

# DZ 12

---

1

a)

$$A = \underline{3}$$

$$R = \{ (0, 0), (1, 1), (2, 2), (0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1) \}$$

b)

$$A = \mathbb{N}$$

$$R = <$$

c)

$$A = \underline{3}$$

$$R = \{ (0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1), (0, 2), (2, 0) \}$$

2

$$P \cup Q$$

$$a \in P \cup Q \implies a \in P \vee a \in Q$$

допустим  $a \in P$  тогда иррефлексивно

допустим  $a \in Q$  тогда тоже иррефлексивно

$$P \cap Q$$

$$a \in P \cap Q \rightarrow a \in P \rightarrow \text{иррефлексивно}$$

$$P^{-1}$$

$$\forall a, b \in A : aPb = bPa$$

возьмем  $a = x, b = x : xPx = xP^{-1}x$  значит иррефлексивность остается

3

$$m = \max_{<} A \iff \forall a \in A : a \geq m \rightarrow a = m$$

предположим противное

$$\forall m \exists a_0 : a_0 \geq m \wedge a_0 \neq m$$

возьмем  $m = a_0$

тогда  $a_0 \geq m \wedge a = m$  противоречие

4

$$m \in \max_{<} A \iff \forall a \in A : a \geq m \rightarrow a = m$$

для каждого  $a$  может быть 2 случая:

1)  $a$  не сравнимо с  $m$ :

допустим  $\exists b \in A, b > a$

если  $b < m \rightarrow a < m$  по транзитивности

иначе  $b$  и  $m$  не сравнимы, тогда  $b \in \max_{<} A$  но максимумы синглетон противоречие

тогда 2)  $a \leq m$

получается  $\forall a \in A : a \leq m \iff m$  наибольшее число

5

$A_0$  множество всех четных чисел

$$A_1 = A_0 / \{0\}$$

$$A_2 = A_1 / \{2\}$$

...

$$A_k = A_{k-1} / \{2 * (k-1)\}$$

...

6

возьмем случайный  $X_0$

в нем  $\exists m_0 = \sup X_0$

теперь возьмем  $X_1 = X_0 / m_0$

в нем  $\exists m_1 = \sup X_1$

продолжим и за конечное число шагов  $X_k$  окажется синглетоном

у нас получилась цепь :  $M = \{m_k, m_{k-1}, \dots, m_1, m_0\}$ , где  $\forall i : m_i \leq m_{i-1}$

в цепи обязательно есть  $\inf M = m_k$

7

$$(x, y) < (a, b) \iff x^2 + y^2 < a^2 + b^2$$

проще говоря  $R^2 \sim C$  будем сравнивать комплексные числа по их модулю

