dz 13

1

начнем с того что $|P(A)| = 2^{|A|}$

давайте посчитаем сколько можно сделать различных чумов длины n

вначале возьмем a членов, которые будут минимумами

теперь для всех остальных членов надо решить, будут ли они больше каждого минимума или не сравнимы

и того с точностью до изоморфизма получается

$a2^{n-a}$ что всегда не больше чем 2^n

2

в вещественных числах выполняется что

$\forall a, b : a < b \to a < \frac{b+a}{2} < b$

и это свойство сохраняется в A и не сохраняется в B

а значит чумы не изоморфны

3

эквивалентность должна обладать свойствами

коммутативность

рефлексивность

транзитивность

рефлексивность не выполняется при паре $(0, 0)$

4

свойства нестрого частичного порядка:

рефлексивность, антикоммутативность, транзитивность

свойство отношения эквивалентности:

рефлексивность, коммутативность, транзитивность

чтобы одновременно выполнялась коммутативность и антикоммутативность надо чтобы

$|A| \leq 1$

5

a)

рефлексивность выполняется очевидно

коммутативность выполняется очевидно

транзитивность выполняется

$f = g(\sigma_1) \wedge f = q(\sigma_2)$

$g \circ \sigma_1 = q \circ \sigma_2$

$g = q \circ \sigma_2 \circ \sigma_1^{-1}$

$g = q \circ \sigma_3, \sigma_3 = \sigma_2 \circ \sigma_1^{-1}$

b)

$\underline{2}^N$ это все возможные последовательности 0 и 1

fEg выполняется когда в обоих последовательностях одинаковое количество единиц(только тогда получится их правильно переставить)

таким образом $\underline{2}^N/E$ фактор множество, где отношением эквивалентности можно считать количество единиц в последовательности

тогда можно пронумеровать каждую эквивалентность

значит фактормножество счетно

6

раз количество кругов конечное, то можно составить алгоритм по которому мы факторизуем это множество

берем случайные k кругов так чтобы они непересекались (если невозможно, то берем максимальное количество не состоящих в отношении кругов кругов)

у нас получилась последовательность

$C_1, C_2, \ldots, C_k$

теперь начинаем перебирать оставшиеся круги и по очереди добавлять в конец последовательности

смотрим с каким кругом они находятся в отношении и отправляем в соответствующее множество

теперь докажем что в каждом множестве любые два круга состоят в таком отношении:

берем последовательность базовых колец и убираем из нее кольцо по которому построено это множество. Теперь добавляем любые два кольца из этого множества, и они обязаны состоять в отношении.