## UNIVERZA V LJUBLJANI FAKULTETA ZA RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

#### Luka Sabotič

## NAVODILA ZA IZDELAVO IN VZOREC ZA PISANJE DIPLOMSKEGA DELA

DIPLOMSKO DELO [NA INTERDISCIPLINARNEM UNIVERZITETNEM ŠTUDIJU]

Mentor: prof. dr. Andrej Bauer

Ljubljana, 2023

To diplomsko delo je ponujeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Deljenje pod enakimi pogoji 2.5 Slovenija ali (po želji) novejšo različico. To pomeni, da se tako besedilo, slike, grafi in druge sestavine dela kot tudi rezultati diplomskega dela lahko prosto distribuirajo, reproducirajo, uporabljajo, dajejo v najem, priobčujejo javnosti in predelujejo, pod pogojem, da se jasno in vidno navede avtorja in naslov tega dela in da se v primeru spremembe, preoblikovanja ali uporabe tega dela v svojem delu, lahko distribuira predelava le pod licenco, ki je enaka tej. Podrobnosti licence so dostopne na spletni strani http://creativecommons.si/ ali na Inštitutu za intelektualno lastnino, Streliška 1, 1000 Ljubljana.



Izvorna koda diplomskega dela, njenih rezultatov in v ta namen razvite programske opreme je ponujena pod GNU General Public License, različica 3 ali (po želji) novejšo različico. To pomeni, da se lahko prosto uporablja, distribuira in/ali predeluje pod njenimi pogoji. Podrobnosti licence so dostopne na spletni strani http://www.gnu.org/licenses/.

Besedilo je oblikovano z urejevalnikom besedil I<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Slike so izdelane s pomočjo jezika PGF/TikZ. Grafi so narisani s pomočjo programa **gnuplot**.

Namesto te strani **vstavite** original izdane teme diplomskega dela s podpisom mentorja in dekana ter žigom fakultete, ki ga diplomant dvigne v študentskem referatu, preden odda izdelek v vezavo!

#### IZJAVA O AVTORSTVU

#### diplomskega dela

Spodaj podpisani/-a Luka Sabotič, z vpisno številko 63200031,

sem avtor/-ica diplomskega dela z naslovom:

Implementacija rekurzivnih podatkovnih tipov v programskem jeziku Minihaskell

S svojim podpisom zagotavljam, da:

- sem diplomsko delo izdelal/-a samostojno pod mentorstvom prof. dr. Andrej Bauer
- so elektronska oblika diplomskega dela, naslov (slov., angl.), povzetek (slov., angl.) ter ključne besede (slov., angl.) identični s tiskano obliko diplomskega dela
- soglašam z javno objavo elektronske oblike diplomskega dela v zbirki "Dela FRI".

V Ljubljani, dne xx.xx.2023 Podpis avtorja/-ice:

## Zahvala

Na tem mestu se diplomant zahvali vsem, ki so kakorkoli pripomogli k uspešni izvedbi diplomskega dela.



## Kazalo

Po	ovzet	ek	1
A۱	ostra	et	2
1	Rek	zurzivni tipi	3
	1.1	Koinduktivni podatkovni tipi	5
	1.2	Equi-recursive ali Iso-recursive?	7
		1.2.1 Equi-recursive	7
		1.2.2 Iso-recursive	8
2	Vso	te in variante	9
	2.1	Vsote	9
	2.2	Variante	10
		2.2.1 Oštevilčenja (enumerations)	11
		2.2.2 Variante enega tipa (Single-field variants)	12
3	Imp	olementacija	13
	3.1	Leksična analiza	13
	3.2	Razčlenjevanje	16
	3.3	Definicija in manipulacija abstraktne sintakse	18
	3.4	Pravilnost tipov	20
	3.5	interpreter	23
	3.6	minihaskell.ml	24
	3.7	Sintaksa programskega jezika Minihaskell	25
4	Upo	oraba	26
$\mathbf{A}$	Kaj	so priloge ali dodatki	32
Se	znar	n slik	33

Seznam tabel 34

# Seznam uporabljenih kratic in simbolov

Seznam uporabljenih kratic in simbolov, ki morajo biti enotni v celotnem delu, ne glede na označevanje v uporabljenih virih.

#### Povzetek

Povzetek naj posreduje bralcu kratko vsebino dela. Zajema naj namen dela, področje, na katerega se delo nanaša, uporabljene metode, poglavitne rezultate dela, zaključke in priporočila. Povzetek naj ne obsega več kot eno stran, običajno ima le 200 do 300 besed. Napiše se povsem na koncu, ko je že jasna vsebina vseh ostalih poglavij.

Ta dokument vsebuje navodilo za izdelavo diplomskega dela v obliki in strukturi, ki je v teh navodilih predpisan za pisanje diplomskih nalog. Struktura dokumenta je namenjena obojestranskemu tiskanju, kjer se novo poglavje vedno začne na lihi strani. V dejanski diplomi poglavja in podpoglavja običajno niso tako kratka kot v teh navodilih.

Za oblikovanje tega dokumenta je bil uporabljen sistem LATEX. Več o LATEXu lahko izveš na spletni strani http://www.ctan.org/. Kandidati, ki bodo svoje diplomsko delo oblikovali s pomočjo LATEX-a, lahko izvorno kodo tega dokumenta neposredno uporabijo kot vzorec za pisanje svoje diplomske naloge.

#### Ključne besede:

diploma, mentor, zagovor, podaljšanje, pisanje, struktura

#### Abstract

Povzetek naj bo napisan v angleškem jeziku.

#### Key words:

Ključne besede v angleškem jeziku.

10 strani

todo: - sintaksa jezika, kako se definirajo funkcije in to - case: veja ima

 $lahko\ tudi\ (najprejdokai)-parser? altype_checker?-popraviinterpreterdescription, iadded the printing and the printing and$ 

- prevedi equi in iso recursive
- prevedi sum types
- prevod enumerations in single field variants
- eval.ml, kaj to dela in ali je sploh uporabno. če je, popravi še število filov,

#### ki sestavljajo Minihaskell

- bloke kode sem zaključeval z ločili, je to kul?
- a je treba označt slike, drevesa, formule in to?
- prevedi interpreter
- koliko sta dolga uvod, zaključek in abstract in ključne besede? 10%
- naslov diplome, kaj točno je
- ali to pomeni da imamo isorecursive tipe: Type error: A has type B  $\rightarrow$

A but is used as if it has type A MiniHaskell> A - : B  $\rightarrow$  A = A

## Poglavje 1

## Rekurzivni tipi

V programiranju se vsakodnevno srečujemo z velikim številom konceptov in idej, ki nam na različne načine omogočajo iskati rešitve. Eden najbolj osnovnih in popularnih je tudi rekurzija. V osnovi rekurzija predstavlja elegantno preprostost reševanja zapletenih problemov z razčlenitvijo na manjše, bolj obvladljive podprobleme. Ta sposobnost reševanja zapletenih izzivov postopoma, ni le preoblikovala načina, kako se programerji lotevajo kodiranja, temveč je tudi postavila temelje za ustvarjanje razreda podatkovnih struktur, imenovanih rekurzivni tipi.

Tako kot rekurzivna funkcija pokliče samo sebe, da reši problem v manjših korakih, rekurzivni tipi opredeljujejo strukture, ki vsebujejo elemente istega tipa in ustvarjajo strukturirane samo-referenčne vzorce. S tem, ko dovoljujejo, da so elementi strukture sestavljeni iz primerkov iste strukture, oponašajo naraven način, kako zaznavamo in opisujemo svet okoli nas. Na primer datotečni sistem, kjer lahko mape vsebujejo podmape, ki pa spet vsebujejo več map in datotek. Podobno v družinskem drevesu: posamezniki imajo otroke, ki sčasoma sami postanejo starši. Rekurzivni tipi omogočajo, da te kompleksne odnose opišemo na preprost in intuitiven način.

Rekurzivni tip je podatkovni tip, ki se v svoji definiciji sklicuje sam nase. Ločimo ji lahko na induktivne in koinduktivne tipe. Prvi so končni, drugi pa so lahko tudi neskončni. Morda najbolj osnoven primer rekurzivnega tipa, je seznam. Seznam je lahko prazen, ali pa vsebuje urejen par nekega elementa in drugega seznama. Elementu ponavadi rečemo glava, seznamu, ki glavi sledi, pa rep. Tako ima poljubno dolžino, lahko je tudi prazen. Njegovo definicijo zapišemo kot:

```
List = \langle nil : Unit, cons : \{ Element, List \} \rangle
```

kjer *nil* prestavlja odsotnost vrednosti, torej prazen seznam. V prikazovanju primerov svoje implementacije bom za prazen seznam uporabljal konstruktor *Empty*, ki ne sprejme nobenega argumenta. *Element* pa predstavlja vrednost, ki je vsebovana v seznamu. Ta je seveda odvisna od tipa seznama. Če bi na primer hoteli seznam celih števil, bi definicija izgledala tako:

```
ListInt = \langle nil: Unit, cons: \langle Int, ListInt \rangle \rangle
```

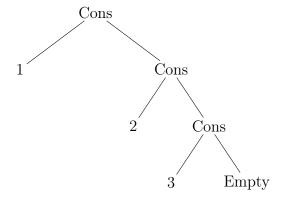
v moji impementaciji v Minihaskellu pa bi to izlgedalo kot:

```
data ListInt = Empty | Cons Int ListInt
```

Primer seznama celih števil, ki vsebuje elemente 1, 2 in 3:

```
let oneToThree = Cons 1 (Cons 2 (Cons 3 Empty))
- : val oneToThree : ListInt
```

Ta seznam si lahko predstavljamo tudi kot drevo:



Različne vrednosti, ki jih lahko zavzame rekurzivni tip predstavimo s konstruktorji, ki sprejmenjo neko število argumentov, ki so lahko spet kostruktorji. V drevesnem prikazu tega tipa so konstruktorji vozlišča, argumenti pa njihovi otroci. Konstruktorji, ki ne sprejmejo nobenih argumetnov, na primer *Empty*, so listi drevesa. V našem primeru seznama s števili ena do tri, poznamo dva konstruktorja: *Cons* in *Empty*. Drevo ima tudi liste, ki predstavljajo števila. Torej lahko podan primer razčlenimo:

1. imamo seznam, ki vsebuje število 1 in nek drug seznam ali rep. Konstruktor, ki nam omogoča to strukturo je *Cons*, ki sprejme dva argumenta: število in seznam. To sta njegova otroka. Vzamemo torej prvi del definicije: **Cons 1 rep**.

- 2. Seznam, ki je 'rep' seznama s številom 1, je spet seznam, ki vsebuje število 2 in nov seznam. Spet uporabimo konstruktor *Cons* in mu podamo argumenta 2 in nov seznam, se pravi **Cons 2 rep**.
- 3. Ostane nam še število 3, ki ga kot argument ponudimo tretjemu *Cons* konstruktorju. Potrebujemo še repni seznam: **Cons 3 rep**.
- 4. Ker smo na koncu seznama, uporabimo konstruktor **Empty** in zaključimo strukturo.

Seznamom podoben primer so drevesa. Ta so sestavljena iz vozlišč, vsako je lahko prazno, ali pa vsebuje nek element in svoje otroke. Ti so spet drevesa. V svetu programiranja so seznami in drevesa ključne podatkovne strukture, ki jih uporabljamo na različne načine. Razvijajo se inovativne implementacije in algoritmi za delo z njimi in so nujni za razumevanje programiranja. Seveda pa so to hkrati le osnovni primeri rekurzivnih tipov. V nadaljevanju bom predstavil nekaj bolj zanimivih primerov, ki so prav tako zelo uporabni.

#### 1.1 Koinduktivni podatkovni tipi

Seznami in drevesa so končni rekurzivni tipi, kar je lako zelo prikladno, ker lahko hranimo njihovo celo vsebino. Lahko pa se zgodi, da porebujemo podatkovni tip, ki nam omogoča dostop do neomejene količine podatkov. Tu nastopijo koinduktivni tipi. Najbolj so povezani z uporabo v komunikacijah, kjer ni potrebe da se komunikacijaski kanal kdaj zapre, najdemo pa jih lahko v postopkih, ki so lahko neskončni.

Osnovni primer koinduktivnih tipov so lačne funkcije. To so funkcije, ki sprejmejo poljubno število argumentov in vrnejo novo funkcijo, ki je lačna novih argumentov. Za njihovo definicjo si pomagajmo z  $\mu^1$  in  $fix^2$  operatorjema:

$$\text{Lačna} = \mu X.(\text{Argument} \to X)$$

Na primer, lahko imamo funkcijo, ki sprejme število in vrne funkcijo, ki sprejme novo število:

```
f = fix (\lambda f: Int \rightarrow Lačna. \lambda n: Int. f)
- : f : Lačna
```

 $<sup>^1</sup>$ Intuitivno si pomen operatorja  $\mu$ lahko razlagamo, kot da  $\mu x.y$  pomeni "tisti x, za katerega velja x = y".

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Intuitivna interpretacija izraza fix f je "tak x, za katerega velja x = f(x)".

Opazimo, da za vsak x:Int velja x = f(x). Ko polkičemo f, bo taS vrnila novo funkcijo, ki bo lačna novih argumentov:

```
l_1 = f 1;

l_1 = f 1;

l_1 = f 1;
```

Rezultatu lahko nato podamo nov argument in dobili bomo enak rezultat:

```
l_2 = l_1 2;
- : l_2 : Lačna
```

Tako funkcijo lahko gledamo tudi kot funkcijo, ki sprejme neomejeno količino argumentov in še vedno bo lačna novih:

```
zelo_lačna = f 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10;

- : zelo lačna : Lačna
```

V resnici je *zelo\_lačna* sestavljena iz več lačnih funkcij, ki se poračunajo sproti z vsakim argumentom. Lahko bi jo zapisali tudo kot:

```
zelo_lačna = (((((((((f 1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10 - : zelo lačna : Lačna
```

Tako se 1 uporabi kot argument na funkciji f, 2 na funkciji, ki jo vrne f, ko sprejme 1 in tako naprej.

Koinduktivni tipi so torej zelo uporabni, ker nam omogočajo delo z neskončnimi podatki. Vendar pa je potrebno biti previden, ker lahko hitro pride do neskončnih zank, ki se nikoli ne izračunajo. Lažje jih je obvladovati v lenih programskih jezikih, ker se njihova vsebina nikoli ne izračuna do konca, vedno samo po potrebi.

Najbolj znane lačne funkcije so tokovi. To so funkcije, ki sprejmejo prazne vrednosti (Unit) in vrnejo pare elementov in novih tokov:

$$Tok = \mu X.(Unit \rightarrow Element, X)$$

Lažji način za razumevanje tokov je, da jih gledamo kot neskončne sezname, sestavljene iz parov elementov in novih tokov. Na primer, lahko imamo tok naravnih števil:

```
naravna = fix (\lambda f: Int \rightarrow Tok. \lambda n: Int. \lambda u: Unit. \{n, f (n+1)\}) 0;
- : naravna : Tok
```

Za delo s tako funkcijo potrebujemo še nekaj pomožnih funkcij. Najprej funkcijo, ki vrne prvi element, ali glavo toka: (imejmo 1 za indeks prvega elementa in 2 za indeks drugega)

```
\begin{split} &\operatorname{glava} = \lambda t : \operatorname{Tok}. \quad (t \quad \operatorname{Unit}).1; \\ &-: \operatorname{Tok}: \operatorname{Tok} \to \operatorname{Int} \\ &\operatorname{in \, \check{s}e \, funkcijo}, \, \operatorname{ki \, vrne \, rep \, toka}: \\ &\operatorname{rep} = \lambda t : \operatorname{Tok}. \quad (t \quad \operatorname{Unit}).2; \\ &-: \operatorname{rep}: \operatorname{Tok} \to \operatorname{Tok} \end{split} &\operatorname{Tako \, lahko \, dostopamo \, do \, poljubnega \, elementa \, v \, toku:} \\ &\operatorname{tri} = \operatorname{glava \, (rep \, (rep \, (rep \, naravna)));} \\ &-: 3: \operatorname{Int} \end{split}
```

Oglejmo si še nadgradnjo tokov, enostavne procese. To so funkcije, ki sprejmejo nek element in vrnejo par elementa in novega procesa:

```
Proces = \mu X.(Element \rightarrow Element, X)
```

Na primer, lahko imamo proces, ki sproti vrača XOR zadnjih dveh prejetih elementov:

Podobno kot pro tokovih, za delo s procesi potrebujemo pomožne funkcije, kot je na primer funkcija, ki vrne vrnjeno vrednost procesa:

```
vrednost = \lambda p: Proces. (p true).1;
- : vrednost : Proces \rightarrow Bool
```

#### 1.2 Equi-recursive ali Iso-recursive?

Ko implementiramo rekurzivne tipe, se moramo slej ko prej vprašati, kaj je razlika med tipom in čemer dobimo, ko ta tip enkrat 'odvijemo'. Na primer, kaj je razlika med tipom List in njegovim enkratnim odvojem  $\langle nil:Unit, cons:Element, List\rangle$ ? V literatiri pojavita dva pristopa k temu vprašanju: equirecursive in iso-recursive.

#### 1.2.1 Equi-recursive

Equi-recursive pristop pravi, da je tip  $\mu X.F(X)$  po definiciji enak njegovemu odvoju  $F(\mu X.F(X))$ , ker oba predstavljata enaka neskončna drevesa. Ta pri-

stop nato od preverjevalnika tipov zahteva, da poskrbi, da se lahko oba zapisa uporabljata kot argumenta v funkcijah in podobno.

#### 1.2.2 Iso-recursive

Iso-recursive način, pa ubere na prvi pogled nekoliko bolj zapleteno pot. Definira dve preslikavi, ki sta med seboj inverzni. Imenujmo ju fold in unfold. Preslikava unfold vzame rekurzivni tip in ga preslika v njegov prvi odvoj, torej vzame tip  $\mu X.T$  in v telesu T zamenja vse pijavitve X z celotnim rekurzivnim tipom. Na primer, v definiciji seznama:

$$\mu$$
List. $\langle$ nil:Unit, cons:{Element, List} $\rangle$ 

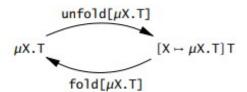
preslikamo v

 $\langle \text{nil:Unit, cons:}\{\text{Element,} \mu \text{List.} \langle \text{nil:Unit, cons:}\{\text{Element, List}\} \rangle \} \rangle$ .

Fold pa stori ravno obratno, torej rekurzivni tip zavije nazaj. Definiciji teh preslikav lahko tako zapišemo kot:

$$unfold[\mu X.T] : \mu X.T \to [X \to \mu X.T]T$$
  
 $fold[\mu X.T] : [X \to \mu X.T]T \to \mu X.T$ 

Ker sta preslikavi inverzni, velja:



Tako iso-recursive pristop rekurzivni tip in njegove odvoje ne obravnava kot enake, temveč kot izomorfne.

Oba pristopa se uporabljata pri konstrukciji programskih jezikov in teoretičnih besedilih. Equi-recursive je bolj intuitiven, vednar zahteva več dela od preverjevalnika tipov in lahko privede do težav pri kombinaciji z drugimi konstrukti, na primer operatorjih na tipih. Medtem iso-recursive pristop zahteva uporabo preslikav fold in unfold, kjerkoli se uporabijo rekurzivni tipi. V svoji implementaciji sem uporabil equi-recursive pristop, ker je bolj intuitiven in ne zahteva uporabe dodatni preslikav. Ker je Minihaskell len programski jezik, preverjevalnik tipov čaka na potrebo po preverjanju tipov, kar pomeni, da se lahko uporabijo rekurzivni tipi, ne da bi jih bilo treba najprej razviti.

## Poglavje 2

### Vsote in variante

Programerji se pogosto srečujejo z različnimi strukturami ali spremenljivkami, ki lahko zavzamejo vrednosti iz množice opcij. Na primer, vozlišče v drevesu je lahko prazno, list, ali notranje vozlišče. Element v povezanem seznamu je lahko trivialna vrednost nil, ali pa vozlišče Cons z glavo in repom seznama. Takih primerov je ogromno. Zato poznamo šum types".

#### 2.1 Vsote

Vsote so tipi, ki izvirajo iz množice vrednosti, dobljene iz kombinacije natanko dveh tipov. Na primer, če imamo tipa

```
Odrasel = {starost: Int, izobrazba: String}
Otrok = {starost: Int, šola: String}
```

za opis odraslega in otroka in želimo obravnavati oba kot en tip, da bi lahko na primer naredili seznam, ki vključuje oba tipa, lahko definiramo vsoto

```
Oseba = Odrasel + Otrok.
```

Vsak element s tipom oseba, je tipa Odrasel, ali pa Otrok.

Za ločevanje med elementi vsote, bomo uporabljali označbe *inl* in *inr*. Označbi prideta iz angleških izrazov *inject left* in *inject right*. Lahko ju razumemo kot funkciji, v tem primeru:

```
inl: Odrasel \rightarrow Oseba
inr: Otrok \rightarrow Oseba
```

vendar ju bomo uporabljali zgolj kot oznaki za ločevanje med elementi vsote. Torej, elementi tipa Oseba so bodisi oblike  $inl\ x$ , kjer je x tipa Odrasel, ali pa

inr y, kjer je y tipa Otrok. Torej, če je od tipa Odrasel, je inl od tipa Oseba, če pa je ot tipa Otrok, je inr ot tipa Oseba.

Da lahko nato delamo z vsotami, moramo imeti funkcije, ki znajo ločevati med elementi vsote in jih obravnavati posebej. To naredimo z uporabo *case* izraza. Če nas na primer zanimajo informacije o izobrazbi obravnavane osebe, lahko definiramo funkcijo izobrazba:

```
izobrazba: \lambdao:Oseba.

case o of

inl x \to x.izobrazba

inr y \to y.šola;
```

Ko je argument o tipa Odrasel označen z inl, se izvede prva veja in vrne izobrazba odraslega, ko pa je argument o tipa Otrok označen z inr, se izvede druga veja in vrne šola otroka. Tako je tip celotne funkcije  $Oseba \rightarrow String$ .

Preverjevalnik tipov tukaj nima težke naloge. Če imamo vsoto tipov  $T_1+T_2$  in želimo pokazati, da je  $inl\ t_1$  tipa  $T_1+T_2$ , moramo le pokazati, da je  $t_1$  tipa  $T_1$ . Podobno velja za  $inr\ t_2$ . Za case moramo preveriti več stvari. Najprej, da je argument tipa  $T_1+T_2$ . Nato preverimo obe veji, kjer predpostavimo da sta arumenta x in y tipov  $T_1$  in  $T_2$ , v tem vrstnem redu. Preverjamo, da sta tipa  $T_1$  in  $T_2$  vrnjenih vrednosti enaka. Če je to res, označimo tip vrnjene vrednosti kot T. Celoten izraz ima nato tip  $T_1+T_2\to T$ .

Ker v case izrazu preverjamo tip izraza, ki je podan kot argument na način, da samo preverimo ali ustreza enemu od  $T_1$  in  $T_2$  in se ne oziramo na drugi tip v vsoti, se lahko zgodi, da je izrazu možno dodeliti več kot en tip. To se zgodi, če ima več vsot enak seštevanec. Za primer vzemimo vsoti  $\alpha + \beta$  in  $\gamma + \beta$ . Obema je skupen seštevanec  $\beta$ , torej lahko nekemu izrazu tipa  $\beta$  dodelimo tip  $\alpha + \beta$  ali pa  $\gamma + \beta$ . To je problem, ki ga lahko rešujemo na različne načine. V svoji implementaciji, sem se odločil, da bo prevajalnik tipov izbral prvi tip, ki ga najde, torej tistega, ki je bil nazadnje definiran. To je bila najpreprostejša rešitev, vendar onemogoča, da bi v tem primeru tip  $\beta$  kakorkoli prepoznal kot del vsote  $\alpha + \beta$ .

#### 2.2 Variante

Binarne vsote lahko razširimo na variante, ki so kot vsote s poljubnim številom seštevancev. Zato označbi inl in inr ne prideta več v poštev, temveč uporabimo svoje oznake. Tako se malenkost spremeni notacija. Namesto  $T_1 + T_2$  pišemo  $\langle l_1 : T_1, ..., l_n : T_n \rangle$ , kjer  $l_i$  stoji za i-to oznako, ali 'label'. Prav tako namesto

2.2 Variante

 $inl\ t\ as\ T_1+T_2,$  pišemo  $\langle l_1=t\rangle\ as\ \langle l_1:T_1,...,l_n:T_n\rangle.$  Tako naš primer z osebami postane:

```
Oseba = ⟨odrasel:Odrasel, otrok:Otrok⟩;
o = ⟨odrasel=od⟩ as Oseba;
- : o : Oseba

izobrazba: λo:Oseba.
case o of
⟨odrasel = od⟩ → od.izobrazba
| ⟨otrok = ot⟩ → ot.šola;
- : izobrazba : Oseba → String
```

Morda zanimiva skupina variant so tiste, ki lahko vsebujejo tudi trivialne vrednosti *unit*:

```
Optional = \langle none: unit, some: Value \rangle;
```

Ti tipi so izomorfni s tipi, ki spadajo pod oznako *some* in razširjeni z opcijo trivialne vrednosti. To so na primer tipi, ki jih poznamo iz priljubljenih programskih jezikov in dopuščajo vrednosti kot so *null*, *None* ali *nil*.

Še dve posebni vrsti variant sta dovolj zanimivi za posebno obravnavo.

#### 2.2.1 Oštevilčenja (enumerations)

Oštevilčenja so variante, ki vsebujejo zgolj trivialne vrendosti in so namenjene predstavljanju konstant. Na primer, če želimo predstaviti ocene, ki jih lahko dobi študent, definiramo varianto:

```
Ocena = \langle pet: Unit, \sectsets est: Unit, sedem: Unit, osem: Unit, devet: Unit, deset: Unit \rangle;
```

Elementi takega tipa bi nato bili oblike  $\langle deset=unit \rangle$  as Ocena. Tako lahko sestavimo tudi funkcije, ki obravnavajo take vrendnosti. Na primer;

```
možno_zviševanje = \lambda.o:Ocena.

case o of
\langle deset=x \rangle \rightarrow false
| \rightarrow true;
```

je funkcija, ki sprejme eno izmed ocen in vrne odgovor na vprašanje, če jo je možno izboljšati. Tip te funkcije je  $Ocena \rightarrow Bool$ .

#### 2.2.2 Variante enega tipa (Single-field variants)

Možno je ustvariti tudi variante s samo eno oznako, torej bodo vsi njeni elementi istega tipa:

```
V = \langle 1:T \rangle;
```

torej tipa T. To je lahko zelo uporabno, ker elementov tipa V ni možno zamešati za elemente tipa T in posledično na njih ne moremo izvajati operacij, ki jih lahko na tipu T. Tako se lahko izognemu nesmiselnim primerom. Recimo, da uporabljamo podatke o valutah. Količino denarja v posamezni valuti lahko predstavimo s tipom Float, kot decimalno število. Težava nastane, ko definiramo funkcijo, ki pretvarja med valutami:

```
KuneVEvre = \lambda x: Float . zmnoži x 0.1327;
- : KuneVEvre : Float \rightarrow Float
```

kjer *zmnoži* predstavlja funkcijo, ki pomnoži dve decimialni števili. Če je x, ki ga podamo funkciji Kune VEvre količina denarja v evrih, je vse v redu. Vendar pa nam nič ne preprečuje, da bi kot argument v Kune VEvre podali katerokoli drugo število, na primer količino denarja v dolarjih, ali še huje, število število komarjev v nekem prostoru. Taka uporaba te funkcije je nesmiselna in se ji v večini primerov želimo izogniti. Tako lahko definiramo variante enega tipa:

```
DenarVKunah = \langle kune: Float \rangle;
DenarVEvrih = \langle evri: Float \rangle;
```

in morda še vse ostali, ki jih potrebujemo, ter funkcijo *Kune VEvre* spremenimo tako, da deluje s pravilnimi tipi, torej pretvorbo omogočimo samo iz kun v evre in nič drugega:

Tako se zavarujemo pred napakami.

## Poglavje 3

## Implementacija

Predstavljene konstrukte sem tudi sam implementiral. To sem storil v programskem jeziku Minihaskell, ki ga je ustvaril prof. dr. Andrej Bauer in je dostopen na njegovem Github profilu, v repozitoriju plzoo.

Minihaskell je programski jezik, ki je namenjen predstavitvi osnovnih konceptov funkcijskega programiranja. Napisan je v programskem jeziku OCaml in po strukturi in načinu uporabe sledi jeziku Haskell. Omogoča uporabo celih števil (integers), booleanov z logičnimi operacijami in primerjavami celih števil ('=', '<'), urejenih parov, seznamov, funkcij in rekurzije. Temu sem dodal možnost definiranja novih tipov, rekurzivnih ali ne, in uporabe case izrazov za elo z njimi. Programski jezik sestavljajo leksična analiza, razčlenjevanje, interpreter in preverjevalnik tipov. V nadaljevanju bom predstavil kako delujejo v Minihaskellu, ter kako sem jih dopolnil.

#### 3.1 Leksična analiza

Prvi korak, ki ga je potrebno narediti, ko dobimo program ali ukaz in ga želimo izvesti, je leksična analiza. To je postopek, kjer vhodni niz znakov očistimo nebistvenih znakov, kot na primer presledki in jih razdelimo na gradnike. To so vse ključne besede, ki jih jezik pozna, števila, znaki, eof in podobno. To stori leksični analizator, ali lekser. Lekser je v našem primeru napisan v datoteki lexer.mll. Je datoteka, kjer so shranjeni regularni izrazi, ki opisujejo gradnike, ki jih lahko uporabljamo v programskem jeziku. Kot je to storjeno v Haskellu, sem določil, da bom imena spremenljvk dovolil le z majhno začetnico, imena konstruktorjev tipov pa le z veliko. Tako sem si olajšal delo v parserju. Gradnik, ki bo predstavljal imena konstruktorjev in imena tipov sem poimenoval cname, kot okrajšavo za capital name ali ime z veliko začetnico.

Poleg načina poimenovanja konstruktov, je v lekserju definiranih še veliko drugih gradnikov, kot so olkepaji, znaki za operacije, ključne besede, ukaz :quit za izhod iz minihaskell.exe in podobno. Za definicijo podatkovnih tipov sem dodal ključno besedo data, z idejo, da bo imela enako vlogo, kot tista v Haskellu. Tako imamo vse potrebno za definicijo novih podatkovnih tipov, ker smo definirali besedo data, imamo cname za definicijo konstruktorjev in že od prej možnost definiranja spremenljivk. Za delo s podatkovnimi tipi, torej izraz case, je bilo potrebno še dodati gradnike za ključne besede case, of in  $end^{12}$ . V Haskellu sicer gradnika za end ne poznamo, vendar ker za razliko od Haskella Minihaskell ni občutljiv na zamik vrstic v kodi, in ker nisem želel z implementacijo še tega zaiti s smeri moje diplomske naloge, sem za lažje delo v parserju dodal tudi ta gradnik. Da bi razumeli zakaj je potreben, si poglejmo naslednji primer: recimo, da imamo case izraz, ki v eni od svojih vej vsebuje še en, gnezden *case* izraz:

```
case x of
           a \rightarrow _
           b \rightarrow case y of
                                   \begin{array}{c} c \to - \\ d \to - \end{array}
           e \rightarrow _{-}
```

Če bi bil Minihaskell občutljiv na zamik vrstic, bi bil zgornji izraz samoumeven. Ker pa v Minihaskellu v resnici izgleda takole:

```
case x of a \rightarrow _ | b \rightarrow case y of c \rightarrow _ | d \rightarrow _ | e \rightarrow _,
ga lahko razumemo na dva načina:
```

```
case x of
       a \rightarrow _
       b \rightarrow case y of
                        c \rightarrow 
                         d \rightarrow
        e \rightarrow \_,
```

ali pa:

case x of

 $<sup>^1{\</sup>rm Gradnik}$  ALTERNATIVE za znak '|' je že bil definiran, ker je Minihaskell že imel sezname in funkcijo *match* za delo z njimi.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Gradnik TARROW za znak  $\rightarrow$ , ki bo v veji case izraza ločil med izrazom, ki ga primerjamo in posledico, ki se sproži v primeru ujemanja, je prav tako že bil definiran.

3.1 Leksična analiza

Ker imajo različni programerji različna mnenja o tem, kateri od obeh je bolj smiselen in sem se želel izogniti kakeršnikoli dvoumnosti, sem dodal *end* gradnik, ki nam omogoča, da nedvoumno določimo, kdaj se *case* izraz konča:

case x of
$$\begin{array}{c} a \rightarrow \underline{\phantom{a}} \\ b \rightarrow case \ y \ of \\ \\ c \rightarrow \underline{\phantom{a}} \\ d \rightarrow \underline{\phantom{a}} \\ end \\ e \rightarrow \underline{\phantom{a}} \\ \end{array}$$
end.

Prav tako imamo v Minihaskellu težavo z vpisovanjem izrazov na zgornji način, saj je prilagojen le vpisovanju ukozov v komandno vsrtico, ki pa sprejema le nize znakov brez znaka za novo vrstico (newline ali

n). Tako nastane težava pri iskanju meje med posameznimi vejami case-a. Haskell za to uporablja le znake za novo vrstico, jaz pa sem dodal obvezno uporabo znaka / na začetku vsake veje, ki ni prva. Tako bi zgornji primer izgledal takole:

ali kot vnos v komandno vrstico:

case x of a 
$$\rightarrow$$
 \_ | b  $\rightarrow$  case y of c  $\rightarrow$  \_ | d  $\rightarrow$  \_ end | e  $\rightarrow$  \_ end.

#### 3.2 Razčlenjevanje

Razčlenjevalnik ali parser je naslednji korak v procesu prevajanja progamov. Kot je to delano v praksi, tudi v Minihaskellu ni parser napisan na roke, temveč je uporabljen program parser generator, kateremu moramo podati le slovnična pravila. Ker se tukaj uporabi Menhirjev OCaml parser generator, končnica datoteke ni .ml, ampak .mly. Lekser posreduje tok gradnikov, ki jih je prepoznal, naloga parserja pa je prepoznati slovnično pravilne stavke in zgraditi abstraktna sintaktična drevesa. To stori s pomočjo slovničnih pravil, ki povejo, v kakšnem zaporedju pričakujemo gradnike in kje se ti smejo pojaviti. V svoji implementaciji sem dodal dve gramatični pravili: eno za definicijo novih tipov in eno za case izraz. Pravilo za definicijo novih tipov je sledeče:

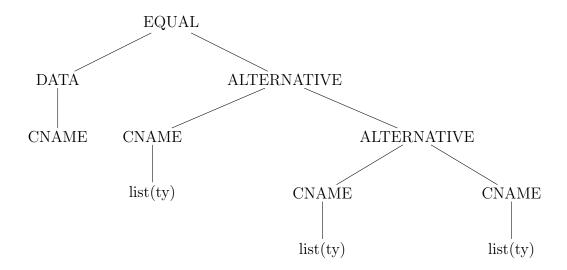
ki omogoča definicijo tipov na način:

```
data \ Type = Constr\_1 \ args\_1 \ | \ Constr\_2 \ args\_2 \ | \ \dots \ | \ Constr\_n \ args\_n \,.
```

Seveda morajo biti TYPE in CONSTR imena z veliko začetnico. Slovnična pravila lahko zapišemo tudi z abstraktnimi sintaktičnimi drevesi. Na primer, definicijo tipa:

```
data Type = Constr 1 args 1 | Constr 2 args 2 | Constr 3 args 3,
```

lahko predstavimo z drevesom:



Definicijo tipov sem kot *datadeftop* definiral kot enega izmed štirih osnovnih ukazov. Pred njim so bili že definirani *lettop*, ki omogoča definicijo spremenljivk, *exprtop*, ki omogoča definicijo izrazov in *cmdtop*, ki vsebuje posebne ukaze, kot so na primer *quit*.

Slovnično pravilo za case izraz pa sem dodal samo pod pravilo za expr ali izraze, ker se case ne uporabljav v definicijo spremenljivk ali definiciji tipov, niti to ni poseben ukaz. Pravilo je:

```
expr:
...
| CASE expr OF cases END

case_variants:
| case_variant ALTERNATIVE case_variants

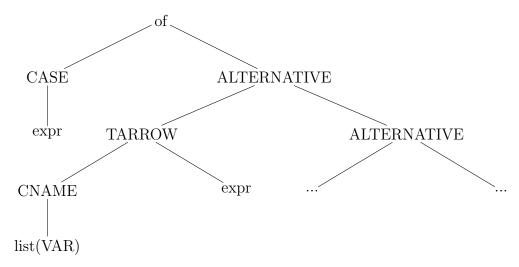
case_variant:
| pattern TARROW expr

pattern:
| CNAME list (VAR)
in omogoča uporabo case izrazov, kot so:

case x of
Constr 1 \rightarrow_
Constr 2 \rightarrow_
Constr 2 \rightarrow_
```

$$\begin{array}{c} \dots \\ \text{Constr} \ n \to \_ \\ \text{end} \, , \end{array}$$

ki jih seveda lahko prav tako zapišemo kot abstraktno sintaktično drevo:



#### 3.3 Definicija in manipulacija abstraktne sintakse

Ko imamo zgrajena drevesa iz gradnikov, je potrebno ugotoviti, kaj pomenijo in čemu so namenjeni, preden lahko program začnemo izvajati. Tu pride na vrsto abstraktna sintaksa. V datoteki syntax.ml so najprej definirani podatkovni tipi, ki jih parser pripiše drevesom in njihovim vozliščem, ko prepozna slovnična pravila. Eden izmed njih je na primer htype, krajše za haskell type, ki hrani vrednosti tipov, ki jih Minihaskell pozna na začetku, torej TInt, TBool, TTimes, Tarrow, TList in TData. Črke T na začetku poimenovanj služijo kot oznaka, da gre za tip. Morda ne samoumeven tip je TArrow, ki predstavlja funkcije. Hrani dva tipa, tip argumenta in tip vrnjene vrednosti. Spomnimo se, da v Haskellu ne obstajajo funkcije večih argumentov, temveč funkcije lahko vrnejo tudi nove funkcijem ki sprejmejo nove argumente in tako simulirajo sprejem večih argumetnov. Na primer: funkcija, ki sešteje dve celi števili, tipa  $Int \rightarrow Int \rightarrow Int$ , je v resnici funkcija, ki sprejme prvi argument tipa Int in vrne novo funkcijo, ki sprejme drugi argument in vrne rezultat:

seštej :: Int 
$$\rightarrow$$
 Int  $\rightarrow$  Int seštej x y = x + y

v resnici izgleda kot:

primer za seznam.

```
seštej :: Int \rightarrow (Int \rightarrow Int) seštej x = (\y \rightarrow x + y).
```

Med tipe, ki jih pozna Minihaskell sem moral dodati tip *TData*, ki je namenjen shranjevanju imen konstruktorjev in imen tipov. Sam ima tip *string*, ampak kot omenjeno, se vanj shranjejo le besede z veliko začetnico.

Morda bolj zanimiv je tip  $toplevel_c mdali toplevel\ command, kikotomenjenozgoraj, lahkozavz Expr, <math>mkishranjujeizraze$ , Def, kishranjujedefinicijespremenljivk, DataDef, kishranjujedefinicijespremenljivk

(\*\* MiniHaskell data definitions \*) type datadef = (cname \* htype list) list Kot vidimo, so argumenti konstruktorjev tipa htype. To pomeni, da lahko konstruktorjem podamo tudi argumente, ki so novih tipov. To nam omogoča definicijo rekurzivnih tipov:

```
data Seznam = Empty | Cons Int Seznam.
```

Za uporabnika je uporabno videti, da in kaj mu je uspelo, ko požene ukaz. Zato sem definiral tudi funkcije, ki definicije tipov pripravijo za izpis na zaslon, da lahko uporabniku potrdimo, da je definicija uspela in ni prišlo do napake:

```
let string_of_constructor (constr, args) =
  let args_str = String.concat " " (List.map string_of_type args) in
  constr ^ " " ^ args_str

let string of datadef (cname, constructors) =
```

let constructors\_str = String.concat " | " (List.map string\_of\_cons

```
"data" ^ cname ^ " = " ^ constructors_str
Ok, tole je treba še popravt v minihaskell.ml, da bo sploh v uporabi. Dodaj
```

Case izraz ima bolj zapleteno strukturo. Odločil sem se, da ga bom najprej razbil na dva dela: vhodni izraz in seznam vej. V abstraktnem sintaktičnem drevesu, prikazanem zgoraj, sta ta dva dela prva potomca korenskega vozlišča. Vsako vejo v seznamu sem nato razbil še naprej, na vzorec, ki ga primerjamo z vhodnim izrazom in posledico, ki se sproži v primeru ujemanja. Vzorec pa je sestavljen iz imena kontruktorja in seznamom spremenljivk, ki predstavljajo njegove morebitne argumente. V kodi ta definicija igleda takole:

```
type expr =
...
| Case of expr * (pattern * expr) list
```

```
and pattern = cname * name list
```

kjer *expr* predstavlja izraz, *pattern* vzorec v veji, *cname* ime konstruktorja z veliko začetnico in *name* ime spremenljivke z malo začetnico, ki predstavlja morebitni argument konstruktorja.

Zdaj imamo že dovolj konstrukcij, da lahko definiramo svoj tip in funkcijo s $\mathit{case}$ izrazom:

```
data Oseba = Odrasel Int | Otrok Int Int let starost = fun o : Oseba = \rangle case o of Odrasel x \to x | Otrok x \ y \to y end
```

Definiral sem tudi funkcijo za izpis *case* izraza, vendar je zaradi njene preprostosti ne bom ipostavljal. Na voljo je v repozitoriju.

#### 3.4 Pravilnost tipov

Da se program lahko izvede, se morajo vsi tipi spremenljivk, funkcij in izrazov ujemati. Preveriti, da je temu tako, je naloga preverjevalnika tipov. V Minihaskellu je zapisan v datoteki type\_check.ml. Peverjevalnik tipov programskega jezika MiniHaskell je zelo preprost. Poleg pomožnih funkcij vsebuje kontekst, kjer hrani tipe spremenljivk, funkcijo check, ki preveri, če je tip danega izraza pravilen in funkcijo type\_of, ki kakšnega tipa je dani izraz.

Da lahko preverjevalnik tipov deluje, mora poznati tipe obstoječih spremenljivk. To hrani kot seznam urejenih parov imen spremenljivk in njihovih tipov. Da pa lahko poznamo tipe spremenljivk, ki so rezultat novih konstruktorjev, moramo poznati tudi njihove tipe.

```
data Oseba = Odrasel Int | Otrok Int Int let študent = Odrasel 20
```

Da lahko razberemo tip spremenljivke *študent*, moramo vedeti, da je tip, ki ga prinese koonstruktor *Odrasel Oseba*. Te informacije shranimo kot seznam urejenih parov imen tipov in njihovih konstruktorjev. Tako dobimo kontekst:

```
type \ context = \{vars: (string * Syntax.htype) \ list; \ datadefs: (Syntax.cname)
```

definiramo tudi začeten, prazen kontekst, ki ga potrebujemo na začetku izvajanja, ko še ne poznamo nobenih spremenljivk in pomožni funkciji za dodajanje novih spremenljivk in tipov:

```
let empty_ctx = {vars = []; datadefs = []}
let extend_var x ty ctx = {ctx with vars = (x, ty)::ctx.vars}
let extend datadef x constrs ctx = {ctx with datadefs = (x, constrs):
```

Funkcija *check* deluje zelo preprosto, primerja izračunan tip danega izraza s tistim, ki ga pričakuje in sproži napako, če se ne ujemata. Funkcija *type\_of* pa s pomočjo informacij v kontekstu preoblikuje podan izraz v izrazno drevo in rekurzivno izračuna tipe podizrazov. Hkrati preverja pravilnost tipov s pomočjo funkcije *check*. Na primer, v operaciji seštevanja dovolimo le dve celi števili, torej izračunamo tipa obeh podizrazov in če nista celi števili, sprožimo napako.

Poglejmo, kako sem dopolnil *type\_ of*, da pravilno preverja tipe novih konstruktorjev in *case* izrazov:

Osredotočimo se najprej na definicije novih tipov, torej *Syntax.Constr* vejo. Tu enostavno kličemo funkcijo *type\_of\_constr*, s konstruktorjem, katerega tip nas zanima in delom konteksta, kjer je ta shranjen. Funkcija *type\_of\_constr* izgleda takole:

```
| None → type_of_constr c datadefs
| Some arg_types → List.fold_right (fun arg_type t →
Syntax.TArrow (arg_type, t)) arg_types (Syntax.TData type_name)
end
```

Funkcija se rekurzivno sprehodi skozi del konteksta, kjer so shranjeni novi tipi in njihovi konstruktorji. Za vsak tip preveri, če se med njegovimi konstruktorji nahaja želeni in če se, izračuna njegov tip.

Malo več dela je bilo s preverjanjem tipa v case izrazu. Najprej izračunamo tip izraza, ki ga primerjamo z vejami. Ker je case smiselen le za novo definirane tipe, ker ne bi ničesar pridobili, če bi vstavili na primer celo število, v nasprotnem primeru sprožimo napako. Sedaj poznamo vhodni tip. Nato poiščemo konstruktorje tega tipa, da jih bomo lahko primerjali z vzorci v vejah. To storimo rekurzivno, na zelo podoben način, kot smo to storili v funkciji type\_of\_constr. Preostane nam le še izračunati tip, ki ga bomo vrnili. Pri tem nam pomaga pomožna funkcija cases\_type:

```
and cases type u def cases ctx =
match cases with
      ] \rightarrow \text{type error "empty case expression"}
     | ((cname, xs), action) :: cases' \rightarrow
    let xs types = find u cname u def in
    let ctx = extend_ctx xs xs_types ctx in
    let t1 = type\_of ctx action in
    let rec rest of cases cases =
       match cases with
         [] \rightarrow t1
         ((cname, xs), action)::cases' \rightarrow
       let xs types = find u cname u def in
       let ctx' = extend_ctx xs xs_types ctx in
       let t2 = type of ctx, action in
       if t1 \langle \rangle t2 then
           type error "case expressions have different types"
       else
           rest_of_cases cases'
    in rest of cases cases'
```

Seveda ne želimo praznega *case* izraza, zato v takem primeru sprožimo napako. Nato izračunamo tipe spremenljivk, ki predstavljajo argumente za konstruktor v dani veji. To storimo z uporabo funkcije *find\_u*, ki poišče konstruktor v seznamu konstruktorjev in vrne tipe njegovih argumentov. Nato to dodamo v

3.5 interpreter 23

kontekst, da jih lahko uporabimo pri izračunu tipa posledice. Opazimo, da, ko dodajamo spremenljivke in njihove tipe v kontekst, posredno preverimo, da je število spremenljivk enako številu potrebnih argumentov, torej pravilno. Ko tega izračunamo in ga poimenujemo t1, se lotimo preostalih vej. Te pregledamo rekurzivno, z enakim postopkom kot pri prvi veji, vendar zdaj namesto da shranimo tip posledice, ga primerjamo z t1 in če se ne ujemata, sprožimo napako. To storimo, ker želimo, da case izraz vrne rezultat enakega tipa, neodvisno od izbrane veje.

#### 3.5 interpreter

Čas je za izračunanje vrednosti izrazov v programu. Tega se lahko brez težav lotimo, ker nam preverjevalnik tipov zagotavlja, da so ti pravilni. V Minihaskellu izraze računamo znotraj datoteke *interpret.ml*. Ta deluje precej preprosto, ker smo vso pripravo naredili že prej. Najprej definira okolje za spremenljivke, nato kako shranjujemo izračunane vrednosti, funkcijo *interp*, ki računa vrednosti izrazov, in izpiše rezultat.

Okolje ali *environment* je seznam urejenih parov imen spremenljivk in njihovih vrednosti. Uporabljala ga funkcija *interp*, ki vrednosti spremenljivk uporablja za izračun vrednosti izrazov. Izračune vrednosti hranimo v enem izmed konstruktov tipa *value*:

```
and value =
| VInt of int
| VBool of bool
| VNil of Syntax.htype
| VClosure of environment * Syntax.expr
| VConstr of Syntax.cname * (environment * Syntax.expr) list
```

Potrebujemo način za shranjevanje osnovnih tipov Minihaskella, torej Int in Bool, prazen seznam Nil in funkcije. Za hranjenje vrednosti novih tipov sem dodal še VConstr, ki vsebuje ime konstruktorja in seznam urejenih parov okolja in izraza, ki predstavlja njegove argumente.

Za case je bilo potrebno dopolniti funkcijo interp, da zna poiskati pravo vejo in vrniti njeno posledico. Ker vemo, da preverjevalnik tipov zagotavlja pravilno število spremenljivk za konstruktorji v vejah, lahko le enostavno primerjamo ime podanega konstruktorja z vsemi v case izrazu. Če najdemo pravega, dodamo njegove argumente v okolje in izračunamo posledico. V nasprotnem primeru sprožimo napako.

```
let rec extend_env env xs vs =
    match xs, vs with
...
| Syntax.Case (e, cases) \rightarrow
    (match interp env e with
| VConstr (c, args) \rightarrow
    let rec find_case = function
| [] \rightarrow runtime_error ("Unmatched constructor " ^ c)
| ((c', xs), action) :: l \rightarrow
    if c = c' then
        let env' = extend_env env xs args in
        interp env' action
        else find_case l
        in find_case cases
| _ \rightarrow runtime_error "Constructor expected in case"
)
```

#### 3.6 minihaskell.ml

Preostane le še glavna datoteka, ki poganja programe s uporabo vseh zgoraj opisanih datotek. Definira lekser in parser, okolje in funkcijo *exec*, ki izvaja ukaze. Okolje je sestavljeno iz konteksta preverjevalnika tipov in okolja intepretatorja. Tako pozna vrednosti in tipe vseh spremenljivk. Moral sem le dodati, kaj se zgodi, ko uporabnik definira nov tip:

## to še ne dela, najprej popravi kodo!!! ne vem zakaj koda ne dela btw

Imamo programski jezik z delujočimi funkcionalnostmi definiranja novih tipov in delanja z njimi. Poglejmo si še kako ga uporabljamo.

#### 3.7 Sintaksa programskega jezika Minihaskell

Da lahko jezik uporabljamo, moramo vedeti, kako napisati posamezne ukaze.

#### Poglavje 4

### Uporaba

Vsak programski jezik je razvit z namenom, da v njem programiramo. Poglejmo si, kako to izgleda v Minihaskellu. Z implementacijo definicije novih podatkovnih tipov MiniHaskell programerju ponuja veliko več možnosti načina pristopa k problemu. Vendar najprej poglejmo, če lahko programski jezik nekoliko poenostavimo, brez da izgubimo funkcionalnost.

Spomnimo se, da ima jezik od prej že osnovne tipe celih števil, booleanov, urejenih parov, seznamov in funkcij. Najbolj očitno je, da lahko z definiranjem nekega novega tipa nadomestimo posebej definiran tip seznama:

```
data Element = Nil | Num Int | Boolean Bool | Pair A B
data Seznam = Empty | Cons Element Seznam
```

Definirali smo seznam kot nov podatkovni tip, ki lahko vsebuje elemente tipa Int, Bool ali  $Pair^1$ . Konstruktorja Num in Boolean uporabimo, ker sta besedi Int in Bool že rezervirani in ju ne moremo ponovno uporabiti. Dodajmo še nekaj funkcij za uporabo novih seznamov. Najbolj uporabne funkcije so head, ki vrne prvi element seznama, tail, ki vrne vse elemente razen prvega, length za računanje dolžine seznama, append, ki doda element na konec seznama in map, ki uporabi funkcijo na vsakem elementu seznama.

```
let head = fun s : Seznam => case s of
Empty \rightarrow Nil
| Cons x xs \rightarrow x
end
```

 $<sup>^{1}</sup>Pair$  ni zares notacija, ki se uporablja v Minihaskellu, temveč sem jo poenostavil za uporabo v tem primeru.

```
let tail = fun s : Seznam =\rangle
          case s of
             Empty \rightarrow Empty
             | Cons x xs \rightarrow xs
          end
let length = rec length : Seznam \rightarrow Int is
          fun s : Seznam = \rangle
             case s of
                    Empty \rightarrow 0
                     Cons x xs \rightarrow 1 + length xs
             end
let append = rec append : Seznam \rightarrow Seznam is
          fun s1 : Seznam =\rangle fun s2 : Seznam =\rangle
          case s1 of
                     Empty \rightarrow s2
                     Cons x xs \rightarrow Cons x (append xs s2)
          end
let map = rec map : (Element \rightarrow Element) \rightarrow Seznam \rightarrow Seznam is
          fun f : (Element \rightarrow Element) = fun s : Seznam =
           case s of
              \text{Empty} \rightarrow \text{Empty}
              Cons x xs \rightarrow Cons (f x) (map f xs)
Imamo funkcije za delo s seznami. Potrebujemo še seznam, na katerem jih
bomo uporabili
let enke = Cons (Num 1) (Cons (Num 1) (Cons (Num 1) Empty))
Enke so torej seznam sestavljen iz treh enic. Dodajmo še funkcijo, ki jo bomo
kot argument podali funkciji map:
let plus ena = fun x : Element =\rangle case x of Num n \rightarrow Num (n + 1) | -
x end
Sedaj imamo vse potrebno. Poglejmo, kako deluje naš primer.
MiniHaskell) head enke
-: Element = Num (1)
```

val a : Boolean

```
MiniHaskell) tail enke
-: Seznam = Cons (Num (1) (Cons (Num (1) (Empty))))
MiniHaskell | length enke
- : int = 3
MiniHaskell append (Cons (Num 2) Empty) enke
-: Seznam = Cons (Num (2) (Cons (Num (1) (Cons (Num (1) (Cons (Num (1) (
MiniHaskell) map plus ena enke
-: Seznam = Cons (Num (2) (Cons (Num (2) (Cons (Num (2) (Empty))))))
Torej, z implementacijo novih tipov smodobili tudi možnost delanja s seznami.
Torej seznamov, kot so bili definirani v Minihaskellu, ne potrebujemo več.
Vprašanje je, kaj še vse lahko nadomestimo. Poskusimo še ustvariti nov tip
Boolean, ki bo zamenjal osnovni tip Bool in nekaj pripadajočih funkcij:
data Boolean = True | False
let not = fun b : Boolean =\rangle
  case b of
      True \rightarrow False
     \mid False \rightarrow True
  end
let xor = fun b1 : Boolean = fun b2 : Boolean = 
case of b1 of
True \rightarrow case b2 of
                              True \rightarrow False
                              \mid False \rightarrow True
                    end
| False \rightarrow case b2 of
                              True \rightarrow True
                              \mid False \rightarrow False
                              end
end
Podobno bi lahko definirali tudi funkciji and in or, vendar tu nista ključnega
pomena. Oglejmo si rezultate:
MiniHaskell) let a = True
```

```
MiniHaskell > let b = False val b : Boolean

MiniHaskell > not a - : Boolean = False

MiniHaskell > not b - : Boolean = True

MiniHaskell > xor a b - : Boolean = True

MiniHaskell > xor a a - : Boolean = False
```

Preostanejo nam še cela števila ali Int, urejeni pari in funkcije. Slednje se samo s tipi ne dajo reproducirati, lahko pa se lotimo števil. Najbolj enostaven primer in tak, ki se izogne pisanju neštetega števila konstruktorjev, so Churchova števila. Delujejo tako, da definirajo število nič in naslednika števila. Tako lahko zapišemo vsa naravna števila, kot bi to naredili v eniškem sistemu. Z negativnimi števili je več težav, zato se jim ne bomo posebej posvečali. Definiramo tudi funkcijo plus, ki sešteje dve Churchevi števili na način, da vemo, da je vsota nič in nekemu številu to drugo število in to uporabimo tako, da rekurzivno zmanjšujemo prvi seštevanec do nič in sproti povečujemo vsoto. Na koncu samo prištejemo drugi seštevanec.

```
data Stevilo = Nic | Naslednik Stevilo

let plus = rec plus : Stevilo → Stevilo → Stevilo is fun x : Stevilo => fun y : Stevilo => case x of

Nic → y
| Naslednik a → Naslednik (plus a y)
end

let ena = Naslednik Nic

let dva = Naslednik (Naslednik Nic)
```

```
MiniHaskell) plus ena dva
- : Stevilo = Naslednik (Naslednik (Naslednik (Nic)))
Opazimo, da seštevanje deluje pravilno.
   Urejeni pari so tudi dokaj preprosta struktura. Potrebujemo tip in funkciji
za pridobivanje prvega in drugega elementa.
data Element = Nil | S Stevilo | B Boolean | S Seznam
data Par = Par Element Element
let prvi = fun p : Par = \rangle
  case p of
     Par x y \rightarrow x
  end
let drugi = fun p : Par = \rangle
  case p of
     Par x y \rightarrow y
  end
let par = Par (S (Naslednik (Naslednik Nic))) (S (Naslednik Nic))
MiniHaskell) prvi par
-: Element = S (Naslednik (Naslednik (Nic)))
MiniHaskell drugi par
-: Element = S (Naslednik (Nic))
Tako lahko nadomestimo tudi urejene pare. Funkcij pa ne moremo, ker jih
potrebujemo za delo s tipi. Vanje vstavljamo case izraze.
   Zelo pogosto upoabljen primer rekurzivnih tipov so drevesa. Definirajmo
tip Drevo, ki bo predstavljalo binarno drevo in funkcijo, ki bo preštela število
elementov v drevesu:
data Drevo = Empty | List Stevilo | Vozlisce Stevilo Drevo Drevo
let st_vozlisc = rec st_vozlisc : Drevo → Stevilo is
  fun d : Drevo =\rangle
     case d of
       Empty \rightarrow Nic
         List s \rightarrow Naslednik Nic
          Vozlisce s l r \rightarrow plus (Naslednik Nic) (plus (st_vozlisc l) (st_vozlisc l)
     end
```

```
let lipa = Vozlisce Nic (List (Naslednik Nic)) (List (Naslednik (Nasl
MiniHaskell > st_vozlisc lipa
- : Stevilo = Naslednik (Naslednik (Naslednik (Nic)))
Definirali smo drevo lipa, ki ima korensko vozlišče in dva lista. Funkcija
st vozlisc vrne število tri.
  primer lačne funkcije tu ne dela, type checker ne pusti, ker se tipi ne
ujemajo (logično):
  Tokovi:
data Stream = Cons Int Stream
let ones = rec ones : Stream is Cons 1 ones
MiniHaskell ones
- : Stream = Cons (1 (Cons (1 (Cons (1 (Cons
(1 (Cons (1 (Cons
                             (1
                                 (Cons
                                       (1
                                           (Cons
                                                 (1
                                                     (Cons
                   (1 (Cons
(1 (Cons (1 (Cons
                             (1 (Cons
                                       (1 (Cons
                                                 (1
                                                    (Cons
(1 (Cons (1 (Cons
                   (1 (Cons
                             (1 (Cons
                                       (1 (Cons
                                                 (1 (Cons
(1 (Cons
         (1 (Cons
                   (1
                       (Cons
                             (1 (Cons
                                       (1 (Cons
                                                  (1
                                                     (Cons
                             (1
  (Cons
         (1 (Cons
                   (1
                       (Cons
                                (Cons
                                       (1
                                          (Cons
                                                  (1
                                                    (Cons
         (1 (Cons
                       (Cons
                                (Cons
                                          (Cons
(1 (Cons
                   (1
                              (1)
                                       (1
                                                    (Cons
(1 (Cons
         (1 (Cons
                   (1
                       (Cons
                             (1
                                 (Cons
                                       (1 (Cons
                                                 (1
                                                     (Cons
                       (Cons
                                 (Cons
                                          (Cons
  (Cons
         (1
             (Cons
                   (1
                              (1
                                       (1
                                                 (1
                                                     (Cons
(1 (Cons
         (1
             (Cons
                   (1
                       (Cons
                              (1
                                 (Cons
                                       (1
                                           (Cons
                                                  (1)
                                                     (Cons
(1 (Cons (1 (Cons (1
                      (Cons
                             (1 (Cons
                                       (1 (Cons
                                                 (1 (Cons
(1 (Cons (1 (Cons
                   (1
                       (Cons
                             (1
                                (Cons
                                       (1 (Cons
                                                 (1
                                                    (Cons
(1 (Cons
         (1 (Cons
                   (1
                       (Cons
                              (1
                                 (Cons
                                       (1
                                          (Cons
                                                  (1
                                                    (Cons
         (1 (Cons
                       (Cons
                                 (Cons
                                          (Cons
                   (1
                              (1
                                       (1
```

(1 (Cons

(1 (Cons

(1 (Cons

(1 (Cons (1 (Cons

(1 (Cons

(1 (Cons

(1 (Cons

(1 (Cons (1 (Cons (1

(1

(Cons

(Cons

#### Dodatek A

### Kaj so priloge ali dodatki

Priloge (slike, diagrami, algoritmi, načrti), če so potrebne, kandidat izdela kot posebna poglavja (Dodatek A, Dodatek B, ...), ki jih zaradi preglednosti ni smiselno vključiti v glavni del naloge. Vsi dodatki morajo biti naslovljeni in oštevilčeni, običajno z velikimi tiskanimi črkami.

# Slike

# Tabele