## Elenco di risultati di ETI

## Francesco Minnocci

• Assiomi

• Proposizione: ∄ l'insieme di tutti gli insiemi

• (Buona) definizione: Coppia di Kuratowski

• Proposizione: Esistenza del prodotto cartesiano

• Definizione: Relazione d'ordine

• Definizione: Assiomi di Peano

• Teorema:  $(\omega, \emptyset, \text{succ})$  soddisfa gli Assiomi di Peano

• Teorema: <  $\equiv$  < è un ordine totale su  $\omega$ 

• Teorema: Induzione forte

• Teorema: Principio del minimo

• Teorema: Ricorsione numerabile

• Teorema: ogni modello di Peano è isomorfo ad  $(\omega, \emptyset, \text{succ})$ 

• Teorema: ricorsione numerabile v2

• Teorema: Cantor-Bernstein

• Teorema:  $|A| < |\mathcal{P}(A)|$ 

• Definizione: Operazioni sulle cardinalità

ullet Proposizione: finito  $\Longrightarrow$  Dedekind-finito

• Proposizione: A infinito  $\implies \forall n \in \omega, n < |A|$ 

• Proposizione  $|A| \leq |\omega| \implies A$  numerabile o finito

• Lemma: (A, <) totale finito  $\implies A \sim n$ 

• Lemma: Caratterizzazione dei buoni ordini isomorfi ad $\omega$ 

• Proposizione:  $\omega \times \omega \sim \omega$ 

• Definizione:  $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ 

• Teorema: di isomorfismo di Cantor

• Definizione: R tramite sezioni di Dedekind

ullet Proposizione:  $\mathbb R$  è totalmente ordinato e completo

• Teorema:  $|\mathbb{R}| = 2^{\aleph_0} = |\mathcal{P}(\mathbb{N})|$ 

• Lemma: (A, <) completo senza estremi e un denso numerabile è isomorfo ad  $\mathbb{R}$ 

• Teorema: Tricotomia della relazione d'ordine fra buoni

• Definizione: Operazioni sui buoni ordini

• Definizione: Ordinali

• Teorema: Tricotomia degli ordinali

• Proposizione: s(x) è il minimo ordinale maggiore di x

• Proposizione: esistenza di minimo e sup di un insieme di ordinali

• Proposizione: gli ordinali sono una classe propria

• Definizione: funzione classe

• Teorema: ogni buon ordine è isomorfo ad un unico ordinale

• Induzione transfinita v1 e v2

• Ricorsione transfinita v1 e v2

• Definizione: operazioni fra ordinali

• Teorema: equivalenza tra operazioni fra ordinali e fra buoni ordini

• Proposizione: monotonia delle operazioni fra ordinali

• Proposizione: Esistenza della sottrazione fra ordinali

• Lemma: Esistenza della divisione euclidea fra ordinali

• Teorema: Forma normale di Cantor

 $\bullet$  Definizione: Funzioni classi continue Ord $\to$ Ord

• Esistenza di frequenti punti fissi di una funzione crescente continua

• Teorema: Hartogs

• Definizione: numero di Hartogs

• Proposizione:  $\forall X \ \ \mathrm{H}(X)$  è un ordinale iniziale

• Proposizione: gli ordinali iniziali sono una classe propria

• Proposizione: ogni ordinale iniziale infinito è limite

• Proposizione:  $\forall C$  classe propria di ordinali  $\exists !\ F$  :  $\operatorname{Ord} \to \operatorname{C}$  crescente biettiva

• Definizione:  $\omega_{\alpha}$ 

• Proposizione: banalità delle operazioni fra Aleph

 $\bullet\,$  Proposizione: AC  $\iff$ ogni funzione suriettiva ha una

sezione

• Teorema: equivalenza fra AC, Zorn e Zermelo

• Proposizione: ogni insieme è equipotente ad un ordinale

• Teorema: Tarski

 $\bullet$  Corollario: finito  $\iff$  Dedekind-finito

• Proposizione:  $0 < |A| \le |B| \iff \exists A \longrightarrow B$ 

• Proposizione: unione  $\aleph_{\alpha}$  di  $\aleph_{\alpha}$  è  $\aleph_{\alpha}$ 

• Proposizione: Un ordine totale è u buono sse non ha successioni strettamente decrescenti infinite

• Teorema (Cantor-Bendixon): un chiuso di  $\mathbb{R}$  è si spezza in un perfetto e un numerabile chiuso disgiunti

• Lemma: ogni perfetto non vuoto ha cardinalità  $2^{\aleph_0}$ 

• Teorema: König

• Definizione (ed equivalenza): cofinalità v1 e v2

• Teorema: Hausdorff

• Definizione: Gerarchia di Von Neumann

• Proposizione: gli assiomi relativizzati a  $V_*$  sono veri

• Teorema:  $V = V_*$