

dz 10

1

A - тоже бесконечно

очевидно, что $A/B \gtrsim A$

но в тоже время $A/B \lesssim A \times B \sim A$ (т.к. B не более чем счетно, а A как минимум счетно)

чтд

2

367, потому что по принципу Дирихле не сможет больше 366 людей поместиться в 366 ячеек

3

у числа $11 \dots 1$ может быть 2021 различных остаток по модулю 2021

пусть некоторое число этого вида дает остаток k при делении на 2021

следующее число такого вида имеет остаток $(10k + 1) \bmod 2021$

и так далее

рано или поздно последовательность остатков зациклиться по принципу Дирихле

в тот момент когда последовательность зациклиться это будет значить, что

$$(\dots((10k + 1)10 + 1) \dots + 1) \bmod 2021 = 0$$

и это как раз будет число такого вида кратное 2021

4

$$2^{1224} = 2^{2233} \cdot 2^{17}$$

всего 4 делителя степени двойки(включая 1)

3 делителя степени 3

и 2 делителя 17

итого $2^4 \cdot 3^3 \cdot 2^2 = 2^8 \cdot 3^3$ делителя

5

3^7

для каждой монеты мы отдельно выбираем один из 3 карманов

6

переведем слово из 27 ричной системы счисления в десятиричную

$$226^4 + 26^3 + 226^2 + 0 + 3 = 932883\$$$

вообще перед словом будет сумма для каждой длины

$$cbcad + cbca + cbc + cb + c = 932883 + 35880 + 1380 + 53 + 2 = 970198$$

прибавим к ответу 4, чтобы учесть слова короче с такеим же началом $cbca, cbc, cb, c$

итого 970202

7

у нас $m+n$ шагов, из которых n вверх

значит C_n^{n+m} способов расположения порядка ходов

8

$$A = a \cdot (a+1) \cdot (a+2) \cdot \dots \cdot (a+n-1) = \frac{(a+n-1)!}{(a-1)!}$$

придумаем такую задачу,

Сколько есть способов расположить n одинаковых сосисок на $a + n - 1$ тарелку

ответом будет $C_n^{a+n-1} = \frac{(a+n-1)!}{n!(a-1)!} = \frac{P}{n!}$ поскольку способов расположения сосисок может быть только натуральное число (если возможно расположить, а расположить возможно потому что тарелок больше чем сосисок), то $n!$ делит P

9

допустим у нас выбрано какое-то $B \subseteq \underline{n}$

в котором k элементов,

тогда есть

2^k способов выбрать A

и a^{n-k} способов выбрать C

итого если уже выбран B существует $2^k \cdot a^{n-k} = 2^n$ способов выбрать A и C

выбрать B существует 2^n способов

значит ответ 4^n