

# dz3

---

## 5.1

### Упражнение 5.1 Сравнение алгоритмов

1. Время работы алгоритма **A** (в микросекундах) зависит от размера входных данных следующим образом:  
 $T_A(n) = 0,1n^2 \log_{10} n$ .
  2. Время работы алгоритма **B** (в микросекундах) зависит от размера входных данных следующим образом:  
 $T_B(n) = 2,5n^2$ .
- Какой из этих алгоритмов более эффективен с точки зрения  $O$ ? Начиная с какого размера входных данных?
  - Если практический размер входных данных не превышает  $10^9$ , какому алгоритму следует отдать предпочтение?

второй алгоритм эффективнее

$$0.1n^2 \log_{10} n \geq 2.5n^2$$

$$\log_{10} n \geq 25$$

выполняется начиная с  $n = 10^{25}$

если размер входных данных меньше  $10^9$  лучше пользоваться 1м алгоритмом

## Упражнение 6 $O(?)$ для функции



```
function.cpp

void func(int n) {
    int i = 1, s = 1;
    while (s <= n) {
        ++i;
        s += i;
    }
}
```

Оценить и обосновать асимптотическую верхнюю границу сложности для этой функции.

мы будем складывать числа пока сумма  $1 + \dots + k$  не станет больше чем  $n$

тогда получится, что

$$\frac{k(k+1)}{2} \geq n$$

$$k^2 + k \geq 2n$$

$$k^2 + k - 2n \geq 0$$

$$k \geq \frac{1 + \sqrt{1 + 4n}}{2}$$

именно  $k$  раз будет выполняться цикл

тогда верхняя граница сложности:

$$O(N) = \sqrt{N}$$

Последний слайд

```
MAX_SUM.cpp

1  #include <iostream>
2  #include <vector>
3  #include <climits>
4
5  int long_find_max_sum(const std::vector<int>& arr,
6                        int k) {
7      int n = arr.size();
8      int max_sum = INT_MIN;
9
10     for (int i = 0; i <= n - k; ++i) {
11         int current_sum = 0;
12         for (int j = i; j < i + k; ++j) {
13             current_sum += arr[j];
14         }
15
16         max_sum = std::max(max_sum, current_sum);
17     }
18
19     return max_sum;
20 }
21
```

1. Оценить и обосновать асимптотическую верхнюю границу сложности для этой функции.

Этот алгоритм ищет максимальную сумму чисел на подотрезке длины  $k$

алгоритм перебирает элементы начала отрезка, и для каждого начала считает сумму этого отрезка

$$T(N, K) = 2 + C(N - K)K$$

поэтому верхняя граница сложности для этого алгоритма:

$$O(N, K) = NK$$

действительно,  $2 + C(N - K)K < NK$

например при  $N > K > 10$

## 2. Как можно улучшить/оптимизировать этот алгоритм? Разработайте оптимизированный алгоритмов и обоснуйте его сложность.

можно воспользоваться методом скользящего окна, то есть не пересчитывать сумму для каждого отрезка, а считать используя уже подсчитанные данные.

```
#include <vector>

int fast_find_max_sum(const std::vector<int>& arr, int k) {
    int n = arr.size();
    int max_sum = INT_MIN;
    int cur_sum = 0;

    for(size_t i = 0; i < k; ++i){
        cur_sum+=arr[i];
    }

    max_sum = std::max(max_sum, cur_sum);

    for(size_t i = k; i < n; ++i){
        cur_sum-=arr[i-k];
        cur_sum+=arr[i];
        max_sum = std::max(max_sum, cur_sum);
    }

    return max_sum;
}
```

в этом алгоритме я избавился от вложенного цикла, тем самым привел его к линейному виду

$$T(N) = 4 + K + N - K = N + 4$$

тогда верхняя граница

$$O(N) = N$$