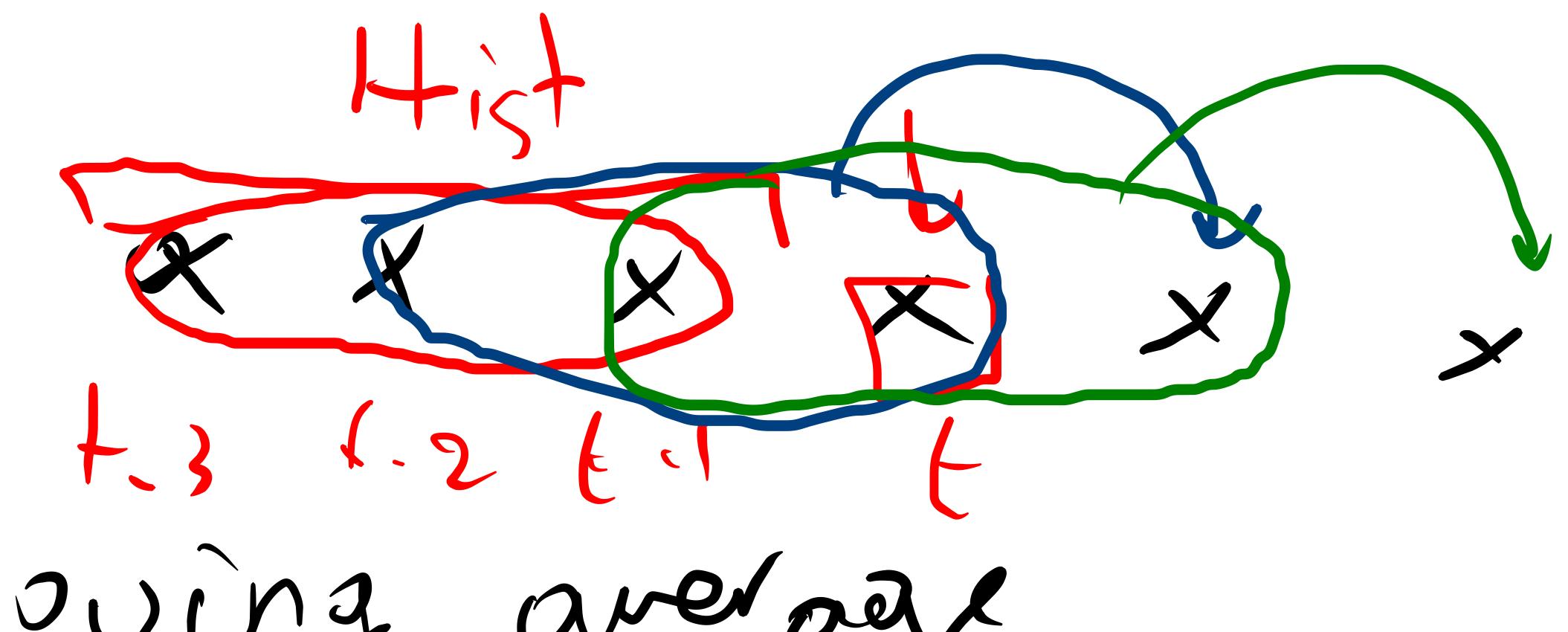
II. Lissage par moyennes ou médianes mobiles



1. <u>Définition des moyennes mobiles.</u>

moving average

Deux choses à faire :

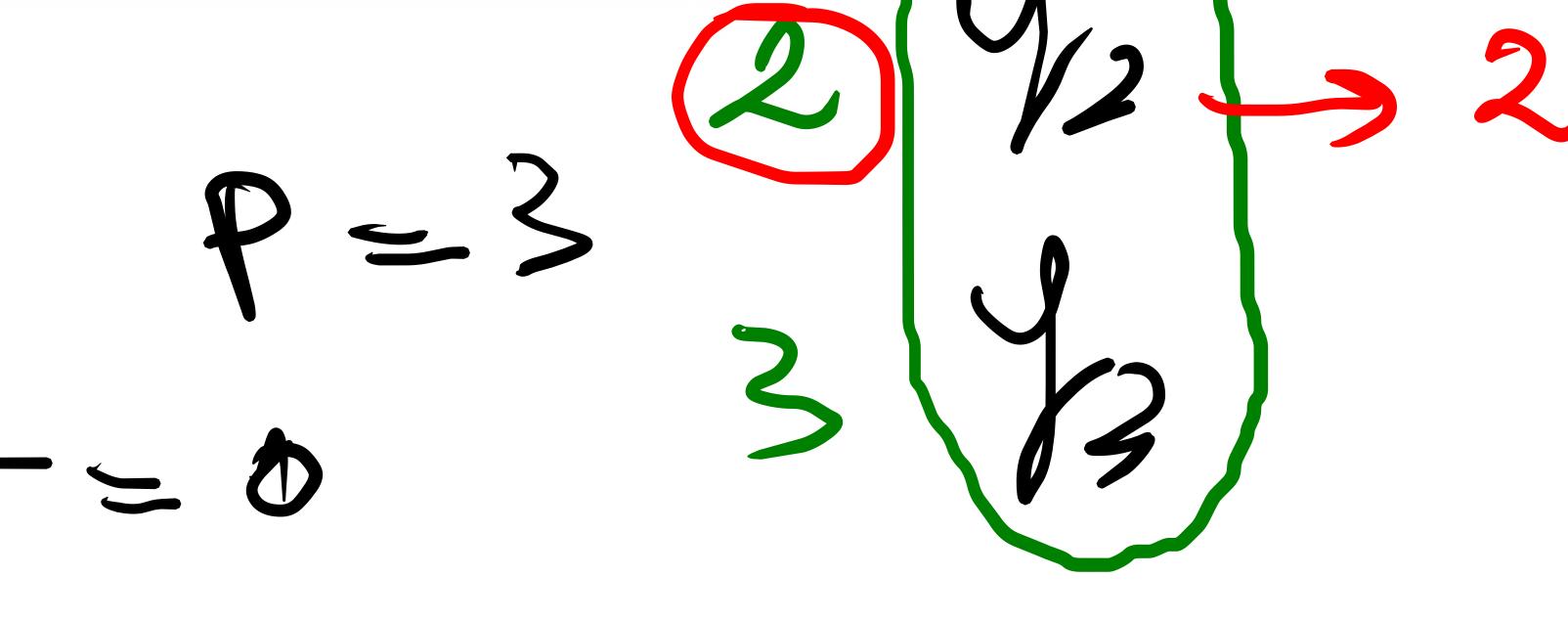
- a) Calculer des moyennes d'ordre p d'une série (Yt), ce qui consiste à :
 - considérer les p premières valeurs de la série et en calculer la moyenne,
 - puis des p valeurs précédentes, on supprime la première valeur et on considère la valeur qui suit la dernière valeur considérée à l'étape précédente, et on calcule la moyenne de ces valeurs ...

on répète ceci tant que l'on a p valeurs consécutives.

Exemple: moyenne mobile d'ordre $3:\frac{Y_1+Y_2+Y_3}{3},\frac{Y_2+Y_3+Y_4}{3},\frac{Y_3+Y_4+Y_5}{3},\dots$

b) Affecter ces moyennes mobiles à une date : la date milieu de la période de p mois considérée,

ainsi
$$\frac{Y_{t+1} + Y_{t+2} + \dots + Y_{t+p}}{p}$$
 est affectée à la date $t + \frac{p+1}{2}$.
$$\left(Y_{1} + Y_{1} + Y_{1} + Y_{2}\right) / 3 \longrightarrow 6 + 2 = 2$$



D'où la définition suivante :

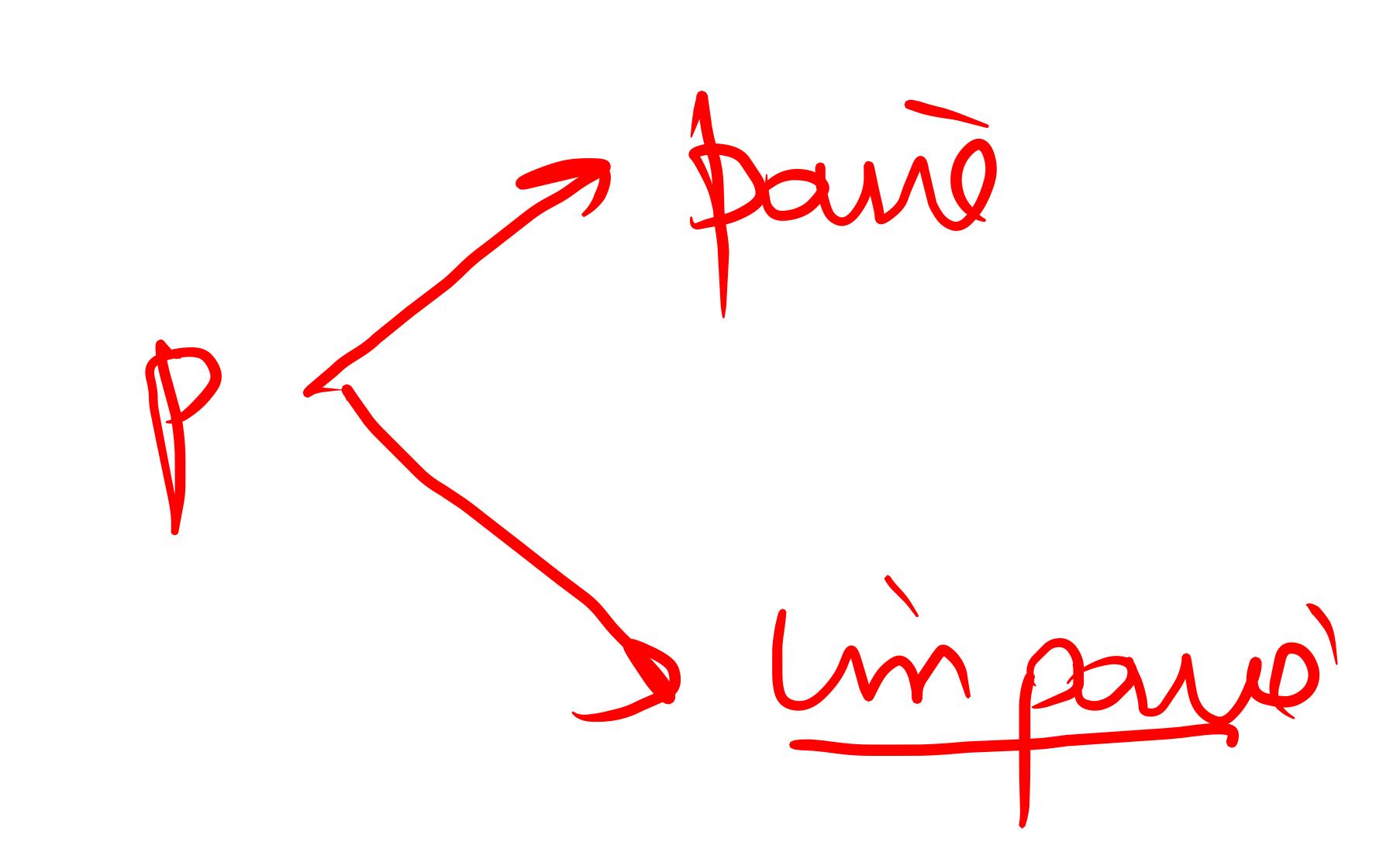
Les moyennes mobiles d'ordre p de la série (Yt)_{t=1,2,...np} sont :

$$M_p$$
 $\left(t + \frac{p+1}{2}\right) = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p Y_{t+k}$ où $t = 0,1,2, ...,np-p$.

Se pose le problème de la parité de p pour les dates milieu $t + \frac{p+1}{2}$:

• Si p est impair $t + \frac{p+1}{2}$ correspond à une date.

Et si p = 2r + 1, on peut écrire : Mp(t) = $\frac{1}{2r+1} \sum_{t=0}^{r} y_{t+k}$

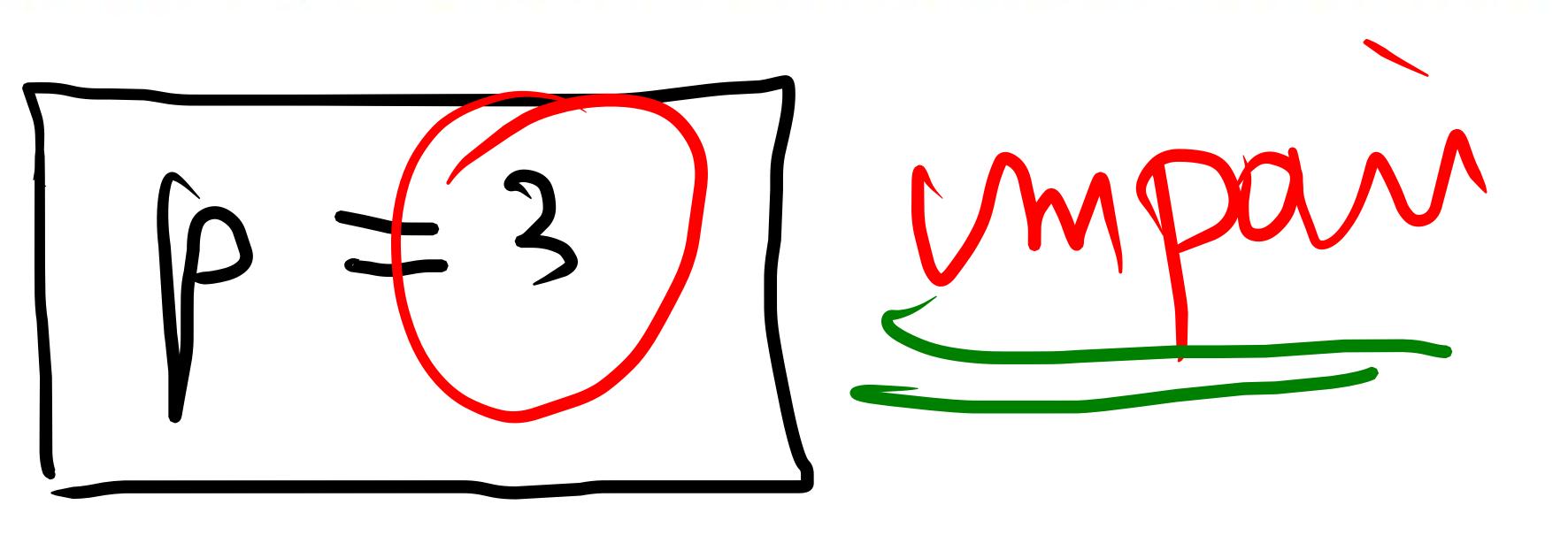


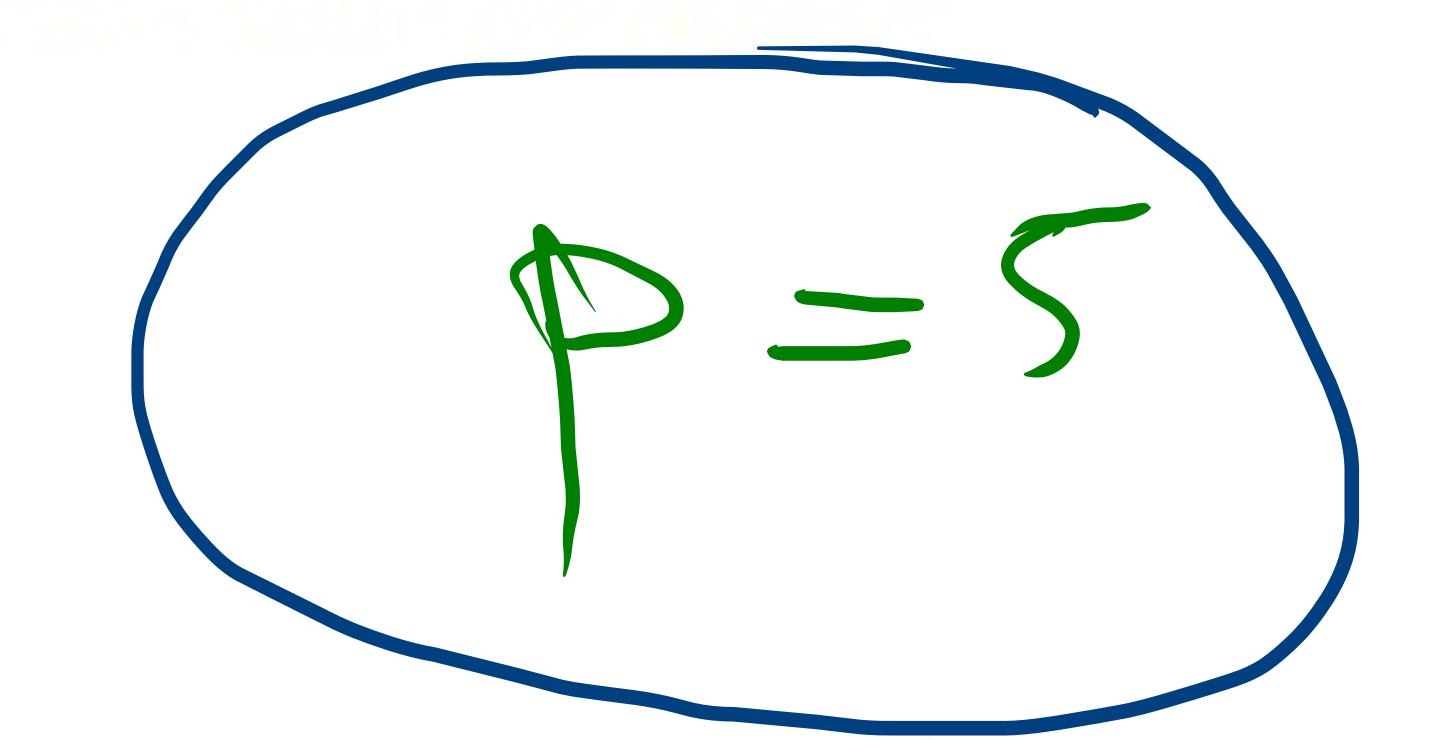
• Si p est pair $t + \frac{p+1}{2}$ se trouvent entre deux dates.

C'est pourquoi, afin que les moyennes mobiles soient affectées à des dates, on effectue une moyenne mobile d'ordre 2 sur la série des moyennes mobiles d'ordre p.

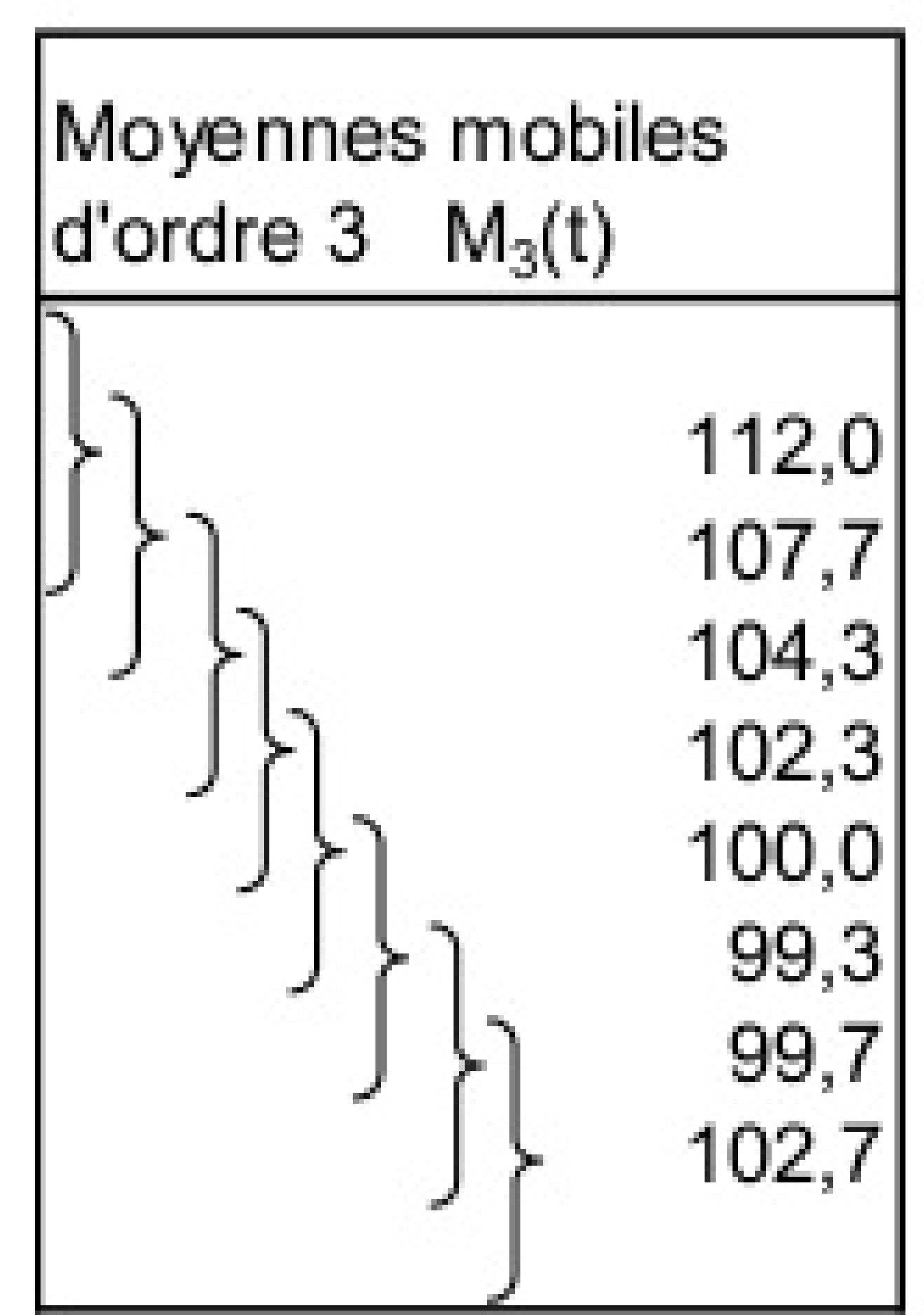
Ces dernières moyennes mobiles sont appelées moyennes mobiles centrées d'ordre p, et sont notées M_p '(t).

Exemples: a) Calculs de moyennes mobiles d'ordre 3 sur une série annuelle.





t	Yt
1990	118
1991	113
1992	105
1993	(105)
1994	103
1995	99
1996	98
1997	101
1998	100
1999	107



(4 b) C:	alculs de mog	vennes mobiles cer	ntrées d'ordre 4 sur	une série trimestrielle.
t	Yt	Moyennes mobiles d'ordre 4	Movemnes raphiles	byennes mobiles d'ordre 2
1985	D, 5		ae	s moyennes mobiles d'ordre M ₄ (t)
	3,5	1,75	2,1250	
1986	5	2,875	2,6875 3,0625	
	5	3,875	3,5625 4,0625	
	3,5	4,25 4,75	4,5000	
1987	6,5	5,375	5,0625 5,5625	
	7,5	5,75		
	5			

Remarque : A partir d'une série contenant N valeurs, on obtient N - p + 1 ou N - p moyennes mobiles d'ordre p, selon la parité de p.

Définition des médianes mobiles :

La définition est analogue à celle des moyennes mobiles : on prend les mêmes valeurs de Yt, et on calcule la médiane au lieu de calculer la moyenne.

medane

O O O O O T

£ Commique

2. Estimation de la tendance par les moyennes mobiles.

Si

- la tendance présente une faible courbure,
- les variations saisonnières sont périodiques de période p et ont une influence nulle sur l'année,
- les variations accidentelles sont de faible amplitude,

alors la tendance à la date t peut être estimée par la moyenne mobile (centrée) d'ordre p à la date t.

 $Ct \approx M_p(t)$ ou $Ct \approx M_p'(t)$ selon la parité de p.

L'ordre p est la périodicité des variations saisonnières, d'où :

$$p = 4$$
 si la série est trimestrielle la série est mensuelle $p = 3$ ou 5 si la série est annuelle

Cha X

Pythm

Pourquoi ajuster Ct par Mp(t)?

- Les St sont supposées de période p et d'influence nulle sur une année = p mois.
 - \Rightarrow Les moyennes mobiles d'ordre p Mp(t) effacent les (St.)
- Il reste les et qui sont supposées de faible amplitude.
 - ⇒ Les moyennes mobiles d'ordre p effectuées sur Yt donne Ct.

III. Avantages et inconvénients des méthodes

1. <u>Les moyennes mobiles</u>

Les moyennes mobiles peuvent être influencées par des valeurs aberrantes.

<u>Conséquence</u>: Au lieu de calculer les moyennes mobiles, on peut choisir <u>d'estimer</u> Ct à l'aide des médianes mobiles de même ordre.

→ <u>transparent</u> + <u>photocopies</u>

 Perte de données: Si on dispose d'une série chronologique sur n années contenant p mois chacune (np observations), alors on ne pourra calculer une estimation de la tendance que pour np – p + 1 ou np – p mois (selon la parité de p), soit une année de moins que la série.

-> transparent

- Malgré ces inconvénients, elles sont une bonne estimation.
- L'estimation par moyenne mobile donne une meilleure estimation que par les moindres carrés,
 Ct est proche des valeurs. → transparent

Remarque : Les moyennes mobiles laissent passer la composante tendancielle sans la modifier, si la tendance est un polynôme de degré ≤ 1, sinon elles surévaluent la tendance.

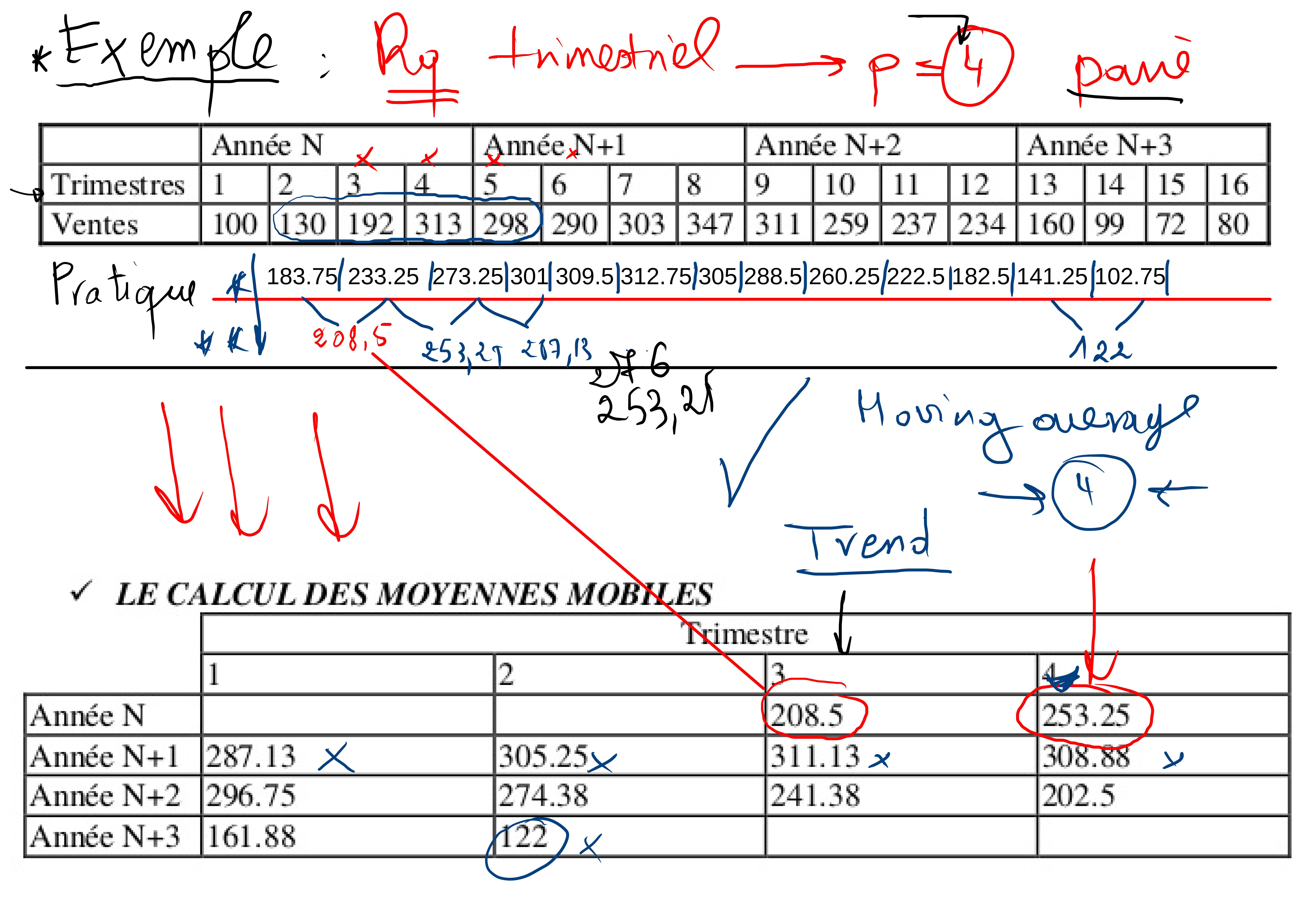
2. <u>Les moindres carrés.</u>

Zerrokum Blynme Em

• L'estimation est moins bonne.

Un ajustement correct n'est pas toujours possible.

L'avantage: facilité pour prévoir la tendance aux dates np + 1, np + 2.



TWS XW

Donné Brut

	Ann	ée N			Ann	ée N+	-1		Ann	ée N+	-2		Ann	ée N-	+3	
Trimestres	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Ventes	100	130	192	B13	298	290	303	347	311	259	237	234	160	99	72	80

✓ LE CALCUL DES MOYENNES MOBILES

		Trime	stre	
	1	2	3-4	4
Année N			208.5	253.25
Année N+1	287.13	305.25	311.13	308.88
Année N+2	296.75	274.38	241.38	202.5
Année N+3	161.88	122		

✓ CALCUL DES COEFFICIENTS SAISONNIERS ADDITIFS

Différence = Donnée brute - Trend

	Trimestre			Total	
	1	2	3	4	
Année N			-16.50	59.75	
Année N+1	10.87	-15.25	-8.13	38.12	
Année N+2	14.25	-15.38	-4.38	31.50	
Année N+3	-1.88	-23.00			
Estimation des	7.75	-17.88	-9.67	43.12	23.32
coefficients saisonniers					
Coefficients saisonniers	1.92	-23.71	-15.50	37.29	0

✓ ÉLIMINATION DES VARIATIONS SAISONNIERES DANS LE MODELE ADDITIF (XCVS)

Données Corrigées des Variations Saisonnières = Donnée brute – Coefficient additif Le calcul de la série corrigée des Variations Saisonnières :

		The state of the s					
		Trimestre					
	1	2	3	4			
Année N	98	154	208	276			
Année N+1	296	314	319	310			
Année N+2	309	283	253	197			
Année N+3	158	123	88	43			

Variation résiduelle = Données corrigées des Variations Saisonnières - Trend Le calcul tableau des variations résiduelles

	Trimestre					
	1	2	3	4		
Année N				22)		
Année N+1	9	8	7	1		
Année N+2	12	8	11	-6		
Année N+3	_4	1				

Exerace P=4

$Ann\'{e}e$	Numéro du trimestre	Ventes
2005	1	860
	2	794
	3	1338
	4	1148
2006	1	1096
	2	1021
	3	1705
	4	1505
2007	1	1436
	2	1363
	3	2319
	4	2047

Moving Average: 7 Trend

$S_1 = S_1 - S_1$
$= -191,81\% - S'$ $S_{1} = -97,51562$
Sy = -289,0 -
S ₃ = -

	$Ann\'{e}e$	Numéro du trimestre	Ventes	Coet
1 m - S1	2005	1 2	860 794	- 121.814 [860/, 794, 53 273.5, 3 273.5, 3 273.5, 3 273.5, 3
F, 4, 5625		3		273,5) 302, 12(25.625, -100.625, 25.621) 35,561 -266.125,
	2006	1	1096	(100.62) \(\) 330.75, 45.5,
\$9 ₁ 0		3	1021	350 15 5, -143.0, -360.5, 2319,
	2007	1	1505	2047] -143
		2	1363 2319	-360
			2047	
				(302,121)+31,5621
	24 29	6845		