

## A4. Совместимость фильтров Блума

---

Предположим, что по двум множествам объектов  $A$  и  $B$  создано два фильтра Блума одинакового размера -  $F(A)$  и  $F(B)$  соответственно. Путем выполнения поэлементного побитового И над фильтрами  $F(A)$  и  $F(B)$  был получен третий фильтр, который обозначен  $F(AB)$ . Ответьте на следующие вопросы:

- (3 балла) Верно ли, что  $F(AB)$  будет выдавать положительные ответы о принадлежности объектов из множества  $A \cap B$ ? Почему (нет)?
- (4 балла) Верно ли, что  $F(AB)$  будет в точности соответствовать другому фильтру, который будет получен в результате последовательной вставки объектов из множества  $A \cap B$ ? Почему (нет)? Хеш-функции не меняются. Фильтр Блума можно рассматривать в виде одного битового вектора.

1)

*В целом будем решать считать по задаче, что хеш функции в этих фильтрах одинаковы (об этом не написано, но если бы они были разные ответ на оба вопроса был нет(достаточно выбрать нужные хеш функции))*

Предположим противное: существует объект  $x$  из  $A \cap B$  который не находится в  $F(AB)$

Тогда существует такая хеш-функция  $hash(k)$ , что  $F(AB)[hash(k)] = 0$

Тогда либо  $F(A)[hash(k)] = 0$  либо  $F(B)[hash(k)] = 0$ , но такого быть не может - противоречие. Ответ ДА

2)

Предположим противное: существует такой бит, что он отличается в двух случаях

первый вариант

в  $F(AB)[i] = 0$  и  $F'[i] = 1$

это значит есть какой-то элемент из  $A \cap B$  который в некоторой хеш-функции выдал индекс  $i$

Тогда он должен был выдать в этой же функции этот же индекс и в фильтре  $F(A)$  и в фильтре  $F(B)$ , тогда бы  $F(AB)[i] = 1$  - противоречие. Ответ ДА