DZ 12

1

a) $8 * 5 * cos60 = 40/2 = 20$

b) $1 * 1 * cos135 = 1 * \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

c) $a * b * cos90 = 0$

d)

$a * b * cos0 = 18$

e) $3 * 1 * cos180 = -3$

2

a)

$(a, b) = 2 * 3 + 5 * -2 + 1 * 4 = 6 - 10 + 4$

$\alpha = 90$

b)

$(a, b) = 2$

$|a| = \sqrt{2}$

$|b| = \sqrt{8}$

$cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6}$

$\alpha = arcos(\frac{\sqrt{2}}{3}) = \frac{\pi}{6}$

3

так как сумма векторов равна 0, то

$$\begin{cases} a_x + b_x + c_x = 0 \\ a_y + b_y + c_y = 0 \\ a_z + b_z + c_z = 0 \end{cases}$$

так как мы знаем длины :

$$\begin{cases} a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 9 \\ b_x^2 + b_y^2 + b_z^2 = 1 \\ c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 = 16 \end{cases}$$

распишем $(a, b) + (b, c)$

$(a, b) + (b, c) = (a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z) + (b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z) = b_x(a_x + c_x) + b_y(a_y + c_y) + b_z(a_z + c_z)$

$= -b_x^2 - b_y^2 - b_z^2 = -1$

аналогично для

$(a, b) + (c, a) = -9$

$(b, c) + (c, a) - -16$

тогда

$(a,c)+(b,c)+(c,a)=\frac{-1-9-16}{2}=-13$

4

$p=(b,c)a-(a,c)b=(b_xc_x+b_yc_y+b_zc_z)a_x+(\dots)a_y+(\dots)a_z-(a_xc_x+a_yc_y+a_zc_z)b_x-(\dots)b_y-(\dots)b_z$

$p_x=a_xb_xc_x+a_xb_yc_y+a_xb_zc_z-b_xa_xc_x-b_xa_yc_y-b_xa_zc_z$

$p_y=a_yb_xc_x+a_yb_yc_y+a_yb_zc_z-b_ya_xc_x-b_ya_yc_y-b_ya_zc_z$

$p_z=a_zb_xc_x+a_zb_yc_y+a_zb_zc_z-b_za_xc_x-b_za_yc_y-b_za_zc_z$

$(p,c)=p_xc_x+p_yc_y+p_zc_z=(a_xb_xc_x+a_xb_yc_y+a_xb_zc_z-b_xa_xc_x-b_xa_yc_y-b_xa_zc_z)c_x$

$+(a_yb_xc_x+a_yb_yc_y+a_yb_zc_z-b_ya_xc_x-b_ya_yc_y-b_ya_zc_z)c_y$

$+(a_zb_xc_x+a_zb_yc_y+a_zb_zc_z-b_za_xc_x-b_za_yc_y-b_za_zc_z)c_z=$

$(a_xb_yc_y+a_xb_zc_z-b_xa_yc_y-b_xa_zc_z)c_x+(a_yb_xc_x+a_yb_zc_z-b_ya_xc_x-b_ya_zc_z)c_y+(a_zb_xc_x+a_zb_yc_y-b_za_xc_x-b_za_yc_y)c_z=$

$a_xb_yc_yc_x-a_xb_yc_yc_x+a_xb_zc_zc_x-a_xb_zc_zc_x+\dots=0$

$\implies cos\alpha=0\implies a=90$

5

$(BA-BC)^2=(\mathrm{C}A)^2$

$BA^2-2BABC+BC^2=CA^2$

$49-2BABC+26=36$

$2BABC=38$

$BABC=19$

6

возьмем куб с единичной стороной, первая его диагональ имеет координаты : (1,1,1), а вторая (1,-1,1)

$cos\alpha=\frac{1-1+1}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

$\alpha=arcos\frac{1}{3}$

7

a тоже образует с осью Ox острый угол, поэтому вектора сонаправлены.

$\gamma|a|=50$

$|a|=\sqrt{144+256+225}=25$

$\gamma=2$

$\implies x=(24,-32,-30)$