

ДЗ7

$$\begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 10 & 4 & -1 \\ 2 & 8 & 7 \\ -2 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

rank  $\geq 1$ :

$$|10|$$

rank  $\geq 2$ :

$$\begin{vmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 80 - 8 \neq 0$$

rank  $\geq$ :

есть 2 подматрицы 3 на 3:

$$\begin{vmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 2 & 8 & 7 \\ -2 & -8 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 10 & 4 & -1 \\ 2 & 8 & 7 \end{vmatrix}$$

в обоих есть линейные комбинации строк, значит определитель обоих 0

Ответ: 2

2

$$A = BC$$

$$\begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 10 & 4 & -1 \\ 2 & 8 & 7 \\ -2 & -8 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 7 \\ 10 & 4 & -1 \\ 10 & 4 & -1 \\ -2 & -8 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3.5 \\ 0 & -36 & -36 \\ 0 & -36 & -36 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 10 & 4 \\ 2 & 8 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 8 \\ -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3

$$\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{rank} \geq 1: |1| = 1$$

$$\text{rank} \geq 2: \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 10 \end{vmatrix} = 20 + 1 = 21$$

$$\text{rank} = 3:$$

по методу окаймляющих прямых проверим две матрицы:

$$\begin{vmatrix} 1 & \lambda & -1 \\ 2 & -1 & \lambda \\ 1 & 10 & -6 \end{vmatrix} = 6 + \lambda^2 - 20 - 1 + 12\lambda - 10\lambda = \lambda^2 + 2\lambda - 15 = (\lambda + 5)(\lambda - 3)$$

и

$$\begin{vmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 10 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 5\lambda + 40 + 2 - 2\lambda - 50 = 3\lambda - 9 = 3(\lambda - 3)$$

Ответ: при  $\lambda = 3$  ранг 2, иначе 3

4

$$L = \begin{pmatrix} 4 & -8 & 5 \\ -3 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1.25 \\ -3 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2.75 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2.75 \\ 0 & -1 & 4.75 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2.75 \\ 0 & 0 & 7.5 \end{pmatrix}$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

итого

$$\begin{pmatrix} 4 & -8 & 5 \\ -3 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1.25 \\ 0 & 1 & 2.75 \\ 0 & 0 & 7.5 \end{pmatrix}$$

5

Допустим есть, тогда

$$A = LU$$

$$L = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} d & e \\ 0 & f \end{pmatrix}$$

система:

$$\begin{cases} ad = 0 \\ ae = 1 \\ bd = 1 \\ be + cf = 1 \end{cases}$$

если  $ad = 0$ , то либо  $a = 0$  либо  $d = 0$ , но тогда нарушаются 2 и 3 строчки системы.