Дз 8б по дискретной математике

Андрей Тищенко 231

Задача 1.

Выразить $(\Delta a_n)^3$ через $\Delta a_n,\ a_n$.
Распишем n-ый элемент $(\Delta a_n)^3$ в явном виде:

$$(a_{n+1}-a_n)^3 = a_{n+1}^3 - 3a_{n+1}^2 a_n + 3a_{n+1}a_n - a_n^3 = (*)$$

Выразим a_{n+1} через $\Delta a_n,\ a_n$:

$$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n \Rightarrow a_{n+1} = \Delta a_n + a_n$$

Подставим в $(*)$:

$$(\Delta a_n)^3 + 3(\Delta a_n)^2 a_n + 3\Delta a_n a_n^2 + a_n^3 - 3\left((\Delta a_n)^2 + 2a_n\Delta a_n + a_n^2\right) +$$

$$+3(\Delta a_n + a_n)a_n^2 - a_n^3 = (\Delta a_n)^3 - 3(\Delta a_n)^2$$

Задача 3.

Доказать: $\forall a,\ b \in \mathbb{R}\ \forall n \in \mathbb{N} \quad (a+b)^{(n)} = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k a^{(k)} b^{(n-k)}$.
Рассмотрим $n = 0$: $(a+b)^{(0)} = 1 = C_0^0 \cdot 1 \cdot 1$
Для $n+1$:

$$(a+b)^{(n+1)} = (a+b)^{(n)}(a+b-n) = (a+b-n)\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{(k)} b^{(n-k)}$$