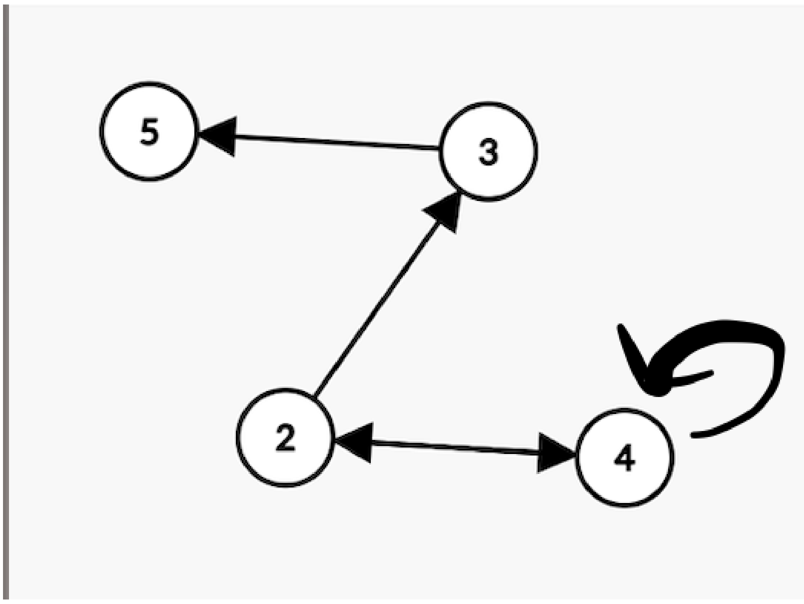
DZ 3b

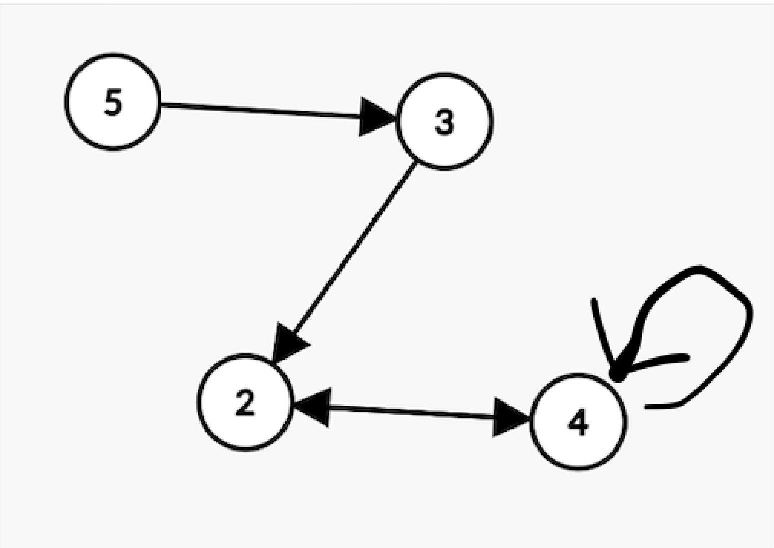
1

$R = \{\ (2,3), (3,5), (2,4), (4,2), (4,4)\ \}$

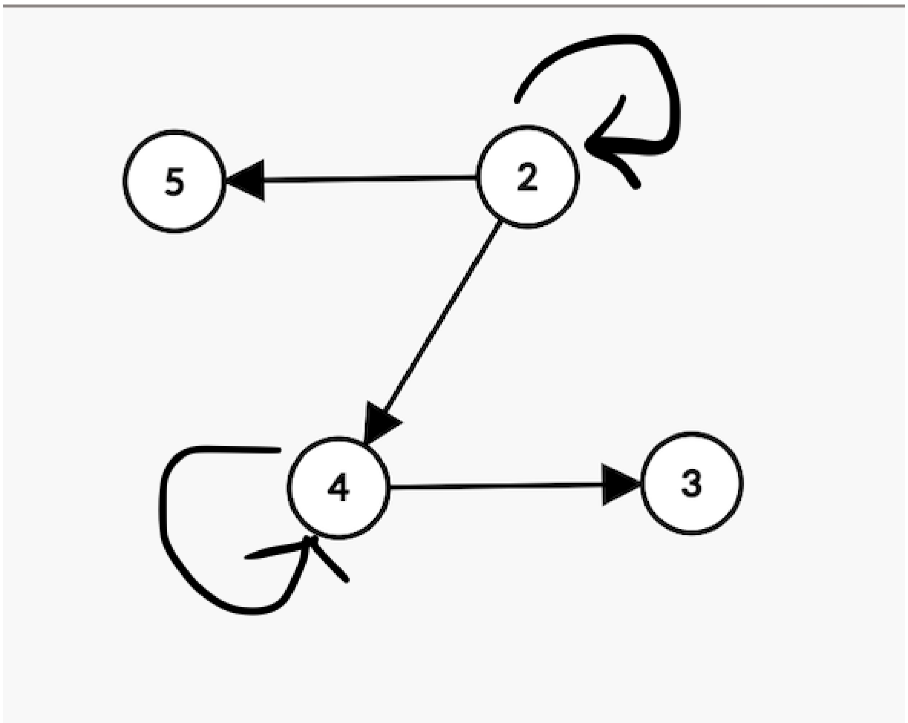
R:



R^{-1}:



$R \circ R = \{\ (2,5), (2,2), (2,4), (4,3), (4,4)\ \}$:



поскольку мы уже знаем $R \circ R$, то $R \circ R \circ R$ найдем втупую:

$\{ (2,3),(3,5),(2,4),(4,2),(4,4) \} \circ \{ (2,5),(2,2),(2,4),(4,3),(4,4) \} = \{ (2,3),(2,4),(2,2),(4,5),(4,2),(4,4) \}$

$dom(R \circ R \circ R) = \{ 2,4 \}$

$rng(R \circ R \circ R) = \{ 2,3,4,5 \}$

2

$A = \{ 1,2,3 \}$

$P(A) = \{ \emptyset, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 1,2 \}, \{ 1,3 \}, \{ 2,3 \}, \{ 1,2,3 \} \}$

$C \subseteq \circ \subseteq A \iff \exists B : A \subseteq B \land B \subseteq C \implies A \subseteq C$

подходящие пары C, A:

$\emptyset, \emptyset$

$\emptyset, \{ 1 \}$

$\emptyset, \{ 2 \}$

$\emptyset, \{ 3 \}$

$\emptyset, \{ 1,2 \}$

$\emptyset, \{ 1,3 \}$

$\emptyset, \{ 2,3 \}$

$\emptyset, \{ 1,2,3 \}$

$\{ 1 \}, \{ 1 \}$

$\{ 1 \}, \{ 1,2 \}$

$\{ 1 \}, \{ 1,3 \}$

$\{ 1 \}, \{ 1,2,3 \}$

$\{ 2 \}, \{ 2 \}$

$\{ 2 \}, \{ 1,2 \}$

$\{2\}, \{2,3\}$

$\{2\}, \{1,2,3\}$

$\{3\}, \{3\}$

$\{3\}, \{1,3\}$

$\{3\}, \{2,3\}$

$\{3\}, \{1,2,3\}$

$\{1,2\}, \{1,2\}$

$\{1,2\}, \{1,2,3\}$

$\{1,3\}, \{1,3\}$

$\{1,3\}, \{1,2,3\}$

$\{2,3\}, \{2,3\}$

$\{2,3\}, \{1,2,3\}$

$\{1,2,3\}, \{1,2,3\}$

3

nRk : n делит k

$nR^{-1}k$: n делится на k

$R^{-1}[A]$: множество чисел, каждое из которых делит хотя-бы одно число из множества A

тогда $R^{-1}[\{12,15,42\}] =$

$\{1,-1,2,-2,3,-3,4,-4,5,-5,6,-6,7,-7,12,-12,14,-14,15,-15,21,-21,42,-42\}$

4

$R \circ (P \cup Q) \iff \forall a, c \exists b : a(P \cup Q)b \wedge bRc \iff (aPb \vee aQb) \wedge bRc \iff (aPb \wedge bRc) \vee (aQb \wedge bRc) \iff (R \circ P) \cup (R \circ Q)$

5

нет, например

$R = \{(1,2),(2,2)\}$

$P = \{(0,1)\}$

$R = \{(0,2)\}$

$(R \circ P) \cap (R \circ Q) = \{(0,2)\}$

$R \circ (P \cap Q) = \emptyset$

6

нет, например

$R = \{(1,2),(2,2)\}$

$X = \{1\}$

$Y = \{2\}$

$R[X] \cap R[Y] = \{2\}$

$R[X \cap Y] = \emptyset$

7

$a \in (\mathsf{R} \cup \mathsf{Q})[\mathsf{X}] \iff \exists b \in X : (aRb \vee aQb) \iff \exists b \in X : (aRb) \vee \exists b' \in X : (aQb') \iff \mathsf{R}\,[X] \cup Q[X]$