Chap 4 Décomposition d'une série chronologique.

I. Série désaisonnalisée ou série CVS

1. Définition

On appelle série désaisonnalisée ou série corrigée des variations saisonnières notée série CVS, la série chronologique Yt à laquelle on a enlevé les variations saisonnières.

Dans le cas du modèle additif :

La série désaisonnalisée est $D_t = Y_t - S_t$ ou encore $D_{ij} = Y_{ij} - S_j'$.

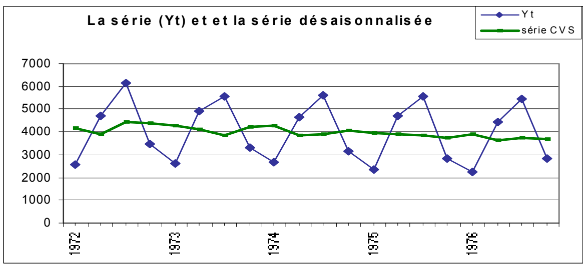
Dans le cas du modèle multiplicatif :

La série désaisonnalisée est $D_t = \frac{Y_t}{S_t}$ ou encore $D_{ij} = \frac{Y_{ij}}{S_j'}$.

2. Intérêts

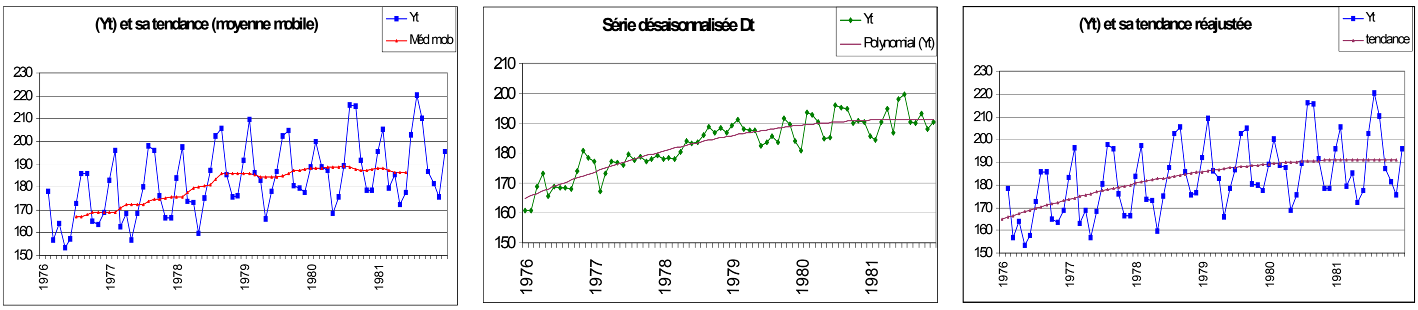
1) La particularité de la série CVS est que les données de Dt sont directement comparables : on a enlevé l'effet des saisons et donc le caractère propre de chaque mois on peut donc par exemple comparer les données d'un mois de janvier et celle d'un mois de juillet.

Transparent 1



2) A partir de la série CVS, on peut réévaluer la tendance par ajustement ou lissage (moindres carrés ou Mayer sur Dt, ou moyennes mobiles sur Dt …), afin d'avoir une meilleure estimation de la tendance.

Transparent 2



II. Série ajustée et variations accidentelles

1. Série ajustée

La série ajustée, notée $\hat{Y}_t$, est obtenue en recomposant les deux composantes estimées : la tendance et les variations saisonnières selon le modèle qui a été choisi.

Dans le cas du modèle additif : $\hat{Y}_t$ = Ct + St ou encore $\hat{Y}_{ij}$ = Cij + Sj'.

Dans le cas du modèle multiplicatif : $\hat{Y}_t$ = Ct × St ou encore $\hat{Y}_{ij}$ = Cij × Sj'.

Ce qu'elle représente :

La série ajustée représente l'évolution qu'aurait subi la grandeur observée, si les variations saisonnières avaient été parfaitement périodiques (s'étaient répétées à l'identique d'une année sur l'autre) et s'il n'y avait pas eu de variations accidentelles.

Transparent 3

2. Variations accidentelles ou résiduelles

Dans le cas du modèle additif, la différence entre la série Yt et sa série ajustée $\hat{Y}_t$ représente les variations accidentelles ou résiduelles : $\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$.

Dans le cas du modèle multiplicatif (1[e] forme), la différence entre la série Yt et sa série ajustée $\hat{Y}_t$ représente les variations accidentelles ou résiduelles : $\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t$.

Dans le cas du modèle multiplicatif (2[e] forme), le rapport entre la série Yt et sa série ajustée $\hat{Y}_t$ représente les variations accidentelles ou résiduelles : $\varepsilon_t = \frac{Y_t}{\hat{Y}_t}$.

Remarque : La seule différence entre les 2 modèles multiplicatifs est le calcul de ε_t.

III. Décomposition d'une série chronologique.

Soit une série chronologique (Yt).

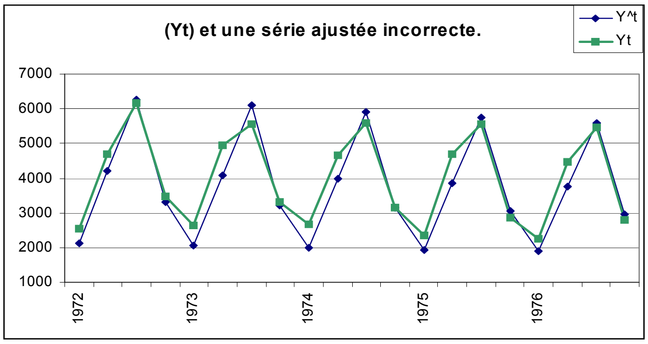
1) On trace le graphe de (Yt) et le graphique des courbes superposées.
2) On estime la tendance Ct, et on la trace.
3) On choisit le modèle de composition : additif ou multiplicatif.
4) On estime les variations saisonnières St.
5) On calcule la série CVS Dt et on la trace.
6) On calcule la série ajustée $\hat{Y}_t$.
7) On estime les variations accidentelles ε_t .

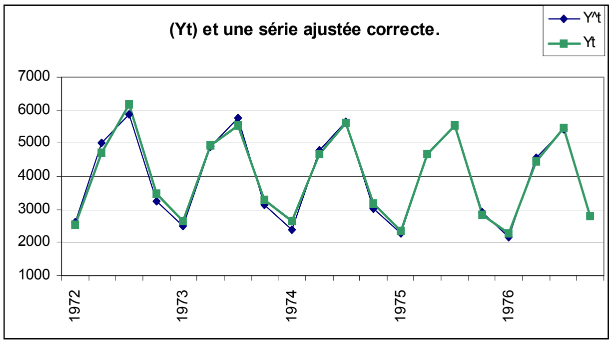
Voir transparent « Etude d'une série »

Une décomposition est correcte (bon choix de tendance dans le cas d'un ajustement, bon calcul de Mp'(t) dans le cas d'un lissage, bon choix de modèle, estimation correcte de chaque composante) lorsque la série ajustée est « proche » de la série Yt.

Transparent 4

Document 1 : Ajustement incorrect et ajustement correct d'une série





IV. Prévisions dans le cas où la tendance est ajustée

Lorsque la tendance est ajustée (moindres carrés ou méthode de Mayer), on a une expression de Ct en fonction de t, il est alors facile de faire des prévisions pour les mois suivants :

Pour avoir une prévision pour la date T il suffit

- de calculer la tendance à la date T : C_T à l'aide de l'expression de la tendance en fonction de t,
- puis d'additionner C_T et le coefficient saisonnier du mois en question si le modèle est additif, ou de multiplier C_T et le coefficient saisonnier du mois si le modèle est multiplicatif.

Cela se ramène à poursuivre le calcul de la série ajustée pour les mois suivants.

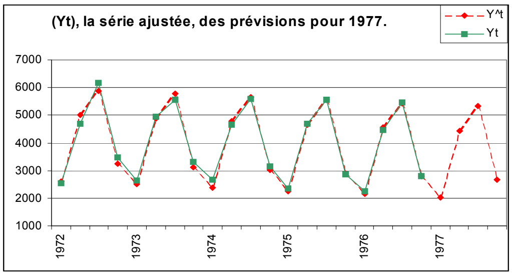
Transparent 5

Document 2 : Exemple de calcul de prévision :

$C_t = 4256 - 28 \times t$

$\hat{Y}_t = C_t + S_t$.

	t	C_t	S_t	$\hat{Y}_t$
1972	1	4228	-1622	2606
	2	4200	807	5007
	3	4172	1718	5890
	4	4144	-903	3241
1973	5	4116	-1622	2494
	6	4088	807	4895
	7	4060	1718	5778
	8	4032	-903	3129
1974	9	4004	-1622	2382
	10	3976	807	4783
	11	3948	1718	5666
	12	3920	-903	3017
1975	13	3892	-1622	2270
	14	3864	807	4671
	15	3836	1718	5554
	16	3808	-903	2905
1976	17	3780	-1622	2158
	18	3752	807	4559
	19	3724	1718	5442
	20	3696	-903	2793
1977	21	3668	-1622	2046
	22	3640	807	4447
	23	3612	1718	5330
	24	3584	-903	2681



Une prévision pour le 4° trimestre de 1977 est donc 2681

Dans Excel, il a suffit d'étirer les cellules en ce qui concerne t, C_t et $\hat{Y}_t$.

$C_{24} = 4256 - 28 \times 24$

S_4'

$C_{24} + S_4' = 3584 - 903$

Remarque :

- On fait des prévisions en supposant que la tendance va suivre la même évolution (linéaire, exponentielle, polynomiale…), et que les variations saisonnières seront identiques.
  On obtient ainsi une estimation de l'évolution de la grandeur observée, on ne peut pas tenir compte des variations accidentelles.

Intérêt :

- On peut faire des prévisions pour l'année qui suit la dernière année d'observation, afin de prévoir par exemple des investissements.

  - On peut faire des prévisions pour des années qui ont été observées, dans le but de comparer les prévisions (faites à partir des années précédentes) et les données réelles. Cela permet de voir l'impact d'un événement (ex : campagne publicitaire, catastrophe naturelle, crise boursière…).

V. Lissages exponentiels :