dz 28

1

нет

$$\phi(x+y) = \begin{pmatrix} (2x_1+2y_1)+(x_2+y_2) \\ (x_1+y_1)+(x_3+y_3) \\ (x_3+y_3)^2 \end{pmatrix}$$

$$\phi(x)+\phi(y) = \begin{pmatrix} 2x_1+x_2 \\ x_1+x_3 \\ x_3^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2y_1+y_2 \\ y_1+y_3 \\ y_3^2 \end{pmatrix}$$

$$\implies \phi(x+y) \neq \phi(x)+\phi(y)$$

2

получается

$\forall i:$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix} a_i = b_i$$

для каждой строки матрицы перевода можно составить СЛАУ

$$\begin{cases} 2x_{11}+3x_{13}=1 \\ 4x_{11}+x_{12}+5x_{13}=4 \\ 3x_{11}+x_{12}+2x_{13}=1 \end{cases}$$

$x_{11}=-2$

$x_{12}=\frac{11}{3}$

$x_{13}=\frac{5}{3}$

$$\begin{cases} 2x_{21}+3x_{23}=2 \\ 4x_{21}+x_{22}+5x_{23}=5 \\ 3x_{21}+x_{22}+2x_{23}=-1 \end{cases}$$

$x_{21}=-4$

$x_{22}=\frac{13}{3}$

$x_{23}=\frac{10}{3}$

$$\begin{cases} 2x_{31}+3x_{33}=-1 \\ 4x_{31}+x_{32}+5x_{33}=-2 \\ 3x_{31}+x_{32}+2x_{33}=1 \end{cases}$$

$x_{31} = 2$

$x_{32} = -\frac{5}{3}$

$x_{33} = -\frac{5}{3}$

все слау невырождены, поэтому линейное преобразование единственно и

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & \frac{11}{3} & \frac{5}{3} \\ -4 & \frac{13}{3} & \frac{10}{3} \\ 2 & -\frac{5}{3} & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

3

по формуле $A' = \mathrm{C}^{-1}AC$

a)

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$C^{-1} = C$

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

b)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

4

$$\phi' = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 40 & 149 \\ -11 & -41 \end{pmatrix}$$

$$\psi' = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -203 & -242 \\ 177 & 211 \end{pmatrix}$$

$$\phi' \circ \psi' = \phi' \psi'$$

$$\begin{pmatrix} 40 & 149 \\ -11 & -41 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -203 & -242 \\ 177 & 211 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 18253 & 21759 \\ -5024 & -5989 \end{pmatrix}$$

5

$$Ker\phi = E_n$$

$$\forall m^T \in Mat_n(R) : \exists q = (m^T)^T : q^T = m \implies Im\phi = Mat_n(R)$$