

Теория вероятности 1 модуль.

Андрей Тищенко БПИ231 @AndrewTGk

2024/2025

Лекция 6 сентября.

Формула оценки

$random() \% 11$

Накоп = $0.1\text{ИДЗ} + 0.15\text{РС} + 0.25\text{КР} + 0.5\text{Экзамен}$

ИДЗ = индивидуальное домашнее задание (выдаётся через вики курса).

РС = работа на семинарах.

КР = контрольные работы.

Учебник:

Кибзун А. К., Горяинова Е. Р., Наумов А. В. “Теория вероятности и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами” 2013 или 2014 года.

История

Наука появилась из-за азартных игр. Кавалер Демире захотел составить математическую базу для расчётов в азартных играх. Перечисление многих известных математиков, работавших в этой области. Колмогоров легенда теорвера, придумал определение вероятности, основал СУНЦ, ездил на лыжах.

1 Основные понятия

Определения

Теория вероятности - раздел математики, изучающий математические модели массовых случайных явлений.

Массовость - за n повторений эксперимента, вероятность каждого исхода стабилизируется возле какого-то значения p_i .

Всякое случайное событие обладает массовостью.

Обозначения

$\omega_1, \dots, \omega_n$ - элементарные случайные события.

$\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ - пространство элементарных событий.

$\forall \Omega \forall A \quad A \subset \Omega \Leftrightarrow A$ - случайное событие.

$\forall A \forall \Omega \quad \Omega \subseteq A \Leftrightarrow A$ - достоверное событие.

$\forall A \forall \Omega \quad \Omega \cap A = \emptyset \Leftrightarrow A$ - невозможное событие.

Операции с событиями

$$A, B \subset \Omega$$

Произведение

Произведением случайных событий A, B называется событие $A \cdot B = A \cap B$

Сумма

Сумма $A + B$ есть событие $A \cup B$.

Разность

Разность множеств $A \setminus B$.

Дополнение

$$\overline{A} = \Omega \setminus A.$$

Свойства операций

1. $A + A = A$
2. $A \cdot A = A$
3. $A \cdot \Omega = A$
4. $A + \Omega = \Omega$
5. $A + B = B + A$
6. $A \cdot B = B \cdot A$
7. $A + (B + C) = (A + B) + C$
8. $\overline{\overline{A}} = A$
9. $\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$
10. $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Определение

Класс подмножеств \mathcal{A} на пространстве событий Ω называется σ -алгеброй событий, если:

1. $\Omega \in \mathcal{A}$
2. $\forall A \subset \Omega \quad A \in \mathcal{A} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{A}$
3. $\forall A_i \quad A_1, \dots, A_n, \dots \in \mathcal{A} \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A} \wedge \prod_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$

Классическое определение вероятности

Исход = элементарное случайное событие.

1. Конечное число исходов эксперимента.
2. Исходы взаимно исключающие.
3. Исходы равновозможны.

Тогда $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

$|A|$ - мощность множества исходов, принадлежащих A .

1. $P(A) \geq 0$
2. $P(\Omega) = 1$
3. $A \cdot B = \emptyset \Rightarrow P(A + B) = P(A) + P(B)$

Задача

В коробке 10 красных и 20 чёрных шаров.

Событие $A = \{\text{вытащить красный шар}\} \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$