ДЗ 8

1

Составим матрицу, где каждый столбец - это исходный вектор:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & -3 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 11 & 5 \\ 0 & -4 & -5 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 11 & 5 \\ 0 & 0 & -35/11 \end{pmatrix}$$

т.к. при преобразованиях я никак не затрагивал строки, и после приведения к верхнетреугольному виду в матрице нет свободных элементов, значит исходные векторы линейно независимы.

2

Составим матрицу, где каждый столбец - это исходный вектор:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -6 \\ 0 & -3 & -6 & -9 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ранг получившейся матрицы - 2, при этом ни один изначальный столбец нельзя получить домножением другого столбца на число, значит базами являются все пары векторов.

3

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 - 7x_3 = 0 \\ 4x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 0 \end{cases}$$

Решим Гауссом:

для удобства поменяем первые два стобика местами и запомним это.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 5 & 3 & -7 \\ -5 & 4 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -7 & 13 \\ 0 & 14 & -26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & -7 & 13 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -13/7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2/7 \\ 0 & 1 & -13/7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(x_2, x_1, x_3)^T = (2/7x_3, 13/7x_3, x3)^T = x_3(2/7, 13/7, 1)^T$$

свопнем назад чтобы получить ответ:

$$(x_1, x_2, x_3)^T = C(13/7, 2/7, 1)^T$$