

DZ 9

1

приведем матрицу к каноническому виду:

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & -2 & -7 \\ 5 & 3 & 7 & -6 & -4 \\ 8 & 0 & -5 & 6 & -13 \\ 4 & -2 & -7 & 5 & -7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{7}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Приведем систему к каноническому виду:

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & -8 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/9 & 4/9 & 7/9 \\ 0 & 1 & -5/9 & -2/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

Количество свободных переменных ОСЛАУ совпадает с рангом матрицы

Проверим являются ли исходные строки решениями:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/9 & 4/9 & 7/9 \\ 0 & 1 & -5/9 & -2/9 & 1/9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/2 & 7/2 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Значит любые три строки матрицы образуют ФСР для ОСЛАУ.

2

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 8 & -6 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & -3 & 7 & 17 & \lambda \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & -2 & -7 & -19 & 7 \\ -1 & 3 & 8 & 22 & \lambda - 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & -7 \\ 0 & -2 & -7 & -19 & 7 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & \lambda - 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

При $\lambda \neq 0$ решений у системы нет.

Рассмотрим случай, когда $\lambda = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 7/2 & 19/2 & -7/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5/2 & 13/2 & -3/2 \\ 0 & 1 & 7/2 & 19/2 & -7/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = -3/2 - 5/2x_3 - 13/2x_4$$

$$x_2 = -7/2 - 7/2x_3 - 19/2x_4$$

Векторное решение:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 - 5/2x_3 - 13/2x_4 \\ -7/2 - 7/2x_3 - 19/2x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

Частное решение:

$$x_1 = -3/2$$

$$x_2 = -7/2$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0$$

ФСР:

$$\begin{pmatrix} -3/2 \\ -7/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -5/2 \\ -7/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -13/2 \\ -19/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Но все это только при $\lambda = 0$, иначе никаких решений нет.