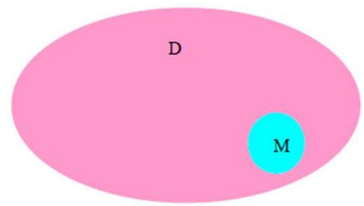
Labor 2

1) a) Man schätze durch wiederholte Simulationen die Wahrscheinlichkeit von dem Ereignis
A: in einer Gruppe von $k = 23$ Personen mindestens zwei Personen haben den gleichen Geburtstag.
Annahme: Das Jahr hat $n = 365$ Tage.
b) Man berechne (in Python) die theoretische Wahrscheinlichkeit $P(A)$?
Hinweis: `numpy.random.randint(low=..., high=..., size=...)`

. . . .

Geometrische Wahrscheinlichkeit:
Mass $\longrightarrow$ Länge in $\mathbb{R}$; Flächeninhalt in $\mathbb{R}^2$; Volumen in $\mathbb{R}^3$.
Sei $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$, D hat endliches Mass. Man wählt zufällig $A \in D$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gilt $A \in M$?

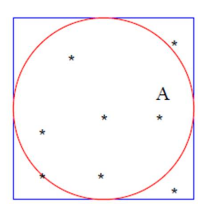
$$P(A \in M) = \frac{\text{Mass}(M)}{\text{Mass}(D)}.$$



Programm-Beispiel zufällige Punkte zeichnen:

```
import numpy
from matplotlib.pyplot import axis,plot,figure,show,legend
fig = figure()
axis("square")
axis((0, 1, 0, 1))
X=numpy.random.random(25)
Y=numpy.random.random(25)
plot(X,Y,"bo")
fig.suptitle("Beispiel 1 ",fontweight ="bold")
show()
fig = figure()
axis("square")
axis((0, 1, 0, 1))
plot(X,numpy.square(X),"g*") # zufallige Punkte auf dem Bild der Funktion F(x)=x^2
plot(X,numpy.power(X,4),"mo") # zufallige Punkte auf dem Bild der Funktion F(x)=x^4
plot(X[-1],numpy.square(X[-1]),"g*",label="x^2")
plot(X[-1],numpy.power(X[-1],4),"mo",label="x^4")
legend(loc='upper left')
fig.suptitle("Beispiel 2 ",fontweight ="bold")
show()
```

2) Man möchte die Wahrscheinlichkeit schätzen, dass ein zufällig gewählter Punkt im Quadrat $[0, 1] \times [0, 1]$ sich auch in dem eingeschriebenen Kreis befindet (siehe Bild).



(2a) Man simuliere N zufällige Punkte im Quadrat und man zähle wie viele im Kreisinneren sind; sei k diese Zahl. Man zeichne auf demselben Bild die zufälligen Punkte mit verschiedenen Farben: diejenigen die im bzw. die außhalb des Kreisinneren sind. Hinweis: für die euklidische Distanz zwischen zwei Punkten kann man `math.dist` benutzen.
(2b) Welches ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Punkt im Kreisinneren ist? [Der theoretische Wert ist $\frac{\pi}{4}$, bzw.

die Approximation ist $\frac{k}{N}$.]
(2c) Anhand von (2a) und (2b) gebe man verschiedene Approximationen von π an. [Hinweis: $\pi \approx 4 \cdot \frac{k}{N}$]

3) Im Inneren eines Quadrates mit Seitenlänge 1 wählt man zufällig einen Punkt A. Man verbindet A mit den Spitzen des Quadrates und man erhält vier Dreiecke mit gemeinsamer Spitze in A. Anhand von Simulationen beantworte man folgende Fragen:
(1) Welches ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Winkel in A stumpf ist?
(2) Welches ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Winkel in A stumpf sind?
Man zeichne auf demselben Bild die zufälligen Punkte (entsprechend den Fällen (1), (2)) mit verschiedenen Farben.

4) Man schreibe ein Programm (in Python), in welchem ein Bild mit $N = 500$ roten zufälligen Punkten generiert wird $\longrightarrow$ wie im unteren Bild. Man schätze die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewählter Punkt aus dem Quadrat sich im Inneren des unteren oder oberen Dreieckes befindet (wie im Bild).