



*Durée : 2 h. Calculatrice en mode examen autorisée. Les sous-parties sont en grande partie indépendantes. L'énoncé est à rendre avec votre copie. On veillera à encadrer les résultats et à justifier toute affirmation intervenant dans une réponse.*

## I - Problème 1 : Caractériser une bobine à l'aide d'un ALI.

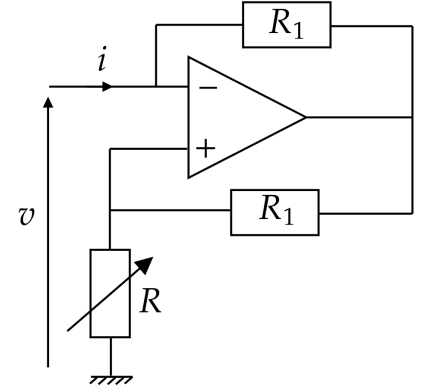
Avant de s'intéresser au montage complet, on commence par étudier le montage à ALI seul, dont le circuit est représenté ci-contre.

**Q1.** Schématiser sur votre copie la caractéristique statique d'un ALI quelconque. On explicitera chaque régime de fonctionnement.

**Q2.** On suppose l'ALI idéal, expliciter ce que l'on peut en déduire sur le comportement du circuit.

**Q3.** On suppose également que l'ALI fonctionne en régime linéaire, expliciter, pour un ALI idéal, ce que l'on peut affirmer.

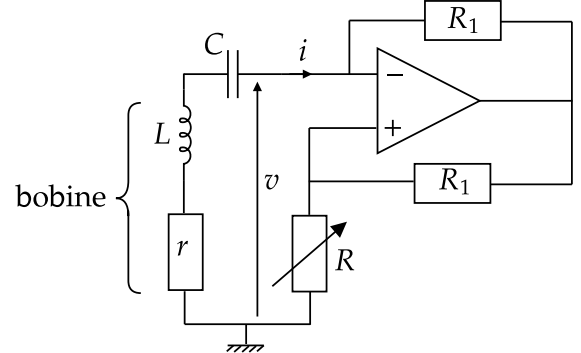
**Q4.** En déduire, en justifiant précisément, que  $v = -Ri$ . Commenter.



On ajoute désormais une bobine et un condensateur en amont de ce montage, où  $r$  schématise la résistance interne de la bobine d'inductance  $L$ . L'ALI est à nouveau supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire.

**Q5.** Écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de  $i$ .

**Q6.** Montrer que si l'on augmente  $R$  à partir de zéro, on voit apparaître des oscillations de  $i(t)$  au-delà d'une certaine valeur  $R_0$  de  $R$ , que l'on exprimera.



**Q7.** Montrer que la connaissance de  $R_0$ ,  $C$  et  $\omega_0$ , pulsation de ces oscillations, permet de déterminer  $L$  et  $r$ .

**Q8.** On observe le signal  $i(t)$  à l'oscilloscope pour mesurer  $\omega_0$  en observant le spectre du signal. L'acquisition est faite durant une durée  $\tau = 10$  ms. En déduire la résolution en fréquence (l'espacement en fréquence entre deux points successifs) du spectre.

**Q9.** L'oscilloscope en question ne peut enregistrer qu'au maximum  $N = 8000$  valeurs par acquisition, et au maximum  $10^8$  valeurs par seconde. On a mesuré grossièrement  $\omega_0 \simeq 1,3 \times 10^4$  rad.s<sup>-1</sup>. On souhaite avoir la meilleure résolution en fréquence possible, déterminer la valeur de  $\tau$  permettant une mesure aussi précise que possible de  $\omega_0$  via le spectre de  $i(t)$ .

**Q10.** Un oscilloscope mesure des tensions et non des courants. Proposer une solution expérimentale permettant tout de même de mesurer sur l'oscilloscope un signal proportionnel à  $i(t)$ . On pourra, si nécessaire, modifier le circuit électrique.

## II - Problème 2 : Cadencer un processeur à l'aide d'un oscillateur à quartz.

### II.1 Contexte

Le quartz est un dipôle électronique permettant de réaliser des oscillateurs électroniques extrêmement stables, servant par exemple à cadencer les microprocesseurs.

Une étude préalable nous a donné, pour l'impédance d'un quartz :

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{\omega_1^2}{j\omega\omega_0^2 C_0} \times \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Où  $C_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_0$  sont connus.



**Fig. 1** – Quartz, à droite du processeur qu'il cadence

### II.2 Oscillateur à quartz en série

Les oscillateurs à quartz font partie de la famille des oscillateurs à contre-réaction (ou rétro-action).

**Q11.** En un schéma de principe, expliciter le principe de l'oscillateur à contre-réaction.

On commence par étudier une première moitié de cet oscillateur.

**Q12.** Proposer, en justifiant, une hypothèse quant au régime de fonctionnement de cet ALI.

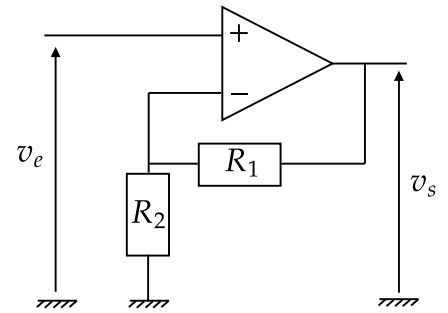
**Q13.** Rappeler par ailleurs l'expression de la fonction de transfert de l'ALI en régime linéaire. On pourra faire un schéma d'un ALI seul pour faire figurer des grandeurs physiques pertinentes.

Sur le montage ci-contre, on suppose les courants de polarisation  $i_+$  et  $i_-$  nuls.

**Q14.** Déterminer l'équation différentielle reliant  $v_s$  et  $v_e$ . S'agit-il d'un système stable ?

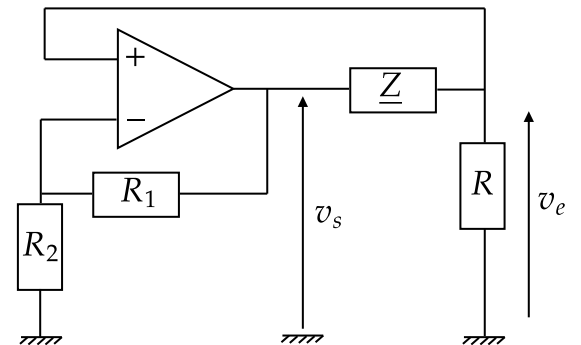
On suppose désormais cet ALI idéal, en conservant le régime de fonctionnement démontré en question précédente.

**Q15.** Exprimer  $v_s$  en fonction de  $v_e$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .



**Q16.** En justifiant rigoureusement chaque étape de votre raisonnement, exprimer  $v_e$  en fonction de  $v_s$ ,  $\underline{Z}$  et  $R$ .

**Q17.** En déduire une condition sur  $\omega$  et sur  $R$  pour obtenir des oscillations.



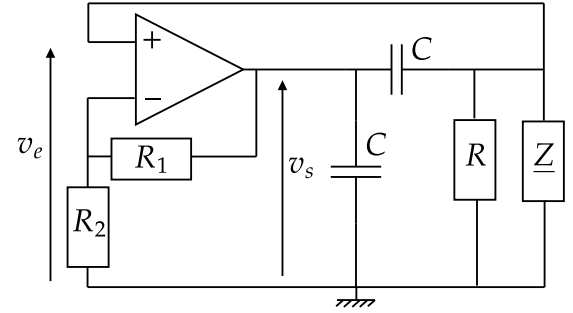
On peut montrer (voir le tracé expérimental du DM0) que cette solution ne tire pas pleinement profit de l'excellent facteur de qualité que peut imposer un quartz. Expérimentalement, on trouve plutôt proche du quartz deux condensateurs par ailleurs visibles sur la figure 1.

## II.3 Oscillateur à quartz parallèle

**Q18.** Déterminer désormais la nouvelle condition sur  $\omega$  et sur  $R$  pour obtenir des oscillations.

Les signaux d'horloge des microprocesseurs ne sont pas des sinusoïdes mais des signaux de tension en créneau, ayant pour valeur minimale 0V et pour valeur maximale 5V.

**Q19.** Proposer un circuit permettant, à partir du signal de tension sinusoïdale  $v_s$ , d'obtenir un signal créneau entre 0 et 5V.



On s'attend à obtenir pour  $v_s$  un signal sinusoïdal d'une amplitude crête à crête de 30V et de fréquence  $f_0 = 32768$  Hz. Ci-contre un extrait de la datasheet de l'ALI présente certaines de ses caractéristiques.

**Q20.** Expliciter si certains phénomènes non-linéaires affecteront la forme du signal.

Parameter	Value	Unit
Open Loop Voltage Gain	100	V/mV
Vcc	15	V
Vsat	15	V
Slew rate	2	V/ $\mu$ s
Gain Bandwidth	2	MHz

Fig. 2 – Extrait de la fiche de donnée de l'ALI

## III - Problème 3 : modulation à porteuse discrète : Pulse Width Modulation

La modulation à largeur d'impulsion (PWM) est une technique de modulation extrêmement commune en électronique de puissance, et globalement pour l'asservissement de systèmes basse fréquence.

Pour commencer, définissons une variante périodique de la fonction porte :

$$\forall t \in \mathbb{R}, f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t[T] < \alpha T \\ 0 & \text{si } \alpha T \leq t[T] \leq T \end{cases}$$

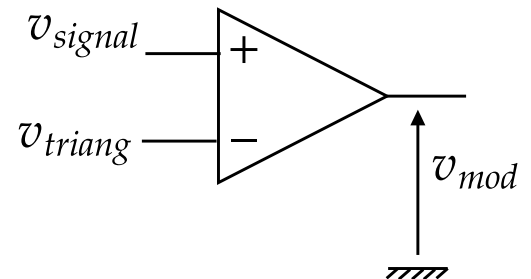
avec  $[T]$  désignant "modulo  $T$ ", et  $\alpha \in ]0, 1[$ .

**Q21.** Schématiser sur votre copie l'allure d'un signal PWM pour lequel  $\alpha = \frac{1}{4}$  sur l'intervalle  $[0, 2T]$ . On gardera pour le moment l'axe des ordonnées en unité arbitraire (UA).

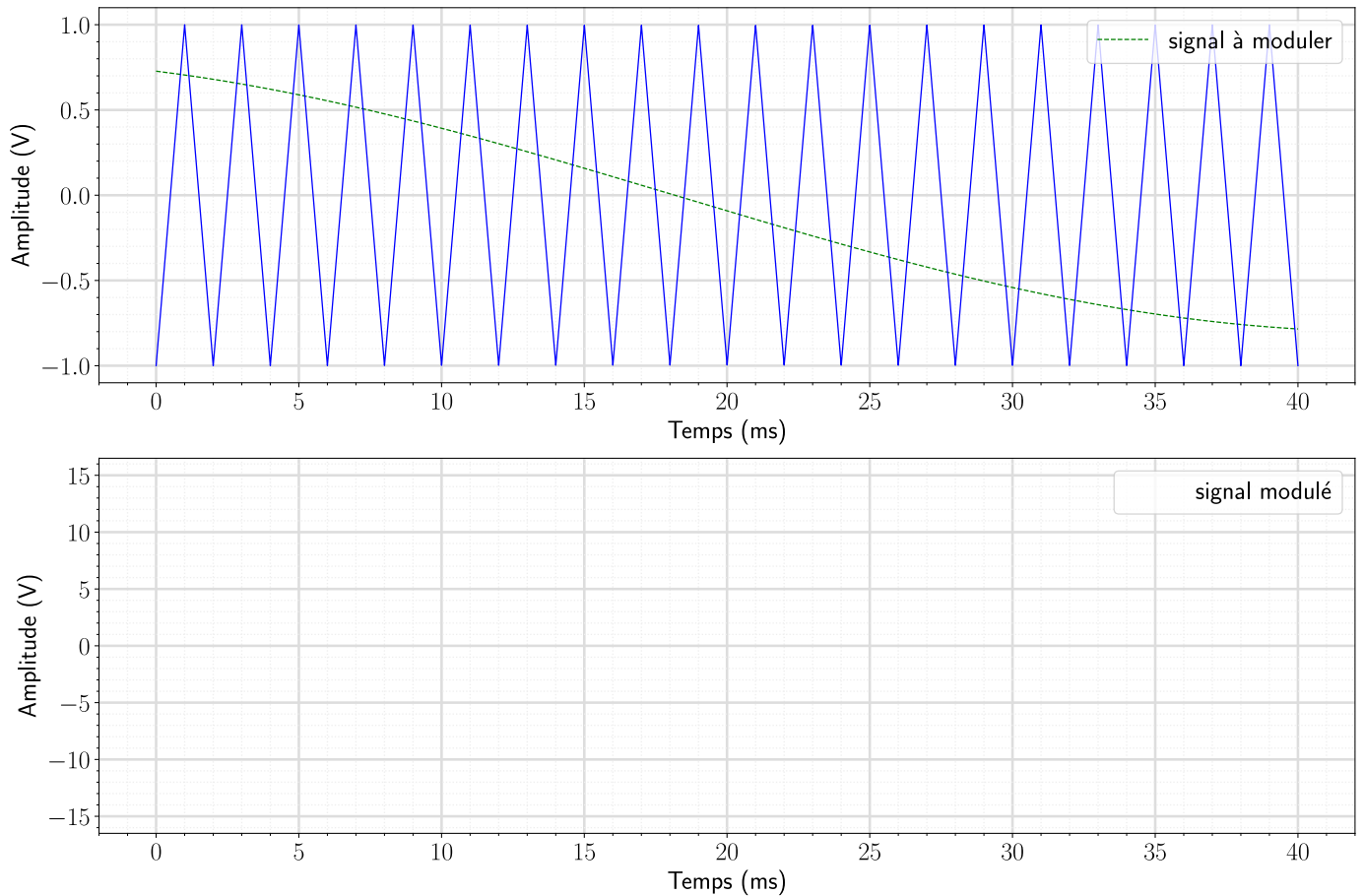
Le but de la modulation PWM est de faire porter l'information du signal par  $\alpha$ .

Pour ce faire, on utilise le montage à ALI ci-contre, l'ALI étant supposé idéal. Le signal à encoder est noté  $v_{signal}$  et  $v_{triang}$  est un signal triangulaire périodique de haute fréquence.

**Q22.** Exprimer, en fonction des valeurs de  $v_{signal}$  et de  $v_{triang}$ , la valeur de  $v_{mod}(t)$ .



**Q23.** Compléter ci-dessous la courbe  $v_{mod}(t)$  du signal modulé à l'aide des signaux représentés sur le premier graphique. On prendra  $V_{sat} = 15$  V.



Le signal  $v_{signal}$  est destiné à l'asservissement d'un moteur à courant continu. Si on note  $\dot{\Omega}$  la vitesse de rotation du rotor, on peut montrer expérimentalement que l'on peut approcher le fonctionnement du moteur par la fonction de transfert  $H_{mot} = \frac{\Omega}{v_{signal}} = \frac{K}{1+j\omega\tau}$  avec  $\tau = 0,15s$ .

**Q24.** Mesurer graphiquement la fréquence  $f_{triang}$  du signal  $v_{triang}$ , puis en déduire l'effet du filtre  $H_{mot}$  sur le signal modulé  $v_{mod}$ .

**Q25.** Quelle est qualitativement la fréquence maximale du signal  $v_{signal}$  qu'il est pertinent de vouloir transmettre au moteur ?

**Q26.** Estimer l'erreur individuelle en tension commise lorsqu'à chaque période du signal triangulaire on approxime le signal à moduler par une unique valeur  $\alpha$ . On notera  $dU$  cette erreur, que l'on exprimera en fonction de  $\frac{dv_{signal}}{dt}$  et de  $f_{triang}$ .

**Q27.** Le spectre d'un signal créneau est constitué de fréquences multiples impaires de sa fréquence fondamentale. Justifier que cela rend la modulation à largeur d'impulsion peu appropriée aux télécoms (internet, téléphonie).