 1

У взломщика есть связка из 10 ключей. С какой вероятностью он откроет дверь, перебрав ровно половину ключей.
Ключ равновероятно может находиться на любой позиции в его связке. На пятом месте он будет в единственном случае, тогда $P = \frac{1}{10}$

Задача 2

Студент выучил 20 билетов из тридцати. С какой вероятностью ему достанется выученный билет, если он заходит первым? Вторым? Если первым: $\frac{20}{30}$
Если вторым: $\frac{19}{29}\frac{2}{3} + \frac{20}{29}\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

Задача 3

Есть буквы М, О, С, К, В, А. Какова вероятность получить слово МОСКВА при случайном расположении этих букв.
$P(A) = \frac{1}{6!} = \frac{1}{720}$
Условие такое же, но буквы А, Б, Р, А, К, А, Д, А, Б, Р, А и нужно получить АБРАКАДАБРА.
$P(A) = \frac{5!\,2!\,2!}{11!}$

Задача 4

Есть два брата и 10 мест за круглым столом. Какова вероятность размещения братьев напротив друг-друга.
Одного фиксируем, у второго 9 вариантов $P(A) = \frac{1}{9}$
Рассматриваем положение обоих $P(A) = \frac{10 \cdot 8!}{10!} = \frac{1}{9}$

Задача 5

10 человек, 10 мест, меджу двумя конкретными должно быть 3 человека.
$P(A) = \frac{6 \cdot 2 \cdot 8!}{10!}$
Выбираем m элементов из N, с учётом порядка:
$A_N^m = N(N-1)\ldots(N-m+1) = \frac{N!}{(N-m)!}$
Без учёта порядка:
$C_N^m = \frac{A_N^m}{m!} = \frac{N!}{(N-m)!m!}$

Задача 6

Угадываем номер телефона, знаем все цифры, кроме последних трёх, но известно, что они разные:
$P(A) = \frac{1}{A_{10}^3} = \frac{1}{720}$

Задача 7

Какова вероятность выиграть в спортлото (49 видов спорта, 6 выигрышных, нужно собрать все 6).
$P(A) = \frac{1}{C_{49}^6} \approx \frac{1}{14\,000\,000}$.
$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Задача 8

Выбираются 3 цифры, хотим, чтобы их произведение было чётным.
Посчитаем вероятность нечётности произведения: $P(\overline{A}) = \frac{C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{5!}{2!3!}\frac{7!3!}{10!} =$

$= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{1}{12} \Rightarrow$
$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$

Задача 9

Колода 52 карты, какова вероятность достать 4 карты одной масти:
$P(A) = \frac{4 \cdot C_{13}^4}{C_{52}^4}$

Задача 10

Достать тройку, семёрку и туза из колоды с 52 картами:
$P(A) = \frac{4^3}{C_{52}^3}$

Задача 11

90 хороших и 10 плохих деталей, какова вероятность, что среди пяти вытащенных деталей нет брака:
$P(A) = \frac{C_{90}^5}{C_{100}^5} = \frac{90!\,5!\,95!}{5!\,85!\,100!} = \frac{86 \cdot 87 \cdot \ldots \cdot 89 \cdot 90}{96 \cdot 97 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100}$
Хотим 3 хороших и 2 плохих:
$P(B) = \frac{C_{90}^3 \cdot C_{10}^2}{C_{100}^5}$

Задача 12

В спортлото угадать четыре из шести:
$P(A) = \frac{C_6^4 C_{43}^2}{C_{49}^6}$

Задача 13

Из 52 карт достать 2 красные и 2 чёрные карты:
$P(A) = \frac{C_{26}^2 \cdot C_{26}^2}{C_{52}^4}$

Задача 14

Вероятность при трёх бросках кубика получить три разных цифры:
$P(A) = \frac{A_6^3}{6^3},\ A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4$
При броске шести кубиков выпали все цифры:
$P(A) = \frac{6!}{6^6}$

Задача 15

В лифте девятиэтажного здания на первом этаже окалось 8 студентов. Никто не выходит на первом этаже, какова вероятность того, что лифт не остановится хотя бы на одном этаже.
$P(A) = 1 - \frac{8!}{8^8}$

Задача 16

Какова вероятность, что 10 монет выпадут на одинаковую сторону:
$P(A) = \frac{2}{2^{10}} = \frac{1}{2^9}$

Задача 17

Коробка с 100 шариками, каждый имеет номер от 1 до 100. Какова вероятность вытащить все шары и получить возрастающую последовательность, если:
а) Не возвращать шары в коробку:
$P(A) = \frac{1}{100!}$
б) Возвращать шары в коробку:
$P(A) = \frac{1}{100^{100}}$