

# DZ 19

---

1

$$f : S_n \rightarrow Z_2$$

$f(x)$  = количество перестановок по модулю 2

$$\ker f = A_n$$

$f(ab) = f(a)f(b)$  - проходили в 1 модуле

значит гомоморфизм

по т. о Гомоморфизме

$$S_n/A_n \cong Z_2$$

2

$$f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$f(x) = |x|$$

$$\ker f = U$$

$$f((a + bi)(c + di)) = f(ac + adi + bci - bd) =$$

$$f((ac - bd) + i(ad + bc)) = \sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 - 2acbd + a^2d^2 + b^2c^2 + 2abcd} =$$

$$\sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2} = \sqrt{a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)} =$$

$$\sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} = \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{c^2 + d^2} = f(a + bi)f(c + di)$$

значит гомоморфизм

по т. о гомоморфизме

$$\mathbb{C}^n/U \cong \mathbb{R}^n$$

3

$$f : U \rightarrow U$$

$$f(z) = z^n$$

$$(\sqrt[n]{1})^n = 1 \implies U_n = \ker f$$

$$f(ab) = a^n b^n = f(a)f(b)$$

гомоморфизм

тогда по т. о гомоморфизме

$$U/U_n \cong U$$

4

возьмем

$$f : R \rightarrow U$$

$$f(x) = \text{Arg}^{-1}(2\pi[x])$$

$$f(Z) = e \implies Z = \ker f$$

$$f((ak+x)(bm+y)) = \text{Arg}^{-1}(2\pi[x+y]) =$$

$$\text{Arg}^{-1}(2\pi[x]) + \text{Arg}^{-1}(2\pi[y]) = f(a)f(b)$$

значит гомоморфизм

по т. о гомомрфизме

$$R/Z \cong U$$

5

в задании использую вещественные числа по умножению

$$f : T_2 \rightarrow (R, R)$$

$$f(x) = (x_{11}, x_{2,2})$$

$$\ker f = UT_2$$

$$f(ab) = f(a)f(b)$$

$$\implies f - \text{гомоморфизм}$$

по т. о гомоморфизме

$$T_2/UT_2 \cong (R, R) \cong T^2$$