

ДЗ 1 ТВИМС БАБУШКИН

1

Деревянный кубик распиливается на 125 одинаковых кубиков, из которых затем наугад выбирается один кубик. Найти вероятность того, что он будет содержать: а) ровно одну окрашенную грань; б) ровно две окрашенные грани; в) ровно три окрашенные грани; г) хотя бы одну окрашенную грань; д) хотя бы одну неокрашенную грань.

1а)

у нас всего 54 кубиков с 1 окрашенной гранью (по 9 с каждой стороны)

$$\text{тогда } P_a = \frac{54}{125} = 0.432$$

2б)

у нас всего 36 кубиков с 2 окрашенными гранями (берем вначале по 12 у противоположных боковых граней и еще по 6 у верхнего и нижнего)

$$P_b = \frac{36}{125} = 0.288$$

3с)

у нас всего 8 с гранями окрашенных в 3 цвета (углы куба)

$$P_c = \frac{8}{125} = 0.064$$

4д)

суммируем все предыдущие значения

$$P_d = \frac{98}{125} = 0.784$$

5е)

абсолютно все из 125 кубиков имеют хотя бы 1 неокрашенную грань

$$P_e = 1$$

2

Компания из 10 человек, среди которых находятся А и В, случайным образом рассаживается с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность

того, что между
А и В окажется ровно: а) три человека; б) ровно пять человек.

всего есть $10!$ способов рассадить 10 человек в ряд

2а)

давайте вначале будем считать что А сидит левее

тогда перед А может сидеть до 5 человек (6 способов)

остальные 8 человек можно посадить на неважные для нас 8 мест(не место А и не место В)

и домножим на 2 потому что вариант, при котором В сидит левее нас тоже устраивает

тогда количество выгодных для нас вариантов:

$$2 * 8! * 6$$

найдем вероятность

$$P_a = \frac{12*8!}{10!} = \frac{2}{15} = 0.1(3)$$

2б)

то же самое только перед первым другом может сидеть 0-3 человек (4 способа)

$$P_b = \frac{8*8!}{10!} = \frac{4}{45} = 0.0(8)$$

3

Из десяти цифр 0,1, ...,9 случайным образом выбирают три. Найти
вероятность того,
что произведение из выбранных цифр окажется чётным.

давайте найдем вероятность что произведение нечетное

тогда все выбранные цифры нечетные

$$P' = \frac{C_3^5}{C_3^{10}} = \frac{5!7!3!}{10!3!2!} = \frac{1}{12}$$

тогда наш ответ

$$P = 1 - P' = \frac{11}{12} = 0.91(6)$$

4

В коробке лежат 90 годных и 10 бракованных шурупов. Наугад вытаскивают
пять

шурпов из этой коробки. Найти вероятность того, что все выбранные шурупы окажутся годными.

$$P = \frac{C^{90}_5}{C^{100}_5} = \frac{90!5!95!}{5!85!100!} = \frac{8687888990}{96979899100} = 0,583752366926152\%$$

5

У Змея Горыныча 16 голов, 7 из которых – огнедышащие. Крестьянский сын Иван отрубил Змею на удачу 4 головы. Какова вероятность того, что среди отрубленных голов ровно одна была огнедышащей?

давайте найдем сколько способов отрубить ни одной из 6 огнедышащих голов из 15 за 3 удара

$$N_1 = C^9_3 = 347 = 84\%$$

$$\text{тогда } P = \frac{N_1}{C^{15}_4} = \frac{347432}{15141312} = \frac{74}{135} = \frac{28}{65} = 0,430769230769231\%$$

на 7 домножили потому что есть 7 способов выбрать огнедышащую голову для отрезания

6

На Поле Чудес в Стране Дураков на дереве вместо листьев выросло 50 монет, из которых 5 золотых и 45 серебряных. Слепой кот Базилио не может отличить золотые монеты от серебряных и наудачу срывает 10 монет. Найти вероятность того, что среди сорванных монет ровно одна золотая.

как прошлая задача

$$N_1 = C^{45}_9$$

$$P = \frac{N_1}{C^{50}_{10}} = 5 \frac{40393837 * 10}{5049484746} = \frac{5131937}{4947 * 46} = 0.4313372\%$$

7

Из колоды карт (52 листа) вытаскивают случайным образом 3 карты. Найти вероятность того, что это будут тройка, семёрка и туз.

всего есть C_3^{52} способов достать три карты из колоды

и 4^3 комбинаций тройки семерки и туза

$$P = \frac{4^{33}}{525150} = \frac{8}{1317 \cdot 25} = 0,001447963800905$$

8

Подбросили шесть игральных костей. Найти вероятность того, что появятся все цифры.

$$P = \frac{6!}{6^6} = \frac{5!}{6^5} = 0,015432098765432$$

9

В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Найти вероятность того, что все они выйдут на разных этажах.

будем считать что первый вышел на некотором этаже

тогда

$$P = \frac{7}{8} * \frac{6}{8} = 0,65625$$

10

24. В коробке находятся 100 шаров, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 100$. Из коробки наугад вытаскивают шар и записывают его номер. Эта процедура повторяется сто раз. Найти вероятность того, что записанная последовательность будет возрастающей $1, 2, \dots, 100$, если:
а) шары возвращают в коробку; б) шары не возвращают в коробку.

10a)

$$P = \frac{1}{100^{100}}$$

10b)

$$P = \frac{1}{100!}$$

11

На вечеринку пришли 10 человек и оставили 10 пар ботинок в коридоре. В конце вечеринки в квартире пропал свет. Поэтому один из гостей наугад выбрал четыре ботинка. Найти вероятность того, что из выбранных ботинок найдётся хотя бы одна пара.

давайте посчитаем сколько способов выбрать 4 ботинка, чтобы не было ни одной пары

$N_1 = 2^4 C_4^{10}$ домножили на 2 в четвертой, потому что можно взять как правый так и левый

тогда $P' = \frac{2^4 C_4^{10}}{C_4^{20}} = \frac{109872^4}{20191817} = \frac{872^2}{1917} = 0,693498452012384$

тогда

$$P = 1 - P' = 0,306501547987616$$