Vorlesung Analysis II

May 23, 2025

9.13<u>**Satz über implizite Funktionen:**</u> $l, k \in \mathbb{R}^{j+k}, f \in l^1(D, \mathbb{R}^k)$
<u>Vor.:</u> $w \in D, F(w) = 0, det(\frac{\delta f}{\delta y}(w)) \neq 0 (w = (a, b) \in \mathbb{R}^l x \mathbb{R}^k)$.
<u>Beh.:</u> $\exists U, V \quad w \in UxVc\mathbb{R}^l x \mathbb{R}^k$ mit:
$l : U \to V, x \to y \in V$ mit f(x,y)=0 ist eine Abbildung und zwar $l \in l^1(U, \mathbb{R}^k)$.
Die Abbildung von l ist $l'(x) = * - (\frac{\delta f}{\delta y} \begin{pmatrix} x \\ l(x) \end{pmatrix})^{-1} \frac{\delta f}{\delta x} \begin{pmatrix} x \\ l(x) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{kxl}$.

1.<u>Bem.:</u> $f \in l^r \xRightarrow{vollst.Ind} l \in l^r$.
2.<u>Bem.:</u> Bemerkenswert ist an diesem Satz, dass u.U. l nur schwierig berechnet werden kann, sehr wohl aber die Ableitung l'(x) nach der Formel (ohne die explizite Fkt. l ableiten zu müssen).

9.14.<u>**Bew.:**</u> • <u>Falls</u> l existiert und diffbar, so gilt:

$$0 = f(x, l(x)) \Rightarrow (f(x, l(x)))' = 0 \xRightarrow{K.R} \frac{\delta}{\delta x} f(x, l(x)) \cdot \frac{\delta x}{\delta x} + \underbrace{\frac{\delta}{\delta y} f(x, l(x))} \cdot l'(x) = 0 \text{invbar, falls x nahe a, d.h. falls} \tag{1}$$

•<u>Betr.</u>

$$F : D \to \mathbb{R}^l x \mathbb{R}^k, F \in l^1, (x, y) \rightarrowtail (x, f(x, y)). \text{Es gilt} F'(x, y) = \begin{pmatrix} I_l & 0 \\ \delta f & \delta f \\ \delta x & \delta y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(l+k)x(l+k)}, detF' = det\frac{\delta f}{\delta y} \neq 0\text{nah} \tag{2}$$

Der <u>Satz üver lokale Umkehrbarkeit 8.8</u> liefert nun:
$\exists W, w \in Wc\mathbb{R}^l x \mathbb{R}^k$:

$$\begin{matrix} \mathbb{R}^l x \mathbb{R}^k \\ (x, y) \end{matrix} \tag{3}$$