ДЗ 6

1

$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 7 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 1 & 7 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -15 & 3 \\ 0 & -10 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ -27 & -21 \\ -25 & -14 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 2 & -10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ -9 & -7 \\ -25 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ -9 & -7 \\ -43 & -28 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ -9 & -7 \\ 2.15 & 1.4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.55 & 2.8 \\ 1.75 & 0 \\ 2.15 & 1.4 \end{pmatrix}$

ОТВЕТ: $\begin{pmatrix} 0.55 & 2.8 \\ 2.15 & 1.4 \\ 1.75 & 0 \end{pmatrix}$ Т.К. я поменял столбцы местами в ходе решения.

2

$A^TX + X = B$

$(A^T + E)X = B$

$A^T + E$ =

$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ + E =

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

теперь найдем X как в 1 задаче:

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -0.5 & 0 & -0.75 \end{pmatrix}$

ОТВЕТ: $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -0.5 & 0 & -0.75 \end{pmatrix}$

3

$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ =

$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 5 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 5/3 & -1 & -1/3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7/3 & 2 & -1/3 \\ 5/3 & -1 & -1/3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

ОТВЕТ: $\begin{pmatrix} -7/3 & 2 & -1/3 \\ 5/3 & -1 & -1/3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4

$\Delta = \begin{vmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ sin\alpha & cos\alpha \end{vmatrix} = cos2\alpha$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} cos\beta & sin\alpha \\ sin\beta & cos\alpha \end{vmatrix} = cos(\alpha + \beta)$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} cos\alpha & cos\beta \\ sin\alpha & sin\beta \end{vmatrix} = sin(\beta - \alpha)$

$x = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{cos2\alpha}{cos(\alpha+\beta)}$

5

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} = 0$

Значит одна из строк является линейной комбинацией других строк, но при этом в векторе ответов эта строка не является линейной комбинацией с теми же коэфициентами. Значит решений нет.

6

$\Delta = \begin{vmatrix} a & 4 \\ 9 & a \end{vmatrix} = a^2 - 36$

Рассмотрим вариант $a = 6$, тогда строки являются линейной комбинацией, $\forall x : y = 1/2 - 3/2x$.

Если $a = 6$ тогда строки не являются линейной комбинацией, значит рещения не существует.

Иначе:

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & a \end{vmatrix} = 2a - 12$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 18$

$x = \frac{2a-12}{a^2-36}, y = \frac{3a-18}{a^2-36}$

7

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 42 + 12 + 30 - 35 - 27 - 16 = 6$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 210 + 12 + 30 - 35 - 80 - 16 = 121$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 10 & 5 \\ 3 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 18 + 40 + 45 - 15 - 90 - 24 = -26$

$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 10 \\ 3 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 42 + 9 + 60 - 70 - 27 - 12 = 2$

$x = \frac{121}{6}, y = \frac{-13}{3}, z = \frac{1}{3}$

8

$\Delta = 3\epsilon^2 - 2\epsilon - \epsilon^4 = 3\epsilon^2 - 3\epsilon = 3\epsilon(\epsilon - 1)$

$\Delta_x = a\epsilon^2 + c\epsilon^2 + b\epsilon^- c\epsilon - a\epsilon^4 - b\epsilon = \epsilon(a + b + c)(\epsilon + 1)$

$\Delta_y = b\epsilon + a\epsilon^2 + c - b - a\epsilon - c\epsilon^2 = (\epsilon - 1)(a(\epsilon + 1) + b - c(\epsilon - 1))$

$\Delta_z = c\epsilon + b + a\epsilon^2 - a\epsilon - c - b\epsilon^2 = (\epsilon - 1)(c + a\epsilon - b(\epsilon + 1))$

$x = \frac{a+b+c}{3}$

$y = \frac{a(\epsilon+1)+b-c(\epsilon+1)}{3\epsilon} = \frac{a-c}{3} + \frac{a+b-c}{3\epsilon}$

$z = \frac{c+a\epsilon-b(\epsilon+1)}{3\epsilon} = \frac{a-b}{3} + \frac{c-b}{3\epsilon}$