APLIKASI METODE NUMERIK DAN MATRIK DALAM PERHITUNGAN KOEFISIEN-KOEFISIEN REGRESI LINIER MULTIPLE UNTUK PERAMALAN

Yudha Herlambang Ngumar
Universitas Trunajaya Madura (UTM), Bangkalan, Madura
ngumarsb@indosat.net.id

ABSTRACT
Many prediction problems can be expressed into mathematical models such as Multiple Linier Regression Equation. Users can approximately predict the future solution, by comparing output derived from model and output modeled from observation. The result can also be statistically compared using Standard Deviation Calculation. In this article, the author will discuss how to calculate the Coefficient of Multiple Linier Regression equation. There are many methods can be used to solve the calculation such as using Least Squares Method, such as Determinant or Cramer Method, Matrix Inverse, Elimination, Substitution, Gauss Jordan, Gauss Elimination, Jacobi Iteration, Gauss Seidel, and Cholesky Method. In this paper, the author will present in particular Gauss Elimination and Gauss Seidel Method and compared them with the standard methods such as Matrix Determinant (Cramer) and Inverse. By using the Gauss Elimination Method, we can get the same coefficient as Matrix or Determinant Method and by using the Gauss Seidel Method (Numerical Method Approach), we get result almost the same as all methods mentioned above.
Keywords: *Multiple Linear Regression, Gauss Elimination, Gauss Seidel, Least Squares Method, Iteration.*

1. Pendahuluan

Dewasa ini peranan metode peramalan cukup signifikan, dalam artian untuk memberikan gambaran di kemudian hari pada segala bidang, baik engineering, ekonomi, keuangan, pertanian, dan lainnya. Salah satu metode dalam melakukan prediksi adalah menyatakan persoalan dalam bentuk model matematik yang mengandung variable-variabel yang terlibat secara significant dalam model peramalan tersebut.

Model matematik tersebut dinyatakan dalam bentuk persamaan linier yang memuat Variabel Independen dan Variabel Dependen, yaitu Persamaan Regressi Linier Berganda (Multiple Regression). Persamaan ini diturunkan dari sederetan sebaran data dan dengan menggunakan penurunan dari Pendekatan Least Squares Error atau Kesalahan Kuadrat Terkecil dalam bentuk susunan persamaan linier simultan dengan koefisien-koefisien pembentuknya harus dipecahkan lebih dahulu.

Penelitian ini dimaksudkan untuk memberikan alternatif cara menentukan koefisien koefisien persamaan Regressi Linier dengan cara Pendekatan Numerik Metode Gauss Seidel dan Metode Eliminasi Gauss, Metode Inversi Matrik, Metode Cramer sebagai pembandingnya. Penelitian ini juga sekaligus membandingkan Standard Deviasi dari Output Model yang diperoleh dari Metode Eliminasi Gauss, Metode Inversi Matrik, Metode Cramer dengan Pendekatan Iterasi Numerik dari Metode Gauss Seidel.

Pada penelitian ini diberikan batasan bahwa kasus yang ditinjau adalah persoalan yang mengandung 2 variabel bebas dan 1 variabel terikat, sehingga akan menghasilkan persamaan Linier Berganda $Y = f(x_1, x_2)$. Pendekatan dalam Metode Numerik yang dibahas ialah Metode Eliminasi Gauss dan Metode Gauss Seidel, dan sebagai pembandingnya dipergunakan Metode Inversi Matrik dan Metode Determinant (Cramer). Sedangkan penurunan model Persamaan Linier Simultannya menggunakan Pendekatan Least Squares Method. Pada penelitian ini penulis tidak mencantumkan software Program Gauss Elimination dan Gauss Seidel yang telah disusun penulis. Jadi dengan kata lain bahwa perumusan masalahnya adalah bagaimana menentukan koefisien-koefisien persamaan regresi dengan pendekatan Matematika Numerik, antara lain Metode Eliminasi Gauss dan Metode Iterasi Gauss Seidel.

2. Dasar Teori

2.1 Macam - Macam Peramalan

Teknik peramalan secara garis besar dapat dibagi menjadi dua kategori utama, yaitu metode kuantitatif dan kualitatif. Metode kuantitatif dapat dibagi menjadi deret berkala dan metode kausal, sedangkan metode kualitatif dapat dibagi menjadi metode eksploratoris dan normatif. Agar tidak menjadi panjang lebar, maka dalam tinjauan pustaka ini hanya akan dibahas peramalan metode kuantitatif saja.

2.1.1 Metode Kuantitatif

Peramalan kuantitatif dapat diterapkan bila terdapat tiga kondisi yaitu: tersedianya informasi lentang rnasa lalu, informasi tersebut dapat dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik, dan dapat diasumsikan bahwa beberapa aspek pola masa lalu akan terus berlanjut di masa mendatang. Di dalam metode peramalan kuantitatif ini terdapat dua jenis model peramalan yang utama, yaitu model deret berkala dan model kausal (regresi). Pada model deret berkala, peramalan masa depan dilakukan berdasarkan nilai dari suatu variabel dan atau kesalahan masa lalu. Sedangkan model kausal mengasumsikan bahwa faktor yang diramalkan menunjukkan suatu hubungan sebab-akibat dengan satu atau lebih variabel bebas. Pemilihan suatu metode perencanaan harus melihat pokok permasalahannya terlebih dahulu, apakah dari waktu yang dibutuhkan (jangka pendek atau jangka panjang), atau harus menggunakan pertimbangan-pertimbangan lainnya, misalnya bentuk penyebaran data, jenis pola data, jumlah variabel independen yang mempengaruhi variabel dependen, dan sebagainya seperti yang telah dijelaskan sebelumnya. Sehingga metode yang paling tepat dengan pola tersebut dapat diuji. Pola data dapat dibedakan menjadi empat jenis siklis (cyclical), antara lain:

1. *Pola Horizontal* (H) terjadi bilamana nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan. (Deret seperti itu adalah "stasioner terhadap nilai rata-ratanya). Suatu produk yang penjualannya tidak meningkat atau menurun selama waktu tertentu termasuk jenis ini. Demikian pula, suatu keadaan pengendalian kualitas yang menyangkut pengambilan contoh dari suatu proses produksi kontinyu yang secara teoritis tidak mengalami perubahan juga termasuk jenis ini.
2. *Pola musiman* (S) terjadi bilamana suatu deret dipengaruhi oleh faktor musiman (misalnya kuartal tahun tertentu, bulanan atau hari-hari pada minggu tertentu). Penjualan dari produk seperti minuman ringan, es krim, dan bahan bakar pemanas ruang semuanya menunjukkan jenis pola ini.
3. *Pola trend* (T) terjadi bilamana terdapat kenaikan atau penurunan sekuler jangka panjang dalam data. Penjualan banyak perusahaan, produk bruto nasional (GNP) dan berbagai indikator bisnis atau ekonomi lainnya mengikuti suatu pola trend selama penibahannya sepanjang waktu

2.2 Multiple Linear Regression

Pada Simple Linear Regression, peneliti melakukan penelitian pada relasi antara variabel independen dan variabel dependen. Relasi antara dua variabel biasanya akan membuat seseorang lebih akurat dalam memprediksi variabel dependen dari pengetahuan antara variabel independen. Namun pada kenyataannya, situasi yang ada pada *forecasting* tidak sesederhana itu. Biasanya dibutuhkan lebih dari satu variabel dependen untuk memprediksi sebuah variabel secara akurat.. Model regresi yang menggunakan lebih dari satu variabel independen disebut *Multiple Regression Model*[3] . Kebanyakan konsep yang sudah ada lebih mengarahkan untuk menggunakan *Simple Liniear Regression.* Walaupun demikian beberapa konsep baru muncul, karena lebih dari variabel independen yang digunakan untuk memprediksi sebuah dependen variabel. Bentuk umum dari persamaan *Multiple Regression Model* ialah:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + ... b_n X_n$$

dimana:
Y : variabel dependen yang merupakan hasil peramalan
b_0 : konstanta bebas , b_1, b_2, b_n merupakan konstanta dari variabel independen X_1, X_2, X_n

2.3 Metode Eliminasi Gauss

Metode Eliminasi Gauss merupakan salah satu metode yg paling awal dikembangkan dan banyak digunakan dalam sistem persamaan linier. Prinsip penyelesaian dari metode ini adalah mengurangi sistem persamaan ke dalam bentuk segitiga atas sedemikian hingga salah satu dari persamaan-persamaan tersebut hanya mengandung satu bilangan tak diketahui dan setiap persamaan berikutnya hanya terdiri dari satu tambahan bilangan tak diketahui baru. Untuk memudahkan penjelasan, terdapat satu sistem dari 3 persamaan dengan 3 variabel tak diketahui berikut ini:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \qquad \text{(a)}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \qquad \text{(b)}$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \qquad \text{(c)}$$

Persamaan pertama dari sistem persamaan di atas dibagi koefisien pertama pada persamaan pertama, yaitu : a_{11} , sehingga menjadi : $x_1 + \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 = \frac{b_1}{a_{11}}$. Persamaan tersebut dikalikan dengan koefisien pertama dari persamaan kedua, akhirnya menjadi:

$$a_{21}x_1 + a_{21}\frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 + a_{21}\frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 = a_{21}\frac{b_1}{a_{11}}$$

Persamaan (b) di atas, dikurangi dengan persamaan yang terakhir, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$(a_{22} - a_{21}\frac{a_{12}}{a_{11}})x_2 + (a_{23} - a_{21}\frac{a_{13}}{a_{11}})x_3 = (b_2 - a_{21}\frac{b_{11}}{a_{11}})$$, atau : $a_{32}{}' x_2 + a_{23}{}' x_3 = b_2{}'$.

Secara singkat metode ini berprinsip pada tata cara mengeliminir variable dengan cara menormalkan persamaan yang dijadikan acuan, misalkan dalam hal persamaan pertama. sehingga sistem persamaan menjadi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_3 x_3 = b_1$$

$$a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 = b_2{}'$$

$$a_{33}{}'' x_3 = b''_3$$

Dengan demikian dapat dituliskan :

$$x_3 = \frac{b_3{}''}{a_{33}{}''} \qquad x_2 = \frac{b'_2 - a_{23}{}' x_3}{a'_{22}} \qquad x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3}{a_{11}}$$

Dengan demikian sistem persamaan di atas telah dapat diselesaikan.

2.4 Metode Gauss Seidel

Pada metode ini, persamaan linier dinyatakan terlebih dahulu secara eksplisit untuk variable x_1 pada persamaan 1, variable x_2 pada persamaan 2, dan variable x_n pada persamaan linier ke-n. Kemudian substitusi nilai awal $x_1, x_2, \ldots x_n = 0$. Metode ini memiliki kemiripan dengan metode Iterasi Jacobi (tidak dijelaskan pada paper ini), namun perbedaannya ialah bahwa pada metode Jacobi, nilai x_1 yang dihitung dari persamaan pertama tidak digunakan untuk menghitung nilai x_2 pada persamaan kedua. Demikian pula nilai x_2 tidak digunakan untuk mencari nilai x_3, sehingga nilai-nilai tersebut tidak termanfaatkan. Sebenarnya nilai-nilai baru tersebut lebih baik dari nilai-nilai yang lama. Pada Metode Gauss Seidel ini nilai-nilai tersebut dimanfaatkan untuk menghitung variable berikutnya. Dengan demikian berlaku prosedur iterasi sebagai berikut:

$$x_1^{\,1} = \frac{(b_1 - a_{12}x^0{}_2 - a_{13}x_3{}^0)}{a_{11}}$$

Nilai baru dari $x_1^{\,1}$ tersebut kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan kedua dari sistem persamaan yang ditinjau, sedemikian hingga:

$$x_2^{\,1} = \frac{(b_2 - a_{21}x^1{}_1 - a_{23}x_3{}^0)}{a_{22}}$$

Demikian juga ke dalam persamaan ketiga dari sistem disubstitusikan nilai baru $x_1^{\,1}$ dan $x_2^{\,1}$, sehingga diperoleh :

$$x_3^{\,1} = \frac{(b_3 - a_{31}x^1{}_1 - a_{32}x_2{}^1)}{a_{33}}$$

Dengan cara seperti ini, nilai x_1, x_2, x_3 akan diperoleh lebih cepat mencapai convergen daripada menggunakan metode Iterasi Jacobi.

3. Metodologi Penelitian

Pada tulisan ini, metode penelitian terhadap masalah di atas dapat dijelaskan sebagai berikut:

- Terdapat sebaran data yang akan dipecahkan model regresinya
- Penurunan Persamaan Linier Simultan dengan pendekatan Model Least Squares
- Perhitungan koefisien-koefisien persamaan regresi dengan masing-masing methode, antara lain: Metode Inversi Matrix, Metode Determinant (Cramer), Metode Eliminasi Gauss, dan Metode Iterasi Gaussian .
- Perhitungan dan Perbandingan Simpangan Baku yang dihasilkan tiap model persamaan regresi dari tiap-tiap metode yg dipakai.

4. Penyajian Data Dan Pemecahan

Dalam bagian ini akan diberikan contoh persoalan untuk menentukan keterkaitan hubungan antara prosentase kenaikan harga saham (X_1), prosentase kenaikan daya beli masyarakat (X_2), kenaikan hasil penjualan saham (Y). Dengan demikian kita akan mencari persamaan Regresi Linier yang menggambarkan hubungan antara variable Dependent (Y), variable independent (X_1) dan (X_2). Dengan data hasil observasi di lapangan didapatkan hasil sebagai berikut:

Y	1	3	5	6	7
X_1	1	2	3	4	5
X_2	2	4	6	7	9

Apabila disubstitusikan dan ditabulasikan akan diperoleh persamaan linier simultan berikut :

Persamaan: $5b_0 + 15b_2 + 28b_3 = 22$ (1)

$15b_0 + 55b_2 + 101b_3 = 81$ (2)

$28b_0 + 101b_2 + 186b_3 = 149$ (3)

4.1 Penyelesaian Dengan Invers Matrik.

Menurut penurunan dari Least Squarest Method diperoleh persamaan linier yang telah disusun dalam bentuk matrik bujursangkar dan matrik kolom untuk 2 variabel dan terjadi 3 persamaan linier simultan:

$$\begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \sum X_2 \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \sum X_1X_2 \\ \sum X_2 & \sum X_2X_1 & \sum X_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1Y \\ \sum X_2Y \end{bmatrix}$$

Dan persamaan (1), (2), (3) bila disusun dalam sistem matrik akan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 5 & 15 & 28 \\ 15 & 55 & 101 \\ 28 & 101 & 186 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 81 \\ 149 \end{bmatrix}$$

Sehingga Cofactor Matrik diperoleh : $\begin{bmatrix} 29 & 38 & -25 \\ 38 & 146 & -85 \\ -25 & -85 & 50 \end{bmatrix}$ dan Adjoint Matrik = $\begin{bmatrix} 29 & 38 & -25 \\ 38 & 146 & -85 \\ -25 & -85 & 50 \end{bmatrix}$. Adjoint Matrik = Cofactor Matrik, karena matrik persamaan di atas adalah Matrik Simetris. Dan Determinant Matrik = 15.

$$\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 28 \\ 15 & 55 & 101 \\ 28 & 101 & 186 \end{bmatrix}^{-1} \bullet \begin{bmatrix} 22 \\ 81 \\ 149 \end{bmatrix} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 29 & 38 & -25 \\ 38 & 146 & -85 \\ -25 & -85 & 50 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 22 \\ 81 \\ 149 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}6 \\ -0{,}2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian nilai koefisien persamaan regresi berganda adalah: $b_0 = -0{,}6 \quad b_1 = -0{,}2 \quad b_2 = 1$. Sehubungan dengan ini maka diperoleh persamaan Regressi Linier Multiple untuk contoh persoalan di atas adalah sebagai berikut: $Y = -0{,}6 - 0{,}2X_1 + X_2$

4.2 Penyelesaian Dengan Aturan Cramer

Penyelesaian dengan metode ini adalah berbasis pada besarnya determinan , dengan matrik-matrik sebagai berikut:

$$M = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 28 \\ 15 & 55 & 101 \\ 28 & 101 & 186 \end{bmatrix} \quad M_1 = \begin{bmatrix} 22 & 15 & 28 \\ 81 & 55 & 101 \\ 149 & 101 & 186 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 5 & 22 & 28 \\ 15 & 81 & 101 \\ 28 & 149 & 186 \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 22 \\ 15 & 55 & 81 \\ 28 & 101 & 149 \end{bmatrix}$$

$$b_0 = \frac{\det(M_1)}{\det(M)} = -0{,}6 \qquad b_1 = \frac{\det(M_2)}{\det(M)} = -0{,}2 \qquad b_2 = \frac{\det(M_3)}{\det(M)} = 1$$

Dengan demikian Persamaan Regresi Linier yang diperoleh adalah: $Y = -0{,}6 - 0{,}2X_1 + X_2$

4.3 Penyelesaian Dengan Metode Eliminasi Gaus

Dengan menggunakan persamaan linier (1), (2), (3), maka dilakukan langkah pengerjaan berikut: Langkah Normalisasi persamaan, yaitu: persamaan (1) dibagi koefisien terdepan, yaitu 5 menjadi persamaan: $b_0 + 3b_1 + 5{,}6b_2 = 4{,}4$ (1a) Persamaan (1a) dikalikan elemen pertama dari persamaan (2), yaitu 15, maka menjadi: $15b_0 + 45b_1 + 84b_2 = 66$ (1b) Akhirnya persamaan (2) dikurangi persamaan (1b) menjadi $10b_1 + 17b_2 = 15$ (1c)

Langkah selanjutnya yaitu persamaan hasil normalisasi yaitu persamaan (1a) dikalikan elemen pertama dari persamaan (3), maka diperoleh: $28b_0 + 84b_1 + 156{,}8b_2 = 123{,}2$ (1d) Persamaan (1d) di atas dikurangkan terhadap persamaan (3) diperoleh persamaan : $17b_1 + 29{,}2b_2 = 25{,}8$ (1e). Dengan demikian penyelesaian persamaan yang melibatkan (1e) dan (1c) akan menjadi:

$b_1 = -0{,}2$ dan $b_2 = 1$. Hasil ini disubstitusikan pada persamaan (1), (2), (3) sehingga di dapat nilai $b_0 = -0{,}6$. Sehubungan dengan ini maka diperoleh persamaan Regressi Linier Multiple untuk contoh persoalan di atas yaitu sebagai berikut : $Y = -0{,}6 - 0{,}2X_1 + X_2$.

4.4 Penyelesaian Dengan Metode Iterasi Gauss Seidel

Pertama – tama dilakukan pengesetan nilai awal terlebih dahulu, yaitu : $b_0 = b_1 = b_2 = 0$.

Perhitungan Iterasi Pertama:

$$b_0 = \frac{22 - 28b_2 - 15b_1}{5} = \frac{22 - 0 - 0}{5} = 4{,}4$$

$$b_1 = \frac{81 - 101b_2 - 15b_0}{55} = \frac{81 - 101(0) - 15(4{,}4)}{55} = 0{,}2727$$

$$b_2 = \frac{149 - 101b_1 - 28b_0}{186} = \frac{81 - 101(0{,}2727) - 28(4{,}4)}{186} = -0{,}009369355$$

Perhitungan Iterasi Kedua:

$$b_0 = \frac{22 - 28b_2 - 15b_1}{5} = \frac{22 - 0(-0{,}009369) - 15(0{,}2727)}{5} = 3{,}634$$

$$b_1 = \frac{81 - 101b_2 - 15b_0}{55} = \frac{81 - 101(-0{,}009369) - 15(3{,}634)}{55} = 0{,}49884$$

$$b_2 = \frac{149 - 101b_1 - 28b_0}{186} = \frac{81 - 101(0{,}49884) - 28(3{,}634)}{186} = -0{,}01685$$

Error $b_0 = \frac{3{,}634 - 4{,}4}{3{,}634} = -0{,}21 = -21\,\%$, Error $b_1 = \frac{0{,}49884 - 0{,}2727}{0{,}49884} = 0{,}4533 = 45{,}33\%$

Error $b_2 = \frac{-0{,}01685 - (-0{,}009369)}{-0{,}01685} = 0{,}44397 = 44{,}397\%$

Perhitungan Iterasi Ketiga:

$$b_0 = \frac{22 - 28b_2 - 15b_1}{5} = \frac{22 - 0(-0{,}01685) - 15(0{,}49884)}{5} = 2{,}99784$$

$b_1 = \frac{81 - 101b_3 - 15b_1}{55} = \frac{81 - 101(-0{,}01685) - 15(2{,}99784)}{55} = 0{,}68607$

$b_2 = \frac{149 - 101b_2 - 28b_1}{186} = \frac{81 - 101(0{,}68607) - 28(2{,}99784)}{186} = -0{,}02275586$

Error $b_0 = \frac{2{,}99784 - 3{,}634}{2{,}99784} = -0{,}21226 = -21{,}226\%$, Error $b_2 = \frac{0{,}68607 - 0{,}49884}{0{,}68607} = 0{,}2729 = 27{,}29\%$

Error $b_2 = \frac{-0{,}02275586 - (-0{,}01685)}{-0{,}02275586} = 0{,}2595 = 25{,}9531\%$

Perhitungan Iterasi Keempat:

$b_0 = \frac{22 - 28b_2 - 15b_1}{5} = \frac{22 - 0(-0{,}02275586) - 15(0{,}68607)}{5} = 2{,}469222$

$b_1 = \frac{81 - 101b_2 - 15b_0}{55} = \frac{81 - 101(-0{,}02275586\ ) - 15(2{,}469222\ )}{55} = 0{,}841090903$

$b_2 = \frac{149 - 101b_1 - 28b_0}{186} = \frac{81 - 101(0{,}841090903\ ) - 28(2{,}469222\ )}{186} = -0{,}02735$

Error $b_0 = \frac{2{,}469222 - 2{,}99784}{2{,}46922} = -21{,}4\%$, Error $b_1 = 18{,}43\%$, Error $b_2 = 16{,}819\%$

Perhitungan Iterasi Kelima:

$b_0 = 2{,}029927$, $b_1 = 0{,}9693$, $b_2 = -0{,}0308$

Error $b_0 = -21{,}6\%$, Error $b_1 = 13{,}231\%$, Error $b_2 = 11{,}38\%$

Demikian seterusnya hingga pada iterasi ke 4099, diperoleh hasil sebagai berikut:

$b_0 = -0{,}599606138$, $b_1 = -0{,}198503445$, $b_2 = 0{,}99912806$

Error $b_0 = 0{,}00011\%$, Error $b_1 = 0{,}00130868\ \%$, Error $b_2 = 0{,}000151486\%$

Dengan demikian maka diperoleh persamaan Regressi Linier dengan menggunakan metode Iterasi Gauss Seidel, sebagai berikut:

$$Y = -0{,}599606138 - 0{,}198503445X_1 + 0{,}99912806X_2$$

4.5 Perhitungan Error Model Persamaan Terhadap Observasi

Selanjutnya untuk mengetahui tingkat akurasi masing-masing model persamaan Regressi Linier yang diperoleh, maka dilakukan langkah substitusi dan tabulasi terhadap Persamaan Regressi Linier yang diperoleh sebagai berikut:

N	Y dari Hasil Observasi	Y dari Regressi Model Pertama	Y dari Regressi Metode Gauss Seidel	Error Kuadrat Model Pertama	Error Kuadrat Model Regressi Gauss Seidel
1	1	1,20000	1,20015	0,0400000000	0,0400586390
2	3	3,00000	2,99990	-	0,0000000102
3	5	4,80000	4,79965	0,0400000000	0,0401393580
4	6	5,60000	5,60028	0,1600000000	0,1597788554
5	7	7,40000	7,40003	0,1600000000	0,1600233676
	TOTAL			**0,4000000000**	**0,4000002301**
	St.Deviasi			**0.31622776601**	**0,31622785696**

5. Kesimpulan

Hasil yang bisa disimpulkan dari penelitian ini ialah bahwa terdapat beberapa metode sebagai alternatif untuk menentukan koefisien-koefisien persamaan Regerssi Linier Berganda di samping cara komputasi yang menggunakan software khusus aplikasi pengolahan statistik, misalkan SPSS. Metode itu antara lain: Metode Cramer, Metode Inversi Matrik, Metode Eliminasi Gauss dan Metode Gauss Seidel. Namun untuk menggunakan metode-metode di atas terlebih dahulu sebaran data $Y, X_1, X_2, ...X_n$ yang akan diolah harus diubah dahulu menjadi sederetan persamaan linier simultan sebanyak n variabel X tergantung keperluan dari sisi kasus dan persoalan yang ditinjau, dengan menggunakan pendekatan Least Square Method atau Metode Kuadrat Kesalahan Terkecil. Dari hasil perhitungan terhadap contoh kasus di atas, diperoleh besar koefisien-koefisien pembentuk Persamaan Regressi Linier Berganda dengan menggunakan Metode Cramer, Metode Inversi Matrik dan Metode Eliminasi Gauss dengan hasil yang sama. Namun dijumpai juga harga koefisien-koefisien Persamaan Regressi Linier Berganda dengan metode Gauss Seidel yang sedikit berbeda apabila ditinjau dari sisi pendekatan ketelitian atau digit di belakang koma. Hal ini berpengaruh pada Nilai Keluaran Model Regressi dan tingkat kesalahan terhadap Y Observasi. Dari hasil perhitungan diperoleh Tingkat Kesalahan Baku (Standar Deviasi) pada Metode Iterasi Gauss Seidel sedikit lebih besar daripada Metode Inversi Matrik, Metode Cramer, dan Metode Eliminasi Gauss. Perbedaan standar deviasi berkisar pada 9.10^{-8}, perbedaan yang tak signifikan.

6. Keterbatasan Penelitian

Penelitian ini memiliki keterbatasan antara lain:

- Jumlah variabel bebas terbatas hanya 2, yaitu : X_1 *dan* X_2. Penulis belum melibatkan lebih dari 2 variabel terikat.
- Pendekatan Metode Numerik yang dipergunakan yaitu: metode Gauss Elimiantion dan Iterasi Gauss Seidel, dan belum menggunakan Metode Gauss Jordan.

Daftar Pustaka

[1] Stroud. (2004), *Matematika untuk Teknik Edisi 2*, New Jersey : Prentice-Hall,Inc.
[2] Supranto. (2004), *Statistik untuk Pasar Modal, Keuangan, dan Perbankan* , Rineka Cipta, Jakarta.
[3] Triatmodjo Bambang. (2002)*, Metode Numerik*, Beta Offset, Yogyakarta.
[4] Mathlab Toolbox, http://www.mathworks.com, diakses terakhir tanggal 19 July 2008.