DZ 27

1

$$A = \begin{pmatrix} \lambda^2 - 57\lambda & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{\lambda} & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$$

$\Delta_1 = \lambda^2 - 57\lambda$

$\Delta_2 = 56 - \lambda$

$\Delta_3 = 1 - \frac{55}{\lambda}$

положительно определена

по критерию Сильвестра, все дельты должны быть положительны

$$\begin{cases} \lambda(\lambda - 57) > 0 \\ \lambda < 56 \\ 1 > \frac{55}{\lambda} \end{cases}$$

решение : $\lambda < 0$

отрицательно определена

по критерию Сильвестра, знак дельты должен чередоваться

$$\begin{cases} \lambda(\lambda - 57) < 0 \\ \lambda < 56 \\ 1 < \frac{55}{\lambda} \end{cases}$$

решение: $\lambda \in (0; 55)$

2

положительно полуопределена

по обобщенному методу сильвестра

$$\begin{cases} \lambda(\lambda - 57) \geq 0 \\ \lambda \leq 56 \\ 1 \geq \frac{55}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} \leq 0 \\ \frac{1}{\lambda^2} \geq 0 \end{cases}$$

$\implies$

$\lambda < 0$

отрицательно полуопределена

$$\begin{cases} \lambda(\lambda - 57) \le 0 \\ \lambda \le 56 \\ 1 \le \frac{55}{\lambda} \\ \frac{1}{\lambda} \ge 0 \\ \frac{1}{\lambda^2} \ge 0 \end{cases}$$

$$\implies$$

$$\begin{cases} \lambda \in (0; 55] \\ \frac{1}{\lambda} \ge 0 \end{cases}$$

$$\lambda \in (0; 55]$$

3

заметим,

из того что

$$AA^T_{ii} = a_{i0}a^t_{0i} + \dots + a_{in}a^T_{ni} = a^2_{i0} + \dots + a^2_{in}$$

следует

$$tr(AA^T) = a^2_{11} + a^2_{12} + \dots + a^2_{nm}$$

сразу получается каноническая форма, причем

$$i_+ = nm$$

$$i_- = 0$$