



REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN CIPTAAN

Dalam rangka pelindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

| | |
|---|--|
| Nomor dan tanggal permohonan | : EC00201814665, 4 Juni 2018 |
| Pencipta | |
| Nama | : Prof. Dr. Suyono, M.Si |
| Alamat | : Kp. Babakan RT 005 RW 002 Kel. Ciluar, Kec. Bogor Utara, Bogor, Jawa Barat, 16156 |
| Kewarganegaraan | : Indonesia |
| Pemegang Hak Cipta | |
| Nama | : LPPM Universitas Negeri Jakarta |
| Alamat | : Gd. Ki Hajar Dewantara Lt 6-7 Kampus A, Universitas Negeri Jakarta, Jalan Rawamangun Muka, Jakarta Timur, Dki Jakarta, 13220 |
| Kewarganegaraan | : Indonesia |
| Jenis Ciptaan | : Buku |
| Judul Ciptaan | : ANALISIS REGRESI Untuk Penelitian |
| Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia | : 1 Agustus 2015, di Jakarta |
| Jangka waktu pelindungan | : Berlaku selama 50 (lima puluh) tahun sejak Ciptaan tersebut pertama kali dilakukan Pengumuman. |
| Nomor pencatatan | : 000109922 |

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.

Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.



a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL

Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001



ANALISIS REGRESI

untuk Penelitian

Buku ini sangat membantu para pembaca dalam menganalisis data hasil penelitian dengan menggunakan analisis regresi. Buku ini tidak hanya menjelaskan bagaimana menggunakan rumus-rumus yang ada secara tepat, tetapi juga menyajikan konsep-konsep penting dalam analisis regresi yang dapat dipahami oleh pembaca tanpa harus memiliki pengetahuan matematika yang mendalam. Dengan demikian diharapkan para pembaca dapat menyimpulkan dan menginterpretasikan hasil-hasil analisis data dengan benar. Untuk mempermudah dalam memahami buku ini contoh-contoh perhitungan analisis data disajikan baik secara manual maupun dengan menggunakan software SPSS. Di dalam buku ini juga dibahas analisis regresi dalam notasi matriks yang memiliki banyak keuntungan dengan disertai contoh-contoh yang perhitungannya dapat dilakukan dengan sangat mudah dengan menggunakan software Microsoft Excel.

Buku ini sangat bermanfaat bagi para mahasiswa S1, S2, dan S3 dari berbagai latar belakang keilmuan dalam menganalisis data hasil penelitian dalam rangka menulis skripsi, tesis, atau desretasi. Buku ini juga dapat dimanfaatkan oleh para peneliti dan praktisi.



Penerbit Deepublish (CV BUDI UTAMA)
Jl. Rajawali, Gang Elang 6 No.3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman
Jl. Kalurang Km 9,3 Yogyakarta 55581
Telp/Fax : (0274) 4533427
Email : deepublish@ymail.com
Anggota IKAPI (076/DIV/2012)
Facebook : Penerbit Deepublish | www.deepublish.co.id | @deepublisher



ANALISIS REGRESI untuk Penelitian

Prof. Dr. Suyono, M.Si



ANALISIS REGRESI

untuk Penelitian



Prof. Dr. Suyono, M.Si

Analisis Regresi untuk Penelitian

UU No 19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta

Fungsi dan Sifat hak Cipta Pasal 2

1. Hak Cipta merupakan hak eksklusif bagi pencipta atau pemegang Hak Cipta untuk mengumumkan atau memperbanyak ciptaannya, yang timbul secara otomatis setelah suatu ciptaan dilahirkan tanpa mengurangi pembatasan menurut peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Hak Terkait Pasal 49

1. Pelaku memiliki hak eksklusif untuk memberikan izin atau melarang pihak lain yang tanpa persetujuannya membuat, memperbanyak, atau menyiarkan rekaman suara dan/atau gambar pertunjukannya.

Sanksi Pelanggaran Pasal 72

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal 2 ayat (1) atau pasal 49 ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).
2. Barangsiapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

Analisis Regresi untuk Penelitian

Prof. Dr. Suyono, M.Si





Jl. Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman
Jl.Kaliurang Km.9,3 - Yogyakarta 55581
Telp/Faks: (0274) 4533427
Website: www.deepublish.co.id
www.penerbitdeepublish.com
e-mail: deepublish@ymail.com

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

SUYONO

Analisis Regresi untuk Penelitian /oleh Suyono.--Ed.1, Cet. 1--
Yogyakarta: Deepublish, Agustus 2015.
x, 293 hlm.; Uk:15.5x23 cm

ISBN 978-Nomor ISBN

| | |
|---------------------|----------|
| 1. Analisis Regresi | I. Judul |
| | 519.53 |

Desain cover : Herlambang Rahmadhani
Penata letak : Cinthia Morris Sartono

PENERBIT DEEPUBLISH
(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)
Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Copyright © 2015 by Deepublish Publisher
All Right Reserved

Isi diluar tanggung jawab percetakan

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau
memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini
tanpa izin tertulis dari Penerbit.

Kata Pengantar

Bismillahirrohmaanirrahiim.

Puji syukur kami panjatkan kepada Allah Swt. karena hanya atas nikmat dan karunia-Nya buku ini dapat kami selesaikan. Sholawat dan salam semoga tercurah atas Nabi Muhammad Saw.

Buku ini kami beri judul *Analisis Regresi untuk Penelitian* karena dimaksudkan untuk membantu para pembaca dalam menganalisis data hasil penelitian dengan menggunakan analisis regresi. Buku ini tidak hanya menjelaskan bagaimana menggunakan rumus-rumus yang ada secara tepat, tetapi juga menyajikan konsep-konsep penting dalam analisis regresi yang dapat dipahami oleh pembaca tanpa harus memiliki pengetahuan matematika yang mendalam. Dengan demikian, diharapkan para pembaca dapat menyimpulkan dan menginterpretasikan hasil-hasil analisis data dengan benar. Untuk mempermudah dalam memahami buku ini contoh-contoh perhitungan analisis data disajikan, baik secara manual maupun dengan menggunakan *software* SPSS. Di dalam buku ini juga dibahas analisis regresi dalam notasi matriks yang memiliki banyak keuntungan dengan disertai contoh-contoh yang perhitungannya dapat dilakukan dengan sangat mudah dengan menggunakan *software* Microsoft Excel.

Buku ini akan sangat bermanfaat bagi para mahasiswa S1, S2, dan S3 dari berbagai latar belakang bidang keilmuan dalam menganalisis data hasil penelitian dalam rangka menulis skripsi, tesis, atau desertasi. Buku ini juga dapat dimanfaatkan oleh para peneliti, praktisi, atau sebagai salah satu referensi perkuliahan.

Kami menyadari bahwa buku ini jauh dari sempurna. Oleh karena itu, koreksi, kritik, dan saran sangat kami harapkan dari para pembaca sehingga buku ini ke depan akan semakin baik lagi.

Akhirnya, melalui kesempatan ini kami ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada istri dan anak-anak yang telah memberi dukungan penuh sehingga buku ini akhirnya dapat kami selesaikan. Kami juga mengucapkan terima kasih kepada para mahasiswa Program Pascasarjana Universitas Negeri Jakarta yang telah memberi masukan selama draft buku ini digunakan sebagai bahan kuliah. Terima kasih juga kami sampaikan kepada Agus Agung Permana, S.Si yang telah membantu menyiapkan gambar-gambar di dalam buku ini. Semoga semuanya mendapat balasan yang baik dari Allah Swt. Amiin.

Jakarta, Agustus 2015

Penulis

Daftar Isi

| | |
|---|------------|
| Kata Pengantar | v |
| Daftar Isi | vii |
| Bab 1 Pendahuluan..... | 1 |
| 1.1 Model Probabilistik | 1 |
| 1.2 Model-Model Regresi | 2 |
| Bab 2 Regresi Linier Sederhana | 5 |
| 2.1 Pendahuluan | 5 |
| 2.2 Model Regresi Linier Sederhana | 5 |
| 2.3 Mengestimasi Parameter | 8 |
| 2.3.1 Mengestimasi β_0 dan β_1 | 8 |
| 2.3.2 Mengestimasi σ^2 | 17 |
| 2.3.3 Mengestimasi Parameter dengan SPSS..... | 19 |
| 2.3.4 Menginterpretasikan Parameter dan Estimatornya | 22 |
| 2.4 Menguji Hipotesis..... | 25 |
| 2.4.1 Asumsi dalam Uji Hipotesis dan Pengecekannya | 26 |
| 2.4.2 Menguji Kesesuaian Model | 48 |
| 2.4.3 Menguji Linieritas (<i>Lack of Fit</i>) | 53 |
| 2.4.4 Menguji Linieritas dengan SPSS | 62 |
| 2.4.5 Menguji Pengaruh dengan Uji F..... | 64 |
| 2.4.6 Menguji Pengaruh dengan Uji F dengan SPSS..... | 69 |
| 2.4.7 Menguji Pengaruh dengan Uji t | 70 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 2.4.8 | Menguji Pengaruh dengan Uji t dengan SPSS | 73 |
| 2.4.9 | Menguji <i>Intercept</i> | 74 |
| 2.4.10 | Menguji <i>Intercept</i> dengan SPSS | 76 |
| 2.5 | Interval Konfidensi untuk β_0 dan β_1 | 77 |
| 2.5.1 | Menentukan Interval Konfidensi dengan SPSS | 78 |
| 2.5.2 | Hubungan Interval Konfidensi dan Uji Hipotesis | 80 |
| 2.6 | Koefisien Determinasi..... | 80 |
| 2.7 | Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi..... | 85 |
| 2.8 | Hubungan antara Regresi dan Korelasi | 89 |
| Bab 3 | Regresi Linier Ganda..... | 99 |
| 3.1 | Pendahuluan | 99 |
| 3.2 | Model Regresi Linier Ganda..... | 99 |
| 3.3 | Regresi Linier dengan Dua Variabel Independen | 100 |
| 3.3.1 | Mengestimasi β_0 , β_1 dan β_2 | 102 |
| 3.3.2 | Mengestimasi σ^2 | 109 |
| 3.3.3 | Mengestimasi Parameter dengan SPSS | 111 |
| 3.3.4 | Menginterpretasikan Parameter | 114 |
| 3.3.5 | Uji Hipotesis dan Asumsinya..... | 116 |
| 3.3.6 | Menguji Kesesuaian Model..... | 119 |
| 3.3.7 | Menguji Linieritas (<i>Lack of Fit</i>)..... | 122 |
| 3.3.8 | Menguji Pengaruh Bersama | 129 |
| 3.3.9 | Menguji Pengaruh Bersama dengan SPSS..... | 133 |
| 3.3.10 | Menguji Parameter secara Individual | 134 |
| 3.3.11 | Menguji Parameter secara Individual dengan SPSS..... | 136 |

| | | |
|--------------|---|------------|
| 3.3.12 | Interval Konfidensi untuk β_0 , β_1 dan β_2 | 139 |
| 3.3.13 | Koefisien Determinasi..... | 141 |
| 3.3.14 | Multikolinieritas | 143 |
| 3.3.15 | Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi..... | 151 |
| 3.4 | Regresi Linier dengan Tiga Variabel Independen..... | 154 |
| 3.4.1 | Mengestimasi β_0 , β_1 , β_2 , β_3 | 155 |
| 3.4.2 | Mengestimasi σ^2 | 161 |
| 3.4.3 | Mengestimasi Parameter dengan SPSS..... | 163 |
| 3.4.4 | Menginterpretasikan Parameter..... | 165 |
| 3.4.5 | Uji Hipotesis dan Asumsinya | 168 |
| 3.4.6 | Menguji Kesesuaian Model..... | 169 |
| 3.4.7 | Menguji Linieritas (<i>Lack of Fit</i>) | 171 |
| 3.4.8 | Menguji Pengaruh Bersama..... | 175 |
| 3.4.9 | Menguji Parameter secara Individual | 178 |
| 3.4.10 | Interval Konfidensi untuk β_0 , β_1 , β_2 dan β_3 | 181 |
| 3.4.11 | Koefisien Determinasi..... | 182 |
| 3.4.12 | Multikolinieritas | 184 |
| 3.4.13 | Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi..... | 189 |
| Bab 4 | Analisis Regresi Linier dalam Notasi Matriks..... | 191 |
| 4.1 | Pendahuluan..... | 191 |
| 4.2 | Matriks | 192 |
| 4.2.1 | Pengenalan Matriks..... | 192 |
| 4.2.2 | Operasi Matriks dengan Microsoft Excel | 196 |
| 4.3 | Model Regresi Linier dalam Notasi Matriks..... | 201 |
| 4.4 | Mengestimasi Parameter | 203 |
| 4.5 | Menguji Hipotesis..... | 206 |

| | | |
|------------------------------------|---|------------|
| 4.5.1 | Menguji Kesesuaian Model..... | 206 |
| 4.5.2 | Menguji Pengaruh Bersama | 208 |
| 4.5.3 | Menguji Parameter secara Individual | 210 |
| 4.5.4 | Menguji Sebagian Parameter..... | 213 |
| 4.6 | Interval Konfidensi | 220 |
| 4.7 | Koefisien Determinasi..... | 222 |
| 4.8 | Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi..... | 224 |
| Bab 5 | Variasi Model Regresi..... | 227 |
| 5.1 | Model dengan Interaksi..... | 227 |
| 5.2 | Model dengan Order yang Lebih Tinggi..... | 234 |
| 5.3 | Model dengan Variabel Independent Kualitatif | 239 |
| 5.4 | Model dengan Variabel Independen Kuantitatif dan Kualitatif..... | 245 |
| 5.5 | Regresi Bertahap | 253 |
| Lampiran: Daftar Tabel..... | | 269 |
| Daftar Pustaka..... | | 293 |

Bab 1

Pendahuluan

1.1 Model Probabilistik

Lama waktu yang dibutuhkan oleh seorang mahasiswa untuk melakukan perjalanan dari rumah ke kampus dengan menggunakan kendaraan bermotor umumnya tergantung pada jarak dari rumah ke kampusnya. Anggap Anda akan memodelkan waktu tempuh sebagai fungsi dari jarak. Apakah Anda dapat memastikan berapa lama waktu tempuh yang diperlukan oleh seorang mahasiswa jika diketahui jarak dari rumah ke kampusnya? Anda semua mungkin setuju bahwa jawabannya 'tidak' karena ada faktor-faktor yang dapat memengaruhi lama waktu tempuh, misalnya berapa banyak persimpangan jalan yang dilalui, pukul berapa berangkat dari rumah, dan lain-lain.

Dalam 'kondisi ideal', jika seorang mahasiswa dapat melakukan perjalanan dengan kecepatan konstan 40 km/jam dan jarak dari rumah ke kampusnya 20 km, maka ia memerlukan waktu *tepat* setengah jam untuk melakukan perjalanan dari rumah ke kampus. Secara umum, jika seorang mahasiswa melakukan perjalanan dengan kecepatan konstan 40 km/jam dan jarak dari rumah ke kampus adalah X km maka waktu yang diperlukan (dalam satuan jam) adalah:

$$Y = \frac{1}{40} X \text{ atau } Y = 0,025 X \quad (1.1)$$

Model di atas merupakan **model deterministik** yang menyatakan hubungan antara jarak dan waktu tempuh. Dalam model deterministik, jika jarak X diketahui maka secara pasti kita dapat memprediksi lama waktu tempuh yang diperlukan (Y) tanpa adanya kekeliruan atau galat (*error*).

Dalam realitas kehidupan 'kondisi ideal' jarang dijumpai. Meskipun jarak dari rumah Anda ke kampus diketahui 20 km, tetapi Anda tidak dapat

memastikan lama waktu tempuh dari rumah ke kampus karena Anda akan sulit melakukan perjalanan dengan kecepatan konstan. Jika Anda melakukan perjalanan setiap harinya dengan kecepatan rata-rata 40 km/jam maka waktu tempuh yang Anda perlukan rata-rata setengah jam. Waktu tempuh Anda dari rumah ke kampus dari hari ke hari akan bervariasi, bisa lebih atau kurang dari setengah jam.

Kita dapat memodifikasi model deterministik (1.1) untuk memodelkan waktu tempuh Anda dari rumah ke kampus sebagai fungsi dari jarak. Caranya adalah dengan memasukkan suku galat acak (*random error*) ke dalam model (1.1), sehingga modelnya menjadi:

$$Y = 0,025X + \text{Galat Acak}$$

Model ini dinamakan **model probabilistik**. Suku galat acak dipakai untuk memperhitungkan adanya variasi nilai-nilai Y untuk nilai X yang tetap. Suku $0,025X$ merupakan komponen deterministik. Dalam banyak situasi model probabilistik lebih sesuai untuk digunakan.

1.2 Model-Model Regresi

Dalam buku ini kita akan mempelajari model probabilistik yang dinamakan model regresi. Model regresi yang paling sederhana adalah model *regresi linier sederhana* dengan bentuk persamaan

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (1.2)$$

Komponen deterministik pada model (1.2) adalah $\beta_0 + \beta_1 X$ jika X dianggap bukan variabel acak. Variabel Y dinamakan variabel dependen, variabel X dinamakan variabel independen, β_0 (beta nol) dan β_1 (beta satu) adalah parameter-parameter yang nilainya tidak diketahui, dan ε (epsilon) adalah galat acak (*random error*). Komponen deterministik pada model (1.2) adalah $\beta_0 + \beta_1 X$ jika X dianggap bukan variabel acak". Ada istilah-istilah lain untuk pasangan variabel independen-variabel dependen, yakni variabel bebas-variabel terikat, *explanatory variable-explained variable*, *predictor-predictand*, *regressor-regressand*, *stimulus-response*, *exogenous-endogenous*, *covariate-outcome*; atau *control variable*-

controlled variable. Untuk selanjutnya dalam buku ini akan digunakan istilah variabel independen dan variabel dependen.

Model (1.2) disebut **regresi linier** karena Y merupakan fungsi linier dari X , yakni variabel X berpangkat 1. Pada model ini Y juga merupakan fungsi linier dari parameter karena β_0 dan β_1 masing-masing juga berpangkat 1. Secara umum model yang linier dalam parameter dinamakan **model linier**. Jadi, model (1.2) sekaligus merupakan *model regresi linier* dan juga *model linier*. Kita akan membahas secara detail model regresi linier sederhana di Bab 2.

Model regresi linier dapat melibatkan lebih dari satu variabel independen. Secara umum jika terdapat k variabel independen, yakni X_1, X_2, \dots, X_k , maka model regresi liniernya adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (1.3)$$

Model (1.3) dinamakan model regresi linier ganda (*multiple*). Di sini $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ adalah parameter dan ε adalah galat acak. Perhatikan bahwa model (1.3) juga merupakan model linier. Kita secara khusus akan membahas regresi linier ganda dengan dua dan tiga variabel independen di Bab 3. Di Bab 4 akan dibahas model regresi linier secara umum dengan menggunakan notasi matriks.

Model regresi dengan persamaan berbentuk

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon \quad (1.4)$$

bukan model regresi linier karena memuat X^2 , tetapi merupakan model linier karena linier dalam parameter. Jika dimisalkan $X_1 = X$ dan $X_2 = X^2$ maka model (1.4) dapat ditulis sebagai

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

yang berbentuk seperti model regresi linier ganda dengan dua variabel independen. Model seperti ini dan beberapa variasi yang lain akan dibahas di Bab 5.

Terdapat juga model-model regresi yang tidak linier, baik dalam variabel independen maupun dalam parameter, misalnya:

$$Y = \beta_0 e^{\beta_1 X} + \varepsilon.$$

Di sini variabel independen X dan parameter β_1 sebagai pangkat. Model

$$Y = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 X} + \varepsilon$$

juga tidak linier baik dalam variabel independen maupun dalam parameter. Di dalam buku ini tidak dibahas model regresi yang tidak linier dalam parameter.

Bab 2

Regresi Linier Sederhana

2.1 Pendahuluan

Model regresi linier sederhana adalah model probabilistik yang menyatakan hubungan linier antara dua variabel di mana salah satu variabel dianggap memengaruhi variabel yang lain. Variabel yang memengaruhi dinamakan variabel independen dan variabel yang dipengaruhi dinamakan variabel dependen. Sebagai contoh, mungkin seorang peneliti tertarik untuk menyelidiki pengaruh (hubungan) linier dari *inteligency quotient* (IQ) terhadap hasil belajar statistika mahasiswa. Di sini IQ adalah variabel independen, sedangkan hasil belajar statistika adalah variabel dependen. Masih banyak contoh yang dapat dimodelkan dengan regresi linier sederhana, misalnya hubungan antara motivasi dan kinerja pegawai, hubungan antara usia dan tinggi badan manusia, hubungan antara pendapatan dan pengeluaran rumah tangga, dan lain-lain.

Di bab ini akan dibahas secara detail model regresi linier sederhana. Pada Bagian 2.2 dibahas model matematika untuk regresi linier sederhana. Bagian 2.3 dan 2.4 berturut-turut berisi tentang estimasi dan uji hipotesis tentang parameter. Pada Bagian 2.5 dibahas interval konfidensi. Pada bagian ini juga dijelaskan kaitan antara interval konfidensi dan uji hipotesis. Bagian 2.6 berisi pembahasan tentang koefisien determinasi dan Bagian 2.7 membahas penggunaan model untuk estimasi dan prediksi. Bagian 2.8 berisi hubungan antara regresi dan korelasi.

2.2 Model Regresi Linier Sederhana

Model probabilistik untuk regresi linier sederhana adalah:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (2.1)$$

di mana X adalah variabel independen, Y adalah variabel dependen, β_0 dan β_1 adalah parameter-parameter yang nilainya tidak diketahui yang dinamakan koefisien regresi, dan ε adalah kekeliruan atau galat acak (*random error*). *Di sini variabel independen X diasumsikan bukan variabel acak, dapat diobservasi atau diukur dengan kekeliruan yang dapat diabaikan, dan variasi dalam X dianggap dapat diabaikan dibanding dengan range dari X .* Sebagai konsekuensi dari adanya suku galat acak ε maka variabel dependen Y juga merupakan variabel acak.

Galat acak ε mempunyai peranan yang sangat penting dalam analisis regresi. Galat acak ε digunakan untuk memodelkan variasi nilai-nilai Y untuk nilai X yang tetap. Sebagai contoh, dari 10 mahasiswa dengan tingkat IQ yang sama (X), jika diuji maka hasil belajarnya (Y) belum tentu sama, tetapi pada umumnya akan ada variasi. Variasi ini mungkin karena ada faktor selain IQ yang memengaruhi hasil belajar. Karena kita hanya fokus pada pengaruh X terhadap Y , maka akan selalu diasumsikan bahwa *mean* (harga harapan atau ekspektasi) galat acak ε sama dengan 0, ditulis $E(\varepsilon) = 0$. Ini berarti bahwa pengaruh semua faktor di luar X *mean*-nya dianggap sama dengan 0. Asumsi ini kiranya beralasan untuk mendapatkan model regresi linier sederhana yang baik.

Dengan asumsi bahwa *mean* galat acak sama dengan nol, maka *mean* variabel dependen Y dinotasikan dengan $E(Y)$ adalah:

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X. \quad (2.2)$$

Dari rumus ini terlihat bahwa *mean* dari Y hanya dipengaruhi oleh X , parameter β_0 dan β_1 , dan tidak dipengaruhi oleh faktor lain. Persamaan (2.2) merupakan persamaan garis lurus dengan gradien (kemiringan) β_1 yang memotong sumbu vertikal di β_0 . Parameter β_0 dinamakan *intercept* dan parameter β_1 menyatakan perubahan pada *mean* $E(Y)$ untuk setiap kenaikan satu satuan dalam X .

Jika $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ adalah sampel dari pasangan variabel independen X dan variabel dependen Y yang memenuhi persamaan (2.1) maka,

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon_1 \\
 Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_2 + \varepsilon_2 \\
 &\vdots \\
 Y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_n + \varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Di sini, terdapat n galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$. Semua galat acak ini diasumsikan memiliki *mean* 0.

Kita juga akan selalu asumsikan bahwa galat acak ε memiliki variansi konstan σ^2 (sigma kuadrat), ditulis $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2$. Untuk nilai-nilai X yang berbeda galat-galat acaknya dianggap mempunyai variansi yang sama, yakni semua galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ pada rumus (2.3) diasumsikan semuanya memiliki variansi σ^2 . Sebagai akibatnya, $\text{Var}(Y_i) = \sigma^2$ untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$. Asumsi ini dikenal dengan asumsi homogenitas atau dalam analisis regresi sering disebut homoskedastisitas (*homoscedasticity*).

Dalam praktik mungkin saja untuk nilai X yang berbeda variasi nilai-nilai Y juga berbeda. Sebagai contoh, variasi hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 90 mungkin berbeda dengan variasi hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 130, tetapi yang dibahas di sini semua variansi galat acak diasumsikan sama. Tujuannya adalah untuk memudahkan dan menyederhanakan analisis.

Asumsi lain yang nantinya akan digunakan adalah bahwa galat-galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ tidak berkorelasi. Ada juga yang mengasumsikan bahwa galat-galat acak saling independen. Ini dua hal yang sedikit berbeda. Dalam teori statistik, jika galat-galat acak diasumsikan saling independen, maka galat-galat acak tersebut pasti tidak berkorelasi, tetapi jika galat-galat acak tidak berkorelasi belum tentu galat-galat acak tersebut saling independen. Galat-galat acak yang tidak berkorelasi juga akan independen jika galat-galat acak tersebut berdistribusi normal.

Selanjutnya galat acak ε akan diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi konstan σ^2 untuk sembarang nilai variabel independen X . Dengan demikian, galat-galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ semuanya diasumsikan memiliki distribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi sama

σ^2 . Asumsi normalitas sangat penting dalam analisis regresi, khususnya dalam uji hipotesis atau untuk membentuk interval konfidensi parameter. Dengan mengasumsikan galat acak ε berdistribusi normal, akan dapat dikenali distribusi-distribusi statistik untuk uji hipotesis, dan selanjutnya kita dapat memanfaatkan tabel-tabel yang tersedia untuk membuat kesimpulan dalam uji hipotesis tentang parameter. Perlu ditegaskan di sini bahwa dalam analisis regresi yang diuji normalitasnya adalah galat acaknya, bukan variabel dependen atau bahkan variabel independennya. Hal ini karena mungkin saja galat-galat acak berdistribusi normal, tetapi data variabel dependen bukan dari distribusi normal.

2.3 Mengestimasi Parameter

Salah satu hal yang sangat penting dalam analisis regresi adalah mengestimasi parameter β_0 , β_1 , dan σ^2 .

2.3.1 Mengestimasi β_0 dan β_1

Anggap kita telah memiliki realisasi data sampel pasangan variabel independen dan variabel dependen (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) , ..., (X_n, Y_n) . Pasangan (X_1, Y_1) berarti bahwa dari responden pertama telah diperoleh data variabel independen X_1 dan variabel dependen Y_1 , pasangan (X_2, Y_2) berarti bahwa dari responden kedua telah diperoleh data variabel independen X_2 dan variabel dependen Y_2 , dan seterusnya. Dengan data sampel ini selanjutnya dapat diestimasi nilai-nilai parameter β_0 dan β_1 .

Ada beberapa metode untuk mendapatkan estimator atau penduga untuk β_0 dan β_1 . Dua di antara metode yang terkenal adalah metode kuadrat terkecil biasa (*ordinary least square*) dan metode kemungkinan maksimum (*maximum likelihood*).

Metode Kuadrat Terkecil

Untuk sekedar mengestimasi nilai-nilai parameter β_0 dan β_1 dengan metode kuadrat terkecil galat-galat acak tidak perlu diasumsikan bahwa memiliki *mean* 0, variansi konstan, tidak berkorelasi, atau berdistribusi

normal. Perhatikan bahwa dari persamaan (2.3) jika tersedia sampel dari n responden maka kita memiliki n galat acak, yaitu:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= Y_1 - \beta_0 + \beta_1 X_1 \\ \varepsilon_n &= Y_2 - \beta_0 + \beta_1 X_2 \\ &\vdots \\ \varepsilon_n &= Y_n - \beta_0 + \beta_1 X_n\end{aligned}\tag{2.4}$$

Model yang 'terbaik' adalah model yang memiliki nilai galat yang terkecil. Karena ada n nilai galat acak, yakni $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, maka kita perlu memperhitungkan seluruh nilai galat tersebut. Sekilas mungkin kita memikirkan bahwa model yang terbaik adalah model yang jumlah seluruh galatnya nol. Kriteria ini kurang baik karena jika beberapa galat positif dan yang lain negatif, maka jumlahnya mungkin mendekati atau sama dengan 0, dan bukan berarti bahwa modelnya sudah baik. Ide yang lebih baik adalah mengkuadratkan seluruh galat (sehingga nilainya selalu positif) dan kemudian menjumlahkannya sehingga diperoleh jumlah kuadrat galat yang dapat dituliskan sebagai:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$$

Jumlah kuadrat galat ini kemudian dibuat sekecil mungkin. Nilai β_0 dan β_1 yang membuat jumlah kuadrat galat ini bernilai minimum merupakan estimator untuk β_0 dan β_1 , yang selanjutnya masing-masing akan dinotasikan dengan b_0 dan b_1 . Estimator ini dinamakan estimator kuadrat terkecil (*least squared estimator*). Dapat dibuktikan secara matematis bahwa rumus untuk b_1 adalah:

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}\tag{2.5}$$

sedangkan rumus untuk b_0 adalah

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (2.6)$$

atau

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \quad (2.7)$$

atau

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \quad (2.8)$$

Ketiga rumus b_0 di atas ekuivalen, yakni akan memberikan hasil yang sama jika dipakai untuk menghitung b_0 . Untuk menghitung b_0 dan b_1 penulis menyarankan pertama-tama menghitung b_1 dengan menggunakan rumus (2.5) dan selanjutnya menghitung b_0 dengan rumus (2.6) atau (2.7). Rumus untuk b_1 juga dapat disajikan dalam bentuk:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (2.9)$$

di mana

$$x_i = X_i - \bar{X} \text{ dan } y_i = Y_i - \bar{Y}.$$

Perhatikan bahwa huruf besar dan huruf kecil pada rumus di atas mempunyai arti yang berbeda. Jika kita menggunakan rumus (2.9) untuk menghitung b_1 maka sebaiknya menggunakan rumus (2.7) untuk menghitung b_0 .

Rumus (2.9) juga dapat dituliskan dalam bentuk lain, yakni:

$$b_1 = \frac{J_{XY}}{J_{XX}} \quad (2.10)$$

di mana

$$J_{XY} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i = \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad (2.11)$$

dan

$$J_{XX} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n} \quad (2.12)$$

Perhitungan secara manual untuk b_0 dan b_1 akan lebih mudah jika digunakan bantuan tabel, lihat Contoh 2.1.

Di awal telah disebutkan bahwa untuk *sekedar* mengestimasi nilai-nilai parameter β_0 dan β_1 dengan metode kuadrat terkecil, maka asumsi-asumsi yang telah disebutkan terdahulu tidak diperlukan, tetapi kita *tidak dapat menilai* baik tidaknya estimator yang diperoleh. Jika galat-galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ diasumsikan semuanya memiliki *mean* 0 dan variansi σ^2 dan tidak korelasi (tidak perlu asumsi normalitas), maka estimator-estimator b_0 dan b_1 yang diperoleh memiliki sifat-sifat yang baik, yakni tidak bias dan memiliki variansi terkecil di antara estimator-estimator linier lainnya, atau dikenal dengan *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE).

Metode Maksimum Likelihood

Untuk mengestimasi nilai parameter β_0 dan β_1 dengan metode maksimum *likelihood* diperlukan asumsi bahwa variabel-variabel galat $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, semuanya memiliki *mean* 0, variansi σ^2 , tidak berkorelasi/independen, dan berdistribusi normal. Penjelasan metode ini terlalu matematis sehingga kurang bijaksana untuk diuraikan di sini. Hal yang sangat penting untuk

diketahui oleh para pembaca adalah bahwa dalam regresi linier sederhana (dan juga pada regresi linier ganda yang akan dibahas di bab selanjutnya) metode maksimum *likelihood* memberikan hasil estimator yang sama dengan estimator yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil.

Estimator yang diperoleh dengan metode maksimum *likelihood* mempunyai sifat-sifat yang baik. Untungnya dalam analisis regresi linier estimator, untuk β_0 dan β_1 yang diperoleh dengan metode maksimum *likelihood* dan metode maksimum *likelihood* sama sehingga kita cukup puas menggunakan estimator yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil. Secara umum, metode maksimum *likelihood* dan metode kuadrat terkecil tidak selalu memberikan hasil yang sama, misalnya jika distribusi galat acak tidak normal.

Setelah nilai b_0 dan b_1 diperoleh maka estimasi hubungan antara variabel independen X dan variabel dependen Y dapat dituliskan sebagai:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \quad (2.13)$$

Persamaan ini dinamakan **persamaan garis regresi**.

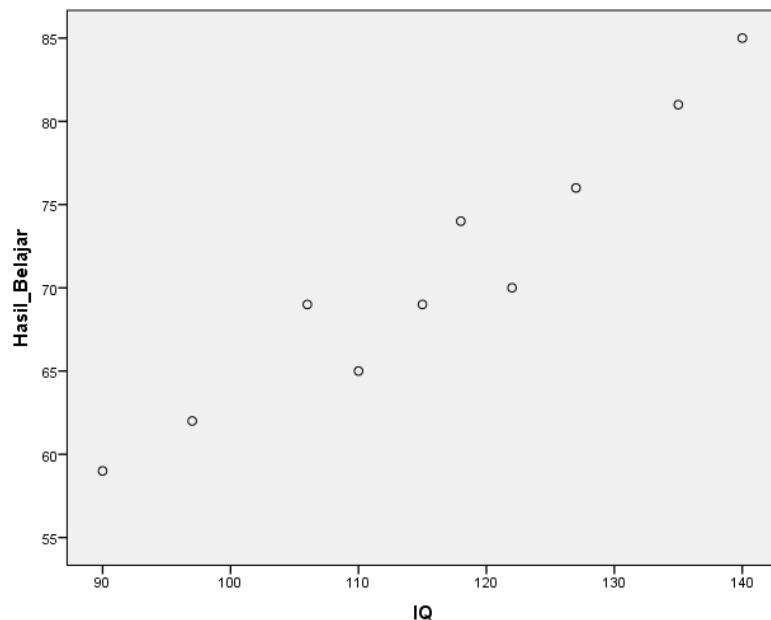
Contoh 2.1 (Mengestimasi β_0 dan β_1)

Anggap seorang peneliti meyakini ada hubungan atau pengaruh linier dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa. Tingkat IQ dianggap sebagai variabel independen (X) dan hasil belajar mahasiswa dianggap sebagai variabel dependen (Y). Anggap data sampel yang tersedia (data simulasi) dari responden sebanyak 10 mahasiswa adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Data Simulasi Tingkat IQ dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | Tingkat IQ (X) | Hasil Belajar Mahasiswa (Y) |
|-----------------|----------------|-----------------------------|
| 1 | 90 | 59 |
| 2 | 97 | 62 |
| 3 | 106 | 69 |
| 4 | 110 | 65 |
| 5 | 115 | 69 |
| 6 | 118 | 74 |
| 7 | 122 | 70 |
| 8 | 127 | 76 |
| 9 | 135 | 81 |
| 10 | 140 | 85 |

Diagram pencar (*scatter plot*) untuk data di atas terlihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Diagram Pencar Data Tingkat IQ dan Hasil Belajar Mahasiswa

Untuk menghitung estimator b_0 dan b_1 dengan menggunakan rumus (2.5)-(2.8) perlu disiapkan tabel seperti pada Tabel 2.2. Pengisian nilai-nilai pada Tabel 2.2 akan sangat mudah jika kita menggunakan *software* Microsoft Excel, jika menggunakan kalkulator mungkin perlu waktu agak lama dan perlu ketelitian dalam perhitungan.

Tabel 2.2 Tabel untuk Menghitung b_0 dan b_1 dengan Rumus (2.5)-(2.8)

| Nomor Responden | IQ | | Hasil Belajar | | X^2 | Y^2 | XY |
|-----------------|-------------|------------|---------------|--|---------------|--------------|--------------|
| | X | Y | | | | | |
| 1 | 90 | 59 | | | 8100 | 3481 | 5310 |
| 2 | 97 | 62 | | | 9409 | 3844 | 6014 |
| 3 | 106 | 69 | | | 11236 | 4761 | 7314 |
| 4 | 110 | 65 | | | 12100 | 4225 | 7150 |
| 5 | 115 | 69 | | | 13225 | 4761 | 7935 |
| 6 | 118 | 74 | | | 13924 | 5476 | 8732 |
| 7 | 122 | 70 | | | 14884 | 4900 | 8540 |
| 8 | 127 | 76 | | | 16129 | 5776 | 9652 |
| 9 | 135 | 81 | | | 18225 | 6561 | 10935 |
| 10 | 140 | 85 | | | 19600 | 7225 | 11900 |
| Jumlah | 1160 | 710 | | | 136832 | 51010 | 83482 |

Dari Tabel 2.2 terlihat bahwa

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1160, \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 710, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832, \quad \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010, \quad \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 83482$$

Dengan menggunakan rumus (2.5) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \\
 &= \frac{(10)(83482) - (1160)(710)}{(10)(136832) - (1160)^2} \\
 &= 0,493838 \\
 &\approx 0,494
 \end{aligned}$$

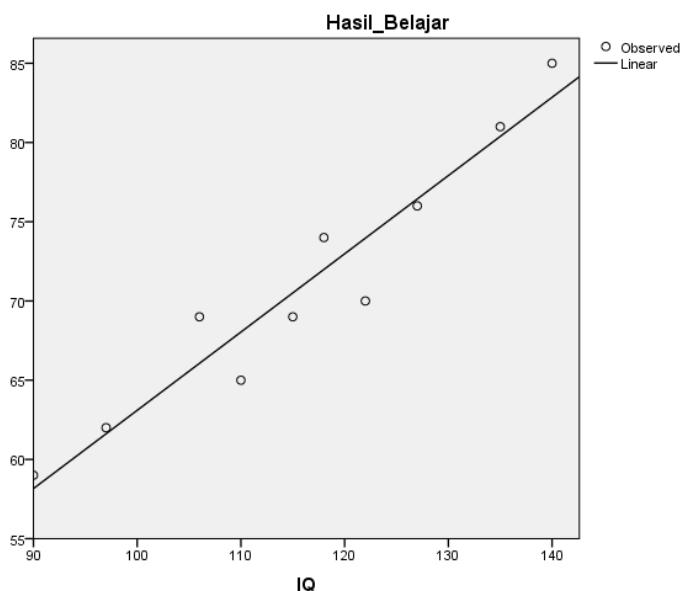
dan dengan menggunakan rumus (2.6) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i}{n} \\
 &= \frac{710 - (0,493838)(1160)}{10} \\
 &= 13,714789 \\
 &\approx 13,715
 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis regresinya adalah (lihat rumus (2.13))

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

Grafik persamaan garis regresi dan diagram pencar dari data (X_i, Y_i) dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Grafik Garis Regresi dan Diagram Pencar

Cara Lain:

Kita dapat menggunakan rumus (2.9) untuk menghitung b_0 dan b_1 . Tabel yang perlu disiapkan adalah sebagai berikut:

Tabel 2.3 Tabel untuk Menghitung b_0 dan b_1 dengan Rumus (2.9)

| Nomor Responden | IQ | Hasil Belajar | x | y | x^2 | xy |
|------------------|-------------|---------------|----------|----------|-------------|-------------|
| | X | Y | | | | |
| 1 | 90 | 59 | -26 | -12 | 676 | 312 |
| 2 | 97 | 62 | -19 | -9 | 361 | 171 |
| 3 | 106 | 69 | -10 | -2 | 100 | 20 |
| 4 | 110 | 65 | -6 | -6 | 36 | 36 |
| 5 | 115 | 69 | -1 | -2 | 1 | 2 |
| 6 | 118 | 74 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| 7 | 122 | 70 | 6 | -1 | 36 | -6 |
| 8 | 127 | 76 | 11 | 5 | 121 | 55 |
| 9 | 135 | 81 | 19 | 10 | 361 | 190 |
| 10 | 140 | 85 | 24 | 14 | 576 | 336 |
| Jumlah | 1160 | 710 | 0 | 0 | 2272 | 1122 |
| Rata-rata | 116 | 71 | | | | |

Dari Tabel 2.3 diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 2272, \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i = 1122, \quad \bar{X} = 116, \quad \text{dan} \quad \bar{Y} = 71$$

Dengan menggunakan rumus (2.9) diperoleh:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{1122}{2272} = 0,493838 \cong 0,494$$

dan dengan menggunakan rumus (2.7) diperoleh:

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} = 71 - (0,493838)(116) = 13,714789 \cong 13,715$$

Perhatikan bahwa b_0 dan b_1 yang diperoleh sama seperti pada perhitungan sebelumnya. ♦

2.3.2 Mengestimasi σ^2

Mengestimasi σ^2 merupakan hal yang sangat penting dalam analisis regresi. Jika nilai σ^2 diketahui, maka kita akan tahu seberapa besar variasi nilai-nilai Y untuk nilai X yang tetap. Semakin kecil nilai σ^2 semakin kecil pula variasi nilai Y . Untuk mengestimasi σ^2 diperlukan asumsi bahwa semua galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ memiliki variansi yang sama dengan σ^2 (homogen).

Sebelum mengestimasi σ^2 , perhatikan bahwa dengan menggunakan persamaan (2.13) dapat diprediksi nilai Y (yang dinotasikan dengan \hat{Y}) jika nilai X diketahui. Jika kita menggunakan nilai X yang ada pada data untuk memprediksi Y , maka pada umumnya akan ada selisih antara data Y dan hasil prediksinya. Selisih ini dinamakan *residual* (sisaan) dinotasikan dengan e , dan dirumuskan dengan:

$$e = Y - \hat{Y}$$

atau

$$e = Y - (b_0 + b_1 X)$$

Jika tersedia n pasang data (X_i, Y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, maka kita akan memiliki sebanyak n residual, yakni:

$$\begin{aligned} e_1 &= Y_1 - (b_0 + b_1 X_1) \\ e_2 &= Y_2 - (b_0 + b_1 X_2) \\ &\vdots \\ e_n &= Y_n - (b_0 + b_1 X_n) \end{aligned}$$

Residual-residual e_1, e_2, \dots, e_n ini dapat digunakan untuk mengestimasi σ^2 (variansi galat).

Notasikan jumlah kuadrat residual dengan:

$$JK_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.14)$$

Untuk mengestimasi σ^2 kita dapat menggunakan rumus:

$$s^2 = \frac{JK_{\text{Res}}}{n - 2} \quad (2.15)$$

Estimator s^2 merupakan estimator yang baik karena bersifat tak bias untuk σ^2 . Perhatikan bahwa penyebut pada rumus (2.15) adalah $n - 2$ padahal sampelnya berukuran n . Jika penyebutnya diganti dengan n maka estimator yang diperoleh akan bersifat bias. Nilai s^2 merupakan salah satu ukuran kecocokan model (*goodness of fit*); semakin kecil nilai s^2 semakin sesuai model regresinya.

Contoh 2.2 (Lanjutan Contoh 2.1: Mengestimasi σ^2)

Pada Contoh 2.1 telah diperoleh $b_0 = 13,714789$ dan $b_1 = 0,493838$ (di sini kita menggunakan pembulatan b_0 dan b_1 sampai 6 angka di belakang koma agar lebih teliti hasilnya). Untuk menghitung nilai estimator s^2 pertama-tama perlu dihitung residual sebagai berikut:

$$e_1 = Y_1 - b_0 - b_1 X_1 = 59 - 13,714789 - (0,493838)(90) = 0,839789$$

$$e_2 = Y_2 - b_0 - b_1 X_2 = 62 - 13,714789 - (0,493838)(97) = 0,382923$$

⋮

$$e_{10} = Y_{10} - b_0 - b_1 X_{10} = 85 - 13,714789 - (0,493838)(140) = 2,147887$$

Hasil perhitungan selengkapnya beserta kuadrat residual disajikan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 Tabel untuk Menghitung s^2

| Nomor Responden | Residual e | Kuadrat Residual e^2 |
|-----------------|--------------|------------------------|
| 1 | 0,839789 | 0,705245 |
| 2 | 0,382923 | 0,146629 |
| 3 | 2,938380 | 8,634079 |
| 4 | -3,036972 | 9,223198 |
| 5 | -1,506162 | 2,268524 |
| 6 | 2,012324 | 4,049448 |
| 7 | -3,963028 | 15,705592 |

| Nomor Responden | Residual e | Kuadrat Residual e^2 |
|-----------------|--------------|------------------------|
| 8 | -0,432218 | 0,186813 |
| 9 | 0,617077 | 0,380785 |
| 10 | 2,147887 | 4,613420 |
| Jumlah | | 45,913732 |

Dari Tabel 2.4 diperoleh (dengan menggunakan rumus (2.14))

$$JK_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = 45,913732$$

Dengan menggunakan rumus (2.15) diperoleh estimator variansi galat:

$$s^2 = \frac{JK_{\text{Res}}}{n - 2} = \frac{45,913732}{10 - 2} = 5,739217 \approx 5,739$$

Akar kuadrat variansi galat dinamakan simpangan baku galat yang nilainya adalah:

$$s = \sqrt{5,739217} = 2,395666 \approx 2,396$$

Setelah diperoleh s^2 kita mempunyai kesimpulan yang lebih lengkap, yakni persamaan garis regresi yang menghubungkan variabel X dan Y adalah:

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

dengan estimator variansi galat acak 5,739. Nilai s^2 ini akan menentukan rentangan nilai-nilai Y jika X diketahui. Seberapa lebar rentangan nilai-nilai Y akan dibahas pada Bagian 2.5. ◆

2.3.3 Mengestimasi Parameter dengan SPSS

Software SPSS sangat membantu kita untuk menghitung estimator b_0 , b_1 , dan s^2 . Berikut ini langkah-langkah untuk mengestimasi parameter dengan menggunakan software IBM SPSS Statistics 20. Versi SPSS yang lain juga dapat digunakan, mungkin dengan sedikit modifikasi perintah.

Langkah 1. Input data ke dalam lembar kerja SPSS sebagai berikut.

*Tabel21.sav [DataSet0] - IBM SPSS Statistics Data Editor

Visible: 2 of 2 Variables

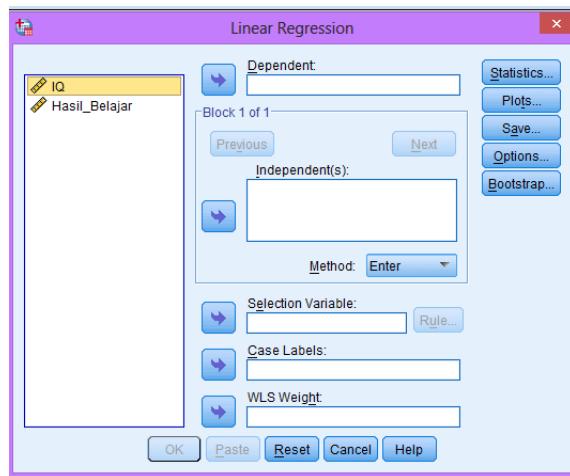
| | IQ | Hasil_Belajar | var | var | var | Vi |
|----|-----|---------------|-----|-----|-----|----|
| 1 | 90 | 59 | | | | |
| 2 | 97 | 62 | | | | |
| 3 | 106 | 69 | | | | |
| 4 | 110 | 65 | | | | |
| 5 | 115 | 69 | | | | |
| 6 | 118 | 74 | | | | |
| 7 | 122 | 70 | | | | |
| 8 | 127 | 76 | | | | |
| 9 | 135 | 81 | | | | |
| 10 | 140 | 85 | | | | |
| 11 | | | | | | |

Data View Variable View

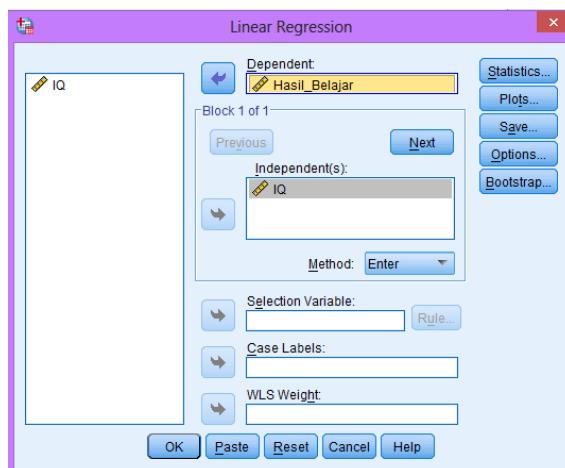
IBM SPSS Statistics Processor is ready

Catatan: Untuk memperoleh tampilan seperti di atas, setelah Anda *input* data ke lembar SPSS, klik **Variable View**, lalu tuliskan **IQ** pada baris 1 kolom **Name** dan tuliskan **Hasil_Belajar** pada baris 2 kolom **Name**, lalu 0 pada kolom **Decimals**.

Langkah 2. Klik menu **Analyze**, sorot **Regression**, lalu pilih **Linear**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut.



Langkah 3. Pada kotak dialog di atas klik **IQ**, klik tombol sehingga masuk kotak **Independent(s)**. Selanjutnya, klik **Hasil_Belajar** dan klik tombol sehingga masuk kotak **Dependent(s)**. Maka, tampilannya sebagai berikut.



Langkah 4. Klik **Ok**. Maka akan muncul *output* sebagai berikut.

Regression

Variables Entered/Removed^a

| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
|-------|-------------------|-------------------|---------|
| 1 | IQ ^b | . | . Enter |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. All requested variables entered.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,961 ^a | ,923 | ,914 | 2,396 |

a. Predictors: (Constant), IQ

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|-------|----------------|---------|-------------|---------|--------|
| 1 | Regression | 554,086 | 1 | 554,086 | 96,544 |
| | Residual | 45,914 | 8 | 5,739 | |
| | Total | 600,000 | 9 | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), IQ

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. |
|-------|-----------------------------|------------|-------|-------|------|
| | B | Std. Error | | | |
| 1 | (Constant) | 13,715 | 5,879 | 2,333 | ,048 |
| | IQ | ,494 | ,050 | 9,826 | ,000 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Estimator b_0 dan b_1 dapat dilihat pada bagian **Coefficients^a**, yakni $b_0 = 13,715$ dan $b_1 = 0,494$. Estimator s^2 dapat dilihat pada bagian **ANOVA^b** pada baris Residual dan kolom *mean Square*, yakni $s^2 = 5,739$. Perhatikan bahwa hasil-hasil estimator yang diperoleh dengan menggunakan *software* SPSS seperti hasil yang diperoleh dengan perhitungan secara manual.

2.3.4 Menginterpretasikan Parameter dan Estimatornya

Penting bagi kita untuk menginterpretasikan nilai numerik estimator yang diperoleh. Untuk dapat menginterpretasikan dengan baik, estimator yang diperoleh terlebih dahulu kita perlu mengetahui interpretasi dari parameter-parameter regresi.

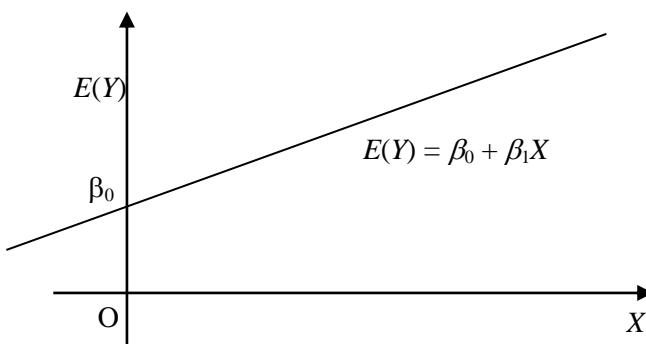
Perhatikan model regresi linier sederhana pada persamaan (2.1), yakni:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Jika diasumsikan *mean* galat acak sama dengan nol maka diperoleh:

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X,$$

lihat persamaan (2.2). Persamaan (2.1) merupakan model probabilistik yang grafik realisasinya (*sample path*) bukan garis lurus. Persamaan (2.2) merupakan model deterministik yang *secara teoretis* grafiknya berbentuk garis lurus. Parameter β_0 merupakan titik potong garis dengan sumbu tegak ($E(Y)$). Nilai β_0 merupakan kontribusi terhadap *mean* $E(Y)$ di luar kontribusi yang diberikan oleh X .



Gambar 2.3 Sketsa Grafik $E[Y] = \beta_0 + \beta_1 X$

Parameter β_1 menyatakan kemiringan atau gradien (*slope*) garis. Jika $\beta_1 > 0$, maka grafik garis akan naik. Sebagai akibatnya, setiap kenaikan satu satuan dalam X akan memberi kenaikan positif sebesar β_1 pada $E(Y)$. Ini berarti jika β_1 positif maka ada *pengaruh positif* dari X terhadap $E(Y)$, dalam arti bahwa semakin besar X semakin besar pula Y **secara rata-rata**. (Jika kita melakukan eksperimen mungkin saja ada beberapa data di mana X semakin besar, tetapi nilai Y lebih kecil. Hal ini dikarenakan ada suku galat. Akan tetapi, secara rata-rata, semakin besar X semakin besar pula Y).

Jika $\beta_1 < 0$, maka grafik garis akan turun. Setiap kenaikan satu satuan dalam X akan memberi pengurangan sebesar β_1 pada $E(Y)$. Ini berarti jika β_1 negatif, maka ada *pengaruh negatif* dari X terhadap *mean* dari Y , dalam arti bahwa semakin besar X justru akan semakin kecil nilai Y **secara rata-rata**.

Jika $\beta_1 = 0$, maka grafik garis akan mendatar, sejajar sumbu X . Perubahan nilai X tidak akan memengaruhi nilai $E(Y)$. Jadi, jika $\beta_1 = 0$ maka *tidak ada pengaruh* dari X terhadap Y secara rata-rata.

Selain parameter β_0 dan β_1 juga perlu dipahami interpretasi dari σ^2 (variansi galat acak). Nilai σ^2 merupakan ukuran variasi dalam Y untuk nilai X yang tetap. Semakin besar nilai σ^2 semakin besar pula variasi dalam Y , dan semakin kecil nilai σ^2 semakin kecil pula variasi dalam Y .

Secara alamiah nilai-nilai yang sesungguhnya dari parameter-parameter β_0 , β_1 , dan σ^2 tidak diketahui. Akan tetapi, kita dapat menggunakan b_0 , b_1 , dan s^2 untuk menduga nilai-nilai parameter tersebut. Jika b_0 dan b_1 telah diperoleh nilainya maka kita dapat mengestimasi $E(Y)$ dengan rumus (2.13), yakni:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X$$

Tentu saja sangat logis bahwa nilai \hat{Y} juga dapat digunakan untuk memprediksi atau mengestimasi nilai individual Y . Pada Bagian 2.7 kita akan melihat bahwa memprediksi nilai $E(Y)$ dengan \hat{Y} lebih akurat dibanding memprediksi nilai Y dengan \hat{Y} . Didasarkan pada kenyataan ini kita dapat menginterpretasikan b_0 dan b_1 . Nilai b_0 merupakan estimasi kontribusi yang diberikan oleh faktor di luar X terhadap Y maupun $E(Y)$. Nilai b_1 dapat diinterpretasikan sebagai berikut.

1. Jika nilai $b_1 > 0$, maka nilai \hat{Y} semakin besar apabila nilai X semakin besar. Karena \hat{Y} adalah estimator untuk Y (dan juga $E(Y)$), maka dapat diinterpretasikan bahwa *terdapat pengaruh positif* dari variabel X terhadap variabel Y .
2. Jika nilai $b_1 = 0$, maka *tidak ada pengaruh* variabel X terhadap variabel Y .
3. Jika nilai $b_1 < 0$, maka nilai \hat{Y} semakin kecil apabila nilai X semakin besar sehingga dapat diinterpretasikan bahwa *terdapat pengaruh negatif* dari variabel X terhadap variabel Y .

Sebagai contoh pada Contoh 2.1 telah diperoleh persamaan garis regresi:

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

yang menghubungkan tingkat IQ (X) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y). Karena koefisien $b_1 = 0,494 > 0$, maka dapat diinterpretasikan bahwa terdapat pengaruh linier positif dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa.

Nilai s^2 (sebagai estimator untuk σ^2) mempunyai interpretasi bahwa semakin besar nilai s^2 semakin besar variasi nilai-nilai Y untuk setiap X yang diketahui. Seberapa lebar rentangan nilai Y akan dibahas pada Bagian 2.7.

Perlu diingat bahwa menginterpretasikan estimator hanya didasarkan pada sampel yang kita miliki. Untuk mengetahui apakah interpretasinya juga berlaku untuk populasi perlu dilakukan uji hipotesis tentang parameter yang akan dibahas pada Bagian 2.4.

2.4 Menguji Hipotesis

Setelah mengestimasi parameter sebagaimana telah dijelaskan pada Bagian 2.3, maka selanjutnya kita dapat menguji hipotesis tentang parameter β_0 dan β_1 . Ada tiga hipotesis yang dapat diuji, yakni:

1. $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$
 $H_1: \text{Ada tanda } \neq$
2. $H_0: \beta_0 = 0$
 $H_1: \beta_0 \neq 0$
3. $H_0: \beta_1 = 0$
 $H_1: \beta_1 \neq 0.$

Uji hipotesis nomor 1 sering dinamakan uji *kesesuaian* model (*model adequacy*). Uji hipotesis nomor 2 adalah *menguji intercept*, dan uji hipotesis nomor 3 adalah *uji pengaruh* variabel independen X terhadap variabel dependen Y . Pada hipotesis nomor 2 dan 3, jika tanda '=' diganti ' \leq ' maka tanda ' \neq ' harus diganti ' $>$ '; jika tanda '=' diganti ' \geq ' maka tanda ' \neq ' harus diganti ' $<$ '. Sebelum membahas bagaimana menguji ketiga

hipotesis di atas, terlebih dahulu akan dibahas asumsi yang diperlukan dan pengecekannya.

2.4.1 Asumsi dalam Uji Hipotesis dan Pengecekannya

Untuk keperluan pengujian hipotesis dan juga untuk membuat interval konfidensi parameter galat-galat acak diasumsikan sebagai berikut:

1. Memiliki *mean* 0
2. Memiliki variansi konstan σ^2
3. Tidak berkorelasi
4. Berdistribusi normal.

Asumsi-asumsi ini diperlukan antara lain agar dapat diperoleh statistik uji yang distribusinya dapat dikenali seperti Snecdot *F* atau Student *t*. Jika asumsi-asumsi tersebut tidak dipenuhi, maka tidak ada jaminan bahwa rumus statistik uji *F* atau *t* yang kita kenal benar-benar berdistribusi *F* atau *t* sehingga kesimpulan yang diperoleh dalam uji hipotesis bisa salah.

Asumsi linieritas tidak diperlukan untuk menguji ketiga hipotesis di atas karena justru dengan dipenuhinya keempat asumsi di atas dapat dilakukan uji linieritas (uji *lack of fit*). Uji linieritas merupakan pendekatan lain untuk menguji kesesuaian model (*model adequacy*).

Untuk mengecek atau menguji dipenuhinya asumsi-asumsi di atas kita mendasarkan pada residual-residual yang merupakan realisasi dari galat acak. Berikut ini akan dijelaskan cara-cara mengecek atau menguji asumsi-asumsi di atas.

1. Asumsi Galat Acak Memiliki *mean* 0

Dalam analisis regresi linier jumlah residual sama dengan 0 karena

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^n e_i &= \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) \\
&= \sum_{i=1}^n Y_i - nb_0 - b_1 \sum_{i=1}^n X_i \\
&= \sum_{i=1}^n Y_i - n(\bar{Y} - b_1 \bar{X}) - b_1 \sum_{i=1}^n X_i \\
&= \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i \\
&= 0
\end{aligned}$$

Sebagai akibatnya rata-rata residual juga sama dengan 0. Jadi, seolah-olah asumsi galat acak sama dengan 0 selalu terpenuhi. Akan tetapi, sebenarnya kita harus melihat lebih jauh lagi. Kita harus melihat bagaimana penyebaran residual. Kita buat grafik dengan sumbu horizontal variabel X dan sumbu vertikal residual. Jika terdapat pencilan (*outlier*) maka mungkin saja asumsi *mean* galat acak sama dengan 0 tidak terpenuhi. Residual yang besarnya (dalam harga mutlak) lebih dari $3s$, di mana s adalah simpangan baku residual, dikategorikan sebagai pencilan. Pencilan juga dapat muncul karena variansi galat acak tidak homogen.

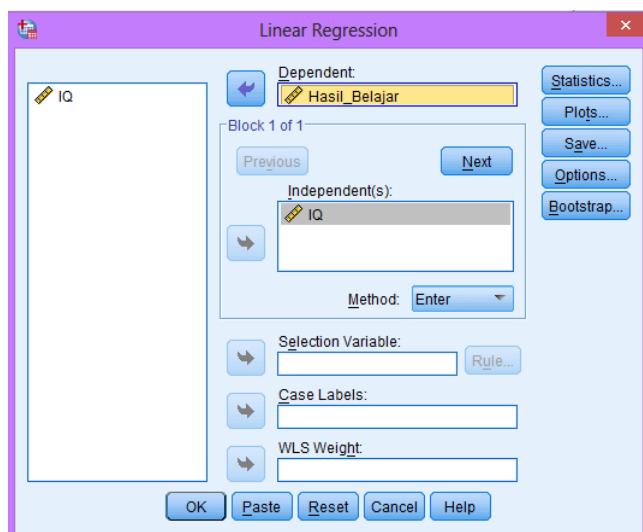
Salah satu indikator kesesuaian model regresi juga dapat diketahui dari garis grafik penyebaran residual. Jika residual berada di sekitar sumbu X secara acak, maka mengindikasikan bahwa model regresinya sudah sesuai. Jika residual *berpolanya membentuk kurva*, maka hal ini mengindikasikan bahwa model regresi linier tidak sesuai. Dalam kasus residual berpolanya, model biasanya dapat diperbaiki dengan menambah suku di mana variabel independennya berpangkat lebih dari satu. Sebagai contoh, jika grafik residual membentuk parabola, maka biasanya dapat diperbaiki dengan menambah suku X^2 dalam model, dan selanjutnya dilakukan analisis kembali dengan menggunakan prosedur analisis regresi linier ganda.

Contoh 2.3 (Lanjutan Contoh 2.1-2.2: Mengecek *mean* Galat Acak)

Pada Contoh 2.2 telah dihitung residual secara manual dengan rumus

$$e = Y - \hat{Y}$$

Residual dapat dengan mudah diperoleh dengan menggunakan *software* SPSS, demikian pula \hat{Y} (nilai prediksi variabel dependen). Lihat penggunaan SPSS pada Bagian 2.3.3 di mana setelah Langkah 4 diperoleh tampilan sebagai berikut:



Langkah selanjutnya adalah klik **Save**, pilih **Unstandardized** pada Residuals, pilih **Unstandardized** pada Predicted Values, lalu **Continue**, lalu **OK**. Maka pada layar Data View akan tampak sebagai berikut:

*Tabel21.sav [DataSet1] - IBM SPSS Statistics Data Editor

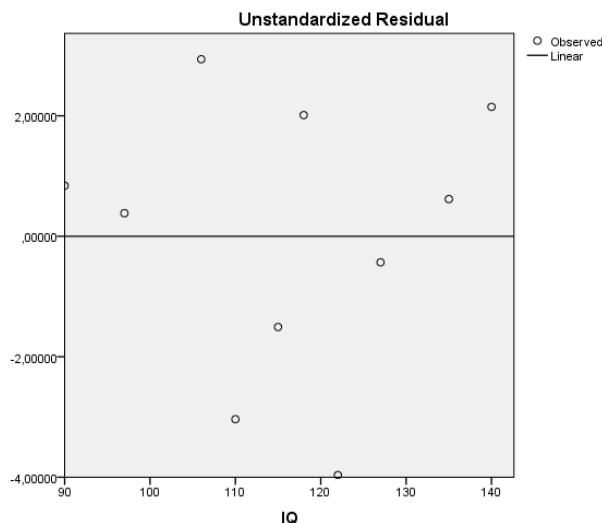
Visible: 4 of 4 Variables

| | IQ | Hasil_Belajar | PRE_1 | RES_1 | var | var |
|-----|-----|---------------|----------|----------|-----|-----|
| 1 | 90 | 59 | 58,16021 | .83979 | | |
| 2 | 97 | 62 | 61,61708 | .38292 | | |
| 3 | 106 | 69 | 66,06162 | 2,93838 | | |
| 4 | 110 | 65 | 68,03697 | -3,03697 | | |
| 5 | 115 | 69 | 70,50616 | -1,50616 | | |
| 6 | 118 | 74 | 71,98768 | 2,01232 | | |
| 7 | 122 | 70 | 73,96303 | -3,96303 | | |
| 8 | 127 | 76 | 76,43222 | -.43222 | | |
| 9 | 135 | 81 | 80,38292 | .61708 | | |
| 10 | 140 | 85 | 82,85211 | 2,14789 | | |
| 11 | | | | | | |
| 12 | | | | | | |
| ... | | | | | | |

Data View Variable View

IBM SPSS Statistics Processor is ready

Pada kolom **RES_1** tampak nilai-nilai residual dan pada kolom **PRE_1** tampak nilai-nilai \hat{Y} . Jika dibuat grafik antara variabel independen (IQ) dan residual (*unstandardized residual*), maka akan tampak sebagai berikut:

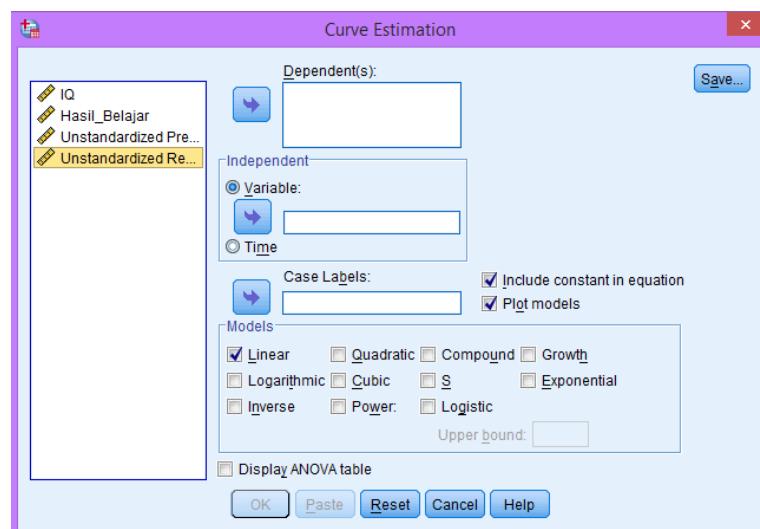


Gambar 2.4 Grafik IQ terhadap Residual

Dari gambar terlihat bahwa residual (bulatan-bulatan) berada di sekitar garis mendatar secara acak (hampir selang-seling positif dan negatif). Dengan demikian, dapat disimpulkan secara kualitatif bahwa asumsi *mean galat acak sama dengan 0* dipenuhi. Pada Contoh 2.2 juga telah dihitung $s = 2,396$ dan tidak ada residual yang harga mutlaknya lebih dari $3s = 7,188$ sehingga tidak ada pencilan. ◆

Catatan:

Untuk mendapatkan grafik seperti pada Gambar 2.4 pada Data View SPSS pilih **Analyze**, **Regression**, klik **Curve Estimation**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Masukkan **Unstandardized Residual** ke kotak **Dependent(s)** dan **IQ** ke kotak **Independent Variable**. Pada bagian **Models** pastikan ada tanda *check list* (✓) pada **Linier**, seperti tampak pada tampilan di atas, lalu **OK**, maka akan diperoleh *output* seperti pada Gambar 2.4.

2. Asumsi Galat Acak Memiliki Variansi Konstan

Asumsi variansi galat-galat acak sama dengan σ^2 biasa dinamakan asumsi homogenitas atau dalam analisis regresi juga disebut homoskedastisitas. Jika variansi galat acak tidak homogen, maka akan menyulitkan dalam mengukur standar deviasi yang benar dari prediksi galat, biasanya akan menghasilkan interval konfiden yang terlalu lebar atau terlalu sempit. Hal ini akan berimplikasi pada sulitnya memperoleh kesimpulan yang benar dalam uji hipotesis karena ada keterkaitan antara interval konfiden dan uji hipotesis.

Untuk mengecek dipenuhi atau tidaknya asumsi homogenitas dapat dilihat dari grafik antara nilai prediksi dari variabel dependen (\hat{Y}) pada sumbu horizontal dan residual pada sumbu vertikal. Jika rentangan nilai-nilai residual relatif konstan seiring dengan perubahan nilai-nilai \hat{Y} , maka asumsi homogenitas dipenuhi. Sebaliknya, jika rentangan nilai-nilai residual naik (atau turun) seiring naiknya nilai \hat{Y} maka merupakan indikasi tidak dipenuhinya asumsi homogenitas.

Selain menggunakan residual (e_i) untuk mengecek asumsi homogenitas (dan asumsi yang lain) dapat digunakan *studentized residual* yang dirumuskan sebagai:

$$r_i = \frac{e_i}{SE(e_i)}$$

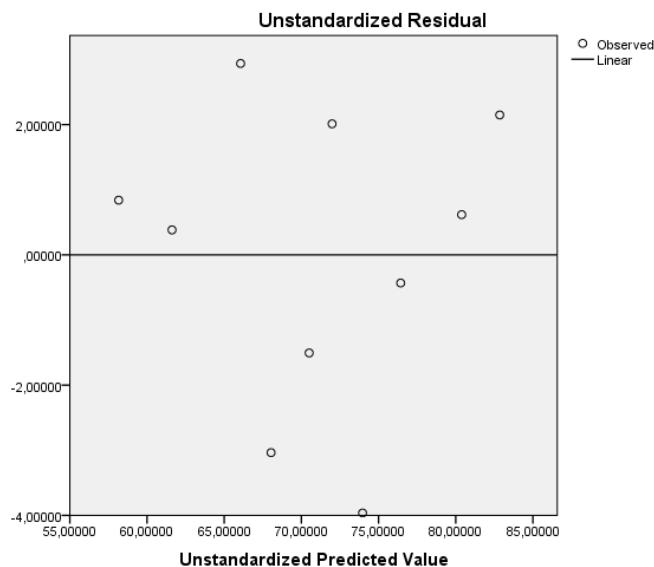
di mana $SE(e_i)$ adalah standar error dari residual. Rumus umum standar *error* residual agak kompleks untuk dituliskan di sini, tetapi nilainya dapat diperoleh dengan menggunakan SPSS. Penggunaan *studentized residual* sering lebih baik karena *studentized residual* memiliki *mean* 0 dan variansi 1 (tidak tergantung skala pengukuran), sementara residual e_i secara umum tidak memiliki variansi yang sama.

Jika asumsi homogenitas tidak dipenuhi, maka alternatif yang mungkin digunakan untuk mengatasinya adalah dengan menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti (*weighted least square*) dalam mengestimasi parameter. Alternatif lain adalah dengan melakukan

transformasi terhadap variabel dependen (Y), misalnya dengan transformasi logaritma, transformasi invers, atau yang lainnya.

Contoh 2.4 (Lanjutan Contoh 2.1-2.3: Mengecek Homogenitas Varians)

Pada Contoh 2.3 telah dicek bahwa asumsi galat acak memiliki *mean* 0 dipenuhi. Pada contoh ini akan dicek apakah asumsi homogenitas dipenuhi. Nilai-nilai prediksi \hat{Y} dan residual telah disajikan pada Contoh 2.3 pada layar Data View SPSS. Grafik \hat{Y} dan residual terlihat pada gambar berikut:

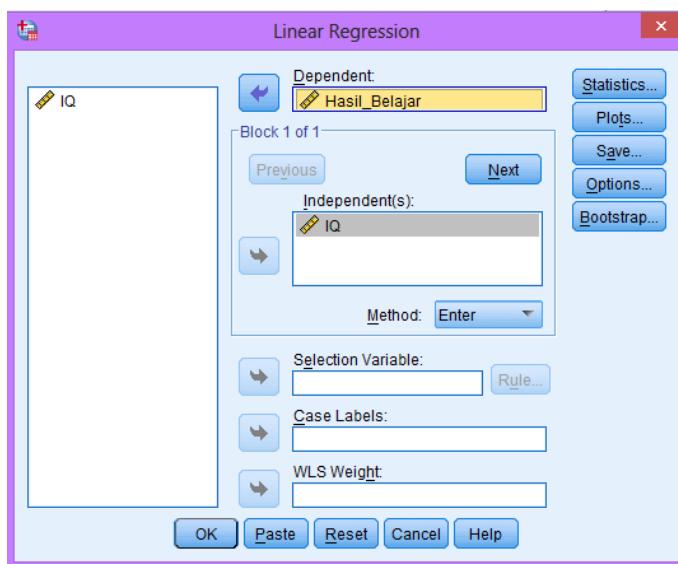


Gambar 2.5 Grafik Prediksi Variabel Dependen terhadap Residual

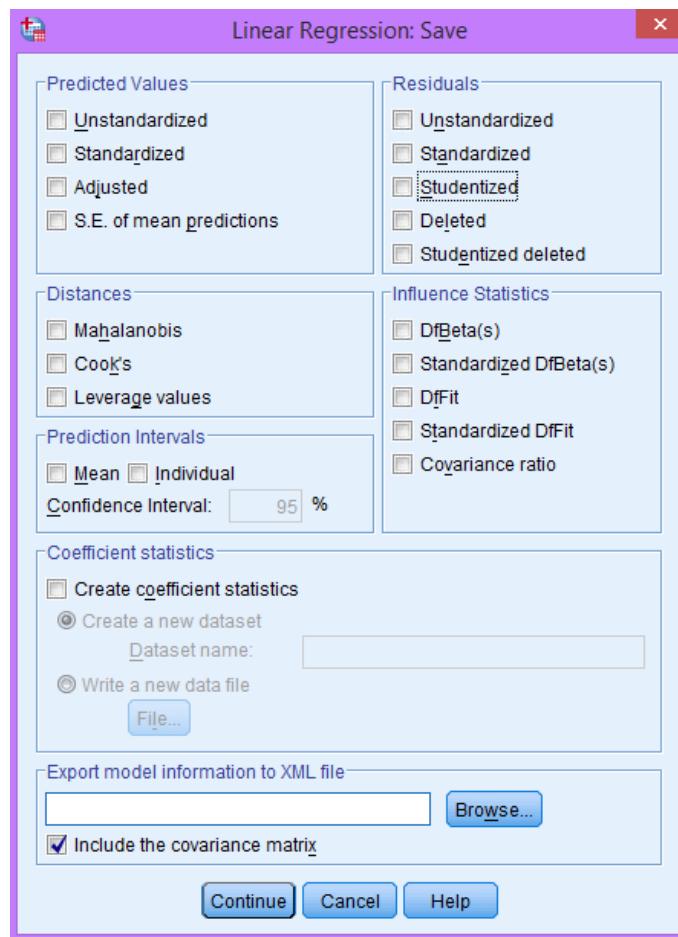
Karena hanya terdapat sedikit residual, maka tidak terlalu jelas naik atau turunnya rentangan residual. Akan tetapi, kalau dicermati masih dapat

dikategorikan bahwa rentangan residual tidak jauh berbeda seiring dengan perubahan \hat{Y} , sehingga asumsi homogenitas masih dipenuhi.

Jika akan digunakan *studentized residual* maka untuk memperolehnya dapat digunakan SPSS dengan langkah-langkah sebagai berikut. Perhatikan pada Bagian 2.3.3 setelah Langkah 3 muncul kotak dialog sebagai berikut:



Selanjutnya klik **Save**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut.



Check list **Studentized** pada bagian **Residual**, pilih **Unstandardized** pada Predicted Values, lalu klik **Continue**, lalu **OK**, maka pada lembar **Data View** akan terlihat nilai-nilai studentized residual pada kolom **SRE_1** sebagai berikut:

*Untitled1 [DataSet0] - IBM SPSS Statistics Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

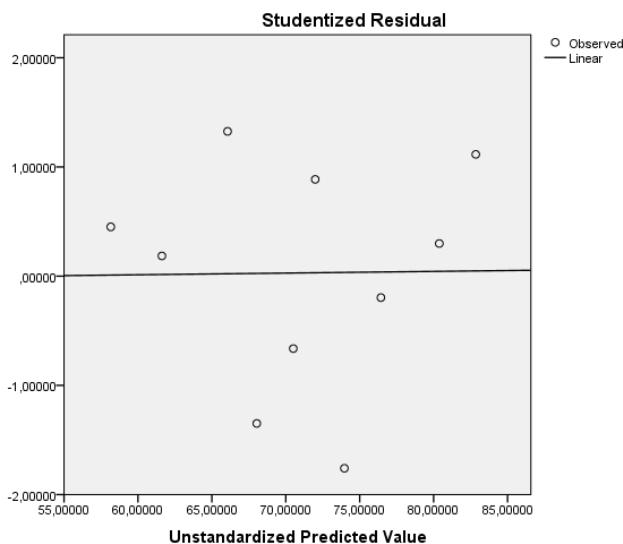
Visible: 4 of 4 Variables

| | IQ | Hasil_Belajar | PRE_1 | SRE_1 | var |
|----|-----|---------------|----------|----------|-----|
| 1 | 90 | 59 | 58,16021 | ,45162 | |
| 2 | 97 | 62 | 61,61708 | ,18567 | |
| 3 | 106 | 69 | 66,06162 | 1,32571 | |
| 4 | 110 | 65 | 68,03697 | -1,34819 | |
| 5 | 115 | 69 | 70,50616 | -.66287 | |
| 6 | 118 | 74 | 71,98768 | ,88629 | |
| 7 | 122 | 70 | 73,96303 | -1,75929 | |
| 8 | 127 | 76 | 76,43222 | -,19607 | |
| 9 | 135 | 81 | 80,38292 | ,29921 | |
| 10 | 140 | 85 | 82,85211 | 1,11509 | |
| 11 | | | | | |
| 12 | | | | | |

Data View Variable View

IBM SPSS Statistics Processor is ready

Grafik studentized residual terhadap unstandardized predicted value adalah sebagai berikut:

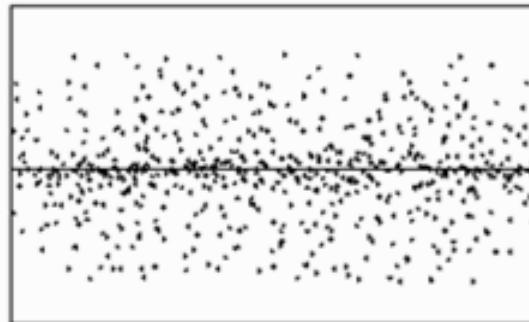


Dari grafik dapat disimpulkan asumsi homogenitas masih dipenuhi.

Sebagai pembanding, berikut ini diberikan contoh grafik antara \hat{Y} dan residual untuk kasus variansi homogen dan variansi heterogen (gambar diambil Osborne & Waters (2002)).

a. Kasus Variansi Galat Homogen

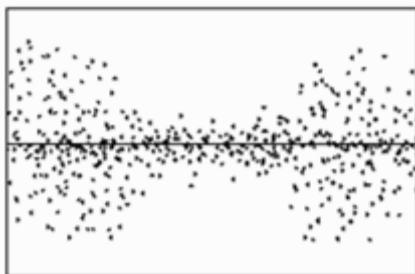
Unstandardized Residual



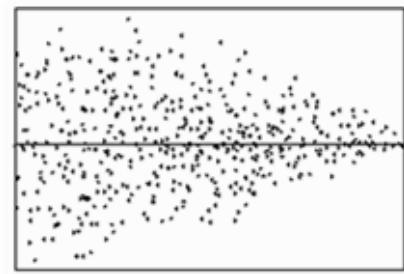
Unstandardized Predicted Value (\hat{Y}_i)

b. Variansi Tidak Homogen

Unstandardized Residual



Unstandardized Residual



Unstandardized Predicted Value (\hat{Y}_i) Unstandardized Predicted Value (\hat{Y}_i)

3. Asumsi Galat Acak Tidak Berkorelasi

Asumsi galat-galat acak tidak berkorelasi atau independen sangat penting dalam analisis regresi. Jika asumsi ini tidak dipenuhi, maka estimasi parameter dengan metode maksimum *likelihood* sulit dilakukan,

dan juga akan menyulitkan dalam analisis-analisis berikutnya, seperti sulitnya mengestimasi variansi galat serta sulit dalam menguji hipotesis dan membentuk interval konfidensi.

Asumsi galat acak tidak berkorelasi dapat dicek atau diuji dengan menggunakan residual. Akan tetapi, secara teoretis dapat ditunjukkan bahwa secara umum residual justru berkorelasi (dan juga memiliki variansi yang heterogen). Dalam praktik kita masih dapat berharap dipenuhinya asumsi galat acak tidak berkorelasi pada taraf signifikansi tertentu. Jika terdapat korelasi yang signifikan tentu saja kita perlu memikirkan alternatif untuk mengatasinya.

Pada data yang *tergantung waktu* sering galat-galat acaknya berkorelasi (terdapat autokorelasi). Jika terdapat autokorelasi, maka untuk mengatasinya dapat dicoba dengan menggunakan model yang memuat *lag* variabel dependen, misalnya:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Y_{i-1} + \varepsilon_i$$

Pada model di atas nilai variabel dependen pada *waktu i* (Y_i) tergantung pada nilai variabel dependen pada waktu $i - 1$ (Y_{i-1}).

Untuk mendekripsi adanya autokorelasi, dapat dilakukan dengan melihat grafik residual terhadap waktu atau dengan melakukan uji hipotesis. Jika pada grafik residual terhadap waktu ada sejumlah residual bertanda sama mengelompok, maka mengindikasikan adanya autokorelasi positif, sedangkan jika residual berubah tandanya dengan cepat, maka mengindikasikan adanya korelasi negatif.

Untuk menguji apakah galat acak tidak berkorelasi, dapat digunakan statistik uji Durbin-Watson yang dirumuskan dengan:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (2.16)$$

di mana e_i , $i = 1, 2, \dots, n$ adalah residual. Nilai d berkisar dari 0 sampai 4. Jika galat acak tidak berkorelasi, maka nilai d mendekati 2; nilai d yang mendekati 0 mengindikasikan adanya korelasi positif dan nilai d yang mendekati 4 mengindikasikan adanya korelasi negatif. Dalam uji hipotesis nilai d dibandingkan dengan nilai kritis bawah (d_L) dan nilai kritis atas (d_U) dari tabel Durbin-Watson. Untuk hipotesis $H_0: \rho = 0$ (tidak ada korelasi) lawan $H_1: \rho > 0$ (korelasi positif), kriteria ujinya adalah:

Jika $d < d_L$ maka tolak H_0

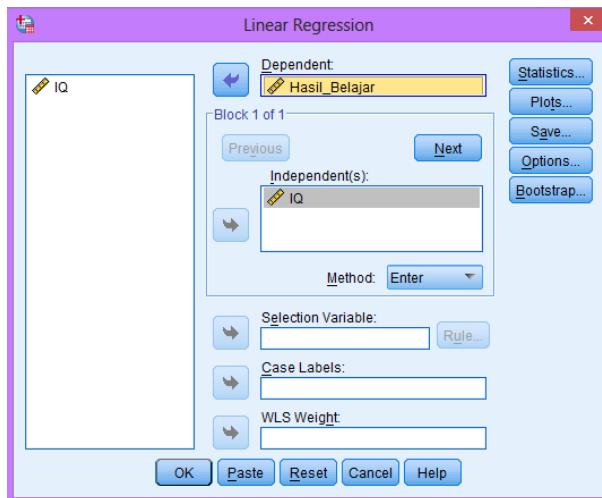
Jika $d > d_U$ maka tidak tolak H_0

Jika $d_L < d < d_U$ maka tidak dapat disimpulkan.

Untuk menguji hipotesis $H_0: \rho = 0$ (tidak ada korelasi) lawan $H_1: \rho < 0$ (korelasi negatif) dapat digunakan statistik $d' = 4 - d$ dengan kriteria uji seperti di atas. Untuk menguji hipotesis $H_0: \rho = 0$ lawan $H_1: \rho \neq 0$ (ada korelasi) dapat digunakan statistik d di atas, tetapi dalam melihat tabel taraf signifikansi dibagi dua. Nilai statistik Durbin-Watson dapat diperoleh dengan menggunakan *software* SPSS, tetapi tidak dimunculkan probabilitas menerima atau menolak H_0 (p-value atau Sig.).

Contoh 2.5 (Lanjutan Contoh 2.1-2.4: Menguji Korelasi Galat Acak)

Pada Contoh 2.2 telah dihitung residual-residual. Pada contoh ini akan dicek apakah asumsi galat-galat acak tidak berkorelasi dipenuhi atau tidak dengan uji Durbin-Watson. Untuk memperoleh statistik Durbin-Watson dengan SPSS, perhatikan penggunaan SPSS pada Bagian 2.3.3 di mana setelah Langkah 3 muncul tampilan sebagai berikut:



Selanjutnya klik **Statistics**, pilih **Durbin-Watson**, klik **Continue**, lalu **OK**, maka akan muncul *output* sebagai berikut:

Model Summary^b

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate | Durbin-Watson |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|---------------|
| 1 | ,961 ^a | ,923 | ,914 | 2,396 | 2,369 |

a. Predictors: (Constant), IQ

b. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Pada kolom terakhir terlihat nilai statistik Durbin-Watson $d = 2,369$. Selanjutnya jika dipilih taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, maka dari tabel Durbin-Watson dengan ukuran sampel 10 dan banyak variabel independen 1 diperoleh $d_L = 0,879$ dan $d_U = 1,320$. Karena $d > d_U$ maka dapat disimpulkan bahwa galat-galat acak tidak berkorelasi. ◆

4. Asumsi Galat Acak Berdistribusi Normal

Seperti telah disinggung di Bagian 2.3, salah satu manfaat jika galat acak berdistribusi normal (dan ketiga asumsi yang lain dipenuhi) adalah

kita dapat mengestimasi parameter dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* yang mempunyai sifat-sifat baik (yang hasilnya sama dengan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil). Selain itu, asumsi normalitas juga akan memudahkan kita dalam menguji hipotesis dan membentuk interval konfidensi. Dalam langkah-langkah pengujian hipotesis yang akan dibahas di bagian berikutnya, terlebih dahulu perlu dihitung *suatu statistik uji* dan kemudian dibandingkan dengan suatu nilai kritis dari tabel. Dalam statistika teori, statistik uji itu mempunyai distribusi dan distribusinya tidak mudah dikenali jika galat acak tidak berdistribusi normal. Jika galat acak berdistribusi normal (dan juga memenuhi ketiga asumsi sebelumnya), maka *dapat dibuktikan* bahwa statistik-statistik uji yang akan kita gunakan dapat dikenali distribusinya, misalnya berdistribusi *t* atau *F*. Jika asumsi distribusi normal tidak dipenuhi juga dapat mengakibatkan interval konfidensi terlalu lebar atau terlalu sempit.

Sekali lagi pada bagian ini diingatkan bahwa dalam analisis regresi yang diuji normalitasnya adalah galat acak ε , bukan variabel dependen Y atau variabel independen X . Hal ini karena mungkin saja galat acak berdistribusi normal tetapi data variabel dependen tidak berdistribusi normal, dan di sini asumsi normalitas untuk analisis regresi tetap terpenuhi. Variabel X tidak perlu diuji normalitasnya karena dianggap bukan variabel acak dan nilai-nilainya dapat dipilih sesuai dengan keperluan peneliti.

Terkait dengan asumsi-asumsi sebelumnya, galat acak ε diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi konstan σ^2 untuk sembarang nilai variabel independen X . Dengan demikian, jika telah dimiliki sampel $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ yang memenuhi hubungan:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

untuk $i = 1, 2, \dots, n$, maka setiap ε_i juga berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 .

Pada prinsipnya setiap ε_i dapat diuji normalitasnya. Sebagai contoh untuk menguji normalitas ε_i , jika X menyatakan tingkat IQ dan Y adalah

hasil belajar mahasiswa, maka kita dapat memperoleh data hasil belajar dari 10 mahasiswa dengan tingkat IQ yang sama, misalnya $X_1 = 90$, dan dapat diperoleh 10 realisasi (residual) dari ε_1 , dan selanjutnya dapat digunakan untuk menguji normalitas ε_1 . Akan tetapi, dalam analisis regresi biasanya kita hanya memiliki sedikit atau bahkan satu data (X_1, Y_1) sehingga tidak dilakukan uji normalitas khusus untuk ε_1 ; demikian pula untuk ε_i yang lain.

Jika asumsi $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ memiliki *mean* 0, variansi homogen, dan tidak berkorelasi dipenuhi maka kita dapat menguji normalitas galat acak dengan menggunakan residual e_1, e_2, \dots, e_n sebagai realisasi dari galat acak ε . Ada beberapa cara untuk mengecek atau menguji normalitas galat acak ε . Pertama, untuk sekedar mendapatkan gambaran awal tentang normalitas, jika residual e_1, e_2, \dots, e_n cukup banyak, maka dapat dibuat histogram dan dilihat apakah menyerupai distribusi normal. Akan tetapi, jika hanya tersedia sedikit residual, dengan histogram sulit untuk mendekripsi normalitas. Kedua, kita dapat membuat grafik probabilitas normal atau yang dikenal dengan Q-Q plot dengan menggunakan *software*, misalnya SPSS. Data akan mendekati distribusi normal jika ‘bulatan-bulatan’ berada di dekat garis lurus. Kedua cara tersebut sifatnya kualitatif.

Sedikit catatan untuk pembaca ketahui mengapa kita menyimpulkan bahwa galat acak berdistribusi normal jika bulatan-bulatan membentuk garis lurus. Dalam teori tentang *order statistic* (statistik urutan), jika kita memiliki sampel acak yang saling independen dari distribusi normal dengan *mean* μ dan variansi σ^2 yang telah diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar, maka *mean* (harga harapan) sampel urutan ke i adalah

$$\mu + \sigma^2 \mu_{(i)} \text{ di mana } \mu_{(i)} \cong z \left(\frac{i - 0,375}{n + 0,25} \right)$$

Di sini $z(w)$ menyatakan persentil ke $100w$ dari distribusi normal baku, yakni jika z berdistribusi normal baku, maka

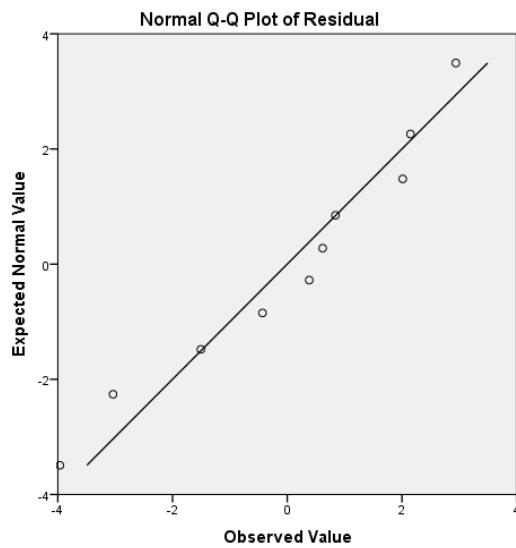
$$P(z \leq z(w)) = w.$$

Sebagai akibatnya, karena rata-rata residual sama dengan 0 jika residual distandarisasi (dibuat bentuk baku), maka grafik antara residual dan harga harapannya mendekati garis lurus melalui titik pusat koordinat dengan gradien 1. Untuk bentuk baku residual dapat digunakan e_i/s atau *studentized residual* $e_i/SE(e_i)$. Penggunaan *studentized residual* lebih baik karena memiliki *mean* 0 dan variansi 1.

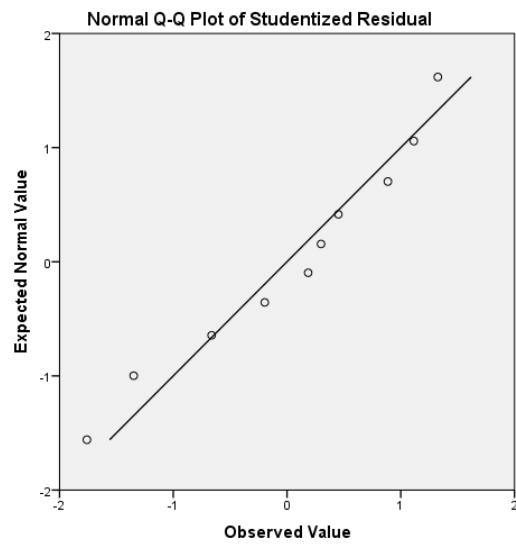
Untuk mendeteksi normalitas secara kuantitatif tersedia beberapa cara, salah satunya adalah uji Kolmogorof-Smirnov atau secara lebih spesifik uji Liliefors. Sedikit catatan penting bahwa analisis regresi bersifat ‘*robust*’ terhadap asumsi normalitas, dalam arti bahwa sedikit penyimpangan dari asumsi normalitas mempunyai pengaruh yang kecil terhadap hasil analisis regresi (Myers (1990). Akan tetapi, penyimpangan yang serius dari asumsi normalitas juga akan mengakibatkan kekeliruan yang serius dalam analisis regresi. Jika asumsi normalitas tidak dipenuhi maka dapat dilakukan analisis dengan suatu prosedur yang tidak tergantung asumsi normalitas (*robust procedure*).

Contoh 2.6 (Lanjutan Contoh 2.1-2.5: Menguji Normalitas Galat Acak)

Pada Contoh 2.2 telah dihitung residual-residual. Karena hanya ada 10 residual, maka dengan histogram sulit untuk mengecek normalitas. Grafik Q-Q plot untuk residual dan *studentized residual* terlihat pada Gambar 2.6 dan 2.7.



Gambar 2.6 Q-Q Plot Residual



Gambar 2.7 Q-Q Plot Studentized Residual

Terlihat bahwa ‘bulatan-bulatan’ berada di sekitar garis lurus yang secara kualitatif mengindikasikan bahwa galat acak berdistribusi normal.

Selanjutnya akan diuji normalitas galat acak dengan menggunakan uji Liliefors. Terlebih dahulu residual harus diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar. Pada Contoh 2.2 telah dihitung residual-residual yang setelah diurutkan terlihat pada kolom pertama Tabel 2.5. Hipotesis yang akan diuji adalah:

$$H_0: \text{Galat acak berdistribusi normal}$$

$$H_1: \text{Galat acak tidak berdistribusi normal.}$$

Langkah-langkah uji Liliefors adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Data residual diubah menjadi bentuk bilangan baku z_1, z_2, \dots, z_n dengan rumus

$$z_i = \frac{e_i - \bar{e}}{s}$$

di mana $\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n}$ dan $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n-1}}$. Lihat kolom kedua Tabel 2.5.

Langkah 2. Hitung proporsi z_1, z_2, \dots, z_n yang lebih kecil atau sama dengan z_i , yaitu

$$S(z_i) = \frac{\text{banyaknya yang kurang atau sama dengan } z_i}{n}$$

Lihat kolom ketiga Tabel 2.5.

Langkah 3. Dengan menggunakan tabel dari distribusi normal baku, cari peluang

$$F(z_i) = P(z \leq z_i).$$

Lihat kolom keempat Tabel 2.5.

Langkah 4. Hitung selisih mutlak $|F(z_i) - S(z_{i-1})|$ dan $|S(z_i) - F(z_i)|$. Nilai yang terbesar dari selisih-selisih mutlak ini dinotasikan dengan L_0 . Dari kolom kelima Tabel 2.5 diperoleh $L_0 = 0,1675$.

Tabel 2.5 Perhitungan Uji Normalitas Galat Acak

| Residual Terurut | z_i | $S(z_i)$ | $F(z_i)$ | $ F(z_i) - S(z_{i-1}) $ | $ S(z_i) - F(z_i) $ |
|------------------|-------|----------|----------|-------------------------|---------------------|
| -3.963028 | -1.75 | 0.1 | 0,0401 | 0,0401 | 0,0599 |
| -3.036972 | -1.34 | 0.2 | 0,0901 | 0,0099 | 0,1099 |
| -1.506162 | -0.67 | 0.3 | 0,2514 | 0,0514 | 0,0486 |
| -0.432218 | -0.19 | 0.4 | 0,4247 | 0,1247 | 0,0247 |
| 0.382923 | 0.17 | 0.5 | 0,5675 | 0,1675 | 0,0675 |
| 0.617077 | 0.27 | 0.6 | 0,6064 | 0,1064 | 0,0064 |
| 0.839789 | 0.37 | 0.7 | 0,6443 | 0,0443 | 0,0557 |
| 2.012324 | 0.89 | 0.8 | 0,8133 | 0,1133 | 0,0133 |
| 2.147887 | 0.95 | 0.9 | 0,8289 | 0,0289 | 0,0711 |
| 2.938380 | 1.30 | 1 | 0,9032 | 0,0032 | 0,0968 |

Langkah 5. Tetapkan taraf signifikansi α , lalu lihat nilai kritis uji Lilliefors (L tabel) Jika dipilih $\alpha = 0,05$, dengan $n = 10$ diperoleh L tabel = 0,258.

Langkah 6. Kriteria Uji: Tolak H_0 jika $L_0 \geq L$ tabel.

Karena $L_0 < L$ tabel, maka terima H_0 . Jadi, kesimpulan adalah galat acak berdistribusi normal.

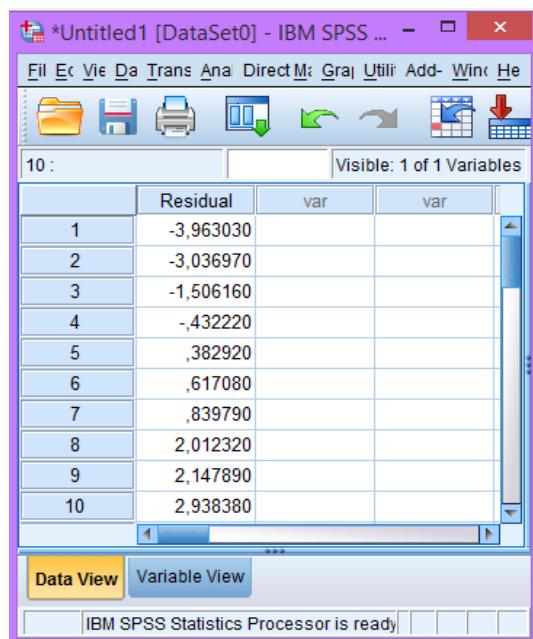
Catatan:

Dalam beberapa buku yang beredar, untuk uji Lilliefors, nilai L hitung hanya dilihat dari nilai yang terbesar dari $|S(z_i) - F(z_i)|$ (kolom terakhir Tabel 2.5). Dengan cara tersebut kesimpulannya bisa keliru. Jika hanya dilihat dari kolom terakhir mestinya L hitung = 0,1099, dan ini salah, yang benar L hitung = 0,1675. Aplikasi SPSS berikut mendukung bahwa L hitung = 0,1675. ♦

Uji Normalitas dengan SPSS

Uji normalitas galat acak dengan uji Liliefors dapat dengan mudah dikerjakan dengan menggunakan *software* SPSS dengan langkah-langkah sebagai berikut.

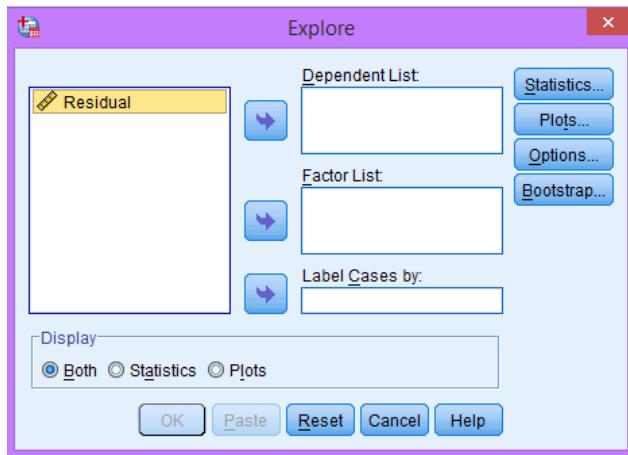
Langkah 1. *Input* data residual (boleh tidak diurutkan) ke dalam lembar kerja SPSS sebagai berikut:



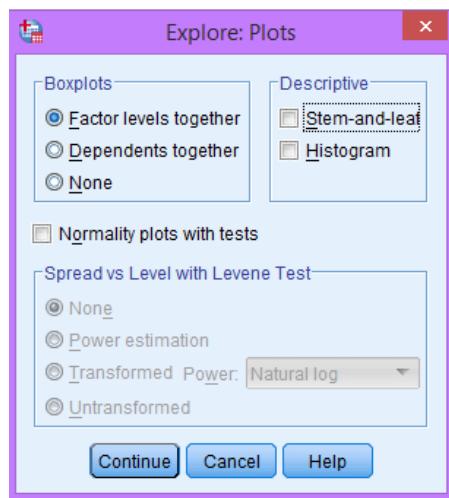
The screenshot shows the IBM SPSS Statistics interface with the title bar "Untitled1 [DataSet0] - IBM SPSS ...". The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, Direct, Models, Graphs, Utilities, Add-ons, Window, Help. Below the menu is a toolbar with icons for file operations like Open, Save, Print, and Data View. A status bar at the bottom says "IBM SPSS Statistics Processor is ready". The main area displays a data table titled "10:" with 10 rows. The first column is labeled "Residual" and contains the following values: -3,963030, -3,036970, -1,506160, -.432220, .382920, .617080, .839790, 2,012320, 2,147890, 2,938380. The table has three columns labeled "Residual", "var", and "var". The "Data View" tab is selected at the bottom. The status bar at the bottom says "IBM SPSS Statistics Processor is ready".

| | Residual | var | var |
|----|-----------|-----|-----|
| 1 | -3,963030 | | |
| 2 | -3,036970 | | |
| 3 | -1,506160 | | |
| 4 | -.432220 | | |
| 5 | .382920 | | |
| 6 | .617080 | | |
| 7 | .839790 | | |
| 8 | 2,012320 | | |
| 9 | 2,147890 | | |
| 10 | 2,938380 | | |

Langkah 2. Klik menu **Analyze**, sorot **Descriptive Statistics**, lalu pilih **Explore**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Langkah 3. Masukkan variabel Residual ke **Dependent List**, lalu klik **Plots**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Langkah 4. Check list (\checkmark) **Normality plots with tests**, klik **Continue**, lalu klik **OK** maka akan muncul *output* sebagai berikut (hanya ditampilkan sebagian):

Tests of Normality

| | Kolmogorov-Smirnov ^a | | | Shapiro-Wilk | | |
|----------|---------------------------------|----|-------|--------------|----|------|
| | Statistic | df | Sig. | Statistic | df | Sig. |
| Residual | .167 | 10 | .200* | .944 | 10 | .603 |

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

Dari *output* di atas terlihat nilai statistik uji Lilliefors adalah 0,167 (hitungan manual diperoleh 0,1675). Jika dipilih taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ maka karena Sig. (p-value) = 0.200 > 0.05 dapat disimpulkan H_0 diterima atau galat acak berdistribusi normal.

2.4.2 Menguji Kesesuaian Model

Model regresi linier sederhana yang digunakan untuk memodelkan hubungan linier antara variabel independen X dan variabel dependen Y dikatakan sesuai jika β_0 dan β_1 keduanya tidak sama dengan 0. Oleh karena itu, rumusan hipotesis untuk menguji kesesuaian model (*model adequacy*) adalah:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0 \text{ (model tidak sesuai)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq \text{ (model sesuai).}$$

Jika H_0 diterima, maka model regresi linear sederhana (2.1) dapat dituliskan menjadi

$$Y = \varepsilon$$

Model ini tidak sesuai untuk memodelkan hubungan linier antara variabel X terhadap variabel Y karena variasi dalam Y hanya diakibatkan oleh galat acak ε dan tidak dipengaruhi oleh nilai X . Sebaliknya, jika H_0 ditolak (H_1 diterima), maka model sesuai atau berguna untuk menjelaskan variasi dalam Y . Akan tetapi, di sini informasi bahwa modelnya sesuai/ berguna masih kurang lengkap. Hal ini karena jika paling sedikit ada satu tanda tidak sama dengan (\neq), maka masih ada tiga kemungkinan, yakni $\beta_0 \neq 0$

dan $\beta_1 \neq 0$, $\beta_0 \neq 0$ dan $\beta_1 = 0$, atau $\beta_0 = 0$ dan $\beta_1 \neq 0$. Jadi, jika modelnya sesuai kita belum bisa menyimpulkan apakah ada pengaruh X terhadap Y atau tidak. Oleh karena itu, kita perlu melanjutkan dengan *menguji pengaruh* variabel independen X terhadap variabel dependen Y .

Uji kesesuaian model dapat dipandang sebagai uji linieritas jika tidak ada pengulangan data X . Dalam hal ada data X yang berulang selain uji kesesuaian model yang dibahas pada bagian ini juga dapat dilakukan uji kesesuaian model dengan pendekatan lain yang dikenal dengan uji linieritas atau uji *lack of fit*, seperti yang akan dibahas pada Bagian 2.4.3.

Langkah-langkah untuk menguji kesesuaian model regresi adalah sebagai berikut.

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0 \text{ (model tidak sesuai)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq \text{ (model sesuai).}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

di mana b_0 dan b_1 dirumuskan pada (2.5) dan (2.6).

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

Catatan: Dapat dibuktikan bahwa rumus JK_{Res} di sini akan memberikan hasil yang sama dengan rumus JK_{Res} pada persamaan (2.14).

- d. Hitung rata-rata (mean) kuadrat regresi:

$$RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{2}$$

- e. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 2}$$

- f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}}$$

Ringkasan langkah-langkah perhitungan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel Anava (analisis variansi) sebagai berikut:

Tabel 2.6 Tabel Anava untuk Menguji $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---------------------|----------------|---------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| Regresi atau Model | JK_{Reg} | 2 | $RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{2}$ | $F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}}$ |
| Residual atau Error | JK_{Res} | $n - 2$ | $RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 2}$ | |
| Total | JK_{Tot} | n | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Sebelum menentukan nilai F tabel terlebih dahulu ditetapkan taraf signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau yang lain. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 2$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 2$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel**

Catatan:

1. Mengapa pada Langkah 3 kita menggunakan tabel distribusi F ?

Dengan asumsi variabel-variabel galat $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ berdistribusi normal dengan *mean* 0, variansi σ^2 dan tidak berkorelasi, jika $H_0: \beta_1$

$$= 0 \text{ benar, maka } \text{dapat dibuktikan bahwa statistik uji } F = \frac{RK_{\text{Reg}}}{RK_{\text{Res}}}$$

berdistribusi F dengan derajat bebas 2 dan $n - 2$. Di sinilah salah satu pentingnya asumsi distribusi normal. Jika asumsi distribusi normal tidak dipenuhi, maka tidak ada jaminan bahwa statistik ujinya akan berdistribusi F . Alasan serupa juga berlaku untuk statistik uji F pada pembahasan uji-ujji hipotesis berikutnya, bedanya hanya pada derajat bebas.

2. Mengapa pada Langkah 4 kita menolak H_0 jika F hitung $> F$ tabel?

Perhatikan rumus statistik uji $F = \frac{RK_{\text{Reg}}}{RK_{\text{Res}}}.$ Dapat dibuktikan bahwa

$mean$ atau harga harapan atau ekspektasi dari penyebut sama dengan σ^2 . Dapat juga dibuktikan bahwa harga harapan dari pembilang lebih besar atau sama dengan σ^2 (jika H_0 tidak benar, maka *mean* dari pembilang lebih besar dari σ^2). Jadi, jika H_0 benar, maka kita berharap nilai F akan mendekati 1, sedangkan jika H_0 tidak benar, maka kita berharap nilai F akan jauh melebihi 1. Hal ini *ekuivalen* dengan kita akan menolak H_0 jika F hitung **lebih besar dari suatu nilai kritis tertentu** yang dapat dilihat dari tabel distribusi F .

3. Bagaimana jika F hitung $= F$ tabel?

Perlu diketahui bahwa distribusi F adalah jenis distribusi yang kontinu. Dalam teori statistik, probabilitas variabel acak kontinu sama dengan sebuah nilai (sembarang nilai) selalu sama dengan nol. Sebagai akibatnya probabilitas statistik uji F sama dengan nilai F tabel adalah nol, kalaupun sama itu adalah akibat pembulatan. Dengan demikian, kriteria untuk menolak H_0 boleh juga dituliskan jika F hitung $\geq F$ tabel.

Contoh 2.7 (Lanjutan Contoh 2.1-2.6: Menguji Kesesuaian Model Regresi)

Perhatikan kembali Contoh 2.1 di mana kita memodelkan hubungan linier antara variabel independen X (IQ) terhadap variabel dependen Y (hasil belajar mahasiswa). Pada Contoh 2.3-2.6 telah dicek dan diuji asumsi-asumsi yang harus dipenuhi galat acak, yakni memiliki *mean* 0, variansi konstan, tidak berkorelasi, dan berdistribusi normal. Dari Tabel 2.2 pada Contoh 2.1 diperoleh:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 710, \quad \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010, \quad \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 83482,$$
$$b_0 = 13,714788 \text{ dan } b_1 = 0,493838.$$

Pada contoh ini akan diuji hipotesis $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0 \text{ (model tidak sesuai)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu } \beta \neq 0 \text{ (model sesuai).}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ &= (13,714788)(710) + (0,493838)(83482) \\ &= 50964,086 \end{aligned}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 51010 - 50964,086 = 45,914$$

- Hitung rata-rata kuadrat regresi:

$$RK_{\text{Reg}} = \frac{JK_{\text{Reg}}}{2} = \frac{50964,086}{2} = 25482,043$$

e. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{\text{Res}} = \frac{JK_{\text{Res}}}{n-2} = \frac{45,914}{10-2} = 5,739$$

f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{\text{Reg}}}{RK_{\text{Res}}} = \frac{25482,043}{5,739} = 4439,99$$

Hasil perhitungan di atas disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut.

Tabel 2.7 Tabel Anava untuk Menguji $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---------------------|----------------|---------------|-------------------|----------|
| Regresi atau Model | 50964,086 | 2 | 25482,043 | 4439,99 |
| Residual atau Error | 45,914 | 8 | 5,739 | |
| Total | 51010 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 2$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh nilai F tabel = 4,46.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 4439,99 > 4,46 = F tabel maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Model regresi linier sederhana sesuai/berguna untuk menyatakan hubungan antara tingkat IQ (X) dan hasil belajar mahasiswa (Y). ♦

2.4.3 Menguji Linieritas (*Lack of Fit*)

Telah disinggung pada Bagian 2.2 bahwa jika ada pengulangan suatu nilai X dalam data maka biasanya nilai-nilai Y yang terkait akan bervariasi. Jika

suatu data X hanya muncul satu kali maka variasi nilai Y yang terkait tidak dapat dilihat. Dengan adanya pengulangan suatu nilai X dalam data maka selain dapat menguji kesesuaian model (*model adequacy*) seperti yang telah dijelaskan pada Bagian 2.4.2, kita juga dapat menguji kesesuaian model dengan *pendekatan lain*, yakni uji *lack of fit* (kekurangcocokan) atau yang biasa dikenal dengan *uji linieritas*.

Langkah-langkah untuk menguji linieritas adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \text{Hubungan } X \text{ dan } Y \text{ linier}$$

$$H_1: \text{Hubungan } X \text{ dan } Y \text{ tidak linier.}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

di mana b_0 dan b_1 dirumuskan pada (2.5) dan (2.6).

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

- d. Hitung jumlah kuadrat galat murni (*pure error*):

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_i} Y_{ij} \right)^2}{n_i} \right\} \quad (2.17)$$

di mana m adalah banyaknya kelompok nilai X yang berbeda, n_i adalah banyaknya data Y pada kelompok X ke i , dan Y_{ij} adalah data Y ke j pada kelompok X ke i .

Catatan:

1. Jumlah kuadrat galat di sini secara umum berbeda dengan jumlah kuadrat residual. Jika tidak ada pengulangan data X maka $JK_{PE} = JK_{Res}$.
2. Rumus (2.17) juga dapat ditulis dalam bentuk:

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (2.18)$$

di mana \bar{Y}_i adalah rata-rata data Y pada kelompok X ke i .

- e. Hitung jumlah kuadrat tuna cocok (*lack of fit*):

$$JK_{LOF} = JK_{Res} - JK_{PE}$$

Catatan:

Rumus JK_{LOF} dapat juga ditulis dalam bentuk

$$JK_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (2.19)$$

- f. Hitung rata-rata kuadrat galat:

$$RK_{PE} = \frac{JK_{PE}}{n-m}$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat tuna cocok:

$$RK_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{m-2}$$

- h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{LOF}}{RK_{PE}}$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Sebelum menentukan nilai F tabel terlebih dahulu ditetapkan taraf signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau yang lain. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = m - 2$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - m$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Contoh 2.8 (Menguji Linieritas)

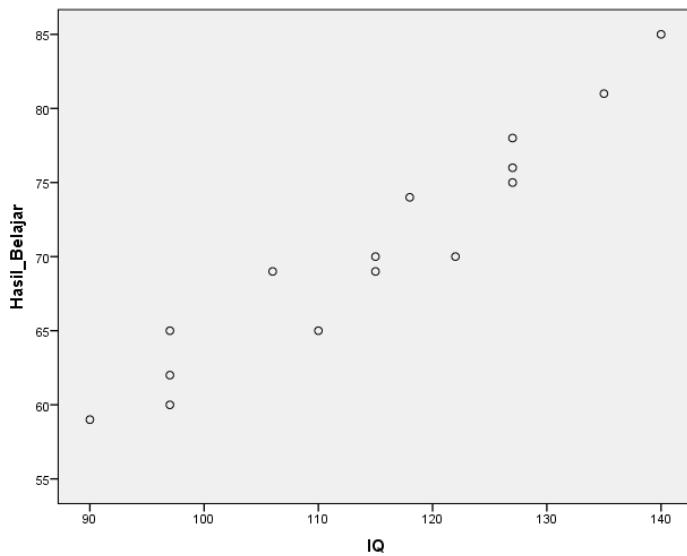
Anggap pada Contoh 2.1 ada tambahan data dari 5 mahasiswa sehingga datanya terlihat seperti pada tabel berikut.

Tabel 2.8 Data Simulasi Tingkat IQ dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | Tingkat IQ (X) | Hasil Belajar Mahasiswa (Y) |
|-----------------|--------------------|-----------------------------|
| 1 | 90 | 59 |
| 2 | 97 | 60 |
| 3 | 97 | 62 |
| 4 | 97 | 65 |
| 5 | 106 | 69 |
| 6 | 110 | 65 |
| 7 | 115 | 69 |
| 8 | 115 | 70 |
| 9 | 118 | 74 |
| 10 | 122 | 70 |
| 11 | 127 | 75 |
| 12 | 127 | 76 |
| 13 | 127 | 78 |
| 14 | 135 | 81 |
| 15 | 140 | 85 |

Pada data ini terlihat bahwa ada tiga mahasiswa dengan tingkat IQ 97, tetapi hasil belajarnya berbeda-beda, yakni 60, 62, dan 65; ada dua mahasiswa dengan IQ 115 dengan hasil belajar 69 dan 70; dan ada tiga

mahasiswa dengan IQ 127 dengan hasil belajar masing-masing 75, 76, dan 78. Diagram pencar (*scatter plot*) untuk data di atas terlihat pada Gambar 2.7.



Gambar 2.8 Diagram Pencar Data Tingkat IQ dan Hasil Belajar Mahasiswa

Dengan menggunakan Microsoft Excel dapat dengan mudah diperoleh (silahkan pembaca mengecek)

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1723, \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 1058, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 201133, \quad \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 75444, \quad \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 123088.$$

Dengan menggunakan rumus (2.5) dan (2.6) diperoleh:

$$b_0 = 14,877761 \text{ dan } b_1 = 0,484523.$$

Pada contoh ini akan diuji linieritas X terhadap Y . Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

H_0 : Hubungan X dan Y linier

H_1 : Hubungan X dan Y tidak linier.

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 75444$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ &= (14,877761)(1058) + (0,484523)(123088) \\ &= 75379,670741 \end{aligned}$$

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 75444 - 75379,670741 = 64,329289$$

- d. Hitung jumlah kuadrat galat murni (*pure error*):

Untuk menghitung jumlah kuadrat galat secara manual akan lebih mudah jika dibuat tabel sebagai berikut:

**Tabel 2.9 Tabel untuk Menghitung Jumlah Kuadrat Galat Murni
(*Pure Error*)**

| i | X | Y | $JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} \right)^2 / n_i \right\}$ | JK_{PE} |
|-----|-----|-----|--|-----------|
| 1 | 90 | 59 | $59^2 - \frac{(59)^2}{1}$ | 0 |
| 2 | 97 | 60 | $60^2 + 62^2 + 65^2 - \frac{(60+62+65)^2}{3}$ | 12,666667 |
| | 97 | 62 | | |
| | 97 | 65 | | |
| 3 | 106 | 69 | $69^2 - \frac{(69)^2}{1}$ | 0 |

| i | X | Y | $JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij} \right)^2 / n_i \right\}$ | JK_{PE} |
|--------|-----|-----|--|------------------|
| 4 | | | $65^2 - \frac{(65)^2}{1}$ | 0 |
| 5 | 115 | 69 | $69^2 + 70^2 - \frac{(69+70)^2}{2}$ | 0,5 |
| | 115 | 70 | | |
| 6 | | | $74^2 - \frac{(74)^2}{1}$ | 0 |
| 7 | | | $70^2 - \frac{(70)^2}{1}$ | 0 |
| 8 | 127 | 75 | $75^2 + 76^2 + 78^2 - \frac{(75+76+78)^2}{3}$ | 4,666667 |
| | 127 | 76 | | |
| | 127 | 78 | | |
| 9 | | | $81^2 - \frac{(81)^2}{1}$ | 0 |
| $m=10$ | | | $85^2 - \frac{(85)^2}{1}$ | 0 |
| $n=15$ | | | Jumlah | 17,833333 |

Dari tabel tersebut terlihat bahwa $JK_{PE} = 17,833333$.

- e. Hitung jumlah kuadrat tuna cocok (*lack of fit*):

$$JK_{LOF} = JK_{Res} - JK_{PE} = 64,329259 - 17,833333 = 46,495925$$

- f. Hitung rata-rata kuadrat galat:

$$RK_{PE} = \frac{JK_{PE}}{n-m} = \frac{17,833333}{15-10} = 3,566667$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat tuna cocok:

$$RK_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{m-2} = \frac{46,495925}{10-2} = 5,811991$$

h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{LOF}}{RK_{PE}} = \frac{5,811991}{3,566667} = 1,630$$

Catatan:

Jika tidak ada data X yang berulang, maka $JK_{PE} = 0$, dan juga $RK_{PE} = 0$, sehingga statistik uji F tidak terdefinisi.

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = m - 2 = 10 - 2 = 8$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - m = 15 - 10 = 5$ diperoleh F tabel = 4,818.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 1,630 < 4,818 = F tabel, maka H_0 diterima.

Kesimpulan: Terdapat hubungan linier antara X terhadap Y .

Catatan:

Pada contoh di atas jika jumlah kuadrat galat (JK_{PE}) dan jumlah kuadrat tuna cocok (JK_{LOF}) dihitung secara manual dengan menggunakan rumus (2.18) dan (2.19), maka akan lebih mudah jika dibuat tabel sebagai berikut.

Tabel 2.10 Tabel untuk Menghitung Jumlah Kuadrat Galat dan Tuna Cocok

| i | X | Y | \bar{Y}_i | \hat{Y}_i | Kuadrat Galat | Kuadrat Tuna Cocok |
|-----|-----|-----|-------------|-------------|---------------|--------------------|
| 1 | 90 | 59 | 59 | 58,484855 | 0 | 0,265375 |
| 2 | 97 | 60 | 62,333333 | 61,876518 | 12,666667 | 0,626042 |
| | 97 | 62 | | | | |
| | 97 | 65 | | | | |
| 3 | 106 | 69 | 69 | 66,237227 | 0 | 7,632914 |
| 4 | 110 | 65 | 65 | 68,175320 | 0 | 10,082658 |
| 5 | 115 | 69 | 69,5 | 70,597936 | 0,5 | 2,410929 |

| <i>i</i> | <i>X</i> | <i>Y</i> | \bar{Y}_i | \hat{Y}_i | Kuadrat Galat | Kuadrat Tuna Cocok |
|--------------------|--------------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------|---------------------------|
| | 115 | 70 | | | | |
| 6 | 118 | 74 | 74 | 72,051506 | 0 | 3,796628 |
| 7 | 122 | 70 | 70 | 73,989599 | 0 | 15,916903 |
| 8 | 127 | 75 | 76,333333 | 76,412216 | 4,666667 | 0,018667 |
| | 127 | 76 | | | | |
| | 127 | 78 | | | | |
| 9 | 135 | 81 | 81 | 80,288402 | 0 | 0,506372 |
| 10 | 140 | 85 | 85 | 82,711018 | 0 | 5,239438 |
| <i>m=10</i> | <i>n=15</i> | | | | 17,833333 | 46,495925 |

Untuk mengisi kolom Kuadrat Galat dan Kuadrat Tuna Cocok pada baris $i=1$ adalah sebagai berikut:

Kolom Kuadrat Galat:

$$\sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 = \sum_{j=1}^{n_1} (Y_{1j} - \bar{Y}_1)^2 = \sum_{j=1}^1 (Y_{1j} - \bar{Y}_1)^2 = (59 - 59)^2 = 0$$

Kolom Kuadrat Tuna Cocok:

$$n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 = n_1 (\bar{Y}_1 - \hat{Y}_1)^2 = 1 \times (59 - 58,484855)^2 = 0,265375$$

Untuk mengisi kolom Kuadrat Galat dan Kuadrat Tuna Cocok pada baris $i=2$ adalah sebagai berikut:

Kolom Kuadrat Galat:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 &= \sum_{j=1}^{n_2} (Y_{2j} - \bar{Y}_2)^2 \\ &= \sum_{j=1}^3 (Y_{2j} - \bar{Y}_2)^2 \\ &= (60 - 63,333333)^2 + (62 - 63,333333)^2 + (65 - 63,333333)^2 \\ &= 12,666667 \end{aligned}$$

Kolom Kuadrat Tuna Cocok:

$$n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 = n_2 (\bar{Y}_2 - \hat{Y}_2)^2 = 3 \times (62,333333 - 61,876518)^2 = 0,626042$$

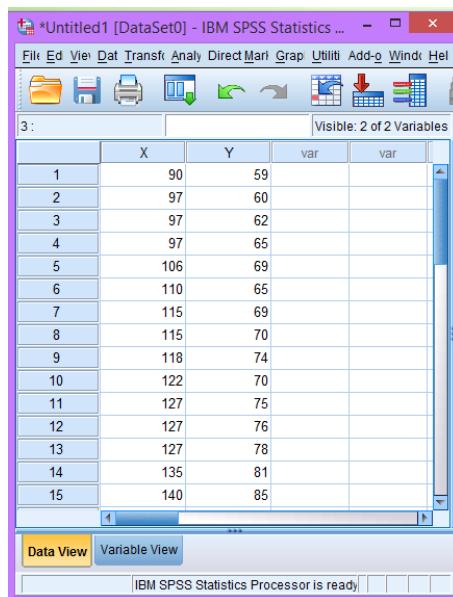
Baris-baris berikutnya diisi secara serupa.

Dari tabel terlihat bahwa $JK_{PE} = 46,495925$ dan $JK_{LOF} = 17,833333$, sama seperti yang telah dihitung di atas.

2.4.4 Menguji Linieritas dengan SPSS

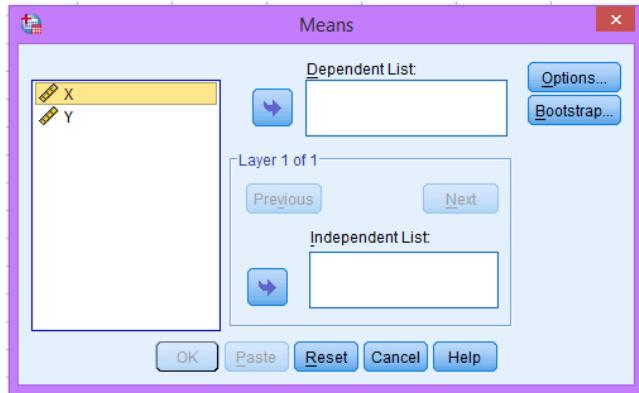
Uji linieritas dengan bantuan *software* SPSS dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah 1. *Input* data ke dalam lembar kerja SPSS sebagai berikut:

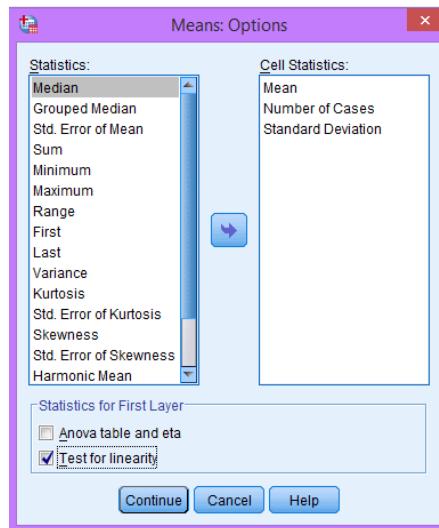


| | X | Y | var | var |
|----|-----|----|-----|-----|
| 1 | 90 | 59 | | |
| 2 | 97 | 60 | | |
| 3 | 97 | 62 | | |
| 4 | 97 | 65 | | |
| 5 | 106 | 69 | | |
| 6 | 110 | 65 | | |
| 7 | 115 | 69 | | |
| 8 | 115 | 70 | | |
| 9 | 118 | 74 | | |
| 10 | 122 | 70 | | |
| 11 | 127 | 75 | | |
| 12 | 127 | 76 | | |
| 13 | 127 | 78 | | |
| 14 | 135 | 81 | | |
| 15 | 140 | 85 | | |

Langkah 2. Klik menu **Analyze**, sorot **Compare Means**, lalu klik **Means**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Langkah 3. Pada kotak dialog di atas klik **X**, klik tombol sehingga masuk kotak **Independent(s)**. Selanjutnya, klik **Y** dan klik tombol sehingga masuk kotak **Dependent(s)**. Selanjutnya, pilih **Options**, checklist **Test for linearity**, maka akan tampak kotak dialog sebagai berikut:



Langkah 4. Klik **Continue**, lalu **Ok** maka akan muncul *output* sebagai berikut:

ANOVA Table

| | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|--------------------------|----------------|----|-------------|--------------|------|
| | (Combined) | 801,900 | 9 | 89,100 | 24,981 | ,001 |
| Y * Groups | Between Linearity | 755,404 | 1 | 755,404 | 211,796 | ,000 |
| X | Deviation from Linearity | 46,496 | 8 | 5,812 | 1,630 | ,306 |
| | Within Groups | 17,833 | 5 | 3,567 | | |
| | Total | 819,733 | 14 | | | |

Dari *output* di atas nilai F hitung dapat dilihat pada baris **Deviation from Linearity**, yakni $F_{hitung} = 1,630$, sama seperti yang diperoleh secara manual. Pada baris yang sama terlihat nilai $Sig. = 0,306$. Jika dipilih taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ maka H_0 diterima karena $Sig. > 0,05$. Jadi kesimpulannya terdapat hubungan linier antara X dan Y .

Catatan:

Untuk data pada Contoh 2.1, karena tidak ada pengulangan data X , maka tidak dapat dilakukan uji linieritas (uji *lack of fit*). Jika digunakan SPSS untuk menguji linieritas data tersebut maka *outputnya* sebagai berikut.

ANOVA Table^a

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

a. Too few cases - statistics for $Y * X$ cannot be computed.

Untuk menguji linieritasnya digunakan uji kesesuaian model (*model adequacy*) seperti yang telah dibahas pada Bagian 2.4.2.

2.4.5 Menguji Pengaruh dengan Uji F

Menguji signifikansi pengaruh variabel independen X terhadap variabel dependen Y sering menjadi ketertarikan utama bagi peneliti. Dalam model regresi linier sederhana

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

jika $\beta_1 = 0$ (atau tidak berbeda secara signifikan dengan 0), maka modelnya dapat disederhanakan menjadi

$$Y = \beta_0 + \varepsilon$$

Ini berarti tidak ada pengaruh dari variabel X terhadap Y karena X tidak ada di dalam model. Sebaliknya jika $\beta_1 \neq 0$ maka ada pengaruh dari X terhadap Y . Oleh karena itu, rumusan hipotesis untuk menguji pengaruh X terhadap Y adalah:

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ (tidak ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y)$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ (ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y).$$

Jika H_0 diterima, maka kesimpulannya *tidak ada pengaruh yang signifikan* dari variabel X terhadap variabel Y . Sebaliknya jika H_0 ditolak, maka kesimpulannya *terdapat pengaruh yang signifikan* dari variabel X terhadap variabel Y .

Jika sebelumnya kita telah menguji kesesuaian model dan kesimpulannya adalah modelnya sesuai, maka uji pengaruh perlu dilakukan sebagai uji lanjutan. Akan tetapi, jika modelnya tidak sesuai, maka uji pengaruh tidak perlu dilakukan karena kesimpulannya pasti tidak ada pengaruh. Uji pengaruh dapat dilakukan *tanpa terlebih dahulu* menguji kesesuaian model atau linieritas.

Untuk menguji hipotesis di atas dapat digunakan statistik uji F atau uji t . Meskipun perhitungannya berbeda, tetapi kesimpulannya akan selalu sama.

Hal ini karena dalam teori statistika *dapat dibuktikan* bahwa kuadrat dari distribusi t adalah distribusi F . Pada bagian ini akan dijelaskan pengujian dengan statistik uji F dan pada bagian berikutnya akan digunakan statistik uji t .

Langkah-langkah untuk menguji keberartian regresi dengan uji F adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ (tidak ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y)$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ (ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y).$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

di mana b_0 dan b_1 dirumuskan pada (2.5) dan (2.6).

- Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{Reg(\beta_0)} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n}$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1|\beta_0$):

$$JK_{Reg(\beta_1|\beta_0)} = JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_0)}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

- Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1|\beta_0$):

$$RK_{Reg(\beta_1|\beta_0)} = JK_{Reg(\beta_1|\beta_0)}$$

Catatan: Ruas kanan dari rumus di atas sebenarnya dibagi 1, tetapi tidak dituliskan.

- Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 2}$$

h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{\text{Reg}(\beta_1|\beta_0)}}{RK_{\text{Res}}}$$

Ringkasan beberapa langkah perhitungan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel Anava (analisis variansi) sebagai berikut:

Tabel 2.11 Tabel Anava untuk Menguji $H_0: \beta_1 = 0$.

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|-----------------------------------|------------------------------------|---------------|---|--|
| Regresi Full / Regresi(β) | JK_{Reg} | 2 | | |
| Regresi(β_0) | $JK_{\text{Reg}(\beta_0)}$ | 1 | | |
| Regresi($\beta_1 \beta_0$) | $JK_{\text{Reg}(\beta_1 \beta_0)}$ | 1 | $RK_{\text{Reg}(\beta_1 \beta_0)} = JK_{\text{Reg}(\beta_1 \beta_0)}$ | $F = \frac{RK_{\text{Reg}(\beta_1 \beta_0)}}{RK_{\text{Res}}}$ |
| Residual | JK_{Res} | $n - 2$ | $RK_{\text{Res}} = \frac{JK_{\text{Res}}}{n - 2}$ | |
| Total | JK_{Tot} | n | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Tetapkan taraf signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau yang lainnya. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 1$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 2$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Contoh 2.9 (Lanjutan Contoh 2.1-2.8: Menguji Pengaruh dengan Uji F)

Pada Contoh 2.1 telah dihitung

$\sum_{i=1}^n Y_i = 710$, $\sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010$, $\sum_{i=1}^n X_i Y_i = 83482$, $b_0 = 13,714788$ dan $b_1 = 0,493838$.

Langkah-langkah untuk menguji pengaruh variabel independen X (tingkat IQ) terhadap variabel dependen Y (hasil belajar mahasiswa) adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

$H_0: \beta_1 = 0$ (tidak ada pengaruh tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa)

$H_1: \beta_1 \neq 0$ (ada pengaruh tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa).

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010$$

b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ &= (13,714788)(710) + (0,493838)(83482) \\ &= 50964,086 \end{aligned}$$

c. Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{Reg(\beta_0)} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n} = \frac{(710)^2}{10} = 50410$$

d. Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1|\beta_0$):

$$JK_{Reg(\beta_1|\beta_0)} = JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_0)} = 50964,086 - 50410 = 554,086$$

e. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 51010 - 50964,086 = 45,914$$

f. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1|\beta_0$):

$$RK_{Reg(\beta_1|\beta_0)} = JK_{Reg(\beta_1|\beta_0)} = 554,086$$

g. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 2} = \frac{45,914}{10 - 2} = 5,739$$

h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg(\beta_1|\beta_0)}}{RK_{Res}} = \frac{554,086}{5,739} = 96,544$$

Hasil perhitungan di atas disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut.

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|-----------------------------------|----------------|---------------|-------------------|------------|
| Regresi Full / Regresi(β) | 50964,086 | 2 | | |
| Regresi(β_0) | 50410 | 1 | | |
| Regresi($\beta_1 \beta_0$) | 554,086 | 1 | 554,086 | 96,544 |
| Residual | 45,914 | 8 | 5,739 | |
| Total | 51010 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 1$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh nilai F tabel = 5,32

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 96,54 > 5,32 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Terdapat pengaruh yang signifikan dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa. ◆

2.4.6 Menguji Pengaruh dengan Uji F dengan SPSS

Sofware SPSS juga dapat digunakan untuk menguji hipotesis tentang pengaruh variabel independen X terhadap variabel dependen Y . Cara

menggunakan *software* SPSS seperti yang telah diuraikan pada Bagian 2.3.3. *Output* tabel Anova yang diperoleh pada Bagian 2.3.3 (Langkah 4) adalah sebagai berikut:

ANOVA^b

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|-------------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| 1 Regression | 554.086 | 1 | 554.086 | 96.544 | .000 ^a |
| Residual | 45.914 | 8 | 5.739 | | |
| Total | 600.000 | 9 | | | |

a. Predictors: (Constant), IQ

b. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Catatan: Total pada tabel Anova di atas yang dimaksud total adalah total terkoreksi, yakni $JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta_0)} = 51010 - 50410 = 600$.

Pada tabel Anova terlihat nilai F hitung = 96,544. Nilai F hitung ini sama seperti yang diperoleh dengan perhitungan secara manual pada Contoh 2.9. Pada kolom terakhir (kolom **Sig.**) terlihat angka 0.000. Bandingkan angka ini dengan taraf signifikansi α yang kita tetapkan. Ketentuannya adalah **tolak H_0 jika $Sig < \alpha$** . Sebagai contoh, jika dipilih $\alpha = 0,05$ maka H_0 kita tolak, sehingga kesimpulannya adalah terdapat pengaruh yang signifikan dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa.

2.4.7 Menguji Pengaruh dengan Uji t

Selain menggunakan statistik uji F , untuk menguji hipotesis pengaruh dapat digunakan uji t dengan rumus:

$$t = \frac{b_1 \sqrt{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}}{s} \quad (2.20)$$

di mana

$$s = \sqrt{\frac{JK_{\text{Res}}}{n - 2}},$$

lihat rumus (2.15).

Ingat bahwa untuk menguji pengaruh variabel X terhadap Y rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ (tidak ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y)$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ (ada pengaruh } X \text{ terhadap } Y).$$

Kriteria uji yang digunakan adalah:

Tolak H_0 jika $|t| > t_{\alpha/2}$

di mana $t_{\alpha/2}$ didapat dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2$. Simbol $|t|$ (dibaca harga mutlak t) nilainya selalu positif. Jika didapat nilai t hitung negatif, maka harga mutlaknya diperoleh dengan menghilangkan tanda negatif, setelah itu dibandingkan dengan nilai t tabel ($t_{\alpha/2}$).

Simbol $|t| > t_{\alpha/2}$ equivalen dengan $t > t_{\alpha/2}$ atau $t < -t_{\alpha/2}$. Oleh karena itu, kriteria uji dapat juga dinyatakan sebagai:

Tolak H_0 jika $t > t_{\alpha/2}$ atau $t < -t_{\alpha/2}$.

Perhatikan juga bahwa di sini setelah kita menentukan taraf signifikansi α , ketika melihat pada tabel distribusi t , kita terlebih dahulu membagi α dengan 2.

Catatan:

Kita juga dapat menguji pengaruh positif dari variabel X terhadap variabel Y . Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 \leq 0$$

$$H_1: \beta_1 > 0$$

Kriteria uji yang digunakan adalah:

Tolak H_0 jika $t > t_\alpha$

di mana t_α didapat dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2$. Ingat bahwa di sini kita tidak membagi α dengan 2 ketika melihat tabel.

Sebaliknya kita juga dapat menguji pengaruh negatif dari variabel X terhadap variabel Y . Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 \geq 0$$

$$H_1: \beta_1 < 0$$

Kriteria uji yang digunakan adalah:

Tolak H_0 jika $t < -t_\alpha$

di mana t_α didapat dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2$.

Contoh 2.10 (Lanjutan Contoh 2.1-2.9: Menguji Pengaruh dengan Uji t)

Pada Contoh 2.9 telah diuji pengaruh tingkat IQ (X) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y), yakni menguji hipotesis $H_0: \beta_1 = 0$ lawan $H_1: \beta_1 \neq 0$, dengan menggunakan uji F , dan kesimpulannya H_0 ditolak pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$. Pada contoh ini akan diuji lagi hipotesis tersebut dengan menggunakan uji t . Pada Contoh 2.1, dengan $n = 10$, kita telah memperoleh:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1160, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832, \quad b_1 = 0,493838 \text{ dan } s = 2,396.$$

Dengan menggunakan rumus (2.20) kita peroleh t hitung sebagai berikut:

$$t = \frac{b_1 \sqrt{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}}{s} = \frac{(0,493838) \sqrt{136832 - \frac{1160^2}{10}}}{2,396} = 9,825$$

sehingga $|t| = |9,825| = 9,825$. Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh nilai $t_{\alpha/2} = t_{0,05/2} = t_{0,025} = 2,3060$. Karena $|t| > t_{\alpha/2}$ maka H_0 ditolak. Jadi kesimpulannya terdapat pengaruh yang signifikan dari tingkat IQ terhadap hasil mahasiswa. Perhatikan bahwa kesimpulannya sama seperti ketika kita menggunakan statistik uji F pada Contoh 2.9.

Selanjutnya karena kita mendapatkan nilai b_1 positif, maka kita juga bisa menguji pengaruh positif dari IQ terhadap hasil belajar mahasiswa, yakni menguji $H_0: \beta_1 \leq 0$ lawan $H_1: \beta_1 > 0$. Nilai t hitung yang digunakan sama seperti nilai t hitung di atas. Yang berbeda adalah nilai t tabelnya. Untuk menguji pengaruh positif, jika dipilih $\alpha = 0,05$ dengan derajat bebas $n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh t tabel $t_{\alpha} = t_{0,05} = 1,8595$. Karena t hitung $>$ t tabel, maka H_0 ditolak, dan kesimpulannya terdapat pengaruh positif yang signifikan dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa.

2.4.8 Menguji Pengaruh dengan Uji t dengan SPSS

Kita juga dapat menggunakan *software* SPSS untuk menguji keberartian regresi dengan uji t . Cara menggunakan *software* SPSS seperti yang telah diuraikan pada Bagian 2.3.3. *Output Coefficient* yang diperoleh pada Bagian 2.3.3 (Langkah 4) adalah sebagai berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | <i>t</i> | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|----------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 (Constant) | 13.715 | 5.879 | | 2.333 | .048 |
| IQ | .494 | .050 | .961 | 9.826 | .000 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Pada kolom *t* dan baris IQ terlihat nilai *t* hitung = 9,826 (Hasil perhitungan secara manual *t* hitung = 9,825, perbedaan dikarenakan adanya pembulatan pada perhitungan secara manual). Selanjutnya pada kolom Sig. baris kedua terlihat angka .000. Ini berarti jika dipilih taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ maka H_0 ditolak. Kesimpulannya adalah terdapat pengaruh positif yang signifikan dari tingkat IQ terhadap hasil belajar mahasiswa.

2.4.9 Menguji Intercept

Menguji *intercept* diperlukan jika kita ingin tahu apakah β_0 perlu dimasukkan ke dalam model regresi atau tidak. Rumusan hipotesisnya adalah:

$$\begin{aligned} H_0: \beta_0 &= 0 \\ H_1: \beta_0 &\neq 0 \end{aligned}$$

Jika ternyata H_0 diterima ($\beta_0 = 0$), maka β_0 tidak perlu dimasukkan ke dalam model, tetapi jika H_0 ditolak maka β_0 harus dimasukkan dalam model.

Statistik uji yang digunakan untuk menguji *intercept* (β_0) adalah uji F atau uji t . Langkah-langkah untuk menguji *intercept* dengan uji F agak mirip dengan langkah-langkah untuk menguji pengaruh (β_1). Berikut ini akan diberikan contoh. **Amati perbedaan rumusnya** dengan uji pengaruh.

Contoh 2.11 (Lanjutan Contoh 2.1-2.10: Menguji Intercept)

Pada contoh ini akan diuji hipotesis apakah *intercept* β_0 berbeda dengan nol secara signifikan atau tidak. Pada Contoh 2.1 telah dihitung

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 710, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832, \quad \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 83482, \\ b_0 = 13,714788 \text{ dan } b_1 = 0,493838.$$

Langkah-langkah untuk menguji *intercept* adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

$$\begin{aligned} H_0: \beta_0 &= 0 \\ H_1: \beta_0 &\neq 0 \end{aligned}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010$$

b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned}
 JK_{Reg} &= b_0 \sum_{i=1}^n Y_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\
 &= (13,714788)(710) + (0,493838)(83482) \\
 &= 50964,086
 \end{aligned}$$

c. Hitung jumlah kuadrat regresi(β_1):

$$JK_{Reg(\beta_1)} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i Y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n X_i^2} = \frac{(83482)^2}{136832} = 50932,854$$

d. Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_0|\beta_1$):

$$\begin{aligned}
 JK_{Reg(\beta_0|\beta_1)} &= JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_1)} = 50964,086 - 50932,854 \\
 &= 31,232
 \end{aligned}$$

e. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 51010 - 50964,086 = 45,914$$

f. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_0|\beta_1$):

$$RK_{Reg(\beta_0|\beta_1)} = JK_{Reg(\beta_0|\beta_1)} = 31,232$$

g. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-2} = \frac{45,914}{10-2} = 5,739$$

h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg(\beta_0|\beta_1)}}{RK_{Res}} = \frac{31,232}{5,739} = 5,44$$

Hasil perhitungan di atas disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut.

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|-----------------------------------|----------------|---------------|-------------------|------------|
| Regresi Full / Regresi(β) | 50964,086 | 2 | | |

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|------------------------------|----------------|---------------|-------------------|----------|
| Regresi(β_1) | 50932,854 | 1 | | |
| Regresi($\beta_0 \beta_1$) | 31,232 | 1 | 31,232 | 5,44 |
| Residual | 45,914 | 8 | 5,739 | |
| Total | 51010 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 1$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh nilai F tabel = 5,32.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena $F \text{ hitung} = 5,44 > 5,32 = F \text{ tabel}$, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Intercept β_0 perlu dimasukkan ke dalam model.

2.4.10 Menguji Intercept dengan SPSS

Kita juga dapat menggunakan software SPSS untuk menguji intercept dengan uji t. Cara menggunakan software SPSS seperti yang telah diuraikan pada Bagian 2.3.3. Output Coefficient yang kita peroleh pada Bagian 2.3.3 (Langkah 4) adalah sebagai berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|------|-------|------|
| | B | Std. Error | | | |
| 1 (Constant) | 13.715 | 5.879 | | 2.333 | .048 |
| | .494 | .050 | .961 | 9.826 | .000 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Pada kolom t baris pertama terlihat nilai t hitung = 2,333. Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ H_0 ditolak karena $\text{Sig.} < 0,05$. Kesimpulannya adalah intercept perlu dimasukkan ke dalam model.

2.5 Interval Konfidensi untuk β_0 dan β_1

Nilai-nilai estimator untuk β_0 dan β_1 sangat tergantung pada data sampel yang kita peroleh. Jika eksperimen dapat diulang, maka data sampel yang kita peroleh mungkin akan sedikit berbeda dengan data sampel sebelumnya. Jika data yang baru digunakan untuk mengestimasi β_0 dan β_1 , maka kemungkinan besar hasilnya akan berbeda dengan hasil sebelumnya. Sesungguhnya ada suatu interval untuk estimator β_0 dan β_1 yang dinamakan interval konfidensi.

Dengan asumsi sebagaimana pada uji hipotesis, interval konfidensi $100(1-\alpha)\%$ untuk β_0 dirumuskan sebagai

$$(b_0 - t_{\alpha/2} SE(b_0), b_0 + t_{\alpha/2} SE(b_0)) \quad (2.21)$$

di mana

$$SE(b_0) = s \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}}, \quad (2.22)$$

sedangkan interval konfidensi untuk β_1 dirumuskan sebagai:

$$(b_1 - t_{\alpha/2} SE(b_1), b_1 + t_{\alpha/2} SE(b_1)) \quad (2.23)$$

di mana

$$SE(b_1) = s \sqrt{\frac{n}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}} \quad (2.24)$$

dan $t_{\alpha/2}$ didapat dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2$.

Contoh 2.12 (Lanjutan Contoh 2.1-2.11: Interval Konfidensi)

Dari Contoh 2.1, dengan $n = 10$, kita mendapatkan fakta-fakta:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1160, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832,$$

$b_0 = 13,715$, $b_1 = 0,494$ dan $s = 2,395666$.

Juga, dengan $\alpha = 0,05$, dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2 = 10 - 2 = 8$ kita peroleh nilai $t_{\alpha/2} = t_{0,05/2} = t_{0,025} = 2,306$.

Dengan menggunakan rumus (2.22) standar error untuk b_0 adalah:

$$SE(b_0) = s \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}} = 2,395666 \sqrt{\frac{136832}{10(136832) - 1160^2}} = 5,679169$$

Maka, dengan menggunakan rumus (2.21) interval konfidensi konfidensi $100(1 - \alpha)\% = 100(1 - 0,05)\% = 95\%$ untuk β_0 adalah:

$$\begin{aligned} & (b_0 - t_{\alpha/2} SE(b_0), b_0 + t_{\alpha/2} SE(b_0)) \\ &= (13,71479 - 2,3060 \times 5,679169, 13,71479 + 2,3060 \times 5,679169) \\ &= (0,157, 27,272) \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus (2.24) standar error untuk b_1 adalah:

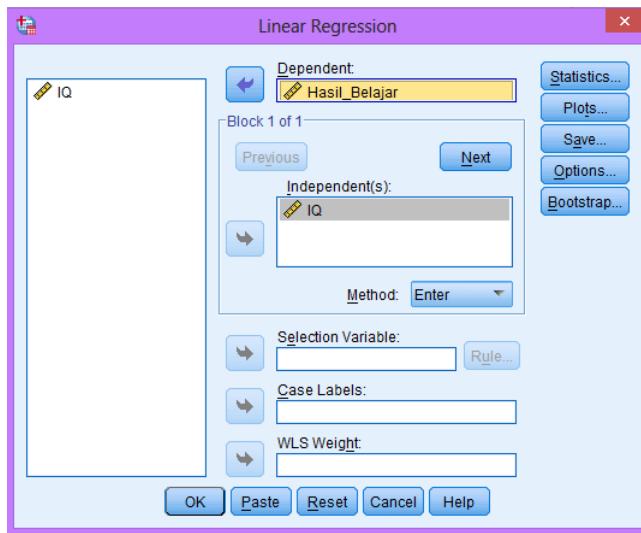
$$SE(b_1) = s \sqrt{\frac{n}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}} = 2,395666 \sqrt{\frac{10}{10(136832) - 1160^2}} = 0,05026$$

Maka, dengan menggunakan rumus (2.23) interval konfidensi 95% untuk β_1 adalah:

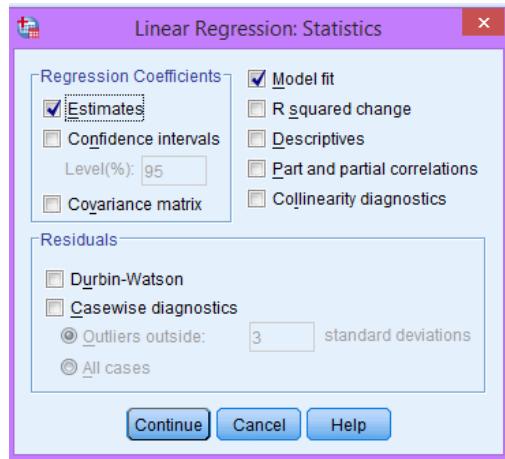
$$\begin{aligned} & (b_1 - t_{\alpha/2} SE(b_1), b_1 + t_{\alpha/2} SE(b_1)) \\ &= (0,494 - 2,3060 \times 0,05026, 0,494 + 2,3060 \times 0,05026) \\ &= (0,378, 0,610) \end{aligned}$$

2.5.1 Menentukan Interval Konfidensi dengan SPSS

Software SPSS dapat digunakan untuk mengonstruksi interval konfidensi untuk β_0 dan β_1 . Cara menggunakan software SPSS mirip seperti yang telah diuraikan pada Bagian 2.3.3, hanya saja ada sedikit modifikasi. Perhatikan bahwa pada Langkah 3 muncul tampilan sebagai berikut:



Langkah selanjutnya, klik **Statistics** maka akan muncul tampilan berikut:



Selanjutnya *check list Confidence Intervals*, klik **Continue**, lalu **OK**, maka akan muncul *output* sebagai berikut:

| Model | Coefficients ^a | | | | | | |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95.0% Confidence Interval for B | |
| | B | Std. Error | Beta | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1 (Constant) | 13.715 | 5.879 | | 2.333 | .048 | .157 | 27.272 |
| IQ | .494 | .050 | .961 | 9.826 | .000 | .378 | .610 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Dari dua kolom terakhir kita menyimpulkan bahwa interval konfidensi 95% untuk β_0 adalah (0,157 , 27,272) dan interval konfidensi 95% untuk β_1 adalah (0,378 , 0,610). Perhatikan bahwa hasilnya sama seperti yang kita hitung secara manual.

2.5.2 Hubungan Interval Konfidensi dan Uji Hipotesis

Terdapat hubungan antara interval konfidensi dan kesimpulan uji hipotesis $H_0: \beta_0 = 0$ lawan $H_1: \beta_0 \neq 0$. Jika interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk β_0 tidak memuat 0, maka kita dapat menyimpulkan bahwa H_0 ditolak pada taraf signifikansi α . Pada Contoh 2.12 kita peroleh interval konfidensi 95% ($\alpha = 0,05$) untuk β_0 , yakni (0,157 , 22,272). Karena interval ini tidak memuat 0, maka tanpa melakukan uji hipotesis kita dapat menyimpulkan bahwa hipotesis $H_0: \beta_0 = 0$ ditolak pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$. Secara serupa pada Contoh 2.12 telah diperoleh interval konfidensi 95% untuk β_1 (0,378 , 0,610). Karena interval ini tidak memuat 0, maka kita dapat menyimpulkan bahwa hipotesis $H_0: \beta_1 = 0$ ditolak pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$.

2.6 Koefisien Determinasi

Cara lain untuk melihat kesesuaian model regresi linier adalah mengukur kontribusi yang diberikan oleh variabel X dalam memprediksi nilai Y . Untuk keperluan ini, kita mengukur seberapa banyak penyimpangan dalam

memprediksi Y dapat dikurangi dengan menggunakan data atau informasi yang diberikan oleh X .

Jika kita menganggap X tidak memberi kontribusi apa pun dalam memprediksi Y maka prediksi terbaik untuk nilai Y adalah \bar{Y} (rata-rata sampel Y). Jumlah kuadrat penyimpangannya adalah:

$$J_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} \quad (2.25)$$

Sekarang anggap kita menggunakan $\hat{Y} = b_0 + b_1 X$ untuk memprediksi Y (di sini ada kontribusi dari X). Maka, jumlah kuadrat penyimpangannya adalah:

$$JK_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (2.26)$$

Perhatikan bahwa rumus (2.26) ini ekuivalen dengan rumus (2.14) Dua hal penting dapat kita simpulkan:

1. Jika variabel X tidak (atau hanya sedikit) memberi kontribusi dalam memprediksi nilai Y maka J_{YY} dan JK_{Res} nilainya hampir sama.
2. Jika variabel X memberi banyak kontribusi dalam memprediksi Y maka JK_{Res} nilainya akan *lebih kecil* dibanding dengan J_{YY} .

Selanjutnya proporsi pengurangan dalam jumlah kuadrat penyimpangan yang diberikan oleh X terhadap J_{YY} adalah:

$$\frac{J_{YY} - JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (2.27)$$

Perhatikan bahwa J_{YY} adalah ‘total variasi sampel’ dari data variabel dependen di sekitar \bar{Y} , sedangkan JK_{Res} adalah ‘sisa variabilitas sampel yang tidak terjelaskan’ oleh \hat{Y} . Jadi selisih ($J_{YY} - JK_{\text{Res}}$) adalah

‘variabilitas sampel yang dijelaskan’ oleh X yang mempunyai hubungan linier dengan Y . Dengan kata-kata rumus (2.27) dapat dinyatakan bahwa:

$$\begin{aligned} \frac{J_{YY} - JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} &= \frac{\text{Variasi dalam sampel yang dijelaskan oleh } X}{\text{Total variasi dalam sampel}} \\ &= \text{Proporsi total variasi dalam sampel yang dijelaskan} \\ &\quad \text{oleh hubungan linier} \end{aligned}$$

Proporsi di atas dinamakan **koefisien determinasi**. Jadi, definisi umum koefisien determinasi, disimbolkan dengan R^2 , adalah:

$$R^2 = \frac{J_{YY} - JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (2.28)$$

Sebagai contoh, jika $R^2 = 0,6$ maka jumlah kuadrat selisih Y dan \bar{Y} direduksi sebesar 60% dengan penggunaan \hat{Y} (sebagai pengganti dari \bar{Y}) untuk memprediksi Y . Dengan kata lain 60% variasi dalam Y dapat dijelaskan oleh X melalui model regresi linier.

Dalam analisis *regresi linier sederhana* dapat dibuktikan bahwa *koefisien determinasi sama dengan kuadrat dari koefisien korelasi r*, yakni:

$$R^2 = r^2 \quad (2.29)$$

di mana

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}}$$

Catatan Penting:

Penggunaan istilah koefisien korelasi di sini sebenarnya **kurang tepat** karena kita mengasumsikan bahwa variabel X bukan variabel acak. Secara teori jika X bukan variabel acak, maka koefisien korelasi antara X dan Y sama dengan 0. Koefisien korelasi di sini dimaknai sebagai **ukuran**

ketergantungan linier antara data X dan Y. Dalam kasus X bukan acak juga tidak relevan untuk menguji koefisien korelasi. Penggunaan istilah koefisien korelasi yang tepat akan dijumpai pada Bagian 2.8.

Dapat ditunjukkan bahwa nilai dari R^2 berkisar antara 0 dan 1. Nilai R^2 yang besar yang dihitung dari data sampel tidak berarti bahwa model yang diperoleh sesuai untuk semua data dalam populasi. Sebagai contoh, jika kita hanya menggunakan 2 data dalam analisis regresi linier sederhana maka kita akan selalu memperoleh $R^2 = 1$. Demikian juga secara umum jika kita menggunakan k data dalam analisis regresi dengan k parameter ($k - 1$ variabel independen), maka kita akan selalu mendapatkan $R^2 = 1$. Dalam praktik jika kita akan membuat model yang baik untuk memprediksi nilai Y tentunya kita akan mengambil data yang lebih banyak dari banyaknya parameter, dan ini tidak ada jaminan bahwa koefisien determinasinya akan sama dengan 1. Untuk itu, lebih disukai menggunakan koefisien determinasi yang lain, yakni *adjusted coefficient of determination*, dinotasikan dengan R_a^2 , dirumuskan sebagai berikut:

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{Res}}{J_{YY}} \right)$$

atau

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] (1 - R^2) \quad (2.30)$$

di mana k adalah banyaknya variabel independen (untuk regresi linier sederhana $k = 1$).

Koefisien determinasi R^2 dan R_a^2 mempunyai interpretasi yang sama. Nilai R_a^2 lebih kecil atau sama dengan R^2 . Nilai R_a^2 tidak dapat dibuat sama dengan 1 dengan cara menambah banyaknya variabel independen. Oleh karena itu, dalam analisis lebih disukai nilai R_a^2 dari pada R^2 . Nilai R_a^2 akan semakin mendekati nilai R^2 jika ukuran sampel n semakin besar.

Contoh 2.13 (Lanjutan Contoh 2.1-2.12: Menentukan Koefisien Determinasi)

Pada Contoh 2.1 kita telah memodelkan hubungan antara tingkat IQ (X) dan hasil belajar mahasiswa (Y) dengan menggunakan model regresi linier sederhana. Pada contoh tersebut telah dihitung

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 710 \text{ dan } \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010.$$

Dengan menggunakan rumus (2.25) diperoleh

$$J_{YY} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} = 51010 - \frac{(710)^2}{10} = 600$$

Pada Contoh 2.2 telah dihitung

$$JK_{Res} = 45,913732$$

Dengan menggunakan rumus (2.28), diperoleh koefisien determinasi

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{Res}}{J_{YY}} = 1 - \frac{45,913732}{600} = 0,923477$$

Ini berarti bahwa sekitar 92% variasi nilai Y dapat dijelaskan oleh variabel X .

Jika kita gunakan rumus (2.30) dengan $n = 10$ dan $k = 1$ diperoleh *adjusted* koefisien determinasi

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{10-1}{10-(1+1)} \right] (1 - 0,923477) = 0,913912 \approx 0,914$$

Terlihat bahwa R_a^2 sedikit lebih kecil dari R^2 . ◆

Menentukan Koefisien Determinasi dengan SPSS

Nilai koefisien determinasi dan *adjusted* koefisien determinasi dapat dilihat langsung dari *output software* SPSS. Pada Bagian 2.3.3 telah diperoleh *output* SPSS sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .961 ^a | .923 | .914 | 2.396 |

a. Predictors: (Constant), IQ

Nilai $R^2 = 0,923$ dan nilai Adjusted $R^2 = 0,914$ dapat dilihat pada kolom ketiga dan keempat.

2.7 Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi

Salah satu tujuan dari analisis regresi adalah untuk prediksi. Agar hasil prediksinya akurat, maka asumsi-asumsi dalam model regresi harus dipenuhi, yakni *mean* galat acak sama dengan 0, memiliki variansi konstan (homoskedastik), tidak berkorelasi atau saling independen, dan berdistribusi normal. Selain itu, harus dipastikan bahwa penggunaan model regresi linier adalah sesuai dengan menguji kesesuaian model (*model adequacy*) atau menguji linieritas (*lack of fit*).

Setelah diperoleh model hubungan yang sesuai antara variabel independen X dan variabel tak dependen Y , maka selanjutnya kita dapat menggunakan model tersebut untuk *mengestimasi* dan *memprediksi*. Model yang telah diperoleh dapat digunakan untuk *mengestimasi mean* dari Y , yakni $E(Y)$, untuk suatu nilai X yang diketahui. Model juga dapat digunakan untuk *memprediksi* nilai Y dalam sebuah eksperimen dengan nilai X yang ditetapkan.

Pada Contoh 2.1 telah diperoleh estimasi model hubungan antara tingkat IQ (X) dengan hasil belajar mahasiswa (Y) sebagai berikut:

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

Kita dapat menggunakan model ini untuk mengestimasi $E(Y)$ maupun memprediksi nilai Y . Sebagai contoh, jika dipilih $X = 145$, maka $\hat{Y} = 13,715 + 0,494(145) = 85,345$. Kita dapat menggunakan angka

tersebut (85,345) untuk mengestimasi $E(Y)$ dan juga untuk memprediksi Y , tetapi ada perbedaan dalam akurasi.

Ketika mengestimasi $E(Y)$ dan memprediksi nilai Y dengan angka 85,345 sebenarnya kita telah menggunakan data sampel yang sudah ada. Seandainya kita mengulangi eksperimen atau melakukan observasi ulang beberapa kali, maka akan diperoleh nilai-nilai yang berbeda untuk mengestimasi $E(Y)$ dan memprediksi Y . Variasi nilai-nilai ini dapat diukur dengan standar deviasinya, dan standar deviasi ini dapat dijadikan sebagai ukuran keakuratan dalam mengestimasi $E(Y)$ maupun memprediksi Y .

Standar deviasi untuk mengestimasi $E(Y)$ dengan \hat{Y} berbeda dengan standar deviasi untuk memprediksi Y dengan \hat{Y} .

Standar deviasi untuk mengestimasi $E(Y)$ dengan \hat{Y} jika nilai X diketahui (misalnya $X = X_p$) dirumuskan dengan:

$$SE(\hat{Y}) = \sigma \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{J_{xx}}} \quad (2.31)$$

di mana σ adalah simpangan baku galat acak (dalam praktik σ diestimasi dengan s) dan

$$J_{xx} = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \quad (2.32)$$

Kuantitas $SE(\hat{Y})$ ini dinamakan *standar error* dari \hat{Y} .

Standar deviasi untuk memprediksi Y dengan \hat{Y} jika nilai X diketahui (misalnya $X = X_p$) dirumuskan dengan

$$SE(Y - \hat{Y}) = \sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{J_{xx}}} \quad (2.33)$$

Kuantitas $SE(Y - \hat{Y})$ ini dinamakan *standar error prediksi*. Dalam praktik pada umumnya σ tidak diketahui dan dapat diestimasi dengan simpangan baku residual s , lihat rumus (2.15).

Dengan diketahuinya *standar error* dari \hat{Y} dan *standar error prediksi*, maka kita dapat mengonstruksi interval konfidensi untuk $E(Y)$ maupun Y . Interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk $E(Y)$ jika $X = X_p$ adalah

$$(\hat{Y} - t_{\alpha/2} SE(\hat{Y}), \quad \hat{Y} + t_{\alpha/2} SE(\hat{Y})) \quad (2.34)$$

sedangkan interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk Y jika $X = X_p$ adalah

$$(\hat{Y} - t_{\alpha/2} SE(Y - \hat{Y}), \quad \hat{Y} + t_{\alpha/2} SE(Y - \hat{Y})) \quad (2.35)$$

di mana $t_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - 2$.

Contoh 2.14 (Lanjutan Contoh 2.1-2.13: Mengestimasi $E(Y)$ dan Memprediksi Y)

Pada Contoh 2.1 telah diperoleh hubungan linier antara tingkat IQ (X) dan hasil belajar mahasiswa (Y), yakni

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

Pada contoh tersebut $n = 10$ dan telah dihitung

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1160, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832, \quad \bar{X} = 116.$$

Pada Contoh 2.2 telah diperoleh $s = 2,396$. Dengan menggunakan rumus (2.32) diperoleh

$$J_{xx} = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} = 136832 - \frac{1160^2}{10} = 2272.$$

Sebagai contoh jika $X = X_p = 145$, maka:

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494(145) = 85,3.$$

Jika kita akan *mengestimasi* rata-rata hasil belajar mahasiswa yang memiliki tingkat IQ 145 ($X_p = 145$), maka dengan menggunakan rumus (2.31) standar *error*-nya adalah

$$\begin{aligned} SE(\hat{Y}) &= \sigma \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{JK_{xx}}} \\ &\approx s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{JK_{xx}}} \\ &= 2,396 \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{(145 - 116)^2}{2272}} \\ &= 1,643 \end{aligned}$$

sedangkan jika kita ingin *memprediksi* hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 145 maka dengan menggunakan rumus (2.33) standar *error* prediksinya adalah

$$\begin{aligned} SE(Y - \hat{Y}) &= \sigma \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{J_{xx}}} \\ &\approx s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_p - \bar{X})^2}{J_{xx}}} \\ &= 2,396 \sqrt{1 + \frac{1}{10} + \frac{(145 - 116)^2}{2272}} \\ &= 2,905 \end{aligned}$$

Dengan $\alpha = 0,05$ atau $\alpha/2 = 0,025$ dan derajat bebas $n - 2 = 10 - 2 = 8$ maka tabel nilai $t_{\alpha/2} = 2,306$. Dengan menggunakan rumus (2.34) interval konfidensi $100(1 - \alpha)\% = 95\%$ untuk $E(Y)$ adalah

$$\begin{aligned} (\hat{Y} - t_{\alpha/2} SE(\hat{Y})) , \hat{Y} + t_{\alpha/2} SE(\hat{Y}) &= (85,345 - 2,306(1,643)) , 85,345 + 2,306(1,643)) \\ &= (81,56 , 89,13) \end{aligned}$$

dan dengan menggunakan rumus (2.35) interval konfidensi 95% untuk Y adalah

$$(\hat{Y} - t_{\alpha/2} SE(Y - \hat{Y}), \hat{Y} + t_{\alpha/2} SE(Y - \hat{Y}) = (85,345 - 2,306(2,905), 85,345 - 2,306(2,905)) \\ = (78,65, 92,04)$$

Jadi interval konfidensi 95% untuk *mean* hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 145 berkisar antara 81,56 dan 89,13, sedangkan interval konfidensi 95% untuk hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 145 berkisar 78,65 dan 92,04. Perhatikan bahwa kita lebih akurat dalam mengestimasi *mean* hasil belajar mahasiswa (karena interval konfidensinya lebih sempit) dibanding dalam memprediksi hasil belajar mahasiswa (karena interval konfidensinya lebih lebar).

2.8 Hubungan antara Regresi dan Korelasi

Sampai Bagian 2.7 variabel independen X diasumsikan bukan variabel acak dan diobservasi dengan kekeliruan yang dapat diabaikan, dan pada Bagian 2.7 kita telah mempelajari bagaimana menggunakan persamaan garis regresi untuk memprediksi variabel dependen Y . Dalam aplikasi sering terjadi variabel X dan Y *keduanya acak*, atau variabel X diukur dengan kekeliruan yang *tidak dapat diabaikan*. Untuk kasus pertama biasanya kurang menarik untuk membuat prediksi, yang lebih menarik adalah melihat struktur hubungan dan keeratan (kuat lemahnya) hubungan linier antara X dan Y . Akan tetapi, jika ternyata hubungan linier antara X dan Y sangat kuat, maka membuat prediksi juga dapat dilakukan, tetapi jika hubungan liniernya lemah maka prediksi tidak akan akurat.

Dalam kasus X dan Y keduanya acak maka $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ merupakan sampel acak dari suatu distribusi bersama dari X dan Y . Dalam pembahasan di bagian ini akan diasumsikan bahwa X dan Y berdistribusi normal bivariat. Dengan asumsi tersebut dan jika

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

dapat dibuktikan bahwa distribusi bersyarat dari Y diberikan $X = x$ adalah normal dengan *mean* bersyarat

$$E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (2.36)$$

dan variansi bersyarat

$$\text{Var}(Y|x) = \sigma^2 \quad (2.37)$$

Ingat bahwa pada kasus X bukan variabel acak

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$$

dan $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2$ yang berimplikasi pada $\text{Var}(Y) = \sigma^2$. Jadi ada kemiripan dalam model regresi linier untuk kasus X acak dan bukan acak. Persamaannya adalah pada kasus X acak regresi linier X terhadap Y jika diketahui $X = x$ sama dengan regresi linier X yang bukan acak terhadap Y . Perbedaannya adalah pada kasus X acak sampel $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ merupakan sampel acak dari suatu distribusi bersama dari X dan Y , sedangkan pada kasus X bukan acak pada sampel $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ hanya Y yang acak, variabel X bahkan dapat dipilih sesuai keperluan peneliti.

Dalam kasus X dan Y keduanya acak kita dapat menentukan suatu kuantitas yang menyatakan keeratan hubungan linier antara X dan Y yang dinamakan dengan **koefisien korelasi** yang didefinisikan sebagai

$$\rho = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

di mana σ_{XY} adalah kovarian antara X dan Y , σ_X adalah simpangan baku dari X , dan σ_Y adalah simpangan baku dari Y . Secara umum rumus koefisien korelasi ρ tidak mensyaratkan X dan Y berdistribusi normal. Jika X dan Y berdistribusi normal bivariat dan X dan Y memenuhi hubungan regresi linier sederhana

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

maka dapat dibuktikan bahwa

$$\beta_1 = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \rho$$

Di sini $\rho = 0$ jika $\beta_1 = 0$, yakni koefisien korelasi sama dengan 0 jika tidak ada hubungan linier antara X dan Y . Nilai ρ positif jika β_1 positif, dan ρ negatif jika β_1 negatif. Dapat pula dibuktikan

$$-1 \leq \rho \leq 1$$

Nilai $\rho = \pm 1$ jika terdapat hubungan linier sempurna antara X dan Y . Semakin mendekati 0 nilai ρ maka semakin lemah hubungan linier antara X dan Y , semakin mendekati ± 1 nilai ρ maka semakin kuat hubungan linier antara X dan Y .

Koefisien korelasi ρ dapat diestimasi dengan koefisien korelasi sampel yang dirumuskan sebagai

$$r = \frac{J_{XY}}{\sqrt{J_{XX} J_{YY}}} \quad (2.38)$$

di mana

$$J_{XX} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n}$$

$$J_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n}$$

dan

$$J_{XY} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i = \sum_{i=1}^n XY - \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

Dapat diperiksa bahwa

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}} \quad (2.39)$$

Rumus ini dikenal dengan rumus koefisien korelasi *product moment* dari Pearson. Untuk menghitung koefisien korelasi sampel r juga tidak mensyaratkan X dan Y berdistribusi normal. Syarat normalitas diperlukan jika kita ingin menguji hipotesis tentang ρ .

Sebagai estimator dari ρ nilai koefisien korelasi sampel r berkisar antara -1 sampai 1 . Jika $r = 0$, maka tidak ada hubungan linier antara variabel X dan Y . Jika r mendekati 0 , maka hubungan linier antara X dan Y lemah. Semakin dekat nilai r dengan 1 atau -1 semakin kuat hubungan linier antara X dan Y . Jika $r = 1$ atau $r = -1$, maka semua sampel berada pada garis regresi. Nilai r yang positif menunjukkan adanya hubungan linier positif antara X dan Y , dalam arti semakin besar X semakin besar pulai Y . Nilai r yang negatif menunjukkan adanya hubungan linier negatif antara X dan Y , dalam arti jika semakin besar X , maka nilai Y justru semakin kecil.

Dalam kasus X acak parameter β_0 dan β_1 juga dapat diestimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yang menghasilkan seperti pada rumus (2.5), yakni

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \quad (2.40)$$

dan

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

Rumus b_1 juga dapat disajikan dalam bentuk

$$b_1 = \frac{J_{XY}}{J_{XX}}, \quad (2.41)$$

lihat rumus (2.10). Dengan demikian dari (2.38) dan (2.41) dapat ditunjukkan bahwa

$$r^2 = \frac{J_{XY}^2}{J_{XX} J_{YY}} = \frac{b_1 J_{XY}}{J_{YY}} = \frac{JK_{\text{Reg}}}{J_{YY}} = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (2.42)$$

Rumus (2.42) merupakan rumus koefisien determinasi seperti yang telah dibahas di Bagian 2.6.

Sekarang bandingkan rumus (2.39) dengan rumus (2.40). Pembilang dari rumus (2.39) sama dengan pembilang dari rumus (2.40). Penyebut rumus (2.39) selalu positif. Dapat dibuktikan bahwa penyebut dari rumus (2.40) juga selalu positif. Ini berarti bahwa jika koefisien korelasi sampel $r = 0$ maka $b_1 = 0$, jika r positif, maka b_1 positif, jika r negatif, maka b_1 negatif, dan juga sebaliknya.

Jika X dan Y berdistribusi normal bivariat dan asumsi-asumsi untuk uji hipotesis yang lain dalam analisis regresi dipenuhi maka kita dapat menguji signifikansi koefisien korelasi. Hipotesis yang diuji adalah

$$H_0: \rho = 0 \text{ (} X \text{ dan } Y \text{ tidak berkorelasi)}$$

$$H_1: \rho \neq 0 \text{ (} X \text{ dan } Y \text{ berkorelasi}).$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad (2.43)$$

Kriteria uji: Tolak H_0 jika t hitung $> t$ tabel dengan derajat bebas $n - 2$.

Pembaca yang tertarik dapat mengecek bahwa rumus uji t di atas ekuivalen dengan rumus uji t yang digunakan untuk menguji $H_0: \beta_1 = 0$ (lihat Bagian 2.4.7). Hal ini karena $\beta_1 = 0$ jika dan hanya jika $\rho = 0$.

Contoh 2.15 (Menghitung dan Menguji Korelasi)

Perhatikan kembali data tingkat IQ (X) dan hasil belajar mahasiswa (Y) pada Contoh 2.1. Data tersebut telah digunakan sebagai data pada beberapa contoh-contoh berikutnya hingga contoh pada Bagian 2.7 di mana dalam pembahasannya variabel independen X diasumsikan bukan variabel acak. Dari data tersebut responden pertama dengan tingkat 90 memperoleh hasil belajar 59. Pada contoh-contoh sebelumnya tingkat IQ sebesar 90 dianggap telah diukur dengan kekeliruan yang dapat diabaikan. Hasil belajar sebesar 59 dipandang sebagai realisasi dari hasil belajar seorang mahasiswa dengan tingkat IQ 90. Jika responden dengan tingkat IQ 90 terdiri dari beberapa mahasiswa, maka hasil belajarnya pada umumnya akan bervariasi dan dianggap berdistribusi normal. Pengecekan asumsi normalitas dan juga asumsi yang lain telah dilakukan.

Sekarang anggap bahwa X juga merupakan variabel acak. Di sini pasangan data (90,59) harus dipandang sebagai sebuah realisasi dari distribusi bersama variabel acak X dan Y . Jika ada beberapa mahasiswa dengan hasil belajar 59 maka tingkat IQ mereka juga akan bervariasi. Jika kita menganggap X dan Y berdistribusi normal bivariat, maka variasi tingkat IQ mahasiswa yang memperoleh hasil belajar 59 juga akan berdistribusi normal. Jadi mahasiswa dengan IQ 90 hasil belajarnya akan bervariasi dan berdistribusi normal, dan juga mahasiswa yang memperoleh hasil belajar 59 IQ-nya juga akan bervariasi dan berdistribusi normal. Tentu saja jika kita memandang X dan Y keduanya acak, maka kita tetap dapat melakukan analisis regresi, tetapi kurang tepat kalau tujuan utamanya untuk melakukan prediksi. Dalam situasi ini kita melakukan analisis regresi untuk melihat struktur atau bentuk hubungan antara X dan Y , dan kemudian yang menarik adalah untuk melihat tingkat keeratan hubungan linier antara X dan Y dengan melakukan **analisis korelasi**.

Dari Contoh 2.1 telah diperoleh persamaan garis regresi:

$$\hat{Y} = 13,715 + 0,494X$$

yang menyatakan bentuk hubungan linier antara X dan Y . Pada contoh ini akan dianalisis tingkat keeratan hubungan linier antara X dan Y . Dari Tabel 2.2 pada Contoh 2.1 telah diperoleh

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1160, \quad \sum_{i=1}^n Y_i = 710, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = 136832, \quad \sum_{i=1}^n Y_i^2 = 51010, \quad \sum_{i=1}^n X_i Y_i = 83482$$

Dengan menggunakan rumus (2.39) diperoleh koefisien korelasi sampel

$$\begin{aligned} r &= \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}} \\ &= \frac{(10)(83482) - (1160)(710)}{\sqrt{(10)(136832) - 1160^2} \sqrt{(10)(51010) - 710^2}} \\ &= \frac{11220}{11675,616} \\ &= 0,960977 \\ &\approx 0,961 \end{aligned}$$

Karena $r = 0,961$ (mendekati 1) maka terdapat hubungan linier positif yang sangat kuat antara X dan Y .

Untuk menguji hipotesis

$$H_0: \rho = 0 \text{ (} X \text{ dan } Y \text{ tidak berkorelasi)}$$

$$H_1: \rho \neq 0 \text{ (} X \text{ dan } Y \text{ berkorelasi)}$$

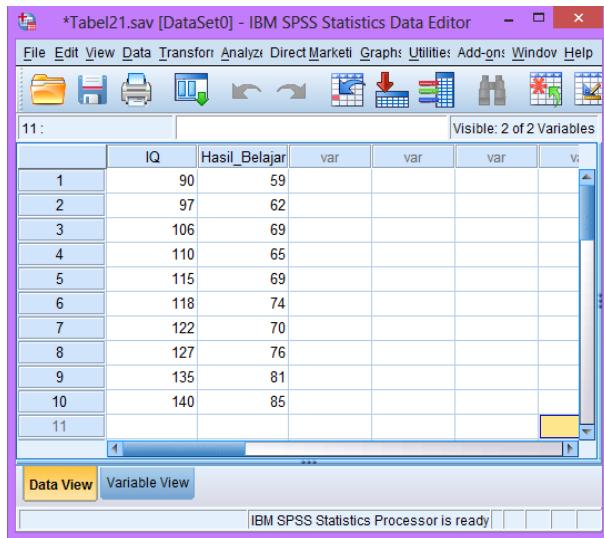
Dengan menggunakan statistik uji t pada rumus (2.43) diperoleh

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,960977 \sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,960977^2}} = 9,826$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dan derajat bebas $n - 2 = 10 - 2 = 8$ diperoleh t tabel $t_{\alpha/2} = 2,3646$. Karena t hitung $>$ t tabel maka H_0 ditolak, sehingga terdapat korelasi yang signifikan antara X dan Y .

Menentukan Koefisien Korelasi dengan SPSS

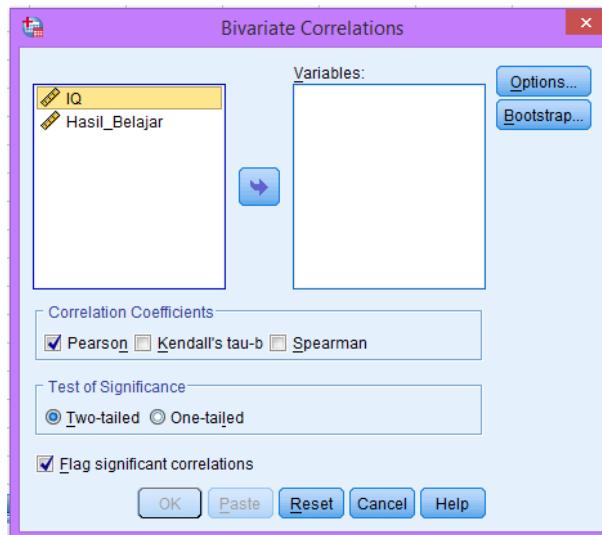
Nilai koefisien korelasi dapat diperoleh dengan menggunakan *software* SPSS. Pertama, data di-*input* ke dalam SPSS sebagai berikut:



The screenshot shows the IBM SPSS Statistics Data Editor window. The title bar reads '*Tabel21.sav [DataSet0] - IBM SPSS Statistics Data Editor'. The menu bar includes File, Edit, View, Data, Transform, Analyze, Direct Marketi, Graphs, Utilities, Add-ons, Window, and Help. The toolbar contains various icons for file operations like Open, Save, Print, and Data manipulation. Below the toolbar is a status bar showing 'Visible: 2 of 2 Variables'. The main area displays a data grid with 11 rows and 2 columns. The first column is labeled '11' and the second column is labeled 'var'. The data is as follows:

| 11 | IQ | Hasil_Belajar | var | var | var | var |
|----|-----|---------------|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 90 | 59 | | | | |
| 2 | 97 | 62 | | | | |
| 3 | 106 | 69 | | | | |
| 4 | 110 | 65 | | | | |
| 5 | 115 | 69 | | | | |
| 6 | 118 | 74 | | | | |
| 7 | 122 | 70 | | | | |
| 8 | 127 | 76 | | | | |
| 9 | 135 | 81 | | | | |
| 10 | 140 | 85 | | | | |
| 11 | | | | | | |

Selanjutnya klik menu **Analyze**, sorot **Correlate**, lalu pilih **Bivariate**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Masukkan variabel **IQ** dan **Hasil_Belajar** ke kotak **Variables**. Pada bagian **Correlation Coefficients** pastikan tanda *check list* pada **Pearson** tetap ada, lalu klik **OK**, maka akan muncul *output* sebagai berikut:

Correlations

| | | IQ | Hasil_Belajar |
|---------------|---------------------|---------|---------------|
| IQ | Pearson Correlation | 1 | ,961 ** |
| | Sig. (2-tailed) | | ,000 |
| Hasil_Belajar | N | 10 | 10 |
| | Pearson Correlation | ,961 ** | 1 |
| | Sig. (2-tailed) | ,000 | |
| | N | 10 | 10 |

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Nilai koefisien korelasi $r = 0,961$ dapat dilihat pada baris pertama kolom terakhir. Pada *output* di atas juga terlihat $\text{Sig.} = 0,000$ yang berarti bahwa korelasi antara IQ dan Hasil Belajar signifikan.

Bab 3

Regresi Linier Ganda

3.1 Pendahuluan

Di Bab 2 telah dibahas secara detail regresi linier sederhana yang hanya memuat satu variabel independen. Dalam suatu penelitian mungkin kita tertarik untuk mengetahui pengaruh linier dari beberapa variabel independen terhadap sebuah variabel dependen. Sebagai contoh mungkin kita tertarik untuk mengetahui pengaruh linier dari tingkat IQ dan motivasi terhadap hasil belajar statistika mahasiswa, atau mungkin kita ingin mengetahui pengaruh linier dari tingkat IQ, motivasi, dan kedisiplinan terhadap hasil belajar statistika mahasiswa. Untuk keperluan ini dapat digunakan model regresi linier ganda (*multiple*).

3.2 Model Regresi Linier Ganda

Bentuk umum model regresi linier ganda dengan k variabel independen adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (3.1)$$

di mana Y adalah variabel dependen, X_1, X_2, \dots, X_k adalah variabel-variabel independen, ε adalah galat acak (*random error*), dan $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ adalah parameter-parameter populasi yang nilainya tidak diketahui. Variabel independen X_1, X_2, \dots, X_k dianggap bukan variabel acak dan dapat diobservasi dengan kekeliruan yang dapat diabaikan.

Sebagaimana pada model regresi linier sederhana, jika telah dimiliki sampel berukuran n , maka galat-galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ akan diasumsikan semuanya mempunyai *mean* 0, variansi konstan σ^2 , saling independen atau tidak berkorelasi dan berdistribusi normal. Hal ini berakibat bahwa *mean* dari variabel dependen

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k \quad (3.2)$$

Dalam model regresi linier ganda (3.1), jika X_1, X_2, \dots, X_k merupakan variabel-variabel *kuantitatif* yang saling independen, maka model tersebut dinamakan model **regresi linier ganda order satu** (*first-order model*). Untuk selanjutnya istilah 'regresi linier ganda order satu' cukup akan kita sebut sebagai 'regresi linier ganda', kecuali jika perlu penegasan.

Secara umum di antara variabel-variabel X_1, X_2, \dots, X_k boleh merupakan fungsi dari variabel-variabel yang lain, tetapi tidak boleh memuat parameter. Sebagai contoh:

$$X_1 = \text{tingkat IQ mahasiswa}$$

$$X_2 = X_1^2$$

$X_3 = 1$ jika mahasiswa laki-laki, dan $X_3 = 0$ jika mahasiswa perempuan.

Dalam contoh ini X_2 merupakan variabel dengan order 2, yakni merupakan kuadrat dari variabel kuantitatif X_1 , sedangkan X_3 merupakan *variabel kategori* dan merupakan variabel *kualitatif*.

Pada Bagian 3.3 dan 3.4 berturut-turut akan dibahas secara detail model regresi linier ganda dengan dua dan tiga variabel independen. Model regresi linier ganda dengan lebih dari tiga variabel independen akan lebih menguntungkan jika dibahas dengan menggunakan notasi matriks dan akan dibahas di Bab 4. Model-model regresi dengan order yang lebih tinggi dan yang melibatkan variabel independen kualitatif akan dibahas di Bab 5.

3.3 Regresi Linier dengan Dua Variabel Independen

Model matematika untuk regresi linier dengan dua variabel independen adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (3.3)$$

di mana Y adalah variabel dependen, X_1 dan X_2 adalah variabel-variabel independen, ε adalah galat acak, dan β_0 , β_1 dan β_2 adalah parameter

populasi yang nilainya tidak diketahui. Jika galat acak diasumsikan mempunyai *mean* 0 maka *mean* dari variabel dependen

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \quad (3.4)$$

Jika kita telah melakukan observasi atau pengukuran terhadap variabel-variabel independen dan variabel dependen, maka datanya dapat disusun dalam tabel sebagai berikut.

Tabel 3.1 Layout Data Regresi Linier dengan Dua Variabel Independen

| Responden | Variabel Independen X_1 | Variabel Independen X_2 | Variabel Dependend Y |
|-----------|---------------------------|---------------------------|------------------------|
| 1 | X_{11} | X_{12} | Y_1 |
| 2 | X_{21} | X_{22} | Y_2 |
| 3 | X_{31} | X_{32} | Y_3 |
| ... | ... | ... | ... |
| i | X_{i1} | X_{i2} | Y_i |
| ... | ... | ... | ... |
| n | X_{n1} | X_{n2} | Y_n |

Notasi X_{11} berarti hasil observasi dari responden pertama untuk variabel independen X_1 , notasi X_{21} berarti hasil observasi dari responden kedua untuk variabel independen X_1 , dan seterusnya. Notasi X_{12} berarti hasil observasi dari responden pertama untuk variabel independen X_2 , notasi X_{22} berarti hasil observasi dari responden kedua untuk variabel independen X_2 , dan seterusnya. Secara umum notasi notasi X_{i1} berarti hasil observasi dari responden ke i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) untuk variabel independen X_1 , notasi X_{i2} berarti hasil observasi dari responden ke i untuk variabel independen X_2 , dan seterusnya.

Jika kita telah memperoleh sampel sebanyak n dari variabel-variabel X_1 dan X_2 , dan variabel Y yang dianggap memiliki hubungan regresi linier ganda, maka

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \varepsilon_1 \\
 Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \varepsilon_2 \\
 &\vdots \\
 Y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Sebagaimana pada regresi linier sederhana, galat-galat $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ akan diasumsikan semuanya memiliki *mean* 0, variansi konstan σ^2 , dan saling independen atau tidak berkorelasi, dan berdistribusi normal.

3.3.1 Mengestimasi β_0, β_1 dan β_2

Anggap telah tersedia realisasi atau data sampel variabel independen dan variabel dependen. Kita dapat mengestimasi nilai-nilai parameter β_0, β_1 dan β_2 dengan menggunakan metode kuadrat terkecil atau metode kemungkinan maksimum (jika variabel-variabel galat diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0, variansi σ^2 dan saling independen). Estimator yang diperoleh dengan kedua metode tersebut akan sama. Dapat ditunjukkan bahwa jika b_0, b_1 dan b_2 masing-masing adalah estimator untuk β_0, β_1 dan β_2 maka

$$b_1 = \frac{\sum x_2^2 \sum x_1 y - \sum x_1 x_2 \sum x_2 y}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \tag{3.6}$$

$$b_2 = \frac{\sum x_1^2 \sum x_2 y - \sum x_1 x_2 \sum x_1 y}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \tag{3.7}$$

dan

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \tag{3.8}$$

di mana

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{i1}}{n} \quad (\text{rata-rata dari data variabel independen } X_1),$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{i2}}{n} \quad (\text{rata-rata dari data variabel independen } X_2),$$

dan

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad (\text{rata-rata dari data variabel dependen } Y).$$

Perhatikan bahwa pada rumus (3.6) dan (3.7) kita menggunakan *huruf kecil* yang artinya berbeda dengan penggunaan huruf besar, yakni

$$x_1 = X_1 - \bar{X}_1, \quad x_2 = X_2 - \bar{X}_2, \quad \text{dan} \quad y = Y - \bar{Y}.$$

Jika nilai-nilai b_0 , b_1 , dan b_2 telah diperoleh, maka persamaan garis regresi yang merupakan estimasi hubungan antara variabel-variabel X_1 , X_2 dan variabel Y adalah

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \tag{3.9}$$

Untuk menghitung b_0 , b_1 dan b_2 dengan rumus (3.6) – (3.8) terlebih dahulu kita perlu menghitung beberapa kuantitas berikut ini:

$$\sum x_1^2 = \sum_{i=1}^n (X_{i1} - \bar{X}_1)^2 \tag{3.10}$$

$$\sum x_2^2 = \sum_{i=1}^n (X_{i2} - \bar{X}_2)^2 \tag{3.11}$$

$$\sum x_1 y = \sum_{i=1}^n (X_{i1} - \bar{X}_1)(Y_i - \bar{Y}) \tag{3.12}$$

$$\sum x_2 y = \sum_{i=1}^n (X_{i2} - \bar{X}_2)(Y_i - \bar{Y}) \quad (3.13)$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum_{i=1}^n (X_{i1} - \bar{X}_1)(X_{i2} - \bar{X}_2) \quad (3.14)$$

Rumus (3.10) – (3.14) dapat juga dituliskan sebagai berikut:

$$\sum x_1^2 = \sum_{i=1}^n X_{i1}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i1} \right)^2}{n} \quad (3.15)$$

$$\sum x_2^2 = \sum_{i=1}^n X_{i2}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_{i2} \right)^2}{n} \quad (3.16)$$

$$\sum x_1 y = \sum_{i=1}^n X_{i1} Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_{i1} \sum_{j=1}^n Y_j}{n} \quad (3.17)$$

$$\sum x_2 y = \sum_{i=1}^n X_{i2} Y_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_{i2} \sum_{j=1}^n Y_j}{n} \quad (3.18)$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum_{i=1}^n X_{i1} X_{i2} - \frac{\sum_{i=1}^n X_{i1} \sum_{j=1}^n X_{j2}}{n} \quad (3.19)$$

Untuk selanjutnya dalam buku ini rumus-rumus penjumlahan (sigma) akan ditulis dalam notasi yang lebih singkat (tanpa indeks) apabila dinilai jelas dan tidak menimbulkan penafsiran ganda. Sebagai contoh, dalam notasi singkat rumus (3.19) akan ditulis sebagai berikut.

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{\sum X_1 \sum X_2}{n}.$$

Berikut ini adalah contoh perhitungan estimator b_0 , b_1 , dan b_2 didasarkan pada data simulasi.

Contoh 3.1

Anggap seorang peneliti meyakini ada hubungan linier antara tingkat IQ dan motivasi terhadap hasil belajar mahasiswa. Tingkat IQ dianggap sebagai variabel independen pertama (X_1), motivasi dianggap sebagai variabel independen kedua (X_2), dan hasil belajar mahasiswa dianggap sebagai variabel dependen (Y). Anggap data sampel yang tersedia dari 10 responden adalah sebagai berikut.

Tabel 3.2 Data Simulasi Tingkat IQ, Motivasi, dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | Tingkat IQ (X_1) | Motivasi (X_2) | Hasil Belajar Mahasiswa (Y) |
|-----------------|----------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1 | 90 | 70 | 59 |
| 2 | 97 | 77 | 62 |
| 3 | 106 | 76 | 69 |
| 4 | 110 | 68 | 65 |
| 5 | 115 | 78 | 69 |
| 6 | 118 | 79 | 74 |
| 7 | 122 | 80 | 70 |
| 8 | 127 | 79 | 76 |
| 9 | 135 | 85 | 81 |
| 10 | 140 | 88 | 85 |

Untuk menghitung estimator b_0 , b_1 , dan b_2 dengan bantuan rumus (3.10)-(3.14) kita siapkan tabel sebagai berikut.

Tabel 3.3 Tabel untuk Menghitung b_0 , b_1 dan b_2 dengan Bantuan Rumus (3.10)-(3.14)

| No. Resp. | X_1 | X_2 | Y | x_1 | x_2 | y | x_1^2 | x_2^2 | x_1y | x_2y | x_1x_2 |
|------------------|-------------|------------|------------|-------|-------|-----|-------------|------------|-------------|------------|------------|
| 1 | 90 | 70 | 59 | -26 | -8 | -12 | 676 | 64 | 312 | 96 | 208 |
| 2 | 97 | 77 | 62 | -19 | -1 | -9 | 361 | 1 | 171 | 9 | 19 |
| 3 | 106 | 76 | 69 | -10 | -2 | -2 | 100 | 4 | 20 | 4 | 20 |
| 4 | 110 | 68 | 65 | -6 | 10 | -6 | 36 | 100 | 36 | 60 | 60 |
| 5 | 115 | 78 | 69 | -1 | 0 | -2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 6 | 118 | 79 | 74 | 2 | 1 | 3 | 4 | 1 | 6 | 3 | 2 |
| 7 | 122 | 80 | 70 | 6 | 2 | -1 | 36 | 4 | -6 | -2 | 12 |
| 8 | 127 | 79 | 76 | 11 | 1 | 5 | 121 | 1 | 55 | 5 | 11 |
| 9 | 135 | 85 | 81 | 19 | 7 | 10 | 361 | 49 | 190 | 70 | 133 |
| 10 | 140 | 88 | 85 | 24 | 10 | 14 | 576 | 100 | 336 | 140 | 240 |
| Jumlah | 1160 | 780 | 710 | | | | 2272 | 324 | 1122 | 385 | 705 |
| Rata-rata | 116 | 78 | 71 | | | | | | | | |

Keterangan: $x_1 = X_1 - \bar{X}_1$, $x_2 = X_2 - \bar{X}_2$ dan $y = Y - \bar{Y}$.

Dari Tabel 3.3 terlihat bahwa

$$\sum x_1^2 = 2272, \quad \sum x_2^2 = 324, \quad \sum x_1y = 1122, \quad \sum x_2y = 385, \quad \sum x_1x_2 = 705 \quad (3.20)$$

dan

$$\bar{X}_1 = 116, \quad \bar{X}_2 = 78, \quad \bar{Y} = 71$$

Dengan menggunakan rumus (3.6) – (3.8) diperoleh

$$\begin{aligned}
b_1 &= \frac{\sum x_2^2 \sum x_1 y - \sum x_1 x_2 \sum x_2 y}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \\
&= \frac{(324)(1122) - (705)(385)}{(2272)(324) - (705)^2} \\
&= 0,385202 \\
&\approx 0,385
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_2 &= \frac{\sum x_1^2 \sum x_2 y - \sum x_1 x_2 \sum x_1 y}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} \\
&= \frac{(2272)(385) - (705)(1122)}{(2272)(324) - (705)^2} \\
&= 0,350100 \\
&\approx 0,350
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
b_0 &= \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 \\
&= 71 - (0,385202)(116) - (0,350100)(78) \\
&= -0,991267 \\
&\approx -0,991
\end{aligned}$$

Jadi, persamaan garis regresi yang menghubungkan X_1 , X_2 dan Y adalah:

$$\hat{Y} = -0,991 + 0,385X_1 + 0,350X_2.$$

Catatan:

Jika kita menggunakan rumus (3.15) – (3.19), maka tabel yang perlu dibuat adalah sebagai berikut:

Tabel 3.4 Tabel untuk Menghitung b_0 , b_1 dan b_2 dengan Bantuan Rumus (3.15)-(3.19)

| No. Resp. | X_1 | X_2 | Y | X_1^2 | X_2^2 | Y^2 | X_1Y | X_2Y | X_1X_2 |
|------------------|-------------|------------|------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | 90 | 70 | 59 | 8100 | 4900 | 3481 | 5310 | 4130 | 6300 |
| 2 | 97 | 77 | 62 | 9409 | 5929 | 3844 | 6014 | 4774 | 7469 |
| 3 | 106 | 76 | 69 | 11236 | 5776 | 4761 | 7314 | 5244 | 8056 |
| 4 | 110 | 68 | 65 | 12100 | 4624 | 4225 | 7150 | 4420 | 7480 |
| 5 | 115 | 78 | 69 | 13225 | 6084 | 4761 | 7935 | 5382 | 8970 |
| 6 | 118 | 79 | 74 | 13924 | 6241 | 5476 | 8732 | 5846 | 9322 |
| 7 | 122 | 80 | 70 | 14884 | 6400 | 4900 | 8540 | 5600 | 9760 |
| 8 | 127 | 79 | 76 | 16129 | 6241 | 5776 | 9652 | 6004 | 10033 |
| 9 | 135 | 85 | 81 | 18225 | 7225 | 6561 | 10935 | 6885 | 11475 |
| 10 | 140 | 88 | 85 | 19600 | 7744 | 7225 | 11900 | 7480 | 12320 |
| Jumlah | 1160 | 780 | 710 | 136832 | 61164 | 51010 | 83482 | 55765 | 91185 |
| Rata-rata | 116 | 78 | 71 | | | | | | |

Dari Tabel 3.4 terlihat bahwa

$$\sum X_1 = 1160, \quad \sum X_2 = 780, \quad \sum Y = 710, \quad \sum X_1^2 = 136832, \quad \sum X_2^2 = 61164$$

$$\sum X_1Y = 83482, \quad \sum X_2Y = 55765, \quad \sum X_1X_2 = 91185$$

Selanjutnya dengan rumus (3.15) – (3.19) diperoleh

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n} = 136832 - \frac{1160^2}{10} = 2272$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n} = 61164 - \frac{780^2}{10} = 324$$

$$\sum x_1y = \sum X_1Y - \frac{\sum X_1 \sum Y}{n} = 83482 - \frac{(1160)(710)}{10} = 1122$$

$$\sum x_2y = \sum X_2Y - \frac{\sum X_2 \sum Y}{n} = 55765 - \frac{(780)(710)}{10} = 385$$

$$\sum x_1x_2 = \sum X_1X_2 - \frac{\sum X_1 \sum X_2}{n} = 91185 - \frac{(1160)(780)}{10} = 705$$

Perhatikan bahwa hasil-hasil di atas sama seperti pada (3.20). Oleh karena itu, jika dilanjutkan menghitung b_0 , b_1 , dan b_2 dengan menggunakan rumus (3.6) – (3.8) tentu hasilnya akan sama.

3.3.2 Mengestimasi σ^2

Setelah nilai-nilai b_0 , b_1 , dan b_2 diperoleh, maka kita dapat mengestimasi hubungan antara variabel independen X_1 , X_2 , dan variabel dependen Y dengan persamaan regresi

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 \quad (3.21)$$

Jika rumus ini digunakan untuk memprediksi nilai Y dengan menggunakan data-data X_1 dan X_2 yang kita miliki, maka akan diperoleh *residual-residual* (sisaan), yakni

$$\begin{aligned} e_1 &= Y_1 - (b_0 + b_1 X_{11} + b_2 X_{12}) \\ e_2 &= Y_2 - (b_0 + b_1 X_{21} + b_2 X_{22}) \\ &\vdots \\ e_n &= Y_n - (b_0 + b_1 X_{n1} + b_2 X_{n2}) \end{aligned}$$

Residual-residual e_1 , e_2 , ..., e_n ini selanjutnya dapat digunakan untuk mengestimasi variansi galat (σ^2) dengan rumus

$$s^2 = \frac{JK_{\text{Res}}}{n-3} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3} \quad (3.22)$$

Perhatikan bahwa ada perbedaan antara rumus s^2 pada regresi linier sederhana dengan rumus s^2 pada regresi linier dengan dua variabel independen. Pada rumus (3.22) penyebutnya $n - 3$, sedangkan untuk rumus s^2 pada regresi linier sederhana penyebutnya $n - 2$.

Contoh 3.2 (Lanjutan Contoh 3.1: Mengestimasi σ^2)

Sebagai kelanjutan dari Contoh 3.1, di sini akan dihitung estimator s^2 .

Pertama, perlu dihitung residual-residual sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 e_1 &= Y_1 - b_0 - b_1 X_{11} - b_2 X_{21} \\
 &= 59 - (-0,991267) - (0,0,385202)(90) - (0,350100)(70) = 0,816058 \\
 e_2 &= Y_2 - b_0 - b_1 X_{21} - b_2 X_{22} \\
 &= 62 - (-0,991267) - (0,0,385202)(97) - (0,350100)(77) = -1,331058 \\
 &\vdots \\
 e_{10} &= Y_{10} - b_0 - b_1 X_{10,1} - b_2 X_{10,2} \\
 &= 85 - (-0,991267) - (0,0,385202)(140) - (0,350100)(88) = 1,254146
 \end{aligned}$$

Hasil perhitungan selengkapnya beserta kuadrat residual disajikan pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Tabel untuk Menghitung s^2 .

| Nomor Responden | Residual e_i | Kuadrat Residual e_i^2 |
|-----------------|----------------|--------------------------|
| 1 | 0.816058 | 0.665951 |
| 2 | -1.331058 | 1.771716 |
| 3 | 2.552222 | 6.513838 |
| 4 | -0.187785 | 0.035263 |
| 5 | -1.614798 | 2.607572 |
| 6 | 1.879495 | 3.532503 |
| 7 | -4.011413 | 16.091438 |
| 8 | 0.412676 | 0.170301 |
| 9 | 0.230457 | 0.053111 |
| 10 | 1.254146 | 1.572881 |
| Jumlah | | 33.014575 |

Dari Tabel 3.5 diperoleh

$$JK_{Res} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = 33,014575$$

Dengan menggunakan rumus (3.22) diperoleh estimator variansi galat

$$s^2 = \frac{JK_{Res}}{n-3} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3} = \frac{33,014575}{10-3} = 4,716368$$

Setelah diperoleh estimator untuk σ^2 kita mendapat kesimpulan yang lebih lengkap, yakni estimasi hubungan antara variabel independen X_1 , X_2 , dan variabel dependen Y adalah (berdasarkan Contoh 3.1)

$$\hat{Y} = -0,991 + 0,385X_1 + 0,350X_2$$

dengan estimator variansi galat acak 4,716.

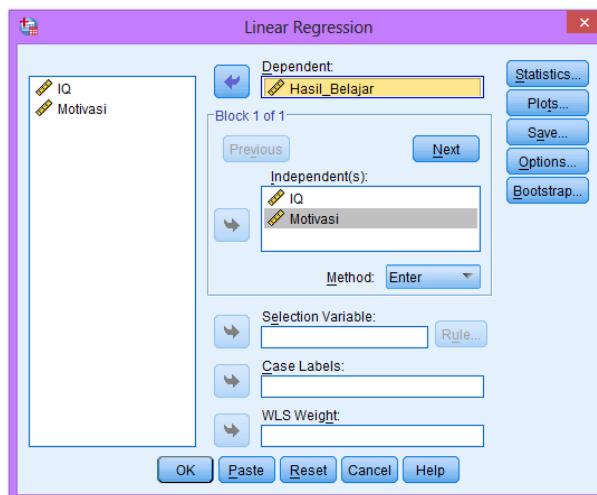
3.3.3 Mengestimasi Parameter dengan SPSS

Pada bagian ini akan ditunjukkan bagaimana menggunakan *software* SPSS untuk menghitung estimator b_0 , b_1 , b_2 , dan s^2 . Langkah-langkahnya secara rinci seperti yang telah dijelaskan di Bab 2 (Bagian 2.3.3) dengan sedikit penyesuaian. Berikut ini langkah-langkah (dipersingkat) untuk mengitung b_0 , b_1 , b_2 , dan s^2 pada Contoh 3.1 dan Contoh 3.2 dengan bantuan SPSS.

Langkah 1. *Input* data ke dalam lembar kerja SPSS sebagai berikut:

| | IQ | Motivasi | Hasil_Belajar | var | var | var | var | v |
|----|-----|----------|---------------|-----|-----|-----|-----|---|
| 1 | 90 | 70 | 59 | | | | | |
| 2 | 97 | 77 | 62 | | | | | |
| 3 | 106 | 76 | 69 | | | | | |
| 4 | 110 | 68 | 65 | | | | | |
| 5 | 115 | 78 | 69 | | | | | |
| 6 | 118 | 79 | 74 | | | | | |
| 7 | 122 | 80 | 70 | | | | | |
| 8 | 127 | 79 | 76 | | | | | |
| 9 | 135 | 85 | 81 | | | | | |
| 10 | 140 | 88 | 85 | | | | | |
| 11 | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | |

Langkah 2. Klik menu **Analyze**, sorot **Regression**, lalu pilih **Linear**, maka akan muncul kotak dialog **Linear Regression**. Masukkan variabel **IQ** dan **Motivasi** ke kotak **Independent(s)** dan variabel **Hasil_Belajar** ke kotak **Dependent** sehingga diperoleh tampilan sebagai berikut:



Langkah 3. Pada kotak dialog **Linear Regression** klik **Statistics**. *Check list (✓) Estimates* untuk memunculkan nilai-nilai estimator. *Check list (✓) Confidence intervals* untuk memunculkan interval konfidensi. *Check list (✓) Model fit* untuk memunculkan tabel Anova, lalu klik **Continue**. Selanjutnya, klik **Option**. *Check list (✓) Include constant in equation*, lalu klik **Continue**, dan terakhir klik **Ok**. Maka akan muncul *output* sebagai berikut (ditampilkan sebagian):

Regression

Variables Entered/Removed^a

| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
|-------|---------------------------|-------------------|--------|
| 1 | Motivasi, IQ ^b | . | Enter |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. All requested variables entered.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,972 ^a | ,945 | ,929 | 2,172 |

a. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

ANOVA^a

| Model | | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|-------|------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| 1 | Regression | 566,985 | 2 | 283,493 | 60,108 | ,000 ^b |
| | Residual | 33,015 | 7 | 4,716 | | |
| | Total | 600,000 | 9 | | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. | 95,0% Confidence Interval for B | |
|------------|-----------------------------|------------|------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | B | Std. Error | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| (Constant) | -,991 | 10,367 | | -,096 | ,927 | -25,506 | 23,523 |
| 1 IQ | ,385 | ,080 | ,750 | 4,818 | ,002 | ,196 | ,574 |
| Motivasi | ,350 | ,212 | ,257 | 1,654 | ,142 | -,150 | ,851 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Estimator b_0 , b_1 , dan b_2 dapat dilihat pada bagian *output Coefficients^a*, yakni $b_0 = -0,991$, $b_1 = 0,385$ dan $b_2 = 0,350$. Adapun nilai estimator $s^2 = 4,716$ dapat dilihat langsung pada bagian *output ANOVA^b* (pada kolom mean Square, baris Residual).

Perhatikan bahwa hasil-hasil estimator yang diperoleh dengan menggunakan *software SPSS* sama dengan hasil yang diperoleh dengan perhitungan secara manual. Penjelasan *output* yang lain akan diberikan pada pembahasan uji hipotesis dan interval konfidensi.

3.3.4 Menginterpretasikan Parameter

Ingat bahwa pada model regresi linier sederhana,

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

parameter β_0 menyatakan titik potong garis $E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$ dengan sumbu tegak dan β_1 menyatakan gradien atau kemiringan garis tersebut. Parameter β_0 merupakan kontribusi yang diberikan oleh faktor di luar X terhadap $E(Y)$. Parameter β_1 menyatakan perubahan dari *mean* $E(Y)$ untuk setiap kenaikan satu satuan dalam X . Jika β_1 positif maka setiap kenaikan dalam X secara rata-rata akan menambah nilai Y (terdapat pengaruh positif dari X terhadap Y), jika β_1 negatif maka setiap kenaikan dalam X justru secara rata-rata akan mengurangi nilai Y (terdapat pengaruh negatif dari X terhadap Y), dan jika $\beta_1 = 0$, maka tidak ada pengaruh dari X terhadap Y .

Dalam model regresi linier ganda dengan dua variabel independen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

parameter β_0 , β_1 , dan β_2 mempunyai interpretasi yang serupa jika variabel-variabel independen X_1 dan X_2 bersifat kuantitatif. Kita dapat menginterpretasikan β_1 sebagaimana pada regresi linier sederhana apabila nilai X_2 dianggap tetap, demikian juga kita dapat menginterpretasikan β_2 serupa dengan β_1 apabila nilai X_1 dianggap tetap. Sebagai contoh, jika

$$E[Y] = 1 + 2X_1 + X_2$$

(di sini $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 2$, dan $\beta_2 = 1$), maka
untuk $X_2 = 0$

$$E(Y) = 1 + 2X_1 \quad (3.23)$$

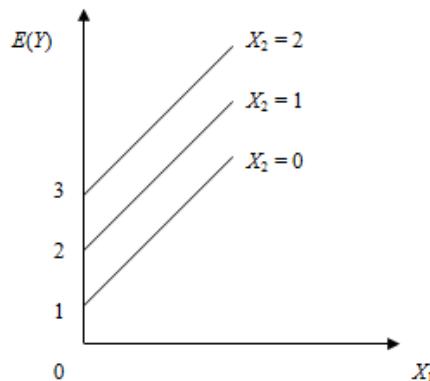
untuk $X_2 = 1$

$$E(Y) = 2 + 2X_1 \quad (3.24)$$

dan untuk $X_2 = 2$

$$E(Y) = 3 + 2X_1 \quad (3.25)$$

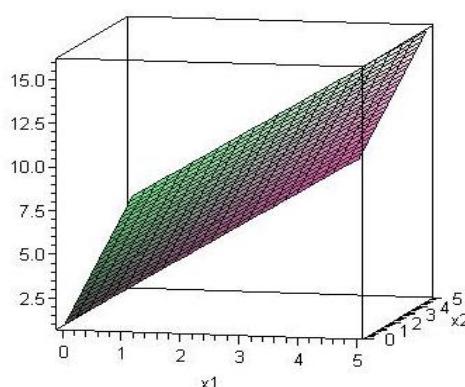
Persamaan (3.23)–(3.25) jika digambar akan berupa garis-garis lurus yang sejajar dengan kemiringan yang sama, yakni 2, lihat Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Grafik dari $E(Y) = 1 + 2X_1 + X_2$ untuk $X_2 = 0, 1, 2$.

Di sini karena $\beta_1 = 2$ (positif), maka dapat diinterpretasikan bahwa ‘terdapat pengaruh positif dari X_1 terhadap Y jika X_2 dianggap tetap’. Secara serupa, jika Anda cermati, maka dapat diinterpretasikan bahwa ‘terdapat pengaruh positif dari X_2 terhadap Y jika X_1 dianggap tetap’.

Persamaan $E(Y) = 1 + 2X_1 + X_2$ jika digambar berbentuk bidang, lihat Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Grafik $E(Y) = 1 + 2X_1 + X_2$.

Dari grafik terlihat jika X_1 dan X_2 secara bersama-sama bertambah maka nilai $E(Y)$ juga bertambah. Penambahan nilai $E(Y)$ dapat diketahui dari rumusnya. Dalam contoh ini, jika X_1 bertambah satu satuan dan X_2 bertambah satu satuan maka nilai $E(Y)$ bertambah $2 + 1 = 3$ satuan.

Interpretasi estimator dalam model regresi linier ganda serupa dengan interpretasi parameter-parameternya. Untuk X_2 yang tetap, interpretasi dari b_1 serupa dengan yang telah diuraikan pada regresi linier sederhana. Demikian pula untuk X_1 yang tetap, interpretasi dari b_2 serupa dengan interpretasi dari b_2 .

Dalam model regresi linier ganda **orde satu** dengan dua variabel independen yang bersifat kuantitatif kita bisa menyimpulkan pengaruh positif atau negatif dari masing-masing variabel independennya dengan melihat nilai b_1 dan b_2 karena variabel X_1 dan X_2 saling independen atau tidak berkorelasi. Ingat bahwa model regresi linier ganda order satu adalah regresi linier ganda di mana variabel-variabel independennya saling independen. Sebagai contoh, jika b_1 dan b_2 keduanya positif maka terdapat pengaruh positif secara bersama-sama dari X_1 dan X_2 terhadap Y . Jika b_1 dan b_2 keduanya negatif maka terdapat pengaruh negatif secara bersama-sama dari X_1 dan X_2 terhadap Y . Jika b_1 positif dan b_2 negatif maka terdapat pengaruh positif dari X_1 dan pengaruh negatif dari X_2 terhadap Y .

Untuk dapat menyimpulkan seperti di atas perlu diuji independensi antar variabel independen. Dalam konteks regresi linier perlu diuji *multikolinieritas* untuk mengetahui ada tidaknya hubungan linier antar variabel independen. Jika terdapat multikolinieritas maka cara menginterpretasikannya harus hati-hati.

3.3.5 Uji Hipotesis dan Asumsinya

Dalam model regresi linier ganda dengan dua variabel bebas, yakni:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

hipotesis-hipotesis yang dapat diuji adalah:

1. $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$
- $H_1: \text{Ada tanda } \neq$

2. $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$
 $H_1:$ Ada tanda \neq
3. $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$
 $H_1:$ Ada tanda \neq
4. $H_0: \beta_0 = \beta_2 = 0$
 $H_1:$ Ada tanda \neq
5. $H_0: \beta_0 = 0$
 $H_1: \beta_0 \neq 0$
6. $H_0: \beta_1 = 0$
 $H_1: \beta_1 \neq 0$
7. $H_0: \beta_0 = 0$
 $H_1: \beta_2 \neq 0.$

Tanda ‘ \neq ’ pada hipotesis nomor 5 – 7 dapat diganti dengan tanda ‘ $>$ ’ atau ‘ $<$ ’ dengan menyesuaikan tanda pada H_0 .

Uji hipotesis nomor 1 adalah uji kesesuaian model (*model adequacy*). Jika H_0 ditolak, maka model regresi linier sesuai untuk memodelkan hubungan linier dari variabel X_1 dan X_2 terhadap Y , tetapi kita tidak dapat menyimpulkan apakah ada pengaruh dari X_1 dan X_2 terhadap Y karena boleh jadi yang tidak sama dengan nol hanya β_0 , sedangkan $\beta_1 = \beta_2 = 0$.

Uji hipotesis nomor 2 adalah uji pengaruh secara bersama-sama variabel X_1 dan X_2 terhadap Y . Jika H_0 ditolak, maka terdapat pengaruh X_1 dan X_2 terhadap Y , tetapi kita tidak dapat menyimpulkan kedua variabel X_1 dan X_2 mempunyai pengaruh yang signifikan karena boleh jadi $\beta_1 \neq 0$ dan $\beta_2 = 0$ atau $\beta_1 = 0$ dan $\beta_2 \neq 0$. Kesimpulan hasil uji hipotesis nomor 2 ini dapat dilihat secara langsung dari *output* SPSS.

Hipotesis nomor 3 dan 4 dapat diuji, tetapi harus hati-hati dalam menginterpretasikannya karena ada beberapa kemungkinan kesimpulan. Di bab ini hipotesis nomor 3 dan 4 tidak akan dibahas cara pengujinya. Setelah Anda mempelajari Bab 4, maka Anda akan dapat menguji kedua hipotesis tersebut dengan menggunakan notasi matriks.

Hipotesis nomor nomor 5 – 7 adalah uji parameter secara individual. Kesimpulan hasil uji hipotesis nomor 5 – 7 dapat dilihat langsung dari *output* SPSS. Dalam menginterpretasikan uji parameter secara individual harus hati-hati. Sebagai contoh perhatikan hipotesis nomor 6, yakni:

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0$$

Ingat bahwa pada regresi linier sederhana kita juga mempunyai hipotesis yang sama seperti hipotesi ini, tetapi interpretasinya **sangat berbeda**. Pada model regresi linier sederhana

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

jika H_0 ditolak, maka kita dapat menyimpulkan *terdapat pengaruh yang signifikan dari X_1 terhadap Y* , sebaliknya jika H_0 diterima, maka *tidak terdapat pengaruh yang signifikan dari X_1 terhadap Y* . Pada model regresi linier ganda

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

jika H_0 ditolak, maka kesimpulannya *terdapat pengaruh yang signifikan dari X_1 terhadap Y jika X_2 masuk dalam model (pengaruh X_2 terhadap Y diperhitungkan)*, dan jika H_0 diterima, maka kesimpulannya *tidak terdapat pengaruh yang signifikan dari X_1 terhadap Y jika X_2 masuk dalam model*. Hal ini karena

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ berarti modelnya } Y = \beta_0 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ berarti modelnya } Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon.$$

Dalam suatu situasi mungkin saja dengan taraf signifikansi yang sama, pada regresi linier ganda $H_0: \beta_1 = 0$ diterima (tidak ada pengaruh X_1 terhadap Y karena pengaruh X_2 diperhitungkan), tetapi pada regresi linier sederhana $H_0: \beta_1 = 0$ ditolak (ada pengaruh X_1 terhadap Y). Hal ini dapat terjadi jika ada *multikolinieritas*, yakni ada hubungan linier atau korelasi yang signifikan antara X_1 dan X_2 . Pembahasan tentang multikolinieritas diberikan pada Bagian 3.3.14.

Asumsi Uji Hipotesis

Untuk keperluan pengujian hipotesis 1 – 7 (dan juga untuk membuat interval konfidenyi) galat-galat acak diasumsikan sebagai berikut:

1. Memiliki *mean* 0
2. Memiliki variansi konstan σ^2
3. Tidak berkorelasi atau independen
4. Berdistribusi normal.

Alasan diperlukannya asumsi-asumsi ini dan cara pengujinya adalah seperti yang telah diuraikan pada regresi linier sederhana, lihat Bagian 2.4.1 di Bab 2.

3.3.6 Menguji Kesesuaian Model

Anggap asumsi-asumsi untuk uji hipotesis telah dipenuhi. Langkah-langkah untuk menguji kesesuaian model (*model adequacy*) pada regresi ganda dengan dua variabel independen mirip dengan langkah-langkah untuk menguji kesesuaian model pada regresi linier sederhana, tetapi ada sedikit modifikasi. Bandingkan dan amati perbedaannya.

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0 \text{ (model tidak sesuai)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq \text{ (model sesuai).}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y$$

di mana b_0 , b_1 , dan b_2 dirumuskan pada (3.6), (3.7) dan (3.8).

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

Catatan: Dapat dibuktikan bahwa rumus JK_{Res} di sini akan memberikan hasil yang sama dengan rumus JK_{Res} pada persamaan (3.22).

- d. Hitung rata-rata kuadrat regresi:

$$RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{3}$$

- e. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-3}$$

- f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}}$$

Ringkasan langkah-langkah perhitungan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel Anava (analisis variansi) sebagai berikut.

Tabel 3.6 Tabel Anava untuk Menguji $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$.

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---------------------|----------------|---------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| Regresi atau Model | JK_{Reg} | 3 | $RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{3}$ | $F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}}$ |
| Residual atau Error | JK_{Res} | $n-3$ | $RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-3}$ | |
| Total | JK_{Tot} | n | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Sebelum menentukan nilai F tabel terlebih dahulu ditetapkan taraf signifikansi α . Selanjutnya, lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 3$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 3$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Contoh 3.3 (Lanjutan Contoh 3.1-3.2: Menguji Kesesuaian Model Regresi)

Perhatikan kembali Contoh 3.1 di mana kita memodelkan hubungan linier antara variabel independen X_1 (tingkat IQ) dan X_2 motivasi terhadap variabel dependen Y (hasil belajar mahasiswa). Pada contoh tersebut telah diperoleh:

$$\sum Y = 710, \sum Y^2 = 51010, \sum X_1 Y = 83482, \sum X_2 Y = 55765,$$

$$b_0 = -0,991267, b_1 = 0,385202 \text{ dan } b_2 = 0,350100.$$

Pada contoh ini akan diuji kesesuaian model regresi. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 51010$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y$$

$$= (-0,991267)(710) + (0,385202)(83482) + (0,350100)(55765)$$

$$= 50976,985425$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 51010 - 50976,985425 = 33,014575$$

- Hitung rata-rata kuadrat regresi:

$$RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{3} = \frac{50976,985425}{3} = 16992,328475$$

- Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 3} = \frac{33,014575}{10 - 3} = 4,716368$$

f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}} = \frac{16992,328475}{4,716368} = 3602,84$$

Hasil perhitungan di atas disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut:

Tabel 3.7 Tabel Anava untuk Menguji $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---------------------|----------------|---------------|-------------------|------------|
| Regresi atau Model | 50976.985425 | 3 | 16992.328475 | 3602,84 |
| Residual atau Error | 33.014575 | 7 | 4.716368 | |
| Total | 51010 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 3$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 3 = 10 - 3 = 7$ diperoleh nilai F tabel = 4,35.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 3602,84 > 4,35 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Model regresi linier ganda sesuai untuk memodelkan hubungan antara tingkat IQ (X_1) dan motivasi (X_2) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y).

3.3.7 Menguji Linieritas (*Lack of Fit*)

Pada regresi linier ganda dengan dua variabel independen jika ada pengulangan suatu kombinasi X_1 dan X_2 dalam data, maka selain dapat menguji kesesuaian model (*model adequacy*) seperti yang telah dijelaskan

pada Bagian 3.3.6, kita juga dapat menguji kesesuaian model dengan pendekatan lain, yakni uji *lack of fit* (kekurangcocokan) atau *uji linieritas*.

Langkah-langkah untuk menguji linieritas adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

H_0 : Hubungan X_1 dan X_2 terhadap Y linier

H_1 : Hubungan X_1 dan X_2 terhadap Y tidak linier.

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y$$

di mana b_0 , b_1 , dan b_2 dirumuskan pada (3.6), (3.7) dan (3.8).

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

- Hitung jumlah kuadrat galat murni (*pure error*):

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_i} Y_{ij} \right)^2}{n_i} \right\} \quad (3.26)$$

di mana m adalah banyaknya kelompok kombinasi nilai X_1 dan X_2 yang berbeda, n_i adalah banyaknya data Y pada kelompok kombinasi X_1 dan X_2 ke i , dan Y_{ij} adalah data Y ke j pada kelompok kombinasi X_1 dan X_2 ke i .

Catatan:

1. Jumlah kuadrat galat di sini secara umum berbeda dengan jumlah kuadrat residual. Jika tidak ada pengulangan data kombinasi X_1 dan X_2 , maka $JK_{PE} = JK_{Res}$.
2. Rumus (3.26) juga dapat ditulis dalam bentuk

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (3.27)$$

di mana \bar{Y}_i adalah rata-rata data Y pada kelompok kombinasi X_1 dan X_2 ke i .

- e. Hitung jumlah kuadrat tuna cocok (*lack of fit*):

$$JK_{LOF} = JK_{Res} - JK_{PE}$$

Catatan:

Rumus JK_{LOF} dapat juga ditulis dalam bentuk

$$JK_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.28)$$

- f. Hitung rata-rata kuadrat galat:

$$RK_{PE} = \frac{JK_{PE}}{n-m}$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat tuna cocok:

$$RK_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{m-3}$$

- h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{LOF}}{RK_{PE}}$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Sebelum menentukan nilai F tabel terlebih dahulu ditetapkan taraf signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau yang lain. Selanjutnya lihat pada

tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = m - 3$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - m$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Contoh 3.4 (Lanjutan Contoh 3.1-3.3: Menguji Linieritas atau *Lack of Fit*)

Anggap pada Contoh 2.1 ada tambahan data dari 5 mahasiswa sehingga datanya terlihat seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.8 Data Simulasi Tingkat IQ dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | Tingkat IQ (X_1) | Motivasi (X_2) | Hasil Belajar Mahasiswa (Y) |
|-----------------|----------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1 | 90 | 70 | 59 |
| 2 | 97 | 77 | 60 |
| 3 | 97 | 77 | 62 |
| 4 | 97 | 77 | 65 |
| 5 | 106 | 76 | 69 |
| 6 | 110 | 68 | 65 |
| 7 | 115 | 78 | 69 |
| 8 | 115 | 78 | 70 |
| 9 | 118 | 79 | 74 |
| 10 | 122 | 80 | 70 |
| 11 | 127 | 79 | 75 |
| 12 | 127 | 79 | 76 |
| 13 | 127 | 79 | 78 |
| 14 | 135 | 85 | 81 |
| 15 | 140 | 88 | 85 |

Pada data ini terlihat bahwa ada tiga mahasiswa dengan kombinasi IQ 97 dan motivasi 77 tetapi hasil belajarnya berbeda-beda, yakni 60, 62, dan 65; ada dua mahasiswa dengan kombinasi IQ 115 dan motivasi 78 dengan hasil belajar 69 dan 70; dan ada tiga mahasiswa dengan kombinasi IQ 127 dan motivasi 79 dengan hasil belajar masing-masing 75, 76, dan 78.

Dengan menggunakan Microsoft Excel, diperoleh (silahkan pembaca mengecek)

$$\sum Y = 1058, \quad \sum Y^2 = 75444, \quad \sum X_1 Y = 123088, \quad \sum X_2 Y = 82937.$$

Dengan menggunakan rumus (3.6) – (3.8) diperoleh

$$b_0 = 0,190050, b_1 = 0,415637, \text{ dan } b_2 = 0,289750.$$

Pada contoh ini akan diuji linieritas atau *lack of fit* dari X_1 dan X_2 terhadap Y . Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

H_0 : Hubungan X dan Y linier

H_1 : Hubungan X dan Y tidak linier.

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 75444$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y \\ &= (0,190054)(1058) + (0,415637)(123088) + (0,289750)(82937) \\ &= 75391,938658 \end{aligned}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 75444 - 75391,938658 = 52,061342$$

- Hitung jumlah kuadrat galat murni (*pure error*):

- Hitung jumlah kuadrat tuna cocok (*lack of fit*):

Untuk menghitung jumlah kuadrat galat (JK_{PE}) dan jumlah kuadrat tuna cocok (JK_{LOF}) dengan menggunakan rumus (3.27) dan (3.28), maka akan lebih mudah jika dibuat tabel sebagai berikut.

Tabel 3.9 Tabel untuk Menghitung Jumlah Kuadrat Galat dan Tuna Cocok

| <i>i</i> | <i>X₁</i> | <i>X₂</i> | <i>Y</i> | \bar{Y}_i | \hat{Y}_i | Kuadrat Galat | Kuadrat Tuna Cocok |
|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------|---------------------------|
| 1 | 90 | 70 | 59 | 59 | 57,879836 | 0 | 1,254768 |
| 2 | 97 | 77 | 60 | 62,333333 | 62,817541 | 12,666667 | 0,703371 |
| | 97 | 77 | 62 | | | | |
| | 97 | 77 | 65 | | | | |
| 3 | 106 | 76 | 69 | 69 | 66,268522 | 0 | 7,460974 |
| 4 | 110 | 68 | 65 | 65 | 65,613071 | 0 | 0,375856 |
| 5 | 115 | 78 | 69 | 69,5 | 70,588752 | 0,5 | 2,370760 |
| | 115 | 78 | 70 | | | | |
| 6 | 118 | 79 | 74 | 74 | 72,125411 | 0 | 3,514082 |
| 7 | 122 | 80 | 70 | 70 | 74,077708 | 0 | 16,627703 |
| 8 | 127 | 79 | 75 | 76,333333 | 75,866142 | 4,666667 | 0,654803 |
| | 127 | 79 | 76 | | | | |
| | 127 | 79 | 78 | | | | |
| 9 | 135 | 85 | 81 | 81 | 80,929734 | 0 | 0,004937 |
| 10 | 140 | 88 | 85 | 85 | 83,877167 | 0 | 1,260754 |
| <i>m=10</i> | <i>n=15</i> | | | | | 17,833333 | 34,228009 |

Dari tabel terlihat bahwa $JK_{PE} = 17,833333$ dan $JK_{LOF} = 34,228009$.

Catatan:

- Pada Tabel 3.9 baris $i = 1$ kolom Kuadrat Galat diisi angka 0 yang diperoleh sebagai berikut.

$$\sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 = \sum_{j=1}^{n_1} (Y_{1j} - \bar{Y}_1)^2 = \sum_{j=1}^1 (Y_{1j} - \bar{Y}_1)^2 = (59 - 59)^2 = 0$$

Untuk kolom Kuadrat Tuna Cocok diisi 1,254768 yang diperoleh sebagai berikut.

$$n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 = n_1 (\bar{Y}_1 - \hat{Y}_1)^2 = 1 \times (59 - 57,879836)^2 = 1,254768$$

.

- Pada Tabel 3.9 baris $i = 2$ kolom Kuadrat Galat diisi angka 12,666667 yang diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 &= \sum_{j=1}^{n_2} (Y_{2j} - \bar{Y}_2)^2 \\
&= \sum_{j=1}^3 (Y_{2j} - \bar{Y}_2)^2 \\
&= (60 - 63,333333)^2 + (62 - 63,333333)^2 + (65 - 63,333333)^2 \\
&= 12,66667
\end{aligned}$$

Untuk kolom Kuadrat Tuna Cocok diisi 0,703371 yang diperoleh sebagai berikut:

$$n_i(\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 = n_2(\bar{Y}_2 - \hat{Y}_2)^2 = 3 \times (62,333333 - 62,817541)^2 = 0,703371$$

Baris-baris berikutnya diisi secara serupa.

- f. Hitung rata-rata kuadrat galat:

$$RK_{PE} = \frac{JK_{PE}}{n-m} = \frac{17,833333}{15-10} = 3,566667$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat tuna cocok:

$$RK_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{m-3} = \frac{34,228009}{10-3} = 4,889716$$

- h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{LOF}}{RK_{PE}} = \frac{4,889716}{3,566667} = 1,371$$

Catatan:

Jika tidak ada data kombinasi dari X_1 dan X_2 yang berulang, maka $JK_{PE} = 0$, dan juga $RK_{PE} = 0$, sehingga statistik uji F tidak terdefinisi.

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = m - 3 = 10 - 3 = 7$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - m = 15 - 10 = 5$, diperoleh F tabel = 4,876.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = $1,371 < 4,8876 = F$ tabel, maka H_0 diterima.

Kesimpulan: Terdapat hubungan linier antara X_1 dan X_2 terhadap Y . ◆

3.3.8 Menguji Pengaruh Bersama

Anggap asumsi-asumsi untuk uji hipotesis telah dipenuhi. Langkah-langkah untuk menguji pengaruh bersama variabel independen X_1 dan X_2 terhadap variabel dependen Y juga mirip dengan langkah-langkah menguji pengaruh pada regresi linier sederhana dengan sedikit modifikasi. Bandingkan dan amati perbedaannya.

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \text{Ada tanda } \neq$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$JK_{Reg} = b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{Reg(\beta_0)} = \frac{(\sum Y)^2}{n}$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2 | \beta_0$):

$$JK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)} = JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_0)}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg}$$

- Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2 | \beta_0$):

$$RK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)} = \frac{JK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)}}{2}$$

g. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 3}$$

h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)}}{RK_{Res}}$$

Ringkasan langkah-langkah perhitungan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel Anava (analisis variansi) sebagai berikut:

Tabel 3.10 Tabel Anava untuk Mnguji $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Independen | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---|--|--------------------|--|---|
| Regresi Full / Regresi(β) | JK_{Reg} | 3 | | |
| Regresi(β_0) | $JK_{Reg(\beta_0)}$ | 1 | | |
| Regresi($\beta_1, \beta_2 \beta_0$) | $JK_{Reg(\beta_1, \beta_2 \beta_0)}$ | 2 | $RK_{Reg(\beta_1, \beta_2 \beta_0)}$ | $F = \frac{RK_{Reg(\beta_1, \beta_2 \beta_0)}}{RK_{Res}}$ |
| Residual | JK_{Res} | $n - 3$ | RK_{Res} | |
| Total | JK_{Tot} | n | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Sebelum menentukan nilai F tabel terlebih dahulu ditetapkan tingkat signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau yang lain. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat independen pembilang $db_1 = 2$ dan derajat independen penyebut $db_2 = n - 3$ untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: Tolak H_0 jika F hitung > F tabel

Catatan:

1. Rumus statistik F untuk menguji pengaruh bersama-sama dapat juga disajikan sebagai berikut.

$$F = \frac{R^2 / 2}{(1 - R^2) / (n - 3)}$$

di mana R^2 adalah koefisien determinasi, lihat rumus (3.31) pada Bagian 3.3.13.

2. Jika H_0 ditolak, maka kesimpulannya ada pengaruh bersama dari X_1 dan X_2 terhadap Y , tetapi bukan berarti bahwa modelnya merupakan model yang terbaik. Model lain mungkin lebih baik untuk menjelaskan variasi dan memprediksi Y . Uji F di atas biasanya sebagai uji awal untuk kemudian dilakukan analisis lebih lanjut. Jika H_0 ditolak, maka kita dapat melanjutkan dengan menguji beberapa parameter tertentu yang menjadi ketertarikan kita atau dianggap penting. Sebaliknya, jika H_0 diterima, maka kita perlu memikirkan model lain (bukan model regresi linier) yang lebih tepat.

Contoh 3.5 (Lanjutan Contoh 3.1 – 3.4: Menguji Pengaruh Bersama)

Pada contoh ini akan diuji apakah ada pengaruh bersama yang signifikan dari tingkat IQ (X_1) dan motivasi (X_2) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y) yang datanya diberikan pada Contoh 3.1. Tentu saja sebelum menguji hipotesis perlu dicek atau diuji dipenuhinya asumsi-asumsi galat acak berdasarkan residual-residual yang telah dihitung pada Contoh 3.2. Pengecekan dan pengujian asumsi diserahkan kepada pembaca.

Pada Contoh 3.1 telah diperoleh:

$$\sum Y = 710, \sum Y^2 = 51010, \sum X_1 Y = 83482, \sum X_2 Y = 55765, \\ b_0 = -0,991267, b_1 = 0,385202 \text{ dan } b_2 = 0,350100.$$

Langkah-langkah untuk menguji pengaruh bersama adalah sebagai berikut

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 51010$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y \\ &= (-0,991267)(710) + (0,385202)(83482) + (0,350100)(55765) \\ &= 50976,985425 \end{aligned}$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{Reg(\beta_0)} = \frac{(\sum Y)^2}{n} = \frac{710^2}{n} = 50410$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2 | \beta_0$):

$$\begin{aligned} JK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)} &= JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_0)} = 50976,985425 - 50410 \\ &= 556,985425 \end{aligned}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 51010 - 50976,985425 = 33,014575$$

- Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2 | \beta_0$):

$$RK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)} = \frac{JK_{Reg(\beta_1, \beta_2 | \beta_0)}}{2} = \frac{556,985425}{2} = 283,492712$$

- Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-3} = \frac{33,014575}{10-3} = 4,716368$$

- Hitung statistik uji F:

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}} = \frac{283,492712}{4,716368} = 60,108269 \approx 60,108$$

Ringkasan langkah-langkah perhitungan di atas, dapat disajikan dalam bentuk tabel Anova sebagai berikut:

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Independen | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|---|----------------|--------------------|-------------------|----------|
| Regresi Full / Regresi(β) | 50976.985425 | 3 | | |
| Regresi(β_0) | 50410 | 1 | | |
| Regresi($\beta_1, \beta_2 \beta_0$) | 566.985425 | 2 | 283.4927123 | 60,108 |
| Residual | 33.014575 | 7 | 4.716368 | |
| Total | 51010 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat independen pembilang $db_1 = 2$ dan derajat independen penyebut $db_2 = n - 3 = 10 - 3 = 7$ diperoleh nilai F tabel = 4,74.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 60,108 > 4,74 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Terdapat pengaruh bersama yang signifikan dari tingkat IQ dan motivasi terhadap hasil belajar mahasiswa.

3.3.9 Menguji Pengaruh Bersama dengan SPSS

Sofware SPSS juga dapat digunakan untuk menguji pengaruh bersama. Pada Contoh 3.4 telah diperoleh nilai statistik uji $F = 60,108$. Cara menggunakan *software* SPSS seperti yang telah diuraikan pada Bagian 3.3.3. *Output* tabel Anova yang kita peroleh pada Bagian 3.3.3 adalah sebagai berikut:

| ANOVA ^a | | | | | |
|--------------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
| 1 | Regression | 2 | 283,493 | 60,108 | ,000 ^b |
| | Residual | 7 | 4,716 | | |
| | Total | 9 | | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

Nilai total pada baris terakhir dari *output* SPSS adalah Total Terkoreksi yang dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{Total Terkoreksi} = JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta_0)} = 51010 - 50410 = 600.$$

Pada tabel Anova di atas terlihat nilai F hitung = 60,108, sama dengan yang diperoleh secara manual. Pada kolom terakhir (kolom **Sig.**) terlihat angka 0.000. Bandingkan angka ini dengan taraf signifikansi α yang kita tetapkan. Ketentuannya adalah **tolak H_0 jika $\text{Sig} < \alpha$** . Sebagai contoh jika kita pilih $\alpha = 0,05$ maka H_0 ditolak sehingga kesimpulannya adalah terdapat pengaruh yang signifikan dari tingkat IQ dan motivasi terhadap nilai mahasiswa.

3.3.10 Menguji Parameter secara Individual

Jika pada uji pengaruh bersama atau uji kesesuaian model ternyata H_0 ditolak, maka kita dapat melanjutkan dengan uji parameter secara individual. Jika $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ ditolak, maka kemungkinannya ada tiga: $\beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$, $\beta_1 \neq 0$ dan $\beta_2 = 0$, atau $\beta_1 = 0$ dan $\beta_2 \neq 0$. Uji parameter secara individual berguna untuk menentukan kontribusi dari suatu variabel independen di dalam model.

Model mungkin akan lebih efektif dengan mengurangi atau menambah satu atau lebih variabel independen. Menambahkan sebuah variabel independen ke dalam model akan selalu menyebabkan jumlah kuadrat regresi (JK_{Reg}) naik dan jumlah kuadrat residual (JK_{Res}) turun. Kita harus mempertimbangkan apakah naiknya JK_{Reg} (yang tentunya lebih baik di satu sisi) membuat model kita lebih baik secara signifikan atau tidak, karena perlu juga diingat bahwa bertambahnya variabel independen juga akan menambah variansi dari \hat{Y} (yang tentunya lebih buruk di sisi lain). Jadi kita harus berhati-hati untuk memilih variabel mana yang seharusnya dimasukkan ke dalam model. Menambah variabel independen yang tidak penting dapat meningkatkan rata-rata kuadrat regresi RK_{Reg} yang dapat menurunkan kebergunaan model regresi. Uji parameter secara individual

dapat digunakan untuk mempertimbangkan dalam mengeluarkan variabel independen yang pengaruhnya tidak signifikan terhadap variabel dependen.

Dalam regresi linier ganda dengan dua variabel independen ada tiga parameter yang dapat diuji secara individual. Rumusan hipotesisnya adalah

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_i \neq 0$$

dengan i diganti 0, 1, atau 2, tergantung mana yang akan diuji.

Untuk menguji hipotesis secara individual dapat digunakan uji F atau uji t . Rumus statistik uji F agak rumit untuk diberikan di sini dan akan diberikan di Bab 4 dengan menggunakan notasi matriks, sedangkan rumus umum statistik uji t adalah sebagai berikut:

$$t = \frac{b_i}{SE(b_i)} \quad (3.29)$$

di mana b_i adalah estimator untuk β_i dan $SE(b_i)$ adalah *standard error* untuk b_i . Rumus untuk $SE(b_i)$ juga agak rumit untuk diberikan di sini dan akan diberikan dalam notasi matriks di Bab 4. Akan tetapi, nilai $SE(b_i)$ dapat dilihat pada *output* SPSS.

Jika digunakan statistik uji t , maka langkah-langkah untuk menguji hipotesis parameter secara individual adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_1: \beta_i \neq 0$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Hitung statistik uji t dengan rumus (3.29).

Langkah 3. Menentukan t tabel

Tetapkan taraf signifikansi α terlebih dahulu dan selanjutnya lihat pada tabel distribusi t nilai $t_{\alpha/2}$ dengan derajat independen $n - 3$.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: Tolak H_0 jika $|t| > t_{\alpha/2}$.

Catatan:

Statistik uji pada persamaan (3.26) juga dapat digunakan untuk menguji hipotesis:

$$H_0: \beta_i \geq 0$$

$$H_1: \beta_i < 0 \text{ (atau } H_1: \beta_i > 0)$$

Kriteria uji hipotesisnya adalah:

1. Untuk $H_1: \beta_i < 0$: Tolak H_0 jika t hitung $< -t_\alpha$
2. Untuk $H_1: \beta_i > 0$: Tolak H_0 jika t hitung $> t_\alpha$

di mana t_α diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat independen $n - 3$.

Kita harus berhati-hati dalam menyimpulkan hasil uji hipotesis parameter secara individual. Sebagai contoh, jika ketiga hipotesis $H_0: \beta_0 = 0$, $H_0: \beta_1 = 0$, dan $H_0: \beta_2 = 0$ ditolak, maka belum tentu model yang ‘terbaik’ adalah $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$. Lihat kembali penjelasan pada Bagian 3.3.5. Kita juga tidak boleh menggunakan kesimpulan uji hipotesis parameter secara individual untuk menyimpulkan variabel mana yang berguna dan yang tidak berguna untuk memprediksi nilai Y .

3.3.11 Menguji Parameter secara Individual dengan SPSS

Pengujian parameter secara individual dapat secara langsung dilihat pada *output* SPSS. Cara menggunakan *software* SPSS seperti yang telah diuraikan pada Bagian 3.3.3. *Output* yang kita perhatikan adalah (lihat Bagian 3.3.3):

| Model | Coefficients ^a | | | | | | |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95,0% Confidence Interval for B | |
| | B | Std. Error | Beta | | | Lower Bound | Upper Bound |
| (Constant) | -.991 | 10,367 | | -,096 | ,927 | -25,506 | 23,523 |
| I IQ | ,385 | ,080 | ,750 | 4,818 | ,002 | ,196 | ,574 |
| Motivasi | ,350 | ,212 | ,257 | 1,654 | ,142 | -,150 | ,851 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Dari *output* di atas terlihat:

1. $b_0 = -0,991$, $SE(b_0) = 10,367$,

$$\text{sehingga } t = \frac{b_0}{SE(b_0)} = \frac{-0,991}{10,367} = -0,096$$

2. $b_1 = 0,385$, $SE(b_1) = 0,080$, sehingga $t = \frac{b_1}{SE(b_1)} = \frac{0,385}{0,080} = 4,818$

3. $b_2 = 0,350$, $SE(b_2) = 0,212$, sehingga $t = \frac{b_2}{SE(b_2)} = \frac{0,350}{0,212} = 1,654$

Jika ditetapkan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Karena pada baris **Constant** **Sig.** = 0.927 > 0,05, maka $H_0: \beta_0 = 0$ diterima.
2. Karena pada baris **IQ** **Sig.** = 0.002 < 0,05, maka $H_0: \beta_1 = 0$ ditolak sehingga terdapat pengaruh signifikan dari IQ terhadap hasil belajar mahasiswa jika motivasi dimasukkan ke dalam model (pengaruh motivasi diperhitungkan).
3. Karena pada baris **Motivasi** **Sig.** = 0.142 > 0,05, maka $H_0: \beta_2 = 0$ diterima sehingga tidak terdapat pengaruh signifikan dari motivasi terhadap hasil belajar mahasiswa apabila IQ dimasukkan ke dalam model (pengaruh IQ diperhitungkan).

Tentu saja kesimpulan H_0 diterima atau ditolak dapat diperoleh dengan membandingkan t hitung dan t tabel.

Catatan:

1. Jika dilakukan analisis regresi linier sederhana menggunakan SPSS dengan variabel independen **Motivasi** dan variabel dependen **Hasil Belajar Mahasiswa**, maka sebagian *outputnya* adalah sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,873 ^a | ,762 | ,733 | 4,221 |

a. Predictors: (Constant), Motivasi

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Regression | 457,485 | 1 | 457,485 | 25,681 | ,001 ^b |
| Residual | 142,515 | 8 | 17,814 | | |
| Total | 600,000 | 9 | | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), Motivasi

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients Beta | t | Sig. |
|-------|-----------------------------|------------|-----------------------------------|--------|-------|
| | B | Std. Error | | | |
| 1 | (Constant) | -21,685 | 18,338 | -1,183 | ,271 |
| | Motivasi | 1,188 | ,234 | ,873 | 5,068 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Terlihat bahwa pada baris Motivasi **Sig. = 0,001**. Hal ini berarti bahwa motivasi **mempunyai pengaruh** (positif) terhadap hasil belajar mahasiswa jika IQ tidak dimasukkan ke dalam model (pengaruh IQ diabaikan). Ingat bahwa pada regresi linier ganda motivasi **tidak berpengaruh** secara signifikan terhadap nilai mahasiswa jika faktor IQ diperhitungkan. *Mengapa hal ini dapat terjadi?* Hal ini mungkin karena ada multikolinieritas (ada hubungan linier yang kuat) antara IQ dan motivasi. Koefisien korelasi antara IQ dan motivasi cukup besar, yakni

$$\begin{aligned}
r &= \frac{n \sum X_1 X_2 - \sum X_1 \sum X_2}{\sqrt{n \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2} \sqrt{n \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2}} \\
&= \frac{(10)(91185) - (1160)(780)}{\sqrt{(10)(136832) - 1160^2} \sqrt{(10)(61164) - 780^2}} \\
&= 0,822
\end{aligned}$$

Pembahasan tentang multikolinieritas disajikan pada Bagian 3.3.14.

2. Untuk memprediksi hasil belajar mahasiswa, karena faktor motivasi tidak berpengaruh secara signifikan terhadap hasil belajar mahasiswa jika pengaruh IQ diperhitungkan, maka faktor motivasi tidak diperlukan lagi. Jadi cukup menggunakan model regresi linier sederhana dengan variabel independen IQ dan variabel dependen hasil belajar mahasiswa, seperti telah dibahas di Bab 2. Data IQ dan hasil belajar mahasiswa yang digunakan pada contoh di atas sama seperti di Bab 2.

Boleh juga untuk memprediksi hasil belajar mahasiswa cukup dengan menggunakan data motivasi karena juga terdapat hubungan linier antara motivasi dan hasil belajar mahasiswa, lihat *output* SPSS di atas.

Mana yang lebih baik, menggunakan IQ atau motivasi untuk memprediksi hasil belajar mahasiswa? Salah satu patokan yang dapat digunakan adalah membandingkan koefisien determinasinya. Jika menggunakan IQ koefisien determinasinya 0,923, sedangkan jika menggunakan motivasi koefisien determinasinya 0,762. Jadi lebih baik menggunakan data IQ untuk memprediksi hasil belajar mahasiswa dari pada menggunakan data motivasi.

3.3.12 Interval Konfidensi untuk β_0 , β_1 dan β_2

Pada regresi linier dengan dua variabel independen, interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk β_i ($i = 0, 1, 2$) adalah

$$(b_i - t_{\alpha/2} SE(b_i), b_i + t_{\alpha/2} SE(b_i)) \quad (3.30)$$

di mana $t_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat independen $n - 3$ dan $SE(b_i)$ adalah standar eror untuk b_i . Nilai $SE(b_i)$ dapat dilihat pada *output* SPSS. Bahkan interval konfidensi untuk β_i ($i = 0, 1, 2$) dapat langsung dilihat pada *output* SPSS.

Masih terkait dengan Contoh 3.1-3.5, perhatikan *output* SPSS berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. | 95.0% Confidence Interval for B | |
|--------------|-----------------------------|------------|------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | B | Std. Error | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1 (Constant) | -.991 | 10.367 | | -.096 | .927 | -25.506 | 23.523 |
| IQ | .385 | .080 | .750 | 4.818 | .002 | .196 | .574 |
| Motivasi | .350 | .212 | .257 | 1.654 | .142 | -.150 | .851 |

a. Dependent Variable: Nilai

Interval konfidensi untuk β_i ($i = 0, 1, 2$) jika ditentukan dengan menggunakan rumus (3.30), maka pertama kita melihat t tabel. Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ dan derajat bebas $n - 3 = 10 - 3 = 7$ diperoleh nilai $t_{\alpha/2} = 2,3646$. Dari *output* SPSS di atas terlihat $b_1 = 0,385$ dan $SE(b_1) = 0,080$. Maka, dengan menggunakan rumus (3.30) interval konfidensi 95% untuk β_1 adalah

$$\begin{aligned} & (b_1 - t_{\alpha/2} SE(b_1), b_1 + t_{\alpha/2} SE(b_1)) \\ &= (0,385 - 2,3646 \times 0,080, 0,385 + 2,3646 \times 0,080) \\ &= (0,196, 0,574) \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa batas-batas interval konfidensi untuk β_1 dapat langsung dilihat pada dua kolom terakhir. Terlihat juga interval konfidensi 95% untuk β_0 adalah (-25,506, 23,523) dan untuk β_2 adalah (-0,150, 0,851).

Dengan mengingat kembali hubungan antara interval konfidensi dan uji hipotesis sebagaimana telah dijelaskan pada Bagian 2.6 di Bab 2, maka

dengan melihat interval-interval konfidensi di atas kita juga dapat menyimpulkan uji-uji hipotesis yang terkait, yakni

1. Terima $H_0: \beta_0 = 0$ karena interval konfidensinya memuat 0.
2. Tolak $H_0: \beta_1 = 0$ karena interval konfidensinya tidak memuat 0.
3. Terima $H_0: \beta_2 = 0$ karena interval konfidensinya memuat 0.

3.3.13 Koefisien Determinasi

Untuk menghitung koefisien determinasi dalam regresi linier dengan dua variabel independen kita gunakan rumus umum koefisien determinasi sebagaimana yang telah diuraikan di Bab 2, yakni

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (3.31)$$

Tetapi di sini

$$JK_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - (b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i}))^2 \quad (3.32)$$

dan

$$J_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \quad (3.33)$$

Nilai R^2 menyatakan proporsi variasi variabel Y yang dijelaskan oleh variabel-variabel independen X_1 dan X_2 .

Kita juga dapat menghitung nilai *adjusted* koefisien determinasi dengan rumus

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \right) \quad (3.34)$$

atau

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] (1-R^2) \quad (3.35)$$

di mana k adalah banyaknya variabel independen dan n adalah ukuran sampel.

Contoh 3.6 (Lanjutan Contoh 3.1 – 3.5: Koefisien Determinasi)

Pada Contoh 3.1 kita memodelkan hubungan antara tingkat IQ (X_1), motivasi (X_2), dan hasil belajar mahasiswa (Y) dengan menggunakan model regresi linier. Pada Contoh 3.5 telah disimpulkan adanya pengaruh bersama yang signifikan dari tingkat IQ dan motivasi terhadap hasil belajar mahasiswa. Proporsi variasi hasil belajar mahasiswa yang dapat dijelaskan oleh tingkat IQ dan motivasi dapat dilihat dari koefisien determinasinya. Pada Contoh 3.1 telah dihitung

$$\sum Y = 710, \sum Y^2 = 51010$$

Dengan menggunakan rumus (3.33) diperoleh

$$J_{YY} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 51010 - \frac{710^2}{10} = 600$$

Pada Contoh 3.5 juga telah dihitung $JK_{Res} = 33,014575$. Dengan menggunakan rumus (3.31) diperoleh

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{Res}}{J_{YY}} = 1 - \frac{33,014575}{600} = 0,944976$$

dan dengan menggunakan rumus (3.35) (di sini banyaknya variabel independen $k = 2$) diperoleh

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] (1-R^2) = 1 - \left[\frac{10-1}{10-(2+1)} \right] (1-0,944976) = 0,929$$

Nilai koefisien determinasi juga dapat dilihat langsung dari *output* SPSS berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .972 ^a | .945 | .929 | 2.172 |

a. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

Nilai $R^2 = 0,945$ dan nilai R_a^2 (Adjusted R^2) = 0,929 dapat dilihat pada kolom ketiga dan keempat.

3.3.14 Multikolinieritas

Dalam analisis regresi linier ganda, jika ada dua atau lebih variabel independen yang berkorelasi sangat kuat, maka dikatakan terdapat *multikolinieritas*. Akan tetapi, ingat di sini bahwa variabel independen dianggap bukan variabel acak sehingga istilah korelasi sebenarnya kurang tepat, istilah koefisien korelasi harus diinterpretasikan sebagai kuat lemahnya hubungan linier antara *data variabel independen*. Multikolinieritas tidak memengaruhi kesesuaian model, tetapi sangat berpengaruh pada koefisien regresi. Secara teoretis dapat ditunjukkan jika terdapat dua variabel independen dengan koefisien korelasi $r = 1$ atau $r = -1$, maka estimator koefisien regresi yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil tidak dapat ditentukan dan variansinya tak berhingga. Jika terdapat multikolinieritas dengan $r \neq \pm 1$, maka estimator koefisien regresi masih dapat dihitung. Untuk mengatasi multikolinieritas dapat menggunakan regresi ridge atau regresi komponen utama, tetapi metode ini tidak lepas dari kritik.

Indikasi adanya multikolinieritas dapat dideteksi dengan cara antara lain:

1. Uji F untuk kesesuaian model signifikan, tetapi uji parameter secara individual dengan uji t tidak signifikan.
2. Koefisien determinasi besar, tetapi tidak ada atau hanya sedikit koefisien regresi yang signifikan.

Efek dari adanya multikolinieritas antara lain:

1. Variansi dan *standard error* dari estimator koefisien regresi besar.
Ini mengakibatkan interval konfidensi untuk parameter menjadi lebar sehingga akan meningkatkan kemungkinan tidak menolak hipotesis yang salah.
2. Variansi dari \hat{Y} besar.
3. Tidak stabilnya estimator koefisien regresi.
Estimator dan *standard error* koefisien regresi sangat sensitif terhadap perubahan-perubahan kecil dalam data. Oleh karena itu, jika terdapat multikolinieritas, maka harus hati-hati dalam menafsirkan estimator koefisien regresi dan menyimpulkan uji hipotesis karena dapat menyesatkan.
4. Tanda estimator koefisien regresi berlawanan dengan yang kita harapkan.

Jika seharusnya koefisien regresi positif, tetapi karena adanya multikolinieritas dapat diperoleh estimator koefisien regresi negatif.

Ada beberapa cara untuk mengecek atau menguji adanya multikolinieritas, di antaranya:

1. Cara yang paling sederhana adalah menghitung koefisien korelasi setiap pasang variabel independen. Jika ada koefisien korelasi yang mendekati 1, maka merupakan indikasi adanya multikolinieritas. Tidak ada angka yang baku untuk mengatakan terdapat multikolinieritas, tetapi ada yang berpendapat bahwa jika koefisien korelasi lebih dari 0,8 atau 0,9 maka terdapat multikolinieritas. Jika koefisien korelasi antara variabel independen X_i dan X_j , yakni r_{ij} , lebih besar atau sama dengan koefisien determinasi (R^2), maka multikolinieritas harus diwaspadai. Dalam suatu situasi mungkin saja koefisien korelasi dari setiap pasang variabel independen tidak ada yang lebih besar dari koefisien determinasi, tetapi jika korelasi ganda (*multiple correlation*) dari suatu variabel independen terhadap semua variabel independen yang lain lebih besar dari koefisien determinasi maka multikolinieritas juga harus diwaspadai.

2. Menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF)

Variance Inflation Factor dari variabel independen X_j didefinisikan sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (3.36)$$

di mana R_j^2 adalah korelasi ganda antara X_j sebagai variabel dependen terhadap semua variabel independen yang lain. Nilai VIF menyatakan kelipatan (naiknya) variansi koefisien regresi b_j jika dibandingkan dengan kasus X_j tidak berkorelasi terhadap variabel independen yang lain. Inverse dari VIF dinamakan ‘tolerance’. Tidak ada kriteria baku untuk menentukan kapan terjadi multikolinieritas, tetapi beberapa ahli menyatakan bahwa multikolinieritas menjadi masalah jika nilai VIF lebih dari 10. Perhatikan bahwa jika $VIF = 10$ maka $R_j^2 = 0,9$. Nilai dari VIF dan tolerance dapat diperoleh dengan SPSS.

3. Menggunakan metode Leamer.

Leamer menyarankan ukuran pengaruh multikolinieritas dari variabel independen ke j (X_j) dengan rumus

$$c_j = \left(\frac{\left(\sum_i (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \right)^{-1} \sum_i}{(X'X)_{jj}^{-1}} \right)^{1/2}$$

di mana $(X'X)_{jj}^{-1}$ adalah elemen baris ke j kolom ke j dari matriks $(X'X)^{-1}$, lihat Bab 4. Rumus c_j dapat juga dirumuskan dengan

$$c_j = \sqrt{1 - R_j^2} \quad (3.37)$$

di mana R_j^2 adalah korelasi ganda antara X_j sebagai variabel dependen terhadap semua variabel independen yang lain. Jika X_j tidak berkorelasi dengan variabel independen yang lain, maka $c_j = 1$. Nilai c_j yang mendekati 0 mengindikasikan adanya multikolinieritas.

4. Menggunakan uji Farrar-Glauber.

Farrar dan Glauber menyarankan prosedur untuk mendeteksi multikolinieritas dengan tiga uji statistik, pertama menguji apakah ada multikolinieritas, kedua menentukan variabel mana yang menyebabkan multikolinier, dan ketiga menentukan bentuk atau pola multikolinieritas.

Statistik uji untuk menguji multikolinieritas adalah:

$$\chi^2 = -\left(n - 1 - \frac{1}{6(2k + 5)}\right) \ln D \quad (3.38)$$

di mana

n = ukuran sampel

k = banyaknya variabel independen

D = determinan matriks korelasi, sebagai contoh jika ada tiga variabel independen, maka

$$D = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{vmatrix}$$

Jika χ^2 hitung $>$ χ^2 tabel dengan derajat bebas $k(k - 1)/2$, maka terdapat multikolinieritas, sebaliknya jika $\chi^2 < \chi^2$ tabel, maka tidak ada multikolinieritas.

Jika terdapat multikolinieritas selanjutnya dapat diuji variabel mana yang menyebabkan terjadi multikolinieritas dengan uji F yang dirumuskan sebagai berikut.

$$F = \frac{R_i^2 / (k - 1)}{(1 - R_i^2) / (n - k)} \quad (3.39)$$

Jika nilai F hitung $> F$ tabel dengan derajat bebas pembilang $(k - 1)$ dan derajat bebas penyebut $(n - k)$ maka variabel X_i penyebab terjadinya multikolinieritas.

Untuk menguji apakah terjadi multikolinieritas antara variabel X_i dan X_j digunakan uji t yang dirumuskan sebagai

$$t = \frac{(r_{ij,12..k}^2) \sqrt{n - k}}{\sqrt{1 - r_{ij,12..k}^2}} \quad (3.40)$$

di mana $r_{ij,12..k}^2$ adalah korelasi parsial antara X_i dan X_j . Jika nilai t hitung $> t$ tabel dengan derajat bebas $n - k$, maka variabel X_i dan X_j penyebab terjadinya multikolinieritas.

Sebagai catatan, uji Farrar-Glauber ini mendapat kritik dari peneliti lain, antara lain bahwa penggunaan koefisien korelasi parsial tidak efektif dan Farrar dan Glauber telah membuat kesalahan dalam menginterpretasikan tes diagnostiknya.

Contoh 3.7 (Lanjutan Contoh 3.1-3.6: Menguji Multikolinieritas)

Pada Contoh 3.1 kita memodelkan hubungan antara IQ (X_1) dan motivasi (X_2) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y) dengan model regresi linier ganda. Pada contoh ini akan dicek apakah ada multikolinieritas antara IQ dan motivasi. Dengan bantuan SPSS pada Bagian 3.3.3 diperoleh *output*.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,972 ^a | ,945 | ,929 | 2,172 |

a. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

| Model | Coefficients ^a | | | | | | |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95,0% Confidence Interval for B | |
| | B | Std. Error | Beta | | | Lower Bound | Upper Bound |
| (Constant) | -,991 | 10,367 | | -,096 | ,927 | -25,506 | 23,523 |
| 1 IQ | ,385 | ,080 | ,750 | 4,818 | ,002 | ,196 | ,574 |
| Motivasi | ,350 | ,212 | ,257 | 1,654 | ,142 | -,150 | ,851 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Dari *output* di atas terlihat bahwa koefisien determinasi sangat besar, $R^2 = 0,945$, dan uji parameter secara individual dengan taraf signifikansi 5% terlihat bahwa variabel IQ signifikan tetapi variabel motivasi tidak signifikan dengan *p-value* $Sig. = 0,142$. Apakah dalam hal ini terjadi multikolinieritas?

Telah dihitung di bagian akhir Bagian 3.3.11 koefisien korelasi antara IQ dan motivasi $r = 0,822$. Angka ini cukup besar, tetapi dapat dianggap tidak terlalu dekat dengan 1 karena masih di bawah 0,9 meskipun sudah lebih dari 0,8. Secara kualitatif dapat dikatakan ‘**hampir**’ terjadi multikolinieritas. Karena r masih lebih kecil dari R^2 , maka multikolinieritas tidak terlalu membahayakan.

Jika dilakukan analisis regresi dengan SPSS di mana motivasi (X_2) dianggap sebagai variabel dependen dan IQ sebagai independen, maka diperoleh *output* sebagai berikut:

| Model Summary | | | | |
|---------------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
| 1 | ,822 ^a | ,675 | ,635 | 3,627 |

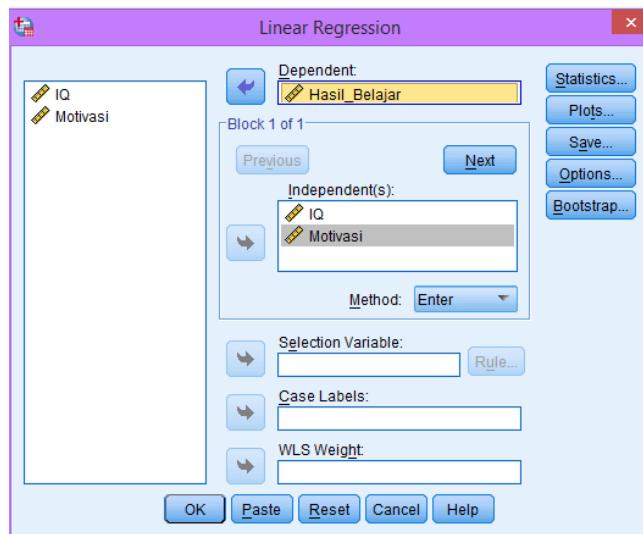
a. Predictors: (Constant), IQ

Dengan menggunakan rumus (3.36) diperoleh VIF untuk variabel motivasi

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} = \frac{1}{1 - 0,675} = 3,077$$

Jadi dengan menggunakan kriteria VIF masih dikategorikan tidak ada multikolinieritas karena $VIF < 10$. Tolerance untuk variabel motivasi adalah $1/3,077 = 0,325$.

Nilai VIF dan tolerance dapat diperoleh dengan bantuan SPSS sebagai berikut. Dengan data pada Contoh 3.1, pada kotak dialog



klik **Statistics**, check list **Collinearity diagnostics**, lalu **Continue**, lalu **OK** maka akan muncul *output*.

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | Collinearity Statistics | |
|-------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|-------|-------------------------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | | Tolerance | VIF |
| 1 | (Constant) | -,991 | 10,367 | -,096 | ,927 | | |
| | IQ | ,385 | ,080 | ,750 | 4,818 | ,002 | ,325 |
| | Motivasi | ,350 | ,212 | ,257 | 1,654 | ,142 | ,325 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Terlihat tolerance dan VIF pada dua kolom terakhir, ada sedikit perbedaan VIF yang dikarenakan pembulatan dalam perhitungan.

Jika digunakan metode Leamer, dengan menggunakan rumus (3.37) diperoleh ukuran pengaruh multikolinieritas dari variabel motivasi

$$c_2 = (1 - R_2^2)^{1/2} = (1 - 0,675)^{1/2} = 0,570$$

Angka ini tidak terlalu dekat dengan 0, sehingga multikolinieritas dianggap lemah.

Jika digunakan uji Farrar-Glauber pertama dihitung determinan matriks korelasi antara IQ dan motivasi, yakni

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0,821698 \\ 0,821698 & 1 \end{vmatrix} = 1 \times 1 - 0,821698 \times 0,821698 = 0,324812$$

Dengan menggunakan rumus (3.39) diperoleh statistik uji

$$\chi^2 = -\left(n - 1 - \frac{1}{6(2k + 5)}\right) \ln D = -\left(10 - 1 - \frac{1}{6(4 + 5)}\right) \ln(0,324812) = 10,10$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dan derajat bebas $k(k - 1)/2 = 2(2-1)/2 = 1$ diperoleh χ^2 tabel = 3,841. Karena χ^2 hitung $>$ χ^2 tabel, maka terdapat multikolinieritas. Uji ini memberikan kesimpulan yang berbeda dengan hasil-hasil sebelumnya, tetapi uji ini mendapatkan beberapa kritik dari para ahli.

Sebagai catatan, jika digunakan IQ dan motivasi untuk memprediksi hasil belajar, maka koefisien determinasinya $R^2 = 0,945$. Jika hanya digunakan IQ untuk memprediksi hasil belajar hanya terjadi sedikit penurunan koefisien determinasi, yakni $R^2 = 0,923$, sebagaimana terlihat pada *output* SPSS berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,961 ^a | ,923 | ,914 | 2,396 |

a. Predictors: (Constant), IQ

Dalam praktik untuk memprediksi hasil belajar dengan IQ dan motivasi, atau hanya dengan menggunakan IQ saja, sama-sama baik karena koefisien determinasinya sama-sama besar dan hanya sedikit bedanya. Akan tetapi, dari segi efisiensi bagi sebagian praktisi tentu lebih menyukai hanya dengan menggunakan IQ, khususnya jika data motivasi belum tersedia dan harus membuat instrumen terlebih dahulu untuk mengukur motivasi. Jika hanya digunakan variabel motivasi untuk memprediksi hasil belajar, maka akan kurang baik karena koefisien determinasinya hanya 0,762 sebagaimana terlihat pada *output* SPSS berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,873 ^a | ,762 | ,733 | 4,221 |

a. Predictors: (Constant), Motivasi

3.3.15 Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi

Anggap kita telah memperoleh estimasi hubungan antara variabel independen X_1 dan X_2 terhadap dengan Y , yakni

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

Untuk nilai-nilai X_1 dan X_2 yang diketahui (misalnya $X_1 = X_1^*$ dan $X_2 = X_2^*$) maka

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1^* + b_2 X_2^*$$

dapat digunakan untuk mengestimasi *mean* variabel dependen $E(Y)$ dan juga untuk memprediksi nilai Y , tetapi ada perbedaan akurasi. Hal ini dapat dilihat dari interval konfidensi untuk $E(Y)$ dan Y . Rumus interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk $E(Y)$ maupun Y agak kompleks dan tidak diberikan di sini, tetapi dapat dibuktikan bahwa interval konfidensi untuk $E(Y)$ lebih sempit dibanding interval konfidensi untuk Y . Jadi \hat{Y} lebih akurat untuk mengestimasi $E(Y)$ daripada untuk memprediksi nilai Y . Dengan bantuan SPSS dapat diperoleh interval konfidensi untuk $E(Y)$ dan Y untuk nilai-nilai X_1 dan X_2 yang ada di dalam data.

Contoh 3.8 (Lanjutan Contoh 3.1 – 3.7: Penggunaan Model)

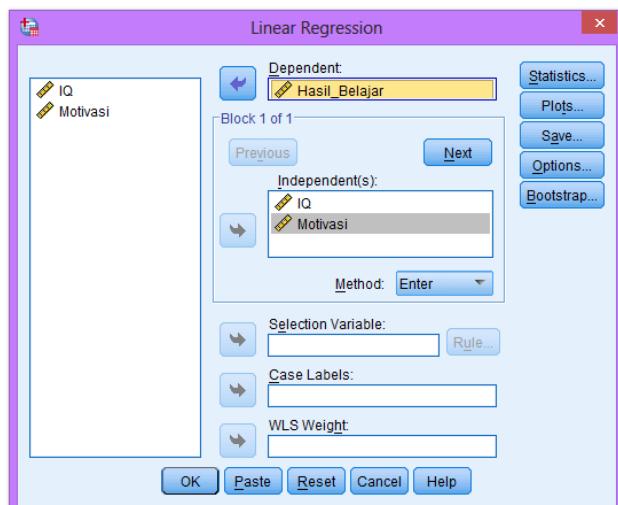
Pada Contoh 3.1 telah diperoleh persamaan garis regresi

$$\hat{Y} = -0,991 + 0,385X_1 + 0,350X_2$$

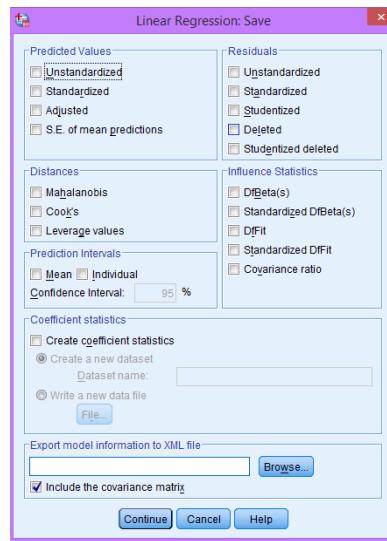
yang menghubungkan variabel tingkat IQ (X_1), motivasi (X_2) dan hasil belajar mahasiswa (Y). Pada catatan di akhir Bagian 3.3.14 persamaan regresi ini dinilai baik meskipun mungkin ‘bukanlah yang terbaik’ bagi sebagian praktisi, akan tetapi dalam contoh ini persamaan tersebut akan digunakan untuk prediksi dengan maksud *sekedar sebagai ilustrasi*. Dalam praktik tentunya perlu digunakan model yang ‘terbaik’ untuk melakukan prediksi.

Pada Contoh 3.1 responden pertama memiliki tingkat IQ 90, motivasi 70, dan hasil belajar 59. Jika ada beberapa mahasiswa dengan tingkat IQ 90 dan motivasi 70 dan mereka diuji, maka nilainya akan bervariasi. Kita bisa memprediksi *hasil belajar seorang mahasiswa* dengan tingkat IQ 90 dan motivasi 70, dan juga memprediksi *rata-rata hasil mahasiswa* dengan tingkat IQ 90 dan motivasi 70.

Perhatikan kembali langkah-langkah penggunaan SPSS pada Bagian 3.3.3. Pada bagian tersebut setelah Langkah 2 muncul kotak dialog



Langkah selanjutnya, klik **Save**, maka akan muncul kotak dialog sebagai berikut:



Pada bagian **Prediction Intervals**, *check list (✓) mean* dan **Individuals**, lalu klik **Continue** dan terakhir klik **Ok**. Maka pada data editor akan muncul sebagai berikut

| | IQ | Motivasi | Hasil_Belajar | LMCI_1 | UMC1_1 | LIC1_1 | UCI_1 | Vi |
|----|-----|----------|---------------|----------|----------|----------|----------|----|
| 1 | 90 | 70 | 59 | 54,94594 | 61,42195 | 52,11303 | 64,25486 | |
| 2 | 97 | 77 | 62 | 59,74870 | 66,91341 | 57,06970 | 69,59241 | |
| 3 | 106 | 76 | 69 | 64,42226 | 68,47329 | 60,92745 | 71,96811 | |
| 4 | 110 | 68 | 65 | 60,75480 | 69,62077 | 58,40379 | 71,97179 | |
| 5 | 115 | 78 | 69 | 68,97991 | 72,24969 | 65,22553 | 76,00406 | |
| 6 | 118 | 79 | 74 | 70,47137 | 73,76964 | 66,72690 | 77,51411 | |
| 7 | 122 | 80 | 70 | 72,26219 | 75,76063 | 68,58637 | 79,43646 | |
| 8 | 127 | 79 | 76 | 73,24190 | 77,93274 | 69,94177 | 81,23288 | |
| 9 | 135 | 85 | 81 | 78,09880 | 83,44029 | 74,98126 | 86,55782 | |
| 10 | 140 | 88 | 85 | 80,43589 | 87,05582 | 77,63626 | 89,85545 | |
| 11 | | | | | | | | |

Dari tampilan di atas dapat disimpulkan (lihat baris pertama): Dengan tingkat kepercayaan 95% prediksi rata-rata hasil belajar mahasiswa dengan tingkat IQ 90 dan motivasi 70 batas bawahnya 54,94594 (pada kolom ke empat) dan batas atasnya 61,42195 (pada kolom ke lima), sedangkan prediksi hasil belajar seorang mahasiswa dengan tingkat IQ 90 dan motivasi 70 batas bawahnya 52,11303 (pada kolom ke enam) dan batas atasnya 64,25486 (pada kolom ke tujuh). Prediksi untuk rata-rata hasil belajar lebih akurat daripada prediksi nilai individu mahasiswa karena rentangannya lebih pendek. Batas-batas prediksi yang lain dapat dilihat pada baris-baris di bawahnya.

3.4 Regresi Linier dengan Tiga Variabel Independen

Konsep dasar dan teori untuk regresi linier dengan tiga atau lebih variabel independen sama dengan konsep dasar dan teori untuk regresi linier sederhana maupun regresi linier dengan dua variabel independen. Tentu saja ada perbedaan-perbedaan dalam rumus.

Model matematika untuk regresi linier dengan tiga variabel independen adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon \quad (3.41)$$

di mana X_1 , X_2 dan X_3 adalah variabel-variabel independen, Y adalah variabel dependen, ε adalah galat acak, dan β_0 , β_1 , β_2 , dan β_3 adalah parameter regresi. Dengan mengasumsikan galat acak mempunyai *mean* 0 maka *mean* dari Y adalah:

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \quad (3.42)$$

Layout data hasil observasi atau pengukuran dari variabel independen dan variabel dependen adalah sebagai berikut:

Tabel 3.11 Layout Data Regresi Linier dengan Tiga Variabel Independen

| Responden | Variabel Independen X_1 | Variabel Independen X_2 | Variabel Independen X_3 | Variabel Dependental Y |
|-----------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1 | X_{11} | X_{12} | X_{13} | Y_1 |
| 2 | X_{21} | X_{22} | X_{23} | Y_2 |
| 3 | X_{31} | X_{32} | X_{33} | Y_3 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| i | X_{i1} | X_{i2} | X_{i3} | Y_i |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| n | X_{n1} | X_{n2} | X_{n3} | Y_n |

Jika tersedia n sampel dari variabel-variabel independen dan variabel dependen, maka

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \beta_3 X_{13} + \varepsilon_1 \\
 Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \beta_3 X_{23} + \varepsilon_2 \\
 &\vdots \\
 Y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \beta_3 X_{n3} + \varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

Galat-galat acak $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ akan diasumsikan semuanya memiliki *mean* 0, variansi σ^2 , tidak berkorelasi. Dalam uji hipotesis dan interval konfidensi galat-galat acak ini juga akan diasumsikan berdistribusi normal.

3.4.1 Mengestimasi $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$

Anggap sampel sebanyak n dari variabel-variabel independen dan variabel dependen telah tersedia. Misalkan b_0, b_1, b_2 , dan b_3 berturut-turut adalah estimator untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, dan β_3 yang diperoleh dengan metode kuadrat terkecil atau metode maksimum *likelihood*. Nilai-nilai b_1, b_2 , dan b_3 dapat diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan linier berikut ini:

$$b_1 \sum x_1^2 + b_2 \sum x_1 x_2 + b_3 \sum x_1 x_3 = \sum x_1 y$$

$$b_1 \sum x_1 x_2 + b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3 = \sum x_2 y \quad (3.44)$$

$$b_1 \sum x_1 x_3 + b_2 \sum x_2 x_3 + b_3 \sum x_3^2 = \sum x_3 y$$

di mana

$$\begin{aligned} \sum x_i^2 &= \sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}, \\ \sum x_i y &= \sum X_i Y - \frac{\sum X_i \sum Y}{n}, \\ \sum x_i x_j &= \sum X_i X_j - \frac{\sum X_i \sum X_j}{n} \end{aligned}$$

Setelah b_1 , b_2 dan b_3 diperoleh, maka selanjutnya b_0 dihitung dengan menggunakan rumus

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - b_3 \bar{X}_3 \quad (3.45)$$

Jika b_0 , b_1 , b_2 , dan b_3 telah diperoleh maka persamaan garis regresi yang merupakan estimasi hubungan antara variabel-variabel independen X_1 , X_2 , X_3 dan variabel dependen Y adalah

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 \quad (3.46)$$

Contoh 3.9 (Mengestimasi β_0 , β_1 , β_2 dan β_3)

Andaikan seorang guru ingin meneliti pengaruh (hubungan linier) kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). Anggap data sampel yang tersedia dari 10 siswa adalah sebagai berikut:

Tabel 3.12 Data Nilai Siswa

| Siswa | Matematika (X ₁) | B. Indonesia (X ₂) | Kesenian (X ₃) | IPA (Y) |
|-------|---------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | 6 | 6 | 8 | 6 |
| 5 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 7 |
| 7 | 7 | 6 | 7 | 7 |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 7 |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 |

Data ini *hanyalah simulasi*. Jika data ini sedikit agak dicermati mungkin Anda akan menduga bahwa kemampuan siswa dalam bidang Kesenian tidak akan berpengaruh secara signifikan terhadap nilai IPA. Analisis regresi linier akan mendukung dugaan Anda. Dalam contoh ini akan dihitung estimator-estimator b_0 , b_1 , b_2 dan b_3 . Analisis lebih lanjut akan dibahas pada contoh-contoh berikutnya.

Untuk menghitung estimator secara manual perlu disiapkan tabel sebagai berikut:

Tabel 3.13 Tabel untuk Menghitung b_0 , b_1 , b_2 dan b_3

| No | X ₁ | X ₂ | X ₃ | Y | X ₁ ² | X ₂ ² | X ₃ ² | Y ² | X ₁ Y | X ₂ Y | X ₃ Y | X ₁ X ₂ | X ₁ X ₃ | X ₂ X ₃ |
|-----|----------------|----------------|----------------|----|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|------------------|------------------|------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 | 25 | 36 | 64 | 36 | 30 | 36 | 48 | 30 | 40 | 48 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 | 25 | 49 | 64 | 36 | 30 | 42 | 48 | 35 | 40 | 56 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 | 36 | 49 | 49 | 49 | 42 | 49 | 49 | 42 | 42 | 49 |
| 4 | 6 | 6 | 8 | 6 | 36 | 36 | 64 | 36 | 36 | 36 | 48 | 36 | 48 | 48 |
| 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 36 | 49 | 49 | 49 | 42 | 49 | 49 | 42 | 42 | 49 |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 7 | 36 | 36 | 64 | 49 | 42 | 42 | 56 | 36 | 48 | 48 |
| 7 | 7 | 6 | 7 | 7 | 49 | 36 | 49 | 49 | 49 | 42 | 49 | 42 | 49 | 42 |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 7 | 49 | 49 | 64 | 49 | 49 | 49 | 56 | 49 | 56 | 56 |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 | 49 | 64 | 64 | 64 | 56 | 64 | 64 | 56 | 56 | 64 |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 | 64 | 64 | 64 | 81 | 72 | 72 | 72 | 64 | 64 | 64 |
| Jml | 63 | 68 | 77 | 70 | 405 | 468 | 595 | 498 | 448 | 481 | 539 | 432 | 485 | 524 |

Berdasarkan tabel di atas diperoleh

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{63}{10} = 6,3 \quad \bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{68}{10} = 6,8$$

$$\bar{X}_3 = \frac{\sum X_3}{n} = \frac{77}{10} = 7,7 \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n} = 405 - \frac{63^2}{10} = 8,1$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n} = 468 - \frac{68^2}{10} = 5,6$$

$$\sum x_3^2 = \sum X_3^2 - \frac{(\sum X_3)^2}{n} = 595 - \frac{77^2}{10} = 2,1$$

$$\sum x_1 y = \sum X_1 Y - \frac{\sum X_1 \sum Y}{n} = 448 - \frac{63 \times 70}{10} = 7$$

$$\sum x_2 y = \sum X_2 Y - \frac{\sum X_2 \sum Y}{n} = 481 - \frac{68 \times 70}{10} = 5$$

$$\sum x_3 y = \sum X_3 Y - \frac{\sum X_3 \sum Y}{n} = 539 - \frac{77 \times 70}{10} = 0$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - \frac{\sum X_1 \sum X_2}{n} = 432 - \frac{63 \times 68}{10} = 3,6$$

$$\sum x_1 x_3 = \sum X_1 X_3 - \frac{\sum X_1 \sum X_3}{n} = 485 - \frac{63 \times 77}{10} = -0,1$$

$$\sum x_2 x_3 = \sum X_2 X_3 - \frac{\sum X_2 \sum X_3}{n} = 524 - \frac{68 \times 77}{10} = 0,4$$

Dari hasil perhitungan di atas sistem persamaan (3.44) dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} 8,1 b_1 + 3,6 b_2 - 0,1 b_3 &= 7 \\ 3,6 b_1 + 5,6 b_2 + 0,4 b_3 &= 5 \\ -0,1 b_1 + 0,4 b_2 + 2,1 b_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Untuk menyelesaikan sistem persamaan ini dengan aturan Cramer, pertama dihitung determinan-determinan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 8,1 & 3,6 & -0,1 \\ 3,6 & 5,6 & 0,4 \\ -0,1 & 0,4 & 2,1 \end{vmatrix} \\ &= (8,1)(5,6)(2,1) + (3,6)(0,4)(-0,1) + (-0,1)(3,6)(0,4) \\ &\quad - (-0,1)(5,6)(-0,1) - (0,4)(0,4)(8,1) - (2,1)(3,6)(3,6) \\ &= 66,4 \end{aligned}$$

Catatan:

Amati bahwa angka-angka yang dipakai untuk menghitung determinan D adalah koefisien-koefisien pada sistem persamaan (3.47). Nilai determinan D dapat dengan mudah dihitung dengan bantuan Microsoft Excel. Pertama *input* data ke lembar kerja Excel sebagai berikut:

| | A | B | C |
|---|------|-----|------|
| 1 | 8.1 | 3.6 | -0.1 |
| 2 | 3.6 | 5.6 | 0.4 |
| 3 | -0.1 | 0.4 | 2.1 |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |

Letakkan kursor pada sel yang kosong, misalnya E2. Ketik
=MDETERM(A1:C3)

Tekan Enter. Maka, akan didapatkan hasil 66,4.

Selanjutnya dihitung determinan D_1 , D_2 , D_3 sebagai berikut.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 7 & 3,6 & -0,1 \\ 5 & 5,6 & 0,4 \\ 0 & 0,4 & 2,1 \end{vmatrix} = 43,2$$

Perhatikan bahwa untuk menghitung D_1 angka-angka pada kolom pertama adalah dari angka-angka di ruas kanan pada persamaan (3.47), sedangkan angka-angka yang lain susunannya seperti pada D .

Untuk menghitung D_2 kolom kedua dari D diganti dengan angka-angka di ruas kiri pada persamaan (3.47):

$$D_2 = \begin{vmatrix} 8,1 & 7 & -0,1 \\ 3,6 & 5 & 0,4 \\ -0,1 & 0 & 2,1 \end{vmatrix} = 31,8$$

Untuk menghitung D_3 kolom ketiga dari D diganti dengan angka-angka di ruas kiri pada persamaan (3.47):

$$D_3 = \begin{vmatrix} 8,1 & 3,6 & 7 \\ 3,6 & 5,6 & 5 \\ -0,1 & 0,4 & 0 \end{vmatrix} = -4$$

Selanjutnya nilai-nilai b_1 , b_2 dan b_3 dihitung dengan aturan Cramer sebagai berikut.

$$b_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{43,2}{66,4} = 0,650602$$

$$b_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{31,8}{66,4} = 0,478916$$

$$b_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-4}{66,4} = -0,060241$$

Nilai b_0 dihitung dengan rumus (3.45):

$$\begin{aligned} b_0 &= \bar{Y} - b_1 \bar{X}_1 - b_2 \bar{X}_2 - b_3 \bar{X}_3 \\ &= 7 - (0,650602)(6,3) - (0,478916)(6,8) - (-0,060241)(7,7) \\ &= 0,108434 \end{aligned}$$

Jadi persamaan garis regresinya adalah (lihat rumus 3.46):

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3.$$

3.4.2 Mengestimasi σ^2

Untuk mengestimasi σ^2 kita menggunakan rumus sebagai berikut.

$$s^2 = \frac{JK_{\text{Res}}}{n-4} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-4} \quad (3.48)$$

di mana

$$e_i = Y_i - (b_0 + b_1 X_{i1} + b_2 X_{i2} + b_3 X_{i3}).$$

Rumus s^2 di sini sedikit berbeda (penyebutnya $n - 4$) dengan rumus s^2 pada regresi linier dengan dua variabel dan pada regresi linier sederhana. Rumus s^2 yang diberikan pada persamaan (3.44) juga bersifat tak bias dan mempunyai variansi terkecil di antara semua estimator yang tak bias.

Contoh 3.10 (Lanjutan Contoh 3.9: Mengestimasi σ^2)

Pada contoh ini akan dihitung estimator s^2 . Pertama perlu dihitung residual-residual sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
e_1 &= Y_1 - b_0 - b_1 X_{11} - b_2 X_{12} - b_3 X_{13} \\
&= 6 - 0,108434 - (0,650602)(5) - (0,478916)(6) - (-060241)(8) = 0,246988 \\
e_2 &= Y_2 - b_0 - b_1 X_{21} - b_2 X_{22} - b_3 X_{23} \\
&= 6 - 0,108434 - (0,650602)(5) - (0,478916)(7) - (-060241)(8) = -0,231928 \\
&\vdots \\
e_{10} &= Y_{10} - b_0 - b_1 X_{10,1} - b_2 X_{10,2} - b_3 X_{10,1} \\
&= 9 - 0,108434 - (0,650602)(8) - (0,478916)(8) - (-060241)(8) = 0,337349
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan selengkapnya beserta kuadrat residual disajikan pada Tabel 3.14.

Tabel 3.14 Tabel untuk Menghitung s^2

| Siswa | Residual e_i | Kuadrat Residual e_i^2 |
|---------------|-------------------|-----------------------------|
| 1 | 0,246988 | 0,061003 |
| 2 | -0,231928 | 0,053790 |
| 3 | 0,057229 | 0,003275 |
| 4 | -0,403614 | 0,162905 |
| 5 | 0,057229 | 0,003275 |
| 6 | 0,596386 | 0,355676 |
| 7 | -0,114458 | 0,013101 |
| 8 | -0,533133 | 0,284230 |
| 9 | -0,012048 | 0,000145 |
| 10 | 0,337349 | 0,113805 |
| Jumlah | | 1,051205 |

Dari Tabel 3.14 diperoleh

$$JK_{Res} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = 1,051205$$

Dengan menggunakan rumus (3.48), diperoleh estimator variansi galat

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-4} = \frac{JK_{Res}}{n-4} = \frac{1,051205}{10-4} = 0,175201$$

Dengan merujuk pada Contoh 3.9 dapat disimpulkan bahwa persamaan garis regresi dengan variabel independen X_1 , X_2 , X_3 , dan variabel dependen Y adalah

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3$$

dengan estimator variansi galat acak 0,175.

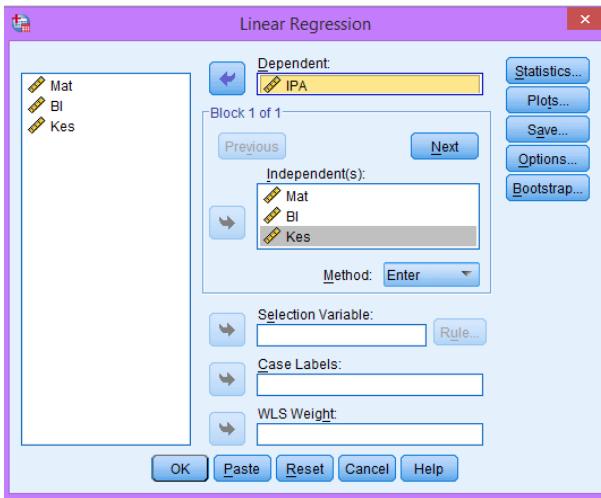
3.4.3 Mengestimasi Parameter dengan SPSS

Pada bagian ini akan ditunjukkan bagaimana menggunakan *software* SPSS untuk menghitung estimator b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , dan s^2 . Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut.

Langkah 1. *Input* data ke dalam lembar kerja SPSS sebagai berikut:

| | Mat | BI | Kes | IPA | var |
|----|-----|----|-----|-----|-----|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 | |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 | |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 | |
| 4 | 6 | 6 | 8 | 6 | |
| 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 7 | |
| 7 | 7 | 6 | 7 | 7 | |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 7 | |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 | |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 | |
| 11 | | | | | |

Langkah 2. Klik menu **Analyze**, sorot **Regression**, lalu pilih **Linear**, maka akan muncul kotak dialog **Linear Regression**. Masukkan variabel **Mat**, **BI**, dan **Kes** ke kotak independen **t(s)** dan variabel **IPA** ke kotak **Dependent** sehingga diperoleh tampilan sebagai berikut:



Langkah 3. Pada kotak dialog **Linear Regression** klik **Statistics**. *Check list* (✓) **Estimates** untuk memunculkan nilai-nilai estimator. *Check list* (✓) **Confidence intervals** untuk memunculkan interval konfidensi. *Check list* (✓) **Model fit** untuk memunculkan tabel Anova, lalu klik **Continue**. Selanjutnya, klik **Option**. *Check list* (✓) **Include constant in equation**, lalu klik **Continue**, dan terakhir klik **Ok**. Maka akan muncul output sebagai berikut:

Regression

Variables Entered/Removed

| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
|-------|---------------------------|-------------------|---------|
| 1 | Kes, Mat, BI ^a | | . Enter |

a. All requested variables entered.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .932 ^a | .869 | .803 | .419 |

a. Predictors: (Constant), Kes, Mat, BI

ANOVA^b

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|--------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| 1 Regression | 6.949 | 3 | 2.316 | 13.221 | .005 ^a |
| Residual | 1.051 | 6 | .175 | | |
| Total | 8.000 | 9 | | | |

a. Predictors: (Constant), Kes, Mat, BI

b. Dependent Variable: IPA

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. | 95.0% Confidence Interval for B | |
|--------------|-----------------------------|------------|-------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | B | Std. Error | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1 (Constant) | .108 | 2.485 | | .044 | .967 | -5.972 | 6.189 |
| Mat | .651 | .175 | .655 | 3.719 | .010 | .223 | 1.079 |
| BI | .479 | .212 | .401 | 2.261 | .064 | -.039 | .997 |
| Kes | -.060 | .292 | -.031 | -.206 | .844 | -.776 | .655 |

a. Dependent Variable: IPA

Estimator $b_0 = 0,108$, $b_1=0,651$, $b_2 = 0,479$, dan $b_3 = -0,060$ dapat dilihat pada bagian **output Coefficients^a**. Estimator s^2 dapat dilihat pada bagian **output ANOVA^b** pada kolom *mean Square* dan baris Residual, yakni $s^2 = 0,175$. Perhatikan bahwa hasil-hasil ini sama seperti yang diperoleh dengan perhitungan secara manual.

3.4.4 Menginterpretasikan Parameter

Menginterpretasikan parameter pada regresi linier ganda dengan tiga atau lebih variabel independen mirip dengan menginterpretasikan parameter pada regresi linier ganda dengan dua variabel independen. Pada model regresi linier

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

β_1 mempunyai interpretasi seperti pada regresi linier sederhana apabila nilai X_2 dan X_3 dianggap tetap, secara serupa untuk β_2 dan β_3 . Jika hanya X_3 yang tetap, maka β_1 dan β_2 interpretasinya seperti pada regresi linier ganda dengan dua variabel independen, lihat Bagian 3.3.4. Jika tidak ada yang dianggap tetap, maka salah satu interpretasi yang mudah dipahami adalah setiap kenaikan satu satuan dalam X_1 , X_2 , dan X_3 maka akan terjadi perubahan sebesar $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ dalam $E(Y)$.

Interpretasi estimator dalam model regresi linier ganda dengan tiga variabel independen serupa dengan interpretasi parameter-parameternya. Untuk melihat pengaruh positif atau negatifnya dapat dilihat tanda koefisiennya, jika tidak terjadi multikolinieritas. Sebagai contoh, pada Contoh 3.9 telah diperoleh hubungan antara kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap IPA (Y) yang persamaan garis regresinya

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,650X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3$$

Dari hubungan di atas nilai Matematika berpengaruh positif terhadap nilai IPA meskipun pengaruh nilai Bahasa Indonesia (X_2) dan nilai Kesenian (X_3) diperhitungkan (dimasukkan dalam model). Pengaruh ini signifikan karena nilai $Sig = 0.010$ pada *output Coefficients*, lihat Bagian 3.4.3. Apakah nilai Matematika juga berpengaruh positif terhadap nilai IPA jika nilai Kesenian tidak diperhitungkan? Untuk menjawab pertanyaan ini, perlu dilakukan analisis regresi tanpa melibatkan nilai Kesenian. Dengan menggunakan SPSS diperoleh

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. |
|------------|-----------------------------|------------|------|-------|------------|
| | B | Std. Error | | | |
| (Constant) | -,333 | 1,167 | | -,286 | ,783 |
| 1 Mat | ,654 | ,162 | | ,658 | 4,047 ,005 |
| BI | ,472 | ,194 | | ,395 | 2,429 ,046 |

a. Dependent Variable: IPA

Ternyata nilai Matematika tetap berpengaruh positif terhadap nilai IPA meskipun pengaruh nilai Bahasa Indonesia diperhitungkan. Pertanyaan berikutnya adalah apakah nilai matematika sendiri berpengaruh terhadap nilai IPA? Pertanyaan ini dapat dijawab dengan analisis regresi sederhana, yang dengan SPSS diperoleh hubungan

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 (Constant) | 1,556 | 1,104 | | 1,409 | ,197 |
| Mat | ,864 | ,173 | | ,870 | 4,981 ,001 |

a. Dependent Variable: IPA

Ternyata nilai matematika sendiri tetap berpengaruh terhadap nilai IPA.

Sekarang perhatikan bahwa koefisien Kesenian (X_3) bernilai negatif. Tentu saja kita dapat menginterpretasikan bahwa nilai Kesenian berpengaruh negatif terhadap nilai IPA jika nilai Matematika dan Bahasa Indonesia dimasukkan ke dalam model. Akan tetapi, koefisien X_3 hanya $-0,060$ yang cukup dekat dengan 0 dan karena nilai Sig = 0,844, maka pengaruh negatifnya tidak signifikan. Jika nilai Matematika dikeluarkan dari model, maka dengan SPSS diperoleh

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| (Constant) | 2,172 | 4,076 | | ,533 | ,611 |
| 1 BI | ,905 | ,300 | | ,757 | 3,020 ,019 |
| Kes | -,172 | ,489 | | -,088 | -,352 ,735 |

a. Dependent Variable: IPA

Ternyata nilai Kesenian tetap berpengaruh negatif terhadap nilai IPA jika nilai Bahasa Indonesia dimasukkan dalam model, tetapi pengaruhnya tidak signifikan. Sekarang jika hanya nilai Kesenian yang dipergunakan maka diperoleh

| Model | Coefficients ^a | | | | t | Sig. | | |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|-------|-------|--|--|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | Beta | | | | |
| | B | Std. Error | | | | | | |
| 1 (Constant) | 7,000 | 5,323 | | | 1,315 | ,225 | | |
| Kes | ,000 | ,690 | | | ,000 | 1,000 | | |

a. Dependent Variable: IPA

Ternyata nilai Kesenian tidak berpengaruh secara signifikan terhadap nilai IPA.

3.4.5 Uji Hipotesis dan Asumsinya

Dalam model regresi linier ganda dengan tiga variabel bebas

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

ada 15 hipotesis yang dapat diuji, yakni

1. Uji kesesuaian model

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{Ada tanda } \neq$$

2. Uji pengaruh bersama

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{Ada tanda } \neq$$

3. Uji parsial dua dan tiga parameter sebanyak 9 hipotesis

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0, H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_3 = 0, H_0: \beta_0 = \beta_2 = \beta_3 = 0,$$

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0, H_0: \beta_0 = \beta_2 = 0, H_0: \beta_0 = \beta_3 = 0, H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0,$$

$$H_0: \beta_1 = \beta_3 = 0, H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0.$$

Lawan untuk semua hipotesis tersebut adalah $H_1: \text{Ada tanda } \neq$.

4. Uji parameter secara individual sebanyak 4 hipotesis:

$$H_0: \beta_0 = 0, H_0: \beta_1 = 0, H_0: \beta_2 = 0, H_0: \beta_3 = 0.$$

Lawan untuk hipotesis tersebut adalah tanda '=' diganti tanda ' \neq '.

Secara umum dalam model regresi linier dengan k variabel independen terdapat $2^k - 1$ hipotesis yang dapat diuji.

Dari 15 hipotesis di atas yang biasanya menarik untuk diuji adalah uji kesesuaian model (*model adequacy*), uji pengaruh bersama, dan uji parameter secara individual. Uji kesesuaian model dan uji pengaruh bersama merupakan uji awal atau uji persyaratan yang sebaiknya dilakukan sebelum menguji hipotesis yang lain. Jika dalam uji kesesuaian model dan uji pengaruh bersama H_0 diterima, maka tidak perlu atau tidak ada gunanya menguji hipotesis parameter secara parsial atau individual. Jika H_0 ditolak, maka uji hipotesis berikutnya yang sebaiknya dilakukan adalah uji parameter secara individual karena akan memberi arahan uji parsial yang mana yang sebaiknya dilakukan.

Asumsi yang diperlukan untuk menguji semua hipotesis di atas adalah galat-galat acak berdistribusi normal, memiliki *mean* 0, variansi konstan σ^2 , dan saling independen atau tidak berkorelasi. Alasan diperlukannya asumsi-asumsi ini dan cara pengujianya adalah seperti yang telah diuraikan pada regresi linier sederhana.

3.4.6 Menguji Kesesuaian Model

Anggap asumsi-asumsi untuk uji hipotesis telah dipenuhi. Langkah-langkah untuk menguji kesesuaian model (*model adequacy*) pada regresi ganda dengan tiga (atau lebih) variabel independen mirip dengan langkah-langkah untuk menguji kesesuaian model pada regresi regresi linier ganda dengan dua variabel independen, tetapi ada sedikit perbedaan dalam rumusnya. Berikut ini contoh menguji kesesuaian model, bandingkan rumus-rumusnya dan amati perbedaannya.

Contoh 3.11 (Lanjutan Contoh 3.9-3.10: Menguji Kesesuaian Model Regresi)

Perhatikan kembali Contoh 3.8 di mana kita memodelkan hubungan linier antara kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). Pada contoh tersebut telah diperoleh

$$\sum Y = 70, \sum Y^2 = 498, \sum X_1 Y = 448, \sum X_2 Y = 481, \sum X_3 Y = 539$$

$$b_0 = 0,108434, b_1 = 0,650602, b_2 = 0,478916 \text{ dan } b_3 = -0,060241$$

Pada contoh ini akan diuji kesesuaian model regresi atau linieritas. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \text{ (model tidak sesuai)}$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq \text{ (model sesuai).}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- a. Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 498$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y + b_3 \sum X_3 Y \\ &= 0,108434 \times 70 + 0,650602 \times 448 + 0,478916 \times 481 - 0,060241 \times 539 \\ &= 496,948795 \end{aligned}$$

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 498 - 496,949312 = 1,051205$$

- d. Hitung rata-rata kuadrat regresi:

$$RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{4} = \frac{496,948795}{4} = 124,237199$$

- e. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 4} = \frac{1,051205}{10 - 4} = 0,175201$$

- f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}} = \frac{124,237199}{0,175201} = 709,113$$

Hasil perhitungan di atas disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut:

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|--------------------|----------------|---------------|-------------------|----------|
| Regresi atau Model | 496,948795 | 4 | 124,237199 | 709,113 |
| Residu atau Error | 1,051205 | 6 | 0,175201 | |
| Total | 498 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 4$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 4 = 10 - 4 = 6$ diperoleh nilai F tabel = 4,53.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 709,113 > 4,53 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Model regresi linier ganda sesuai untuk memodelkan hubungan antara kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y).

3.4.7 Menguji Linieritas (*Lack of Fit*)

Pada regresi linier ganda dengan tiga variabel independen jika ada pengulangan suatu kombinasi X_1 , X_2 dan X_3 dalam data, maka selain dapat menguji kesesuaian model (*model adequacy*) seperti yang telah dijelaskan pada Bagian 3.4.6, kita juga dapat menguji kesesuaian model dengan pendekatan lain, yakni uji *lack of fit* (kekurangcocokan) atau *uji linieritas*. Langkah-langkahnya mirip dengan uji linieritas model regresi linier dengan dua variabel seperti yang telah dijelaskan pada Bagian 3.3.7. Berikut ini akan diberikan contoh uji linieritas untuk model regresi linier dengan tiga variabel independen, amati perbedaan rumusnya dengan kasus dua variabel independen.

Contoh 3.12 (Lanjutan Contoh 3.9-3.11: Menguji Linieritas)

Perhatikan data pada Contoh 3.9. Jika diamati siswa ketiga dan kelima memiliki nilai-nilai yang sama untuk setiap mata pelajaran; siswa keempat dan keenam memiliki kombinasi nilai Matematika, Bahasa Indonesia, dan Kesenian yang sama, tetapi nilai IPA mereka berbeda. Berikut ini data nilai siswa pada Tabel 3.12 setelah urutannya disesuaikan.

Tabel 3.15 Data Nilai Siswa

| Siswa | Matematika (X_1) | B. Indonesia (X_2) | Kesenian (X_3) | IPA (Y) |
|-------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 5 | 7 | 6 | 7 | 7 |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 7 |
| 7 | 6 | 6 | 8 | 6 |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 7 |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 |

Karena data pada tabel di atas tidak ada yang berubah, hanya urutannya yang ditukar, maka hasil perhitungan-perhitungan beberapa kuantitas tidak berubah. Dari Contoh 3.11 diperoleh

$$\sum Y = 70, \sum Y^2 = 498, \sum X_1 Y = 448, \sum X_2 Y = 481, \sum X_3 Y = 539$$

,

$$b_0 = 0,108434, b_1 = 0,650602, b_2 = 0,478916 \text{ dan } b_3 = -0,060241$$

Pada contoh ini akan diuji linieritas dari X_1 , X_2 dan X_3 terhadap Y . Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut (amatil perbedaannya dengan Contoh 3.4 pada Bagian 3.3.7).

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \text{Hubungan } X_1, X_2 \text{ dan } X_3 \text{ terhadap } Y \text{ linier}$$

$$H_1: \text{Hubungan } X_1, X_2 \text{ dan } X_3 \text{ terhadap } Y \text{ tidak linier.}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah sebagai berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 498$$

- Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y + b_3 \sum X_3 Y \\ &= 0,108434 \times 70 + 0,650602 \times 448 + 0,478916 \times 481 - 0,060241 \times 539 \\ &= 496,948795 \end{aligned}$$

- Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 498 - 496,948795 = 1,051205$$

- Hitung jumlah kuadrat galat murni (*pure error*) dengan rumus:

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_i} Y_{ij} \right)^2}{n_i} \right\} \quad (3.49)$$

atau

$$JK_{PE} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (3.50)$$

- Hitung jumlah kuadrat tuna cocok (*lack of fit*) dengan rumus:

$$JK_{LOF} = JK_{Res} - JK_{PE}$$

atau

$$JK_{LOF} = \sum_{i=1}^m n_i (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.51)$$

Perhitungan JK_{PE} dan JK_{LOF} disajikan pada tabel berikut.

Tabel 3.16 Tabel untuk Menghitung Jumlah Kuadrat Galat dan Tuna Cocok

| <i>i</i> | <i>X</i> ₁ | <i>X</i> ₂ | <i>X</i> ₃ | <i>Y</i> | \bar{Y}_i | \hat{Y}_i | Kuadrat Galat | Kuadrat Tuna Cocok |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|-------------|-------------|---------------|--------------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 | 6 | 5,753012 | 0 | 0,061003 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 | 6 | 6,231928 | 0 | 0,053791 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 6,942771 | 0 | 0,006550 |
| | 6 | 7 | 7 | 7 | | | | |
| 4 | 7 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7,114457 | 0 | 0,013100 |
| 5 | 6 | 6 | 8 | 7 | 6,5 | 6,403614 | 0,5 | 0,018581 |
| | 6 | 6 | 8 | 6 | | | | |
| 6 | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 7,533132 | 0 | 0,284230 |
| 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8,012048 | 0 | 0,000145 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 8,662650 | 0 | 0,113805 |
| <i>m=8</i> | <i>n=10</i> | | | | | | 0,5 | 0,551205 |

Dari tabel terlihat bahwa $JK_{PE} = 0,5$ dan $JK_{LOF} = 0,551205$.

f. Hitung rata-rata kuadrat galat:

$$RK_{PE} = \frac{JK_{PE}}{n-m} = \frac{0,5}{10-8} = 0,25$$

g. Hitung rata-rata kuadrat tuna cocok:

$$RK_{LOF} = \frac{JK_{LOF}}{m-4} = \frac{0,551205}{8-4} = 0,137801$$

Catatan: Perhatikan penyebutnya di sini $m-4$, bukan $m-3$.

h. Hitung statistik uji *F*:

$$F = \frac{RK_{LOF}}{RK_{PE}} = \frac{0,137801}{0,25} = 0,551$$

Langkah 3. Menentukan *F* tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = m - 4 = 8 - 4 = 4$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - m = 10 - 8 = 2$ diperoleh *F* tabel = 19,427.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = $0,551 < 19,427 = F$ tabel, maka H_0 diterima.

Kesimpulan: Terdapat hubungan linier antara X_1 , X_2 dan X_3 terhadap Y .

3.4.8 Menguji Pengaruh Bersama

Anggap asumsi-asumsi untuk uji hipotesis telah dipenuhi. Langkah-langkah untuk menguji pengaruh bersama variabel independen X_1 , X_2 , dan X_3 terhadap variabel dependen Y juga mirip dengan langkah-langkah menguji pengaruh pada regresi linier ganda dengan dua variabel independen. Perhatikan contoh berikut dan amati perubahan rumusnya.

Contoh 3.13 (Lanjutan Contoh 3.9 – 3.12: Menguji Pengaruh

Bersama)

Pada contoh ini akan diuji pengaruh bersama dari kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). Pada Contoh 3.9 telah diperoleh

$$\sum Y = 70, \sum Y^2 = 498, \sum X_1 Y = 448, \sum X_2 Y = 481, \sum X_3 Y = 539$$

$$b_0 = 0,108434, b_1 = 0,650602, b_2 = 0,478916 \text{ dan } b_3 = -0,060241$$

Langkah-langkah untuk menguji pengaruh bersama adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah berikut:

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$JK_{Tot} = \sum Y^2 = 498$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= b_0 \sum Y + b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y + b_3 \sum X_3 Y \\ &= 0,108434 \times 70 + 0,650602 \times 448 + 0,478916 \times 481 - 0,060241 \times 539 \\ &= 496,948795 \end{aligned}$$

Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{Reg(\beta_0)} = \frac{(\sum Y)^2}{n} = \frac{70^2}{10} = 490$$

- c. Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0$):

$$JK_{Reg(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)} = JK_{Reg} - JK_{Reg(\beta_0)} = 496,948795 - 490 = 6,948795$$

- d. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 498 - 496,948795 = 1,051205$$

- e. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0$):

$$RK_{Reg(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)} = \frac{JK_{Reg(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)}}{3} = \frac{6,948795}{3} = 2,316265$$

- f. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-4} = \frac{1,051205}{10-4} = 0,175201$$

- g. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}} = \frac{2,316265}{0,175201} = 13,221$$

Ringkasan langkah-langkah perhitungan di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel Anava sebagai berikut:

| Sumber Variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Independen | Rata-rata Kuadrat | F hitung |
|--|----------------|--------------------|-------------------|------------|
| Regresi Full / Regresi(β) | 496,948795 | 4 | | |
| Regresi(β_0) | 490 | 1 | | |
| Regresi($\beta_1, \beta_2, \beta_3 \beta_0$) | 6,948795 | 3 | 2,316265 | 13,221 |
| Residu | 1,051205 | 6 | 0,175201 | |
| Total | 498 | 10 | | |

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat independen pembilang $db_1 = 3$ dan derajat independen penyebut $db_2 = n - 4 = 10 - 4 = 6$ diperoleh nilai F tabel = 4,76.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = $13,221 > 4,76 = F$ tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Terdapat pengaruh bersama yang signifikan dari kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). ◆

Aplikasi SPSS

Uji hipotesis pada contoh di atas dapat dengan mudah dilakukan dengan menggunakan *software* SPSS. Pada Bagian 3.4.3 telah diperoleh *output* SPSS sebagai berikut:

ANOVA^b

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|--------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| 1 Regression | 6.949 | 3 | 2.316 | 13.221 | .005 ^a |
| Residual | 1.051 | 6 | .175 | | |
| Total | 8.000 | 9 | | | |

a. Predictors: (Constant), Kes, Mat, BI

b. Dependent Variable: IPA

Nilai total pada baris terakhir dari *output* SPSS adalah Total Terkoreksi yang dirumuskan sebagai berikut.

$$\text{Total Terkoreksi} = JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta_0)} = 498 - 490 = 8.$$

Pada tabel Anova di atas terlihat nilai F hitung = 13,221. Pada kolom terakhir (kolom **Sig.**) terlihat angka 0.005. Jika dipilih $\alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak sehingga kesimpulannya adalah terdapat pengaruh yang signifikan

dari kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y).

3.4.9 Menguji Parameter secara Individual

Untuk menguji parameter secara individual dapat digunakan uji F atau uji t . Rumus statistik uji F agak rumit untuk diberikan di sini, sedangkan rumus umum statistik uji t adalah sebagai

$$t = \frac{b_i}{SE(b_i)}$$

di mana b_i adalah estimator untuk β_i dan $SE(b_i)$ adalah standar eror untuk b_i . Rumus untuk $SE(b_i)$ juga agak rumit untuk diberikan di sini dan akan diberikan dengan notasi matriks di Bab 4. Akan tetapi, nilai $SE(b_i)$ dapat dilihat pada *output* SPSS.

Contoh 3.14 (Lanjutan Contoh 3.9 – 3.14: Menguji Parameter secara Individual)

Pada Contoh 3.11 dan 3.13 telah diuji dan disimpulkan bahwa model regresi linier ganda sesuai dan terdapat pengaruh bersama dari kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). Pada contoh akan dilakukan uji lanjutan, yakni uji parameter secara individual.

Perhatikan *output* SPSS yang telah diperoleh pada Bagian 3.4.3 sebagai berikut:

| Model | Coefficients ^a | | | | | | |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | 95.0% Confidence Interval for B | |
| Model | B | Std. Error | Beta | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1 (Constant) | .108 | 2.485 | | .044 | .967 | -5.972 | 6.189 |
| Mat | .651 | .175 | .655 | 3.719 | .010 | .223 | 1.079 |
| BI | .479 | .212 | .401 | 2.261 | .064 | -.039 | .997 |
| Kes | -.060 | .292 | -.031 | -.206 | .844 | -.776 | .655 |

a. Dependent Variable: IPA

Pada baris pertama (baris *Constant*) diperoleh $b_0 = 0,108$ dan $SE(b_0) = 2,485$, sehingga nilai statistik uji untuk menguji $H_0: \beta_0 = 0$ adalah

$$t = \frac{b_0}{SE(b_0)} = \frac{0,108}{2,485} = 0,044$$

Nilai t yang lain diperoleh secara serupa.

Jika ditetapkan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Karena Sig. pada baris **Constant** $0,927 > 0,05$, maka $H_0: \beta_0 = 0$ diterima sehingga β_0 tidak perlu dimasukkan ke dalam model regresi linier ganda.
2. Karena Sig. pada baris **Mat** $0,010 < 0,05$, maka $H_0: \beta_1 = 0$ ditolak sehingga **terdapat pengaruh signifikan** dari nilai Matematika terhadap nilai IPA jika pengaruh Bahasa Indonesia dan Kesenian diperhitungkan (dimasukkan ke dalam model).
3. Karena Sig. pada baris **BI** $0,640 > 0,05$, maka $H_0: \beta_2 = 0$ diterima sehingga **tidak terdapat pengaruh signifikan** dari nilai Bahasa Indonesia terhadap nilai IPA apabila pengaruh Matematika dan Kesenian diperhitungkan.
4. Karena Sig. pada baris **Kes** $0,844 > 0,05$ maka $H_0: \beta_3 = 0$ diterima sehingga **tidak terdapat pengaruh signifikan** dari nilai Kesenian terhadap nilai IPA apabila pengaruh Matematika dan Bahasa Indonesia diperhitungkan.

Catatan:

1. Model atau persamaan garis regresi

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3$$

bukan merupakan model yang baik karena dari uji parameter secara individual disimpulkan Bahasa Indonesia (X_2) dan Kesenian (X_3) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap IPA. Meskipun demikian, kita tidak boleh mengeluarkan/ menghapus X_2 dan X_3 dari

dalam model. Jika ini dilakukan, maka akan mengakibatkan adanya kesalahan type II yang lebih besar dalam uji hipotesis. Ingat bahwa ketika kita menguji pengaruh Bahasa Indonesia variabel Matematika dan Kesenian masuk ke dalam model, dan ketika kita menguji pengaruh Kesenian variabel bahasa Indonesia masuk ke dalam model.

- Untuk memperoleh model yang lebih baik dapat dicoba dengan mengeluarkan salah satu variabel yang memiliki nilai Sig. yang lebih besar (variabel Kesenian). Hasil analisis dengan SPSS setelah data Kesenian tidak digunakan adalah sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .931 ^a | .868 | .830 | .389 |

a. Predictors: (Constant), BI, Mat

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 (Constant) | -.333 | 1.167 | | -.286 | .783 |
| Mat | .654 | .162 | | .658 | .005 |
| BI | .472 | .194 | | .395 | .429 |

a. Dependent Variable: IPA

Setelah variabel Kesenian tidak disertakan sekarang terlihat bahwa Bahasa Indonesia **berpengaruh secara signifikan** terhadap IPA (Sig. = 0,046) jika nilai Matematika diperhitungkan, padahal sebelumnya tidak berpengaruh signifikan ketika variabel Kesenian disertakan. Jadi model yang lebih baik adalah model tanpa variabel nilai Kesenian.

- Nilai koefisien determinasi ketika nilai Matematika, Bahasa Indonesia, dan Kesenian digunakan adalah $R^2 = 0,869$ (lihat Bagian

3.4.3), sedangkan nilai koefisien determinasi ketika hanya digunakan nilai matematika dan Bahasa Indonesia adalah $R^2 = 0,868$, hanya turun sangat sedikit, yakni 0,001. Ini memperkuat bahwa model yang lebih baik adalah model yang hanya menggunakan nilai Matematika dan Bahasa Indonesia sebagai variabel independen.

4. Jika kita hanya menggunakan nilai Matematika dan Kesenian sebagai variabel independen, maka akan diperoleh koefisien determinasi yang jauh lebih kecil, yakni $R^2 = 0,757$, dan bahkan variabel Kesenian tetap tidak signifikan pengaruhnya. Hal ini berarti model yang lebih baik adalah tanpa menggunakan nilai Kesenian (silahkan dicek dengan SPSS). Jadi **model yang terbaik** adalah model yang hanya menggunakan nilai Matematika dan Bahasa Indonesia sebagai variabel independen.
5. Ketika hanya digunakan nilai Matematika dan Bahasa Indonesia ternyata suku konstan juga tidak signifikan karena nilai $Sig = 0,783$. Model yang lebih baik dapat diperoleh tanpa memasukkan suku konstan. Hal ini dilakukan dengan cara klik **Options** pada kotak dialog dan tanpa membuat cek list () pada bagian **Include constant in equation**. Hasil yang diperoleh akan memberikan persamaan garis regresi

$$\hat{Y} = 0,642X_1 + 0,435X_2$$

3.4.10 Interval Konfidensi untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan β_3

Rumus interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk β_i ($i = 0, 1, 2, 3$) pada regresi linier dengan tiga variabel independen adalah

$$(b_i - t_{\alpha/2}SE(b_i), b_i + t_{\alpha/2}SE(b_i)) \quad (3.52)$$

di mana $t_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat independen $n - 4$ (bukan $n - 3$) dan $SE(b_i)$ adalah standar eror untuk b_i . Nilai $SE(b_i)$ dapat dilihat pada *output* SPSS. Rumus untuk $SE(b_i)$ diberikan di Bab 4 dengan notasi matriks.

Contoh 3.15 (Lanjutan Contoh 3.9 – 3.14: Interval Konfidensi)

Masih terkait dengan Contoh 3.9-3.14, perhatikan *output* SPSS berikut:

| Model | Coefficients ^a | | | t | Sig. | 95.0% Confidence Interval for B | |
|--------------|---------------------------|------------|-------|-------|------|---------------------------------|-------------|
| | B | Std. Error | Beta | | | Lower Bound | Upper Bound |
| 1 (Constant) | .108 | 2.485 | | .044 | .967 | -5.972 | 6.189 |
| Mat | .651 | .175 | .655 | 3.719 | .010 | .223 | 1.079 |
| BI | .479 | .212 | .401 | 2.261 | .064 | -.039 | .997 |
| Kes | -.060 | .292 | -.031 | -.206 | .844 | -.776 | .655 |

a. Dependent Variable: IPA

Dari *output* di atas terlihat bahwa interval konfidensi 95% untuk β_0 adalah (-5,972 , 6,189), untuk β_1 adalah (0,223 , 1,079), untuk β_2 adalah (-0,039 , 0,997), dan untuk β_3 adalah (-0,776 , 0,655).

Interval-interval tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan rumus (3.52). Sebagai contoh, untuk β_1 , dari *output* di atas terlihat $b_1 = 0,651$ dan $SE(b_1) = 0,175$. Jika dipilih taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, maka nilai t tabel dengan derajat bebas $n - 4 = 10 - 4 = 6$ adalah $t_{\alpha/2} = 2,4469$. Sebagai akibatnya interval konfidensi 95% untuk β_1 adalah

$$\begin{aligned} & (b_1 - t_{\alpha/2} SE(b_1) , b_1 + t_{\alpha/2} SE(b_1)) \\ &= (0,651 - 2,4469 \times 0,175 , 0,651 + 2,4469 \times 0,175) \\ &= (0,223 , 1,079) \end{aligned}$$

3.4.11 Koefisien Determinasi

Dalam regresi linier dengan tiga variabel independen koefisien determinasi dirumuskan sebagai

$$R^2 = 1 - \frac{J_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (3.53)$$

di mana

$$JK_{\text{Res}} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - (b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i}))^2 \quad (3.54)$$

dan

$$J_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} \quad (3.55)$$

Nilai R^2 menyatakan proporsi variasi variabel Y yang dijelaskan oleh variabel-variabel independen X_1 , X_2 , dan X_3 .

Kita dapat juga menghitung *adjusted multiple coefficient of determination* (R_a^2) yang dirumuskan pada (3.34), yakni

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \right) \quad (3.56)$$

dengan mengambil $k = 3$.

Contoh 3.16 (Lanjutan Contoh 3.9 – 3.15: Koefisien Determinasi)

Pada Contoh 3.8 telah dihitung

$$\sum Y = 70, \sum Y^2 = 498$$

Dengan menggunakan rumus (3.55) diperoleh

$$J_{YY} = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 498 - \frac{70^2}{10} = 8$$

Pada Contoh 3.10 juga telah dihitung $JK_{\text{Res}} = 1,051205$. Dengan menggunakan rumus (3.53) diperoleh

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} = 1 - \frac{1,051205}{8} = 0,868599 \approx 0,869$$

dan dengan menggunakan rumus (3.56) diperoleh

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \right) = 1 - \left[\frac{10-1}{10-(3+1)} \right] \left(\frac{1,051205}{8} \right) = 0,802899 \approx 0,803$$

Nilai koefisien determinasi juga dapat dilihat langsung dari *output* SPSS berikut (lihat Bagian 3.4.3):

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | .932 ^a | .869 | .803 | .419 |

a. Predictors: (Constant), Kes, Mat, BI

Terlihat bahwa nilai $R^2 = 0,869$ dan nilai R_a^2 (Adjusted R^2) = 0,803, sama seperti yang diperoleh secara manual.

3.4.12 Multikolinieritas

Pada bagian ini akan dicek apakah terdapat multikolinieritas di antara variabel-variabel independen pada Contoh 3.9, yakni nilai Matematika (X_1), nilai Bahasa Indonesia (X_2), dan nilai Kesenian (X_3).

Dapat dicek bahwa koefisien korelasi antara Matematika dan Bahasa Indonesia adalah $r_{12} = 0,535$, koefisien korelasi antara Matematika dan Kesenian adalah $r_{13} = -0,024$, dan koefisien korelasi antara Bahasa Indonesia dan Kesenian adalah $r_{23} = 0,117$. Koefisien korelasi yang terbesar, yakni $r_{12} = 0,535$, jauh dari 1 sehingga dapat disimpulkan tidak terdapat multikolinieritas. Hal ini juga diperkuat bahwa r_{12} lebih kecil dari koefisien determinasi $R^2 = 0,869$, lihat Contoh 3.16.

Jika digunakan SPSS untuk mendapatkan nilai-nilai VIF untuk variabel-variabel independen, maka diperoleh *output* sebagai berikut:

| Model | Coefficients ^a | | | | | | |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------|-------------------------|-------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. | Collinearity Statistics | |
| | B | Std. Error | Beta | | | Tolerance | VIF |
| (Constant) | ,108 | 2,485 | | ,044 | ,967 | | |
| 1 Mat | ,651 | ,175 | ,655 | 3,719 | ,010 | ,707 | 1,415 |
| BI | ,479 | ,212 | ,401 | 2,261 | ,064 | ,697 | 1,434 |
| Kes | -,060 | ,292 | -,031 | -,206 | ,844 | ,976 | 1,025 |

a. Dependent Variable: IPA

Ternyata nilai-nilai VIF juga di bawah 10 sehingga memperkuat kesimpulan tidak adanya multikolinieritas. Anda dapat mengecek ada tidaknya multikolinieritas dengan metode Leamer atau Farrar-Glauber.

Sebagai pembanding, berikut ini adalah contoh situasi di mana terjadi multikolinieritas.

Contoh 3.17 (Lanjutan Contoh 3.9-3.16: Multikolonieritas)

Anggap nilai Bahasa Indonesia pada Contoh 3.9 diubah sehingga datanya sebagai berikut:

Tabel 3.17 Data Nilai Siswa

| Siswa | Matematika (X_1) | B. Indonesia (X_2) | Kesenian (X_3) | IPA (Y) |
|-------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 |
| 2 | 5 | 6 | 8 | 6 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | 6 | 7 | 8 | 6 |
| 5 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 6 | 6 | 7 | 8 | 7 |
| 7 | 7 | 8 | 7 | 7 |
| 8 | 7 | 8 | 8 | 7 |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 |

Untuk data ini koefisien korelasi antara Matematika dan Bahasa Indonesia adalah $r_{12} = 0,950$, koefisien korelasi antara Matematika dan Kesenian

adalah $r_{13} = -0,024$, dan koefisien korelasi antara Bahasa Indonesia dan Kesenian adalah $r_{23} = -0,117$. Koefisien korelasi yang terbesar, yakni $r_{12} = 0,950$ sangat dekat dengan 1 diindikasikan terjadi multikolinieritas. Dengan bantuan SPSS diperoleh koefisien determinasi 0,824 sebagaimana terlihat pada *output* berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,908 ^a | ,824 | ,737 | ,484 |

a. Predictors: (Constant), Kes, Mat, BI

Karena r_{12} lebih besar dari koefisien determinasi, maka dapat disimpulkan terjadi multikolinieritas. Kalau dicermati multikolinieritas terjadi antara nilai Bahasa Indonesia (X_2) dan Matematika (X_1) karena $X_2 = X_1 + 1$ kecuali pada nilai siswa nomor sepuluh.

Nilai-nilai VIF untuk variabel Matematika dan Bahasa Indonesia juga lebih besar dari 10 seperti terlihat pada *output* SPSS berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Beta | t | Sig. | Collinearity Statistics | |
|------------|-----------------------------|------------|-------|-------|------|-------------------------|--------|
| | B | Std. Error | | | | Tolerance | VIF |
| (Constant) | 4,810 | 3,665 | | 1,312 | ,237 | | |
| Mat | 1,690 | ,569 | 1,701 | 2,973 | ,025 | ,089 | 11,186 |
| 1 BI | -1,048 | ,688 | -,877 | 1,522 | ,179 | ,088 | 11,333 |
| Kes | -,119 | ,350 | -,061 | -,340 | ,745 | ,909 | 1,100 |

a. Dependent Variable: IPA

Jadi dengan melihat nilai-nilai VIF juga dapat disimpulkan terjadi multikolinieritas.

Selanjutnya akan digunakan metode Leamer untuk mengecek multikolinieritas, yakni dengan menggunakan rumus (3.37). Jika nilai Matematika sebagai variabel dependen, sedangkan Bahasa Indonesia dan

Kesenian sebagai variabel independen diperoleh $R_1^2 = 0,911$ yang dapat dilihat dari *output* SPSS sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,954 ^a | ,911 | ,885 | ,322 |

a. Predictors: (Constant), Kes, BI

Jika nilai Bahasa Indonesia sebagai variabel dependen, sedangkan Matematika dan Kesenian sebagai variabel independen maka diperoleh $R_2^2 = 0,912$ yang dapat dilihat dari *output* SPSS sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,955 ^a | ,912 | ,887 | ,266 |

a. Predictors: (Constant), Mat, Kes

Jika nilai Kesenian sebagai variabel dependen, sedangkan Matematika dan Bahasa Indonesia sebagai variabel independen maka diperoleh $R_3^2 = 0,091$ yang dapat dilihat dari *output* SPSS sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,302 ^a | ,091 | -,169 | ,522 |

a. Predictors: (Constant), BI, Mat

Dengan menggunakan rumus (3.37) diperoleh:

$$c_1 = (1 - R_1^2)^{1/2} = (1 - 0,911)^{1/2} = 0,298$$

$$c_2 = (1 - R_2^2)^{1/2} = (1 - 0,912)^{1/2} = 0,297$$

$$c_3 = (1 - R_3^2)^{1/2} = (1 - 0,091)^{1/2} = 0,953$$

Terlihat bahwa nilai c_1 dan c_2 cukup dekat dengan 0 yang juga mengindikasikan adanya multikolinieritas.

Jika digunakan uji Farrar-Glauber pertama dihitung determinan matriks korelasi antara IQ dan motivasi, yakni

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0,950 & -0,024 \\ 0,950 & 1 & -0,117 \\ -0,024 & -0,117 & 1 \end{vmatrix} = 0,08857$$

Dengan menggunakan rumus (3.38) diperoleh statistik uji

$$\chi^2 = -\left(n-1 - \frac{1}{6(2k+5)}\right) \ln D = -\left(10-1 - \frac{1}{6(6+5)}\right) \ln(0,08857) = 21,779$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dan derajat bebas $k(k-1)/2 = 3(3-1)/2 = 3$ diperoleh χ^2 tabel = 7,815. Karena χ^2 hitung > χ^2 tabel, maka disimpulkan terdapat multikolinieritas.

Selanjutnya untuk menguji bahwa X_1 penyebab multikolinieritas dihitung statistik uji F sebagaimana dirumuskan pada (3.39), yaitu

$$F = \frac{R_i^2 / (k-1)}{(1-R_i^2) / (n-k)} = \frac{0,911/(3-1)}{(1-0,911)/(10-3)} = 35,826$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, derajat bebas pembilang $k-1 = 3-1 = 2$, dan derajat bebas penyebut $n-k = 10-3 = 7$ nilai F tabel = 4,74. Karena F hitung > F tabel, maka X_1 penyebab multikolinieritas. Apakah X_2 dan X_3 penyebab multikolinieritas silahkan Anda uji sendiri.

Terakhir untuk menguji apakah antara X_1 dan X_2 terjadi multikolinieritas terlebih dahulu dihitung koefisien korelasi parsial $r_{12,3}^2 = 0,954$. Selanjutnya dihitung statistik uji t, lihat rumus (3.40), yakni

$$t = \frac{r_{12,3}^2 \sqrt{n-k}}{\sqrt{1-r_{12,3}^2}} = \frac{0,954\sqrt{10-3}}{1-0,954} = 54,871$$

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dan derajat bebas $n - k = 10 - 3 = 7$ diperoleh t tabel = 1,8946. Karena t hitung > t tabel, maka terjadi multikolinieritas antara X_1 dan X_2 .

3.4.13 Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi

Anggap telah diperoleh estimasi hubungan antara variabel independen X_1 , X_2 , dan X_3 terhadap dengan Y , yakni

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

Untuk nilai-nilai X_1 , X_2 , dan X_3 yang diketahui, misalnya $X_1 = X_1^*$, $X_2 = X_2^*$, dan $X_3 = X_3^*$, maka persamaan

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1^* + b_2 X_2^* + b_3 X_3^*$$

dapat digunakan untuk mengestimasi *mean* variabel dependen $E(Y)$ atau memprediksi nilai Y . Nilai \hat{Y} lebih akurat untuk mengestimasi $E(Y)$ dari pada untuk memprediksi nilai Y . Hal ini dapat dilihat dari interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk $E(Y)$ yang lebih sempit daripada interval konfidensi untuk Y . Rumus interval konfidensi untuk $E(Y)$ dan Y cukup kompleks untuk ditampilkan di sini dan akan diberikan di Bab 4 dalam notasi matriks. Dengan bantuan SPSS dapat diperoleh interval konfidensi untuk $E(Y)$ dan Y untuk nilai-nilai X_1 , X_2 , dan X_3 yang ada di dalam data.

Contoh 3.18 (Lanjutan Contoh 3.9 – 3.17: Penggunaan Model)

Pada Contoh 3.9 telah diperoleh persamaan garis regresi,

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3$$

yang menghubungkan nilai Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), Kesenian (X_3) dan nilai IPA (Y). Jika diketahui $X_1 = 5$, $X_2 = 6$, dan $X_3 = 8$ (data nilai siswa pertama) maka

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651 \times 5 + 0,479 \times 6 - 0,060 \times 8 = 5,76$$

dapat digunakan sebagai estimator untuk *mean* $E(Y)$ maupun untuk nilai individual Y . Dengan menggunakan SPSS yang langkah-langkahnya sebagaimana dijelaskan pada Contoh 3.8 diperoleh interval konfidensi 95% untuk $E(Y)$, yakni

$$(5,13, 6,37)$$

dan interval konfidensi 95% untuk Y , yakni

$$(4,56, 6,95)$$

Terlihat bahwa interval konfidensi untuk $E(Y)$ lebih sempit daripada interval konfidensi untuk Y .

Bab 4

Analisis Regresi Linier dalam Notasi Matriks

4.1 Pendahuluan

Di Bab 2 dan Bab 3 berturut-turut telah dibahas regresi linier sederhana (regresi dengan satu variabel independen) dan regresi linier ganda (regresi dengan lebih dari satu variabel independen). Kita telah melihat bahwa semakin banyak variabel independen dalam model regresi, maka semakin kompleks rumus untuk mengestimasi parameter-parameternya. Secara khusus di Bab 3 hanya dibahas estimasi parameter regresi linier dengan dua dan tiga variabel independen karena estimasi parameter untuk model regresi linier dengan empat atau lebih variabel independen rumusnya sangat rumit. Semakin banyak variabel independen dalam model regresi juga semakin banyak jenis hipotesis yang dapat diuji. Di Bab 3 penulis sengaja tidak menyajikan rumus-rumus untuk menguji jenis-jenis hipotesis tertentu, dan juga rumus untuk interval konfidensi, karena kesulitan untuk menuliskan rumus-rumusnya. Kesulitan-kesulitan tersebut akan segera teratasi jika kita menggunakan notasi matriks dalam analisis regresi linier.

Dengan notasi matriks kita dapat sekaligus membahas regresi linier dengan k variabel independen karena bentuk umum rumus-rumusnya sama untuk berapa pun nilai k . Jika k diganti 1, maka diperoleh model regresi linier sederhana, jika k diganti 2 berarti kita membahas regresi linier dengan dua variabel independen, dan seterusnya. Perhitungan dengan matriks juga tidak sulit karena kita dapat menggunakan bantuan *software* komputer seperti Microsoft Excel. Agar pembaca dapat memahami dengan baik analisis regresi linier dengan menggunakan notasi matriks berikut ini akan dibahas secara ringkas tentang matriks yang akan digunakan untuk keperluan analisis. Bagi pembaca yang sudah cukup familiar dengan matriks dapat langsung melanjutkan ke Bagian 4.2.

4.2 Matriks

4.2.1 Pengenalan Matriks

Pengertian Matriks

Matriks merupakan susunan bilangan-bilangan yang berbentuk persegi panjang. Sebuah matriks yang terdiri dari n baris dan k kolom dikatakan mempunyai ukuran atau ordo (*order*) $n \times k$. Jika $k = n$, maka matriks tersebut dinamakan matriks persegi ordo n . Matriks sering dinotasikan dengan huruf besar. Berikut ini adalah beberapa contoh matriks:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriks A berukuran 3×2 , matriks B juga berukuran 3×2 , matriks C adalah matriks persegi ordo 2, matriks D berukuran 2×1 , dan matriks E berukuran 1×3 . Matriks yang hanya terdiri dari satu kolom dinamakan juga vektor kolom sedangkan matriks yang hanya terdiri dari satu baris dinamakan juga vektor baris.

Kesamaan Dua Matriks

Dua matriks dikatakan sama jika ukurannya sama dan elemen-elemen yang seletak sama. Sebagai contoh matriks

$$P = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \end{bmatrix} \text{ dan } D = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix}$$

berukuran sama 2×1 , dan kedua matriks akan sama jika $p_0 = 10$ dan $p_1 = 20$. Matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

tidak sama karena meskipun ukurannya sama, tetapi elemen-elemen yang seletak berbeda.

Matriks Identitas

Matriks persegi yang semua elemen diagonal utamanya 1 dan elemen yang lain 0 dinamakan matriks identitas. Berikut ini adalah contoh matriks identitas ordo 2 dan ordo 3.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk selanjutnya, kita akan menggunakan notasi I (tanpa indeks) untuk matriks identitas berapa pun ukurannya.

Transpose Matriks

Dari sebuah matriks X yang berukuran $n \times k$ dapat dibuat matriks baru X^T yang berukuran $k \times n$ di mana elemen-elemen baris matriks X diubah menjadi elemen-elemen kolom-kolom matriks X^T . Matriks X^T dinamakan *transpose* dari matriks X . Sebagai contoh, transpose dari matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

adalah

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Penjumlahan dan Pengurangan matriks

Dua matriks dengan ukuran yang sama dapat dijumlahkan atau dikurangkan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen yang seletak. Sebagai contoh, jika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

maka

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 & 2+0 \\ 3+2 & 4+3 \\ 5+3 & 6+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 5 & 7 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$$

dan

$$A - B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-4 & 2-0 \\ 3-2 & 4-3 \\ 5-3 & 6-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

Perkalian Matriks

Jika matriks X berukuran $m \times k$ dan matriks Y berukuran $k \times n$, maka dapat diperoleh matriks hasil kali XY yang berukuran $m \times n$. Sebagai contoh, matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ dan } C = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix}$$

dapat dikalikan karena matriks A berukuran 3×2 dan matriks C berukuran 2×2 . Hasil kali AC adalah sebagai berikut (amati bagaimana angka-angkanya dikalikan).

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 10 + 2 \times 30 & 1 \times 20 + 2 \times 40 \\ 3 \times 10 + 4 \times 30 & 3 \times 20 + 4 \times 40 \\ 5 \times 10 + 6 \times 30 & 5 \times 20 + 6 \times 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 70 & 100 \\ 160 & 220 \\ 230 & 340 \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa perkalian matriks CA tidak dapat dilakukan karena matriks C berukuran 2×2 sedangkan matriks A berukuran 3×2 . Matriks A

dan matriks D pada contoh sebelumnya juga dapat dikalikan sebagai berikut:

$$AD = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 10 + 2 \times 20 \\ 3 \times 10 + 4 \times 20 \\ 5 \times 10 + 6 \times 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 110 \\ 170 \end{bmatrix}$$

Beberapa *software* komputer, misalnya Microsoft Excel, dapat digunakan untuk mengalikan dua matriks.

Kita dapat juga mengalikan sebuah bilangan dengan sebuah matriks dengan cara mengalikan setiap elemen matriks dengan bilangan pengalinya. Sebagai contoh jika matriks A kita kalikan dengan 2 (ditulis $2A$) maka diperoleh

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 1 & 2 \times 2 \\ 2 \times 3 & 2 \times 4 \\ 2 \times 5 & 2 \times 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \\ 10 & 12 \end{bmatrix}$$

Invers Matriks

Jika P dan Q adalah matriks-matriks persegi dengan ukuran yang sama dan memenuhi

$$PQ = I$$

maka matriks Q dinamakan invers matriks P dan dinotasikan dengan $Q = P^{-1}$. Di sini matriks P juga merupakan invers dari matriks Q , yakni $P = Q^{-1}$. Sebagai contoh, jika

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

maka

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

karena

$$PP^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 3 + 1 \times (-5) & 2 \times (-1) + 1 \times 2 \\ 5 \times 3 + 3 \times (-5) & 5 \times (-1) + 3 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

Dapat diperiksa bahwa $P^{-1}P = I$.

Ada beberapa metode untuk mencari *invers* matriks, tetapi tidak diuraikan di sini (semakin besar ukuran matriksnya semakin rumit). Sebagai gantinya, pada bagian berikut diberikan cara mencari *invers* matriks dengan menggunakan *software* Microsoft Excel.

4.2.2 Operasi Matriks dengan Microsoft Excel

Software Microsoft Excel (dan juga beberapa *software* komputer yang lain seperti MATLAB, MAPLE, dll) dapat digunakan untuk membantu melakukan operasi matriks. Di sini kita akan menggunakan Microsoft Excel untuk melakukan operasi matriks karena *software* ini relatif lebih mudah diperoleh. Tiga operasi matriks yang akan kita lakukan dengan menggunakan Microsoft Excel adalah *transpose* matriks, perkalian matriks, dan *invers* matriks. Ketiga operasi ini akan sering kita jumpai dalam pembahasan regresi linier dalam notasi matriks.

Transpose Matriks

Untuk mendapatkan *transpose* dari matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

kita *input* elemen-elemen matriks A ke dalam Microsoft Excel sebagai berikut:

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the ribbon tabs Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View. The formula bar shows 'A6'. The worksheet 'Book1' contains the following data:

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|-----------|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Matriks A | | | | | | |
| 2 | | 1 | 2 | | | | |
| 3 | | 3 | 4 | | | | |
| 4 | | 5 | 6 | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |

The status bar at the bottom shows 'Ready' and '100%'. The ribbon tabs are Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View.

Letakkan kursor, misalnya pada sel B7. Ketik =**transpose(B2:C4)**, tekan ENTER, blok sel B7 sampai D8, tekan F2, lalu tekan CTRL+SIFT+ENTER, maka akan muncul sebagai berikut:

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the ribbon tabs Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View. The formula bar shows 'D5'. The worksheet 'Book1' contains the following data:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|-------------|---|---|---|---|---|
| 1 | Matriks A | | | | | |
| 2 | | 1 | 2 | | | |
| 3 | | 3 | 4 | | | |
| 4 | | 5 | 6 | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | Transpose A | | | | | |
| 7 | | 1 | 3 | 5 | | |
| 8 | | 2 | 4 | 6 | | |

The status bar at the bottom shows 'Ready' and '100%'. The ribbon tabs are Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View.

Perkalian Matriks

Misalkan diketahui matriks-matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \text{ dan } C = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix}.$$

Input kedua matriks tersebut ke dalam Microsoft Excel sebagai berikut:

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Book1". The ribbon menu is visible at the top. The "Home" tab is selected, showing the font and alignment tools. The formula bar has "E4" selected. The spreadsheet area contains the following data:

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|----|----|---|----------------|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | 1 | 2 | | Hasil kali AC: | | |
| 3 | A | 3 | 4 | | | | |
| 4 | | 5 | 6 | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | C | 10 | 20 | | | | |
| 8 | | 30 | 40 | | | | |

The cell E4 is highlighted with a yellow background. The formula bar shows "E4". The status bar at the bottom right indicates "100%".

Letakkan kursor di sel E4. Ketik =MMULT(B2:C4,B7:C8), tekan ENTER, blok sel E4 sampai F5, tekan F2, lalu tekan CTRL+SIFT+ENTER, maka akan muncul sebagai berikut:

The screenshot shows a Microsoft Excel window with the ribbon menu at the top. The active cell is F6. The formula bar shows 'f6'. The spreadsheet contains the following data:

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|----|----|---|-----|----------------|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | 1 | 2 | | | Hasil kali AC: | |
| 3 | A | 3 | 4 | | | | |
| 4 | | 5 | 6 | | 70 | 100 | |
| 5 | | | | | 150 | 220 | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | C | 10 | 20 | | | | |
| 8 | | 30 | 40 | | | | |

The cells A3, B3, C3, A7, B7, and C7 contain bolded values. The cells E4, E5, and E6 are also bolded. The formula bar shows 'f6'.

Invers Matriks

Misalkan diketahui matriks

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Input ke dalam Microsoft Excel sebagai berikut:

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Book1". The ribbon tabs are Home, Insert, Page Layout, Formulas, Data, Review, and View. The "Font" group on the Home tab is selected, showing Calibri, 11pt, bold, italic, underline, and strikethrough options. The "Cells" group shows icons for Alignment, Number, Styles, and Cells. The status bar at the bottom indicates "Ready" and "100%".

The worksheet contains the following data:

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | 1 | 2 | 3 | | | |
| 3 | X | 0 | 3 | 1 | | | |
| 4 | | 1 | 1 | 3 | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |

The tabs at the bottom are Sheet1, Sheet2, and Sheet3.

Letakkan kursor di sel B6. Ketik =MINVERSE(B2:D4), tekan ENTER, blok sel B6 sampai D8, tekan F2, lalu tekan CTRL+SIFT+ENTER, maka akan muncul sebagai berikut:

The screenshot shows the same Microsoft Excel window as before, but now the inverse of matrix X is calculated in cells E4 to H6. The matrix X is in cells B2:D4, and its inverse is in cells E4:H6. The inverse matrix is:

| | E | F | G |
|---|----------|----|----|
| 1 | | | |
| 2 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | X | 0 | 3 |
| 4 | 1 | 1 | 3 |
| 5 | | | |
| 6 | 8 | -3 | -7 |
| 7 | Invers X | 1 | 0 |
| 8 | -3 | 1 | 3 |

The tabs at the bottom are Sheet1, Sheet2, and Sheet3.

4.3 Model Regresi Linier dalam Notasi Matriks

Ingat bahwa bentuk umum model regresi linier dengan k variabel independen adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (4.1)$$

di mana Y adalah variabel dependen, X_1, X_2, \dots, X_k adalah variabel-variabel independen yang dianggap bukan variabel acak, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ adalah parameter yang nilainya tidak diketahui dan harus diestimasi dari data dan ε adalah galat acak (*random error*).

Anggap kita telah memiliki sampel sebanyak $n \geq k + 1$ untuk nilai-nilai X_1, X_2, \dots, X_k dan nilai-nilai Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Jika X_{ij} menyatakan nilai ke i (dari responden ke i) dari variabel independen X_j maka diperoleh sistem persamaan

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \dots + \beta_k X_{1k} + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \beta_0 + \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \dots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Y_n &= \beta_0 + \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \dots + \beta_k X_{nk} + \varepsilon_n \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sistem persamaan tersebut dapat ditulis dalam notasi matriks

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (4.3)$$

di mana

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Di sini Y dan ε masing-masing adalah vektor acak berukuran $n \times 1$, β adalah vektor berukuran $(k + 1) \times 1$, dan X adalah matriks berukuran $n \times (k + 1)$. Kita akan asumsikan vektor acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi $\sigma^2 I$ serta tidak berkorelasi.

Contoh 4.1 (Regresi Linier dengan Tiga Variabel Independen)

Pada Contoh 3.9 di Bab 3 kita telah menggunakan model regresi linier ganda untuk memodelkan hubungan kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). Data yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Data Nilai Siswa

| Siswa | Matematika (X_1) | B. Indonesia (X_2) | Kesenian (X_3) | IPA (Y) |
|-------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 5 | 6 | 8 | 6 |
| 2 | 5 | 7 | 8 | 6 |
| 3 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 4 | 6 | 6 | 8 | 6 |
| 5 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 6 | 6 | 6 | 8 | 7 |
| 7 | 7 | 6 | 7 | 7 |
| 8 | 7 | 7 | 8 | 7 |
| 9 | 7 | 8 | 8 | 8 |
| 10 | 8 | 8 | 8 | 9 |

Pada contoh ini dan contoh-contoh selanjutnya kita akan membahas kembali data pada Contoh 3.9 dengan menggunakan notasi matriks. Dalam notasi matriks, sistem persamaan yang menyatakan hubungan antara variabel-variabel X_1 , X_2 , dan X_3 terhadap Y adalah

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

di mana

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 8 \\ 1 & 5 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 7 & 7 \\ 1 & 6 & 6 & 8 \\ 1 & 6 & 7 & 7 \\ 1 & 6 & 6 & 8 \\ 1 & 7 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 8 & 8 \\ 1 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \\ \varepsilon_{10} \end{bmatrix}$$

4.4 Mengestimasi Parameter

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (atau dengan metode maksimum *likelihood* jika galat acak diasumsikan berdistribusi normal) dapat dibuktikan bahwa rumus untuk mengestimasi β adalah sebagai berikut.

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4.5)$$

di mana

$$b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

Estimator b ini bersifat tak bias dan mempunyai variansi

$$\text{Var}(b) = (X^T X)^{-1} \sigma^2 \quad (4.6)$$

Setelah diperoleh estimator b , maka kita dapat menghitung *residual-residual* (sisaan) yang dirumuskan sebagai berikut.

$$e = Y - Xb$$

di mana

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}.$$

Jumlah kuadrat residual JK_{Res} disajikan dengan rumus

$$JK_{Res} = e^T e = (Y - Xb)^T (Y - Xb) \quad (4.7)$$

Selanjutnya estimator untuk σ^2 dirumuskan sebagai

$$s^2 = \frac{JK_{Res}}{n - (k + 1)} \quad (4.8)$$

Estimator ini tak bias untuk σ^2 .

Contoh 4.2 (Lanjutan Contoh 4.1: Mengestimasi Parameter)

Perhatikan kembali Contoh 4.1. Untuk menghitung estimator untuk β pertama-tama perhatikan bahwa

$$X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 6 & 6 & 6 & 6 & 7 & 7 & 7 & 8 \\ 6 & 7 & 7 & 6 & 7 & 6 & 6 & 7 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 7 & 8 & 7 & 8 & 7 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan Microsoft Excel (atau *software* yang lain) diperoleh

$$X^T X = \begin{bmatrix} 10 & 63 & 68 & 77 \\ 63 & 405 & 432 & 485 \\ 68 & 432 & 468 & 524 \\ 77 & 485 & 524 & 595 \end{bmatrix},$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 35,240964 & -0,554217 & -0,602410 & -3,578313 \\ -0,554217 & 0,174699 & -0,114458 & 0,030120 \\ -0,602410 & -0,114458 & 0,256024 & -0,054217 \\ -3,578313 & 0,030120 & -0,054217 & 0,487952 \end{bmatrix},$$

dan

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$= \begin{bmatrix} 0,108434 \\ 0,650602 \\ 0,478916 \\ -0,060241 \end{bmatrix}$$

Jadi persamaan garis regresi yang menyatakan hubungan antara X_1 , X_2 , dan X_3 terhadap Y adalah

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3$$

Dengan menggunakan rumus (4.7), diperoleh jumlah kuadrat residual JK_{Res} adalah sebagai berikut:

$$JK_{Res} = (Y - Xb)^T (Y - Xb) = 1,051205$$

Selanjutnya estimator untuk σ^2 adalah

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{JK_{Res}}{n - (k + 1)} \\ &= \frac{1,051205}{10 - (3 + 1)} \\ &= 0,175201 \end{aligned}$$

4.5 Menguji Hipotesis

4.5.1 Menguji Kesesuaian Model

Dengan menggunakan notasi matriks untuk menguji kesesuaian (*model adequacy*) dalam regresi linier sederhana maupun regresi linier ganda rumus umumnya sama. Seperti telah dijelaskan di bab-bab sebelumnya bahwa menguji kesesuaian model adalah menguji apakah semua parameter regresi sama dengan nol lawan ada paling sedikit satu parameter yang tidak sama dengan nol. Dalam notasi matriks, semua parameter sama dengan nol dapat dituliskan sebagai $\beta = 0$, sedangkan jika paling sedikit satu parameter tidak sama dengan nol, maka dituliskan sebagai $\beta \neq 0$. Jadi untuk menguji kesesuaian model rumusan hipotesisnya adalah

$$\begin{aligned} H_0: \beta &= 0 \\ H_1: \beta &\neq 0 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Langkah-langkah untuk menguji hipotesis di atas adalah sebagaimana yang telah diuraikan di bab sebelumnya, dan pada contoh berikut akan dilustrasikan kembali dalam notasi matriks.

Contoh 4.3 (Lanjutan Contoh 4.1-4.2: Menguji Kesesuaian Model)

Berikut ini akan diuji kesesuaian model regresi (linieritas) berdasarkan data pada Contoh 4.1.

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$\begin{aligned} H_0: \beta &= 0 \text{ (model tidak sesuai)} \\ H_1: \beta &\neq 0 \text{ (model sesuai).} \end{aligned}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

Langkah-langkah untuk menghitung statistik uji adalah berikut.

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$\begin{aligned} JK_{Tot} &= Y^T Y \\ &= 498 \end{aligned}$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi. Dengan bantuan Microsoft Excel dapat dengan mudah dihitung:

$$\begin{aligned} JK_{Reg} &= Y^T X (X^T X)^{-1} X^T Y \\ &= 496,948795 \end{aligned}$$

- c. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg} = 498 - 496,948795 = 1,051205$$

- d. Hitung rata-rata kuadrat regresi:

$$RK_{Reg} = \frac{JK_{Reg}}{k+1} = \frac{496,948795}{3+1} = 124,237199$$

- e. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n-(k+1)} = \frac{1,051205}{10-(3+1)} = 0,175201$$

- f. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{Reg}}{RK_{Res}} = \frac{124,237199}{0,175201} = 709,113$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat bebas pembilang $db_1 = (k + 1) = 4$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - (k + 1) = 10 - 4 = 6$, diperoleh nilai F tabel = 4,53.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 709,113 > 4,53 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Model regresi linier ganda sesuai untuk memodelkan hubungan antara kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y).

4.5.2 Menguji Pengaruh Bersama

Untuk menguji pengaruh bersama dari variabel-variabel X_1, X_2, \dots, X_k terhadap variabel Y rumusan hipotesisnya adalah

$$\begin{aligned} H_0: \beta^* &= 0 \\ H_1: \beta^* &\neq 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

di mana

$$\beta^* = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

Prosedur untuk menguji hipotesis (4.10) sedikit berbeda dengan prosedur untuk menguji hipotesis (4.9). Di sini matriks X terdiri dari k kolom, kolom pertama dari matriks X pada rumus (4.4) dihilangkan.

Contoh 4.4 (Lanjutan Contoh 4.1-4.3: Menguji Pengaruh Bersama)

Langkah-langkah untuk menguji pengaruh bersama X_1, X_2 , dan X_3 terhadap Y adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$$\begin{aligned} H_0: \beta^* &= 0 \\ H_1: \beta^* &\neq 0 \end{aligned}$$

di mana

$$\beta^* = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung jumlah kuadrat total:

$$\begin{aligned} JK_{Tot} &= Y^T Y \\ &= 498 \end{aligned}$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi. Dalam Contoh 4.3 telah diperoleh:

$$\begin{aligned} JK_{\text{Reg}} &= Y^T X (X^T X)^{-1} X^T Y \\ &= 496,948795 \end{aligned}$$

- c. Hitung jumlah kuadrat regresi(β_0):

$$JK_{\text{Reg}(\beta_0)} = \frac{(\sum Y)^2}{n} = \frac{70^2}{10} = 490$$

- d. Hitung jumlah kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0$):

$$JK_{\text{Reg}(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)} = JK_{\text{Reg}} - JK_{\text{Reg}(\beta_0)} = 496,948795 - 490 = 6,948795$$

- e. Hitung jumlah kuadrat residual:

$$JK_{\text{Res}} = JK_{\text{Tot}} - JK_{\text{Reg}} = 498 - 496,948795 = 1,051205$$

- f. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0$):

$$RK_{\text{Reg}(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)} = \frac{JK_{\text{Reg}(\beta_1, \beta_2, \beta_3 | \beta_0)}}{3} = \frac{6,948795}{3} = 2,316265$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat residual:

$$RK_{\text{Res}} = \frac{JK_{\text{Res}}}{n-4} = \frac{1,051205}{10-4} = 0,175201$$

- h. Hitung statistik uji F :

$$F = \frac{RK_{\text{Reg}}}{RK_{\text{Res}}} = \frac{2,316265}{0,175201} = 13,221$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Misalkan $\alpha = 0,05$. Dengan derajat independen pembilang $db_1 = k = 3$ dan derajat independen penyebut $db_2 = n - (k + 1) = 10 - 4 = 6$ diperoleh nilai F tabel = 4,76

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Karena F hitung = 13,221 > 4,76 = F tabel, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan: Terdapat pengaruh bersama yang signifikan dari kemampuan siswa dalam bidang Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), dan Kesenian (X_3) terhadap kemampuan dalam bidang IPA (Y). ◆

4.5.3 Menguji Parameter secara Individual

Menguji parameter model secara individual pada regresi linier sederhana (yakni menguji $H_0: \beta_0 = 0$ dan $H_0: \beta_1 = 0$) telah diuraikan di Bab 2 dan rumus-rumus yang dipergunakan cukup sederhana. Hal ini berbeda dengan uji parameter secara individual untuk regresi linier dengan dua dan tiga variabel independen yang masing-masing telah diuraikan pada Bagian 3.3.10 dan 3.4.9. Pada bagian tersebut penulis telah sengaja menunda menuliskan rumus-rumus secara lengkap yang dipergunakan untuk menguji hipotesis tentang parameter secara individual karena memang tidak sederhana untuk dituliskan. Di sini, dengan notasi matriks, kita dapat menuliskan rumus-rumus tersebut dan bahkan dapat dipakai untuk sembarang k variabel independen.

Untuk menguji parameter secara individual dapat digunakan uji F atau uji t . Di sini hanya akan diberikan rumus uji t seperti yang telah dibahas di Bab 3, yakni

$$t = \frac{b_i}{SE(b_i)}$$

Di Bab 3 tidak dituliskan lebih lanjut rumus $SE(b_i)$ karena tidak sederhana untuk dituliskan, dan nilai t dilihat dari *output* SPSS. Dengan notasi matriks dapat dirumuskan dan ditelusuri bagaimana memperoleh nilai $SE(b_i)$.

Contoh 4.5 (Lanjutan Contoh 4.1-4.4: Menguji Parameter secara Individual)

Pada contoh ini akan diuji hipotesis parameter secara individual dengan uji t .

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Rumusan hipotesisnya adalah:

$H_0: \beta_i = 0$ (tidak ada pengaruh X_i terhadap Y jika variabel X yang lain dimasukkan/diperhitungkan di dalam model)

$H_1: \beta_i \neq 0$ (ada pengaruh X_i terhadap Y jika variabel X yang lain dimasukkan ke dalam model).

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- Hitung estimator b dengan rumus (4.5). Pada Contoh 4.2 telah dihitung dan diperoleh

$$b = \begin{bmatrix} 0,108434 \\ 0,650602 \\ 0,478916 \\ -0,060241 \end{bmatrix}$$

Di sini $b_0 = 0,108434$, $b_1 = 0,650602$, $b_2 = 0,478916$, dan $b_3 = -0,060241$.

- Hitung matriks $(X^T X)^{-1}$. Secara umum, matriks tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \cdots & C_{0k} \\ C_{10} & C_{11} & \cdots & C_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{k0} & C_{k1} & \cdots & C_{kk} \end{bmatrix}$$

Pada Contoh 4.2 juga telah diperoleh:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 35,240964 & -0,554217 & -0,602410 & -3,578313 \\ -0,554217 & 0,174699 & -0,114458 & 0,030120 \\ -0,602410 & -0,114458 & 0,256024 & -0,054217 \\ -3,578313 & 0,030120 & -0,054217 & 0,487952 \end{bmatrix}$$

Di sini $C_{00} = 35,240964$, $C_{11} = 0,174699$, $C_{22} = 0,256024$,

$C_{33} = 0,487952$.

- c. Hitung JK_{Res} dengan rumus (4.7). Pada Contoh 4.2 telah diperoleh:

$$JK_{Res} = (Y - Xb)^T(Y - Xb) = 1,051205$$
- d. Hitung s^2 dengan rumus (4.8). Pada Contoh 4.2 telah diperoleh:

$$s^2 = \frac{JK_{Res}}{n - (k + 1)} = \frac{1,051205}{10 - (4 + 1)} = 0,175201$$

sehingga

$$s = \sqrt{0,175201} = 0,418570$$

- e. Hitung standar eror b_i dengan rumus:

$$SE(b_i) = s\sqrt{C_{ii}},$$

yakni

$$SE(b_0) = s\sqrt{C_{00}} = 0,418570\sqrt{35,240964} = 2,484803,$$

$$SE(b_1) = s\sqrt{C_{11}} = 0,418570\sqrt{0,174699} = 0,174950,$$

$$SE(b_2) = s\sqrt{C_{22}} = 0,418570\sqrt{0,256024} = 0,211791,$$

$$SE(b_3) = s\sqrt{C_{33}} = 0,418570\sqrt{0,487952} = 0,292386.$$

- f. Hitung statistik uji t dengan rumus:

$$t = \frac{b_i}{SE(b_i)} \quad (4.11)$$

Nilai-nilai t untuk menguji $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$, berturut-turut adalah

$$t_0 = \frac{b_0}{SE(b_0)} = \frac{0,108434}{2,484803} = 0,044,$$

$$t_1 = \frac{b_1}{SE(b_1)} = \frac{0,650602}{0,174950} = 3,719,$$

$$t_2 = \frac{b_2}{SE(b_2)} = \frac{0,478916}{0,211791} = 2,261,$$

$$t_3 = \frac{b_3}{SE(b_3)} = \frac{-0,060241}{0,292386} = -0,206$$

Langkah 3. Menentukan t tabel

Tetapkan tingkat signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau $\alpha = 0,01$ atau yang lainnya. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi t nilai $t_{1-\alpha/2}$ dengan derajat bebas $n - (k + 1)$. Jika dipilih $\alpha = 0,05$, maka dengan derajat bebas $n - (k + 1) = 10 - (3 + 1) = 6$ diperoleh t tabel $t_{0,975} = 2,447$.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika $|t$ hitung| > $t_{\alpha/2}$** .

Dengan membandingkan nilai-nilai t hitung dan t tabel dapat disimpulkan

$$H_0: \beta_0 = 0 \text{ diterima karena } |t \text{ hitung}| = 0,044 < t \text{ tabel.}$$

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ ditolak karena } |t \text{ hitung}| = 3,719 > t \text{ tabel.}$$

$$H_0: \beta_2 = 0 \text{ diterima karena } |t \text{ hitung}| = 2,261 < t \text{ tabel.}$$

$$H_0: \beta_3 = 0 \text{ diterima karena } |t \text{ hitung}| = 0,206 < t \text{ tabel.}$$

Catatan:

Statistik uji pada persamaan (4.11) juga dapat digunakan untuk menguji hipotesis:

$$H_0: \beta_i \geq 0$$

$$H_1: \beta_i < 0 \text{ (atau } H_1: \beta_i > 0\text{)}$$

Kriteria uji hipotesisnya adalah:

1. Untuk $H_1: \beta_i < 0$: Tolak H_0 jika t hitung < $-t_{1-\alpha}$
2. Untuk $H_1: \beta_i > 0$: Tolak H_0 jika t hitung > $t_{1-\alpha}$

di mana $t_{1-\alpha}$ diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - (k + 1)$.

4.5.4 Menguji Sebagian Parameter

Sebagaimana telah disebutkan di Bab 3 bahwa jenis-jenis hipotesis yang dapat diuji semakin banyak dengan semakin bertambahnya variabel independen (atau parameter) dalam model. Sebagai contoh, dalam regresi linier dengan dua variabel independen terdapat $2^3 - 1 = 7$ jenis hipotesis nol yang dapat diuji (lihat Bagian 3.3.5).

- | | |
|--|-----------------------------------|
| (1) $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$ | (Uji kesesuaian model/linieritas) |
| (2) $H_0: \beta_0 = 0$ | (Uji paramater secara individual) |
| (3) $H_0: \beta_1 = 0$ | (Uji paramater secara individual) |
| (4) $H_0: \beta_2 = 0$ | (Uji paramater secara individual) |
| (5) $H_0: \beta_0 = \beta_1 = 0$ | |
| (6) $H_0: \beta_0 = \beta_2 = 0$ | |
| (7) $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ | (Uji pengaruh bersama) |

Uji hipotesis (1) telah dibahas pada Bagian 3.3.6. Prosedur umum uji hipotesis (2)-(4) juga sudah kita pelajari pada Bagian 4.5.3. Ingat bahwa ketika menguji hipotesis secara individual, misalnya $H_0: \beta_1 = 0$, maka sebenarnya kita menganggap parameter yang lain, yakni β_0 dan β_2 berada dalam model. Secara serupa ketika menguji hipotesis (5) berarti kita menganggap β_2 berada dalam model, ketika menguji hipotesis (6) berarti kita menganggap β_1 berada dalam model, dan ketika menguji hipotesis (7) berarti kita menganggap β_0 berada dalam model. Prosedur untuk menguji hipotesis (5) dan (6) *belum dibahas*. Hipotesis (7) adalah hipotesis tentang pengaruh bersama yang telah dibahas pada Bagian 4.5.2. Dengan menggunakan notasi matriks kita dapat sekaligus menuliskan prosedur untuk menguji hipotesis (2)-(7) dalam satu cara.

Dalam regresi linier dengan tiga variabel independen ada $2^4 - 1 = 15$ jenis hipotesis yang dapat diuji. Kita hanya membahas sebagian di antaranya di Bab 3. Secara umum dalam regresi linier dengan k variabel independen ada $2^k - 1$ jenis hipotesis yang dapat diuji. Dengan notasi matriks, kita juga dapat sekaligus menuliskan prosedur untuk menguji hipotesis tentang sebagian parameter dalam satu cara.

Berikut ini akan dibahas cara menguji sebagian parameter. Agar pembaca tidak kesulitan memahami notasi yang lebih umum, penulis sengaja memberikan pembahasan melalui sebuah contoh yang disertai dengan beberapa catatan petunjuk apabila pembaca akan menerapkan pada situasi yang berbeda.

Anggap pada regresi linier dengan tiga variabel independen ($k = 3$):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

di mana galat acak ε diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi konstan σ^2 dan tidak berkorelasi atau independen. Akan diuji hipotesis:

$$H_0: \beta_1 = \beta_3 = 0 \quad (4.12)$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq$$

Ingat bahwa di sini kita sebenarnya telah menganggap bahwa β_0 dan β_2 berada di dalam model. Langkah-langkah untuk menguji hipotesis (4.12) adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan hipotesis

Tuliskan vektor parameter sebagai berikut:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \\ \cdots \\ \beta_0 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \cdots \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Di sini terdapat dua sub-vektor $\gamma_1 = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$ dan $\gamma_2 = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$. Perhatikan

bahwa posisi β_1 dan β_3 di bagian atas. Dengan notasi ini hipotesis (4.12) dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$H_0: \gamma_1 = 0 \quad (4.14)$$

$$H_1: \gamma_1 \neq 0$$

Catatan:

Jika Anda membahas regresi linier dengan k variabel independen dan Anda ingin menguji sebagian parameter, maka vektor parameter β dipartisi menjadi dua sub-vektor, di bagian atas (sub-vektor γ_1) adalah parameter-parameter yang akan diuji.

Langkah 2. Menghitung statistik uji

- a. Tuliskan matriks data variabel independen sebagai berikut.

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{13} & 1 & X_{12} \\ X_{21} & X_{23} & 1 & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n3} & 1 & X_{n2} \end{bmatrix} = [X_1 \mid X_2] \quad (4.15)$$

di mana

$$X_1 = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{13} \\ X_{21} & X_{23} \\ \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n3} \end{bmatrix} \text{ dan } X_2 = \begin{bmatrix} 1 & X_{12} \\ 1 & X_{22} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Perhatikan bahwa urutan mengisi elemen-elemen matriks X disesuaikan dengan urutan parameter dalam vektor β pada (4.13). Kolom pertama dan kolom kedua matriks X adalah data variabel independen X_1 dan X_3 (karena yang akan kita uji β_1 dan β_3), dan elemen-elemen pada kedua kolom tersebut kita ambil sebagai matriks X_1 . Elemen-elemen kolom ketiga matriks X semuanya satu (bersesuaian dengan β_0) dan elemen-elemen kolom keempat matriks X adalah data variabel X_2 (bersesuaian dengan β_2). Dua kolom terakhir matriks X kita jadikan elemen-elemen matriks X_2 .

Catatan:

Jika banyak dan jenis parameter yang akan diuji berbeda, maka elemen matriks X , X_1 , dan X_2 harus disesuaikan.

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi (β) dengan rumus:

$$JK_{Reg(\beta)} = Y^T X (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (4.17)$$

c. Hitung jumlah kuadrat regresi (γ_2) dengan rumus:

$$JK_{Reg(\gamma_2)} = Y^T X_2 (X_2^T X_2)^{-1} X_2^T Y \quad (4.18)$$

d. Hitung jumlah kuadrat regresi ($\gamma_1|\gamma_2$) dengan rumus:

$$JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\beta)} - JK_{Reg(\gamma_2)} \quad (4.19)$$

e. Hitung jumlah kuadrat total dengan rumus:

$$JK_{Tot} = Y^T Y \quad (4.20)$$

f. Hitung jumlah kuadrat residual dengan rumus:

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta)} \quad (4.21)$$

g. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\gamma_1|\gamma_2$) dengan rumus:

$$RK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} / 2 \quad (4.22)$$

Catatan:

Pada rumus (4.22) kita membagi dengan 2 karena parameter yang kita uji ada dua, yakni β_1 dan β_3 . Jika parameter yang kita uji sebanyak r maka penyebutnya juga harus diganti r .

h. Hitung rata-rata kuadrat residual dengan rumus:

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 4} \quad (4.23)$$

Catatan:

Pada rumus (4.23) kita membagi dengan $n - 4$ karena ada tiga variabel independen (atau ada empat parameter). Jika ada k variabel independen (atau $k + 1$ parameter), maka penyebutnya juga harus diganti dengan $n - (k + 1)$.

i. Hitung statistik uji F dengan rumus:

$$F = \frac{RK_{\text{Reg}(\gamma_1|\gamma_2)}}{RK_{\text{Res}}} \quad (4.24)$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Tetapkan tingkat signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$ atau $\alpha = 0,01$ atau yang lainnya. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 2$ (secara umum r) dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 4$ (secara umum $n - (k + 1)$) untuk mendapatkan nilai F tabel.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: Tolak H_0 jika F hitung $> F$ tabel.

Contoh 4.6 (Lanjutan Contoh 4.1-4.5: Menguji Sebagian Parameter)

Untuk melengkapi Contoh 4.1-4.5 pada contoh ini akan diilustrasikan bagaimana menguji hipotesis $\beta_1 = \beta_3 = 0$.

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

$$H_0: \beta_1 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{Paling sedikit ada satu tanda } \neq$$

Hipotesis ini ekuivalen dengan

$$H_0: \gamma_1 = 0$$

$$H_1: \gamma_1 \neq 0$$

di mana $\gamma_1 = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$ dan $\gamma_2 = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$.

Langkah 2. Menghitung statistik uji

- Tuliskan matriks data variabel independen (X) dan matriks partisinya (X_1 dan X_2), dan juga matriks variabel dependent (Y) sebagai berikut:

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 1 & 6 \\ 5 & 8 & 1 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 7 \\ 6 & 8 & 1 & 6 \\ 6 & 7 & 1 & 7 \\ 6 & 8 & 1 & 6 \\ 7 & 7 & 1 & 6 \\ 7 & 8 & 1 & 7 \\ 7 & 8 & 1 & 8 \\ 8 & 8 & 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 5 & 8 \\ 6 & 7 \\ 6 & 8 \\ 6 & 7 \\ 6 & 8 \\ 7 & 7 \\ 7 & 8 \\ 7 & 8 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 7 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 6 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 8 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi(β) dengan rumus (4.17). Dengan menggunakan Microsoft Excel, atau *software* yang lain, diperoleh

$$JK_{Reg(\beta)} = Y^T X (X^T X)^{-1} X^T Y = 496,946795$$
- c. Hitung jumlah kuadrat regresi(γ_2) dengan rumus (4.18). Dengan menggunakan Microsoft Excel, atau *software* yang lain, diperoleh

$$JK_{Reg(\gamma_2)} = Y^T X_2 (X_2^T X_2)^{-1} X_2^T Y = 494,464286$$
- d. Hitung jumlah kuadrat regresi($\gamma_1|\gamma_2$) dengan rumus (4.19).

$$JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\beta)} - JK_{Reg(\gamma_2)} = 496,946795 - 494,464286 = 2,484509$$
- e. Hitung jumlah kuadrat total dengan rumus (4.20). Dengan menggunakan Microsoft Excel, atau *software* yang lain, diperoleh

$$JK_{Tot} = Y^T Y = 498$$
- f. Hitung jumlah kuadrat residual dengan rumus (4.21).

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta)} = 498 - 496,946795 = 1,051205$$
- g. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\gamma_1|\gamma_2$) dengan rumus (4.22).

$$RK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} / 2 = 2,484509 / 2 = 1,242255$$
- h. Hitung rata-rata kuadrat residual dengan rumus (4.23).

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 4} = \frac{1,051205}{10 - 4} = 0,175201$$

- i. Hitung statistik uji F dengan rumus (4.24).

$$F = \frac{RK_{Reg(\gamma_1/\gamma_2)}}{RK_{Res}} = \frac{1,242255}{0,175201} = 7,090$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Tetapkan tingkat signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$. Selanjutnya lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 2$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 4 = 10 - 4 = 6$. Dari tabel diperoleh nilai F tabel = 5,14.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Karena F hitung = 7,090 > F tabel = 5,14 maka $H_0: \gamma_1 = 0$ atau $H_0: \beta_1 = \beta_3 = 0$ ditolak.

Kesimpulan: Paling sedikit salah satu β_1 atau β_3 tidak sama dengan 0 jika variabel X_2 diperhitungkan di dalam model, yakni terdapat pengaruh nilai Matematika atau Kesenian terhadap nilai IPA jika nilai Bahasa Indonesia diperhitungkan (dimasukkan dalam model regresi).

4.6 Interval Konfidensi

Rumus interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk β_i ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) pada regresi linier dengan k variabel independen adalah

$$(b_i - t_{\alpha/2} SE(b_i), b_i + t_{\alpha/2} SE(b_i)) \quad (4.25)$$

di mana $t_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - (k + 1)$ dan $SE(b_i)$ adalah standar *error* untuk b_i . Rumus untuk $SE(b_i)$ adalah

$$SE(b_i) = s\sqrt{C_{ii}} \quad (4.26)$$

di mana

$$s = \sqrt{\frac{JK_{\text{Res}}}{n - (k + 1)}} \quad (4.27)$$

dan C_{ii} dilihat pada elemen diagonal ke- i matriks

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \cdots & C_{0k} \\ C_{10} & C_{11} & \cdots & C_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{k0} & C_{k1} & \cdots & C_{kk} \end{bmatrix}$$

Contoh 4.7 (Lanjutan Contoh 4.1-4.6: Interval Konfidensi)

Pada Bagian 3.4.10 di Bab 3 kita telah membahas interval konfidensi untuk parameter yang dapat dilihat langsung dari *output* SPSS. Contoh yang sedang kita bahas ini adalah contoh yang sama seperti yang dibahas pada Bagian 3.4.10. Pada contoh ini akan ditunjukkan bagaimana menghitung interval konfidensi.

Pada Contoh 4.2 telah diperoleh $b_0 = 0,108434$, $b_1 = 0,650602$, $b_2 = 0,478916$, $b_3 = -0,060240$ dan $s^2 = 0,175201$ sehingga $s = \sqrt{0,175201} = 0,418570$. Pada Contoh 4.6 telah dihitung

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 35,240964 & -0,554217 & -0,602410 & -3,578313 \\ -0,554217 & 0,174699 & -0,114458 & 0,030120 \\ -0,602410 & -0,114458 & 0,256024 & -0,054217 \\ -3,578313 & 0,030120 & -0,054217 & 0,487952 \end{bmatrix}$$

Di sini $C_{00} = 35,240964$, $C_{11} = 0,174699$, $C_{22} = 0,256024$, dan $C_{33} = 0,487952$, sehingga

$$SE(b_0) = 0,418570 \sqrt{35,240964} = 2,484803$$

$$SE(b_1) = 0,418570 \sqrt{0,174699} = 0,174950$$

$$SE(b_2) = 0,418570\sqrt{0,256024} = 0,211791$$

$$SE(b_3) = 0,418570\sqrt{0,487952} = 0,292386$$

Jika dipilih $\alpha = 5\%$ maka dengan derajat bebas $n - (k + 1) = 10 - (3 + 1) = 6$ nilai $t_{\alpha/2} = 2,447$. Dengan menggunakan rumus (4.25) interval konfidensi 95% untuk $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, dan β_3 berturut-turut adalah

$$\begin{aligned}(b_0 - t_{\alpha/2} SE(b_0), b_0 + t_{\alpha/2} SE(b_0)) \\= (0,108434 - 2,447 \times 0,211791, 0,108434 + 2,447 \times 0,211791) \\= (-5,972, 6,189),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b_1 - t_{\alpha/2} SE(b_1), b_1 + t_{\alpha/2} SE(b_1)) \\= (0,650602 - 2,447 \times 0,174950, 0,650602 + 2,447 \times 0,174950) \\= (0,223, 1,079),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b_2 - t_{\alpha/2} SE(b_2), b_2 + t_{\alpha/2} SE(b_2)) \\= (0,478916 - 2,447 \times 0,211791, 0,478916 + 2,447 \times 0,211791) \\= (-0,039, 0,997),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b_3 - t_{\alpha/2} SE(b_3), b_3 + t_{\alpha/2} SE(b_3)) = \\= (-0,060240 - 2,447 \times 0,292386, -0,060240 + 2,447 \times 0,292386) \\= (-0,776, 0,655).\end{aligned}$$

Hasil-hasil di atas sama dengan interval konfidensi yang diperoleh dari *output* SPSS, lihat Contoh 3.15 pada Bagian 3.4.10.

4.7 Koefisien Determinasi

Sebagaimana telah dijelaskan di Bab 2 dan Bab 3, koefisien determinasi merupakan salah satu ukuran kesesuaian model. Secara umum koefisien determinasi dalam regresi linier dengan k variabel bebas dirumuskan sebagai

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \quad (4.28)$$

di mana

$$JK_{\text{Res}} = (Y - Xb)^T(Y - Xb) \quad (4.29)$$

dan

$$J_{YY} = (\bar{Y})^T(\bar{Y}) \quad (4.30)$$

Nilai R^2 menyatakan proporsi variasi variabel Y yang dijelaskan oleh variabel-variabel independen X_1, X_2, \dots, X_k .

Rumus untuk menghitung *adjusted multiple coefficient of determination* (R_a^2) dalam regresi linier dengan k variabel bebas adalah

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \right) \quad (4.31)$$

Contoh 4.8 (Lanjutan Contoh 4.1-4.7: Koefisien Determinasi)

Dari Contoh 4.3 telah diperoleh $JK_{\text{Res}} = (Y - Xb)^T(Y - Xb) = 1,051205$.

Dapat diperiksa bahwa rata-rata dari Y adalah $\bar{Y} = 7$. Dengan menggunakan aturan perkalian matriks, dengan mudah dihitung

$$J_{YY} = (\bar{Y})^T(\bar{Y}) = 8$$

Dengan menggunakan rumus (4.28) diperoleh

$$R^2 = 1 - \frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} = 1 - \frac{1,051205}{8} = 0,868599 \approx 0,869$$

dan dengan menggunakan rumus (4.31) diperoleh

$$R_a^2 = 1 - \left[\frac{n-1}{n-(k+1)} \right] \left(\frac{JK_{\text{Res}}}{J_{YY}} \right) = 1 - \left[\frac{10-1}{10-(3+1)} \right] \left(\frac{1,051205}{8} \right) = 0,802899 \approx 0,803$$

4.8 Penggunaan Model untuk Estimasi dan Prediksi

Setelah kita memperoleh estimator b , maka estimasi hubungan antara variabel independen X_1, X_2, \dots, X_k terhadap dengan Y adalah

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k$$

atau dalam notasi matriks dapat dituliskan sebagai

$$\hat{Y} = x^T b$$

di mana $x^T = [1 \ X_1 \ X_2 \ \dots \ X_k]$. Selanjutnya kita dapat mengestimasi *mean* variabel terikat $E(Y)$ atau memprediksi nilai Y jika nilai-nilai variabel independennya diketahui (misalnya $X_1 = X_1^*$, $X_2 = X_2^*$, ..., $X_k = X_k^*$) dengan menggunakan

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1^* + b_2 X_2^* + \dots + b_k X_k^* \quad (4.32)$$

atau dalam notasi matriks dituliskan sebagai

$$\hat{Y} = x^{*T} b \quad (4.33)$$

di mana $x^{*T} = [1 \ X_1^* \ X_2^* \ \dots \ X_k^*]$.

Interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk $E(Y)$ adalah

$$(x^{*T} b - t_{\alpha/2} s \sqrt{x^{*T} (X^T X)^{-1} x^*}, x^{*T} b + t_{\alpha/2} s \sqrt{x^{*T} (X^T X)^{-1} x^*}), \quad (4.34)$$

sedangkan interval konfidensi $100(1 - \alpha)\%$ untuk Y adalah

$$(x^{*T} b - t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + x^{*T} (X^T X)^{-1} x^*}, x^{*T} b + t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + x^{*T} (X^T X)^{-1} x^*}) \quad (4.35)$$

di mana $t_{\alpha/2}$ didapat dari tabel distribusi t dengan derajat bebas $n - (k + 1)$ dan s dihitung dengan rumus (4.27), yakni

$$s = \sqrt{\frac{(Y - Xb)^T (Y - Xb)}{n - (k + 1)}}$$

Jelas bahwa bilangan di dalam tanda akar pada rumus (4.35) lebih besar dari bilangan di dalam tanda akar pada rumus (4.34). Sebagai akibatnya,

interval konfidensi untuk memprediksi nilai Y lebih lebar dari interval konfidensi untuk mengestimasi $E(Y)$. Dengan kata lain, nilai \hat{Y} lebih akurat untuk mengestimasi $E(Y)$ daripada untuk memprediksi nilai Y .

Contoh 4.9 (Lanjutan Contoh 4.1-4.8: Estimasi dan Prediksi)

Pada Contoh 4.2 telah diperoleh persamaan garis regresi

$$\hat{Y} = 0,108 + 0,651X_1 + 0,479X_2 - 0,060X_3 \quad (4.36)$$

yang menghubungkan nilai Matematika (X_1), Bahasa Indonesia (X_2), Kesenian (X_3) dan nilai IPA (Y). Misalkan, kita ingin mengestimasi atau memprediksi nilai IPA seorang siswa yang memperoleh nilai Matematika 8, nilai Bahasa Indonesia 9, dan nilai Kesenian 7 dengan menggunakan model (4.36). Di sini

$$x^*{}^T = [1 \ X_1^* \ X_2^* \ \dots \ X_k^*] = [1 \ 8 \ 9 \ 7].$$

Estimasi atau prediksi nilai Y untuk siswa tersebut adalah

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= x^*{}^T b \\ &= [1 \ 8 \ 9 \ 7] \begin{bmatrix} 0,108 \\ 0,651 \\ 0,479 \\ -0,060 \end{bmatrix} \\ &= 9,2 \end{aligned}$$

Dari Contoh sebelumnya, lihat Contoh 4.7, telah diperoleh $s = 0,418570$. Jika dipilih $\alpha = 5\%$, maka dengan derajat bebas $n - (k + 1) = 10 - (3 + 1) = 6$ nilai $t_{\alpha/2} = 2,447$. Dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh

$$\begin{aligned} x^*{}^T (X^T X)^{-1} x^* &= [1 \ 8 \ 9 \ 7] \begin{bmatrix} 35,240964 & -0,554217 & -0,602410 & -3,578313 \\ -0,554217 & 0,174699 & -0,114458 & 0,030120 \\ -0,602410 & -0,114458 & 0,256024 & -0,054217 \\ -3,578313 & 0,030120 & -0,054217 & 0,487952 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix} \\ &= 1,322289 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan rumus (4.34) diperoleh interval konfidensi 95% untuk $E(Y)$ adalah

$$\begin{aligned} & (x^*{}^T b - t_{\alpha/2} s \sqrt{x^*{}^T (X^T X)^{-1} x^*}, x^*{}^T b + t_{\alpha/2} s \sqrt{x^*{}^T (X^T X)^{-1} x^*}) \\ &= (9,201807 - 2,447 \times 0,418570 \sqrt{1,322289}, 9,201807 - 2,447 \times 0,418570 \sqrt{1,322289}) \\ &= (8,0, 10,4) \end{aligned}$$

dan dengan menggunakan rumus (4.35) interval konfidensi 95% untuk Y adalah

$$\begin{aligned} & (x^*{}^T b - t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + x^*{}^T (X^T X)^{-1} x^*}, x^*{}^T b + t_{\alpha/2} s \sqrt{1 + x^*{}^T (X^T X)^{-1} x^*}) \\ &= (7,6, 10,8) \end{aligned}$$

Batas kanan interval yang diperoleh melebihi batas nilai maksimal (10), dalam praktik tentu saja $E(Y)$ dan Y tidak akan lebih besar dari 10. Perhatikan bahwa interval konfidensi untuk $E(Y)$ lebih sempit dibanding interval konfidensi untuk Y .

Catatan:

Pada contoh ini model (4.36) bukanlah model yang paling efisien untuk memprediksi nilai Y karena ada parameter yang tidak signifikan, model yang lebih efisien adalah $\hat{Y} = 0,642X_1 + 0,435X_2$, lihat kembali Contoh 3.14 di Bab 3.

Bab 5

Variasi Model Regresi

Di Bab 2 dan Bab 3 berturut-turut telah dibahas regresi linier sederhana dan regresi linier ganda. Ingat bahwa istilah regresi linier merujuk pada model regresi yang linier dalam variabel independennya, jika modelnya linier dalam parameter, maka dinamakan model linier. Di bab ini akan dibahas beberapa variasi dari model regresi yang diakibatkan oleh adanya variasi dalam bentuk maupun nilai variabel independennya. Khusus variasi dalam bentuk hanya akan dibahas model regresi yang juga merupakan model linier karena analisisnya dapat dilakukan dengan mengikuti apa yang sudah dijelaskan pada bab-bab sebelumnya. Masih ada variasi model regresi yang lain, misalnya model dengan nilai variabel dependen kategorik dan regresi non linier, tetapi tidak akan dibahas di buku ini.

5.1 Model dengan Interaksi

Model regresi linier ganda dengan dua variabel independen yang telah dibahas sebelumnya di Bab 2 berbentuk

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (5.1)$$

Jika galat acak ε diasumsikan mempunyai *mean* 0, maka *mean* dari Y berbentuk

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2. \quad (5.2)$$

Sebagai contoh jika $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 2$ dan $\beta_2 = 1$ maka

$$E(Y) = 1 + 2X_1 + X_2. \quad (5.3)$$

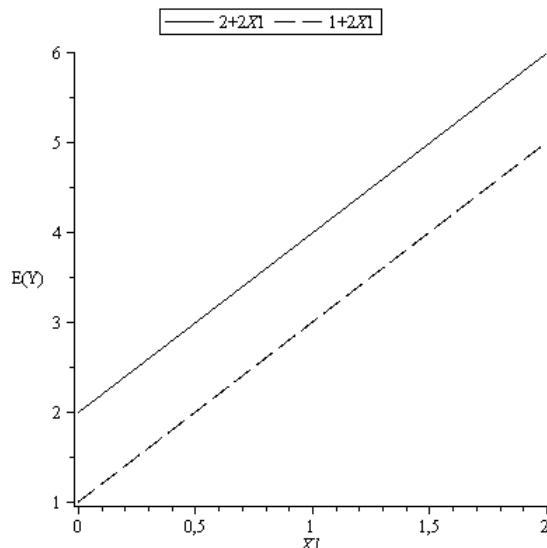
Untuk $X_2 = 0$ persamaan (5.3) menjadi

$$E(Y) = 1 + 2X_1 \quad (5.4)$$

dan untuk $X_2 = 1$ persamaan (5.3) menjadi:

$$E(Y) = 2 + 2X_1 \quad (5.5)$$

Pada persamaan (5.4) jika $X_1 = 0$, maka $E(Y) = 1$ dan jika $X_1 = 1$, maka $E(Y) = 3$. Jadi, jika X_1 berubah dari 0 ke-1 maka $E(Y)$ bertambah 2 satuan. Pada persamaan (5.5) jika $X_1 = 0$, maka $E(Y) = 2$ dan jika $X_1 = 1$, maka $E(Y) = 4$. Jadi, jika X_1 berubah dari 0 ke-1, maka $E(Y)$ juga bertambah 2 satuan. Dapat dengan mudah diperiksa jika X_1 berubah dari 0 ke-1, maka $E(Y)$ akan bertambah 2 satuan untuk berapa pun nilai X_2 yang tetap. Jadi, kenaikan nilai $E(Y)$ jika nilai-nilai X_1 berubah tidak bergantung pada nilai X_2 . Grafik persamaan (5.4) dan (5.5) adalah garis-garis lurus yang sejajar dengan gradien 2 sebagaimana terlihat pada Gambar 5.1. Situasi ini akan serupa jika X_1 yang dianggap tetap. Di sini hubungan antara $E(Y)$ dan salah satu variabel independen tidak bergantung pada variabel-variabel independen yang lain yang ada di dalam model.



Gambar 5.1 Grafik $E(Y) = 1 + 2X_1$ dan $E(Y) = 2 + 2X_1$

Sekarang perhatikan model regresi berbentuk

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \varepsilon \quad (5.6)$$

di mana ε adalah galat acak yang diasumsikan mempunyai *mean* 0. Di sini *mean* dari Y berbentuk

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 \quad (5.7)$$

Jika $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 1$ dan $\beta_3 = -1$ maka

$$E(Y) = 1 + 2X_1 + X_2 - X_1 X_2 \quad (5.8)$$

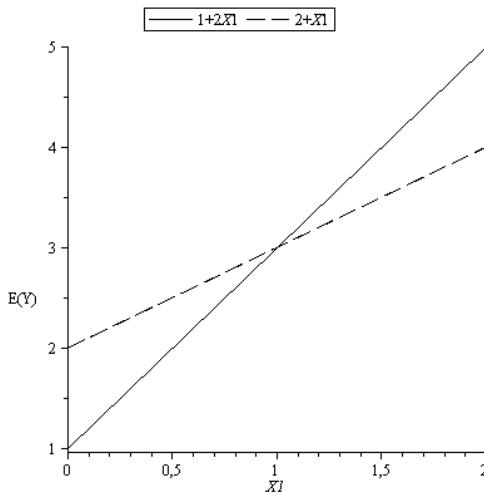
Untuk $X_2 = 0$ persamaan (5.8) menjadi

$$E(Y) = 1 + 2X_1 \quad (5.9)$$

dan untuk $X_2 = 1$ persamaan (5.8) menjadi

$$E(Y) = 2 + X_1 \quad (5.10)$$

Pada persamaan (5.9) jika $X_1 = 0$, maka $E(Y) = 1$ dan jika $X_1 = 1$, maka $E(Y) = 3$. Jadi jika X_1 berubah dari 0 ke-1, maka $E(Y)$ bertambah 2 satuan. Pada persamaan (5.10) jika $X_1 = 0$, maka $E(Y) = 2$ dan jika $X_1 = 1$, maka $E(Y) = 3$. Jadi jika X_1 berubah dari 0 ke-1, maka $E(Y)$ bertambah 1 satuan. Jadi jika X_1 berubah dari 0 ke-1, maka penambahan $E(Y)$ akan *bergantung* pada nilai X_2 . Dalam situasi seperti ini dikatakan **terdapat interaksi** antara X_1 dan X_2 dalam memengaruhi Y . Grafik persamaan (5.9) dan (5.10) adalah garis lurus – garis lurus yang *tidak* sejajar sebagaimana terlihat pada Gambar 5.2.



Gambar 5.2 Grafik $E(Y) = 1 + 2X_1$ dan $E(Y) = 2 + X_1$.

Model (5.6), yakni

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \varepsilon \quad (5.11)$$

adalah model regresi dengan interaksi dengan dua variabel independen. Galat acak ε akan diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi.

Jika kita gunakan notasi $X_3 = X_1 X_2$, maka model (5.11) seperti regresi linier ganda dengan tiga variabel independen, tetapi di sini bukan orde satu. Untuk mengestimasi parameter dan menguji hipotesis dapat dilakukan seperti pada regresi linier ganda dengan tiga variabel independen.

Ketika menguji hipotesis

$$H_0: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0 \text{ (atau } H_1: \beta_3 > 0 \text{ atau } H_1: \beta_3 < 0\text{)}.$$

berarti kita menguji ada atau tidaknya interaksi antara X_1 dan X_2 dalam memengaruhi Y . Jika H_0 ditolak, maka kita tidak perlu menguji secara

individual β_1 dan β_2 , kedua variabel X_1 dan X_2 harus dimasukkan ke dalam model.

Jika terdapat tiga variabel independen maka model regresi dengan interaksi berbentuk

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_1 X_2 + \beta_5 X_1 X_3 + \beta_6 X_2 X_3 + \beta_7 X_1 X_2 X_3 + \varepsilon \quad (5.12)$$

Dalam model ini selain terdapat interaksi sepasang-sepasang juga terdapat suku yang menyatakan interaksi antara X_1 , X_2 , dan X_3 . Semakin bertambah variabel independen, semakin kompleks bentuk umum persamaan regresi dengan interaksinya.

Contoh 5.1 (Regresi dengan Interaksi)

Anggap seorang peneliti ingin mengetahui apakah ada interaksi antara tingkat IQ (X_1) dan kerajinan (X_2) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y). Misalkan data sampel yang tersedia dari 8 responden adalah sebagai berikut (data simulasi):

Tabel 5.1 Data Simulasi Tingkat IQ, Kerajinan, dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | IQ (X_1) | Kerajinan (X_2) | Hasil Belajar (Y) |
|-----------------|--------------|---------------------|-----------------------|
| 1 | 90 | 60 | 60 |
| 2 | 91 | 72 | 62 |
| 3 | 99 | 65 | 65 |
| 4 | 100 | 78 | 68 |
| 5 | 120 | 70 | 75 |
| 6 | 121 | 83 | 85 |
| 7 | 130 | 68 | 73 |
| 8 | 132 | 80 | 85 |

Jika digunakan model regresi linier dengan dua variabel independen, X_1 dan X_2 , maka dengan bantuan *software* SPSS diperoleh

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Regression | 605,079 | 2 | 302,540 | 29,780 | ,002 ^b |
| Residual | 50,796 | 5 | 10,159 | | |
| Total | 655,875 | 7 | | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), IQ, Rajin

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|-------|------------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| (Constant) | -8,839 | 11,418 | | -,774 | ,474 |
| 1 Rajin | ,544 | ,174 | | ,443 | 3,126 ,026 |
| IQ | ,374 | ,079 | | ,667 | 4,709 ,005 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Hasil ini menunjukkan bahwa baik secara bersama-sama maupun secara individual tingkat IQ dan kerajinan secara signifikan berpengaruh positif terhadap hasil belajar mahasiswa.

Jika kita cermati data pada Tabel 5.1, terlihat bahwa responden nomor 1 sampai 4 memiliki tingkat IQ kurang atau sama dengan 100 (kita sebut kelompok bawah), dan responden nomor 5 sampai 8 memiliki tingkat IQ di atas 120 (kita sebut kelompok atas). Pada kelompok bawah, ketika skor kerajinannya naik sekitar 12-13 poin ternyata mengakibatkan kenaikan hasil belajar 2-5 poin, sedangkan pada kelompok atas ketika skor kerajinan naik sekitar 12-13 poin ternyata mengakibatkan kenaikan hasil belajar yang jauh lebih besar yakni 10-13 poin. Hal ini mengindikasikan atau patut diduga ada ‘interaksi’ antara tingkat IQ dan kerajinan terhadap hasil belajar mahasiswa.

Untuk menguji ada atau tidaknya interaksi kita memasukkan suku interaksi ke dalam model, yakni

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \varepsilon$$

dan data yang digunakan untuk analisis adalah sebagai berikut:

Tabel 5.2 Data Simulasi Tingkat IQ, Kerajinan, Interaksi IQ dan Kerajinan, dan Hasil Belajar Mahasiswa

| Nomor Responden | IQ (X_1) | Kerajinan (X_2) | $IQ \times Kerajinan$ ($X_3 = X_1 \times X_2$) | Hasil Belajar (Y) |
|-----------------|--------------|---------------------|--|-------------------|
| 1 | 90 | 60 | 5400 | 60 |
| 2 | 91 | 72 | 6552 | 62 |
| 3 | 99 | 65 | 6435 | 65 |
| 4 | 100 | 78 | 7800 | 68 |
| 5 | 120 | 70 | 8400 | 75 |
| 6 | 121 | 83 | 10043 | 85 |
| 7 | 130 | 68 | 8840 | 73 |
| 8 | 132 | 80 | 10560 | 85 |

Dengan menggunakan SPSS diperoleh hasil sebagai berikut:

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Regression | 638,794 | 3 | 212,931 | 49,865 | ,001 ^b |
| Residual | 17,081 | 4 | 4,270 | | |
| Total | 655,875 | 7 | | | |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

b. Predictors: (Constant), IQxRajin, Rajin, IQ

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | | | |
| (Constant) | 139,102 | 53,168 | | 2,616 | ,059 |
| Rajin | -1,546 | ,752 | -1,257 | -2,055 | ,109 |
| IQ | -,992 | ,489 | -1,768 | -2,029 | ,112 |
| IQxRajin | ,019 | ,007 | 3,581 | 2,810 | ,048 |

a. Dependent Variable: Hasil_Belajar

Dari *output* tersebut jika ditetapkan taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat interaksi positif yang signifikan antara tingkat IQ dan kerajinan terhadap hasil belajar mahasiswa. Jadi persamaan garis

regresi yang lebih sesuai untuk memodelkan hubungan antara tingkat IQ (X_1) dan kerajinan (X_2) terhadap hasil belajar mahasiswa (Y) adalah

$$\hat{Y} = 139,102 - 1,546X_1 - 0,992X_2 + 0,019X_1X_2$$

Dari persamaan ini, tidak berarti bahwa tingkat IQ dan kerajinan berpengaruh negatif terhadap hasil belajar, karena pada analisis regresi tanpa suku interaksi sebelumnya terlihat bahwa tingkat IQ dan kerajinan berpengaruh positif terhadap hasil belajar.

5.2 Model dengan Order yang Lebih Tinggi

Model-model yang telah kita bahas sejauh ini adalah model-model hubungan linier antara $E(Y)$ dengan setiap variabel independennya. Pada bagian ini akan dibahas model regresi yang tidak linier dalam variabel independen, tetapi masih merupakan model linier (linier dalam parameter). Sebagai contoh perhatikan model hubungan antara variabel dependen Y dan satu variabel independen X yang disajikan sebagai berikut:

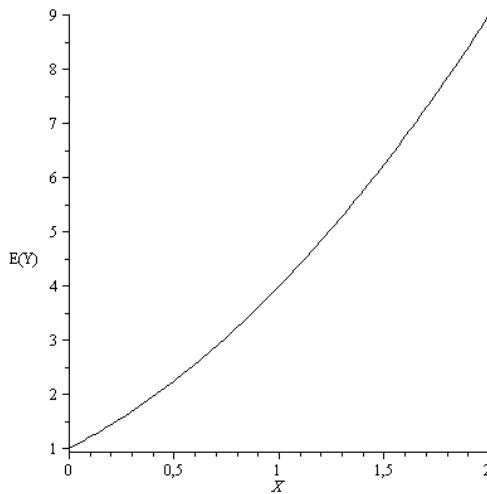
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon \quad (5.13)$$

Suku X^2 pada model (5.13) dinamakan suku kuadrat atau suku dengan orde dua. Perhatikan bahwa jika $X_1 = X$ dan $X_2 = X^2$, maka model di atas seperti model regresi linier dengan dua variabel independen.

Jika pada model (5.13) diasumsikan galat acak ε mempunyai *mean* 0, maka

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$$

Sebagai ilustrasi grafik $E(Y) = 1 + 2X + X^2$ ($\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 2$, $\beta_2 = 1$) disajikan pada Gambar 5.3.



Gambar 5.3 Grafik $E(Y) = 1 + 2X + X^2$

Model regresi linier orde dua dengan dua variabel independen X_1 dan X_2 adalah sebagai berikut

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \beta_4 X_1^2 + \beta_5 X_2^2 + \varepsilon$$

Jika variabel independennya semakin banyak, maka modelnya akan semakin kompleks. Galat acak ε akan diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi.

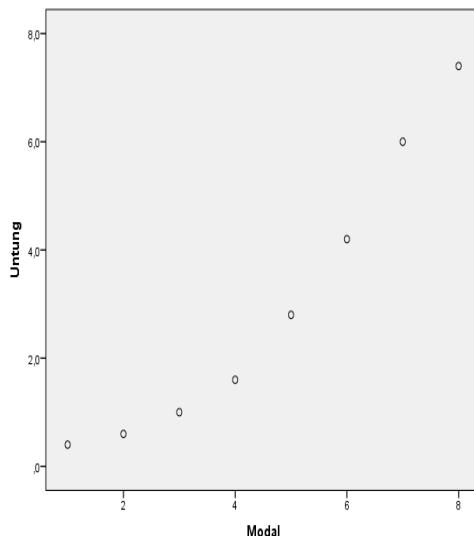
Contoh 5.2

Keuntungan yang didapat para pedagang pada umumnya dipengaruhi oleh berapa besar modal yang dimiliki. Misalkan, X menyatakan besar modal yang dimiliki seorang pedagang (dalam jutaan rupiah) dan Y adalah keuntungan yang diperoleh (dalam jutaan rupiah) selama suatu periode. Anggap data yang tersedia dari 8 pedagang adalah sebagai berikut (data simulasi):

Tabel 5.3 Data Simulasi Modal dan Keuntungan Pedagang

| Modal (X) | Keuntungan (Y) |
|---------------|--------------------|
| 1 | 0,4 |
| 2 | 0,6 |
| 3 | 1,0 |
| 4 | 1,6 |
| 5 | 2,8 |
| 6 | 4,2 |
| 7 | 6,0 |
| 8 | 7,4 |

Diagram pencar untuk data di atas terlihat seperti pada Gambar 5.4.



Gambar 5.4. Diagram Pencar antara Modal dan Keuntungan

Untuk memodelkan hubungan antara modal (X) dan keuntungan (Y) kiranya akan lebih tepat jika digunakan model regresi

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

Anggap galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Hasil analisis dengan SPSS diperoleh sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,998 ^a | ,997 | ,995 | ,1778 |

a. Predictors: (Constant), ModalKuadrat, Modal

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients Beta | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|-----------------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | | | |
| (Constant) | ,457 | ,248 | | 1,843 | ,125 |
| 1 Modal | -,231 | ,126 | -,215 | -1,826 | ,127 |
| ModalKuadrat | ,140 | ,014 | 1,207 | 10,240 | ,000 |

a. Dependent Variable: Untung

Jika digunakan taraf signifikansi 5%, dari *output* di atas terlihat bahwa koefisien dari Modal Kuadrat (X^2) signifikan karena nilai p-valuenya Sig. = 0,000. Karena koefisien dari Modal (X) tidak signifikan, maka untuk mendapatkan model yang lebih baik dilakukan analisis ulang tanpa menggunakan data Modal (X) yang hasilnya sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,997 ^a | ,995 | ,994 | ,2096 |

a. Predictors: (Constant), ModalKuadrat

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients Beta | t | Sig. |
|----------------|-----------------------------|------------|-----------------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | | | |
| (Constant) | ,041 | ,116 | | ,357 | ,734 |
| 1 ModalKuadrat | ,116 | ,004 | ,997 | 33,079 | ,000 |

a. Dependent Variable: Untung

Dari *output* di atas suku konstanta tidak signifikan karena Sig. = 0,734. Untuk itu, dilakukan sekali lagi analisis tanpa memasukkan suku konstan yang hasilnya sebagai berikut:

Model Summary

| Model | R | R Square ^b | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|-----------------------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,999 ^a | ,998 | ,997 | ,1961 |

a. Predictors: ModalKuadrat

b. For regression through the origin (the no-*intercept* model), R Square measures the proportion of the variability in the dependent variable about the origin explained by regression. This CANNOT be compared to R Square for models which include an *intercept*.

Coefficients^{a,b}

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|----------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 ModalKuadrat | ,117 | ,002 | ,999 | 55,882 | ,000 |

a. Dependent Variable: Untung

b. Linear Regression through the Origin

Jadi persamaan regresi yang menyatakan hubungan antara modal (*X*) dan keuntungan (*Y*) sebagai hasil analisis regresi linier order dua adalah

$$\hat{Y} = 0,117X^2$$

dengan R Square = 0,998.

Sebagai pembanding, jika dilakukan analisis regresi linier sederhana dengan model

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

diperoleh hasil sebagai berikut

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,963 ^a | ,928 | ,916 | ,7608 |

a. Predictors: (Constant), Modal

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 (Constant) | -1,650 | ,593 | | -2,783 | ,032 |
| Modal | 1,033 | ,117 | ,963 | 8,802 | ,000 |

a. Dependent Variable: Untung

Dari *output* di atas persamaan garis regresi regresi linier sederhana

$$\hat{Y} = -1,650 + 1,033X$$

sebenarnya masih cukup baik digunakan karena nilai koefisien determinasinya R Square = 0,928 yang masih cukup tinggi. Hanya saja ada sedikit catatan di sini, jika kita mengekstrapolasi dengan mengganti modal $X = 0$ maka prediksi keuntungannya $\hat{Y} = -1,650$ (negatif), harusnya 0.

5.3 Model dengan Variabel Independent Kualitatif

Variabel-variabel independen dalam model regresi linier dapat juga berupa variabel kualitatif atau variabel kategori. Variabel kualitatif tidak dapat diukur dengan skala numerik, kita hanya bisa memberi kode bilangan terhadap nilai-nilai variabel kualitatif tersebut (dinamakan tingkat atau *level*). Variabel kualitatif ini disebut juga variabel *dummy* atau variabel indikator karena bilangan yang menyatakan level dapat kita pilih sebarang. Perhatikan model regresi linier sederhana

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (5.14)$$

Misalkan X menyatakan jenis kelamin mahasiswa dan Y menyatakan hasil belajar statistika mahasiswa. Di sini X merupakan variabel kualitatif dengan dua level. Kita bisa memberi nilai atau kode $X = 0$ untuk

mahasiswa perempuan, dan $X = 1$ untuk mahasiswa laki-laki. Jika galat acak ε diasumsikan mempunyai *mean* 0, maka *mean* hasil belajar statistika adalah

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X$$

Mean hasil belajar statistika mahasiswa perempuan adalah

$$\mu_0 = \beta_0 + \beta_1 \times 0 = \beta_0 \quad (5.15)$$

sedangkan *mean* hasil belajar statistika mahasiswa laki-laki adalah

$$\mu_1 = \beta_0 + \beta_1 \times 1 = \beta_0 + \beta_1 \quad (5.16)$$

Perhatikan bahwa β_1 menyatakan selisih hasil belajar statistika mahasiswa laki-laki dan perempuan karena

$$\mu_1 - \mu_0 = (\beta_0 + \beta_1) - \beta_0 = \beta_1$$

Dari rumus (5.15) dan (5.16) kita juga dapat menuliskan

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \mu_0 \\ \beta_1 &= \mu_1 - \mu_0. \end{aligned}$$

Jika kita ingin menguji apakah ada perbedaan yang signifikan antara hasil belajar statistika mahasiswa laki-laki dan perempuan, maka hipotesis yang diuji adalah

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0.$$

Perhatikan bahwa jika H_0 ditolak, maka $\mu_1 \neq \mu_0$ (hasil belajar statistika mahasiswa laki-laki berbeda dengan hasil belajar statistika mahasiswa perempuan). Tentu saja kita juga dapat menguji

$$H_0: \beta_1 \leq 0 \text{ lawan } H_1: \beta_1 > 0$$

atau

$$H_0: \beta_1 \geq 0 \text{ lawan } H_1: \beta_1 < 0$$

dengan cara sebagaimana telah diuraikan pada Bab 2.

Variabel kualitatif dapat mempunyai lebih dari dua level. Anggap pada model regresi linier sederhana (5.14) variabel independen X merupakan variabel kualitatif dengan tiga level A (kode $X = 0$), B (kode $X = 1$), dan C (kode $X = 2$).

Maka

$$\begin{aligned}\mu_0 &= \beta_0 + \beta_1 \times 0 = \beta_0 \\ \mu_1 &= \beta_0 + \beta_1 \times 1 = \beta_0 + \beta_1 \\ \mu_2 &= \beta_0 + \beta_1 \times 2 = \beta_0 + 2\beta_1\end{aligned}$$

Jika digunakan notasi baru $\beta_2 = 2\beta_1$ maka $\mu_2 = \beta_0 + \beta_2$ dan dari sistem persamaan di atas diperoleh

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \mu_0 = \mu_A, \\ \beta_1 &= \mu_1 - \mu_0 = \mu_B - \mu_A, \\ \beta_2 &= \mu_2 - \mu_0 = \mu_C - \mu_A.\end{aligned}$$

Dengan notasi yang baru ini model regresi linier sederhana dengan *satu variabel independen kualitatif dengan tiga level* dapat dituliskan sebagai

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (5.17)$$

dengan ketentuan

- $X_1 = X_2 = 0$ jika variabel kualitatif diamati pada level A,
- $X_1 = 1, X_2 = 0$ jika variabel kualitatif diamati pada level B,
- $X_1 = 0, X_2 = 1$ jika variabel kualitatif diamati pada level C.

Perhatikan bahwa di sini simbol X_1, X_2 hanya menunjukkan level, bukan menyatakan banyaknya variabel independen (banyaknya variabel independen tetap satu).

Untuk menguji apakah ada perbedaan *mean* variabel independen untuk level A, level B, dan level C, maka yang diuji adalah

$$H_0: \mu_0 = \mu_1 = \mu_2$$

dan ini ekuivalen dengan menguji hipotesis

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0.$$

Untuk variabel kualitatif dengan level yang lebih banyak lagi dapat dimodelkan secara serupa. Model regresi linier juga dapat memuat lebih dari satu variabel independen kualitatif. Pembahasan lebih lanjut tentang hal tersebut dapat dijumpai pada pembahasan tentang analisis variansi yang dapat Anda jumpai pada literatur lain.

Contoh 5.3 (Variabel independen kualitatif 2 level)

Anggap seseorang ingin membandingkan lama waktu menonton televisi dalam seminggu antara laki-laki dan perempuan. Lama menonton televisi disimbolkan dengan Y dan jenis kelamin disimbolkan dengan X , laki-laki diberi kode 1 dan perempuan diberi kode 0. Anggap dari 5 laki-laki dan 6 wanita yang di-survey diperoleh data sebagai berikut:

Tabel 5.4 Data Simulasi Lama Menonton TV

| Responden | Jenis Kelamin (X) | Lama Menonton TV dalam Jam (Y) |
|-----------|-----------------------|------------------------------------|
| 1 | 1 | 5 |
| 2 | 1 | 6 |
| 3 | 1 | 7 |
| 4 | 1 | 6 |
| 5 | 1 | 8 |
| 6 | 0 | 5 |
| 7 | 0 | 7 |
| 8 | 0 | 6 |
| 9 | 0 | 8 |
| 10 | 0 | 10 |
| 11 | 0 | 9 |

Untuk membandingkan lama menonton televisi laki-laki dan perempuan kita gunakan model regresi linier sederhana $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ dengan variabel independen kualitatif dua level. Hipotesis yang kita uji:

$$H_0: \beta_1 = 0 \text{ (Lama menonton laki-laki dan perempuan sama)}$$

$$H_1: \beta_1 \neq 0 \text{ (Lama menonton laki-laki dan perempuan berbeda).}$$

Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Dengan bantuan SPSS kita peroleh hasil analisis sebagai berikut:

| ANOVA ^a | | | | | |
|--------------------|----------------|----|-------------|-------|-------------------|
| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
| Regression | 3,300 | 1 | 3,300 | 1,308 | ,282 ^b |
| Residual | 22,700 | 9 | 2,522 | | |
| Total | 26,000 | 10 | | | |

- a. Dependent Variable: LamaNonton
b. Predictors: (Constant), JenisKelamin

Jika ditetapkan taraf signifikansi 5% dari tabel ANOVA terlihat nilai Sig. = 0,282 sehingga H_0 diterima. Jadi tidak ada perbedaan yang signifikan lama menonton televisi antara laki-laki dan perempuan.

Contoh 5.4 (Variabel independen kualitatif 3 level)

Anggap seseorang ingin mengetahui apakah ada perbedaan biaya penggunaan telepon seluler (dalam ribuan rupiah) selama satu bulan dari tiga kelompok masyarakat yang status sosial ekonominya dikategorikan sebagai kelompok bawah, menengah dan atas. Anggap data yang tersedia adalah sebagai berikut (data simulasi):

Tabel 5.5 Data Simulasi Biaya Penggunaan Telepon Seluler

| Bawah | Menengah | Atas |
|-------|----------|------|
| 50 | 70 | 100 |
| 75 | 100 | 120 |
| 25 | 80 | 90 |
| 30 | 60 | 150 |
| 60 | 90 | 130 |

Apabila akan digunakan analisis regresi linier sederhana dengan dua level, maka kita menggunakan dua variabel dummy X_1 dan X_2 dan variabel dependen Y yang nilai-nilainya seperti pada tabel berikut:

| X_1 | X_2 | Y |
|-------|-------|-----|
| 0 | 0 | 50 |
| 0 | 0 | 75 |
| 0 | 0 | 25 |
| 0 | 0 | 30 |
| 0 | 0 | 60 |
| 1 | 0 | 70 |
| 1 | 0 | 100 |
| 1 | 0 | 80 |
| 1 | 0 | 60 |
| 1 | 0 | 90 |
| 0 | 1 | 100 |
| 0 | 1 | 120 |
| 0 | 1 | 90 |
| 0 | 1 | 150 |
| 0 | 1 | 130 |

Perhatikan bahwa biaya penggunaan telepon seluler dari kelompok bawah, menengah, dan atas disusun dari atas ke bawah. Amati pula bagaimana memberi nilai pada variabel *dummy* X_1 dan X_2 .

Untuk membandingkan biaya penggunaan telepon seluler dari kelompok bawah, menengah, dan atas dapat digunakan model regresi linier sederhana dengan variabel independen kualitatif tiga level

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

Hipotesis yang kita uji

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \text{Ada tanda } \neq 0$$

Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Dengan menggunakan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

| ANOVA ^a | | | | | |
|--------------------|----------------|----|-------------|--------|-------------------|
| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
| Regression | 12280,000 | 2 | 6140,000 | 14,707 | ,001 ^b |
| Residual | 5010,000 | 12 | 417,500 | | |
| Total | 17290,000 | 14 | | | |

a. Dependent Variable: Y

b. Predictors: (Constant), X2, X1

Terlihat bahwa nilai Sig. = 0,001 sehingga pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan biaya penggunaan telepon seluler antara kelompok bawah, menengah, dan atas. Sebagai catatan, permasalahan di atas dapat juga dianalisis dengan menggunakan Analisis Varians Satu Faktor yang dapat dilihat pada literatur yang lain.

5.4 Model dengan Variabel Independen Kuantitatif dan Kualitatif

Variabel-variabel independen dalam model regresi linier sebagian dapat berupa variabel kuantitatif dan yang lain berupa variabel kualitatif. Perhatikan model regresi linier dengan dua variabel independen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad (5.18)$$

Misalkan, X_1 menyatakan total jam belajar siswa di luar sekolah setiap minggu (dianggap sebagai variabel independen kuantitatif), X_2 menyatakan jenis kelamin siswa (dianggap sebagai variabel independen kualitatif) dan Y menyatakan hasil belajar siswa (dianggap sebagai variabel dependen Y). Jika galat acak ε diasumsikan mempunyai *mean* 0, maka

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \quad (5.19)$$

Perhatikan bahwa jika jenis kelamin siswa tidak diperhatikan, maka hubungan antara total jam belajar siswa dan *mean* hasil belajar siswa adalah

$$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 \quad (5.20)$$

Jika siswa perempuan diberi kode 0 ($X_2 = 0$) dan siswa laki-laki diberi kode 1 ($X_2 = 1$) maka hubungan antara total jam belajar siswa dan *mean* hasil belajar siswa perempuan adalah

$$\mu_0 = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

sedangkan hubungan antara total jam belajar siswa dan *mean* hasil belajar siswa laki-laki adalah

$$\mu_1 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2$$

Perhatikan bahwa β_2 adalah selisih *mean* hasil belajar siswa laki-laki dan perempuan dengan tingkat total jam belajar yang sama.

Model sederhana di atas dapat digeneralisasi dengan menambah banyak variabel independen kuantitatif, menambah banyak variabel independen kualitatif, menambah level variabel kualitatif, memasukkan interaksi, dan lain-lain. Untuk keperluan analisis galat acak ε diasumsikan berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi.

Contoh 5.5

Anggap seorang guru matematika ingin mengetahui apakah ada pengaruh total jam belajar siswa di luar sekolah selama seminggu (dinotasikan dengan X_1) terhadap hasil belajar matematika (dinotasikan dengan Y) untuk siswa laki-laki dan perempuan. Jenis kelamin siswa dinotasikan dengan X_2 (siswa laki-laki diberi kode 1 dan perempuan diberi kode 0). Anggap data yang tersedia sebagai berikut:

Tabel 5.6 Data Simulasi Total Jam Belajar, Jenis Kelamin dan Hasil Belajar Matematika

| Siswa | Total Jam Belajar (X_1) | Jenis Kelamin (X_2) | Hasil Belajar Matematika (Y) |
|-------|-----------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| 1 | 4 | 1 | 70 |
| 2 | 5 | 1 | 75 |
| 3 | 6 | 1 | 80 |
| 4 | 8 | 1 | 82 |
| 5 | 9 | 1 | 90 |
| 6 | 4 | 0 | 65 |
| 7 | 5 | 0 | 73 |
| 8 | 7 | 0 | 75 |
| 9 | 8 | 0 | 76 |
| 10 | 10 | 0 | 84 |

Untuk menganalisis situasi di atas dapat digunakan model regresi linier ganda

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

dengan X_1 variabel kuantitatif dan X_2 variabel kualitatif. Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Dengan menggunakan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| (Constant) | 53,894 | 2,836 | | 19,004 | ,000 |
| 1 JamBelajar | 3,045 | ,385 | ,893 | 7,908 | ,000 |
| JenisKelamin | 6,018 | 1,548 | ,439 | 3,888 | ,006 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Untuk mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh total jam belajar terhadap hasil belajar matematika untuk siswa laki-laki dan perempuan, hipotesis yang diuji adalah

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_1: \beta_2 \neq 0.$$

Dari tabel **Coefficients** terlihat bahwa baris yang bersesuaian dengan Jenis Kelamin memiliki nilai Sig. = 0,006. Dengan taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa pengaruh total jam belajar terhadap hasil belajar matematika untuk siswa laki-laki berbeda secara signifikan dengan pengaruh total jam belajar terhadap hasil belajar matematika untuk siswa perempuan.

Contoh 5.6

Anggap seorang guru matematika ingin mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh total jam belajar siswa di luar sekolah selama seminggu terhadap hasil belajar matematika untuk siswa dengan tingkat IQ rendah, sedang, dan tinggi. Anggap data yang tersedia sebagai berikut:

Tabel 5.7 Data Simulasi Total Jam Belajar, Tingkat IQ dan Hasil Belajar Matematika

| Siswa | Total Jam Belajar (X_1) | Tingkat IQ | Hasil Belajar Matematika (Y) |
|-------|-----------------------------|------------|------------------------------|
| 1 | 5 | rendah | 50 |
| 2 | 6 | rendah | 55 |
| 3 | 7 | rendah | 60 |
| 4 | 8 | rendah | 65 |
| 5 | 9 | rendah | 70 |
| 6 | 5 | sedang | 60 |
| 7 | 6 | sedang | 64 |
| 8 | 7 | sedang | 71 |
| 9 | 8 | sedang | 76 |
| 10 | 9 | sedang | 81 |
| 11 | 5 | tinggi | 70 |
| 12 | 6 | tinggi | 76 |
| 13 | 7 | tinggi | 78 |
| 14 | 8 | tinggi | 83 |
| 15 | 9 | tinggi | 90 |

Situasi di atas dapat dianalisis dengan regresi linier ganda dengan variabel independen kuantitatif total jam belajar dan variabel independen kualitatif tingkat IQ dengan tiga level, dan variabel dependen hasil belajar matematika. Misalkan, X_1 menyatakan total jam belajar dan Y menyatakan hasil belajar matematika. Di sini kita perlu mendefinisikan dua variabel dummy X_2 dan X_3 dengan nilai $X_2 = X_3 = 0$ untuk anak dengan IQ rendah, $X_2 = 1, X_3 = 0$ untuk anak dengan IQ sedang, dan $X_2 = 0, X_3 = 1$ untuk anak dengan IQ tinggi. Data pada tabel di atas kita susun lagi dalam tabel sebagai berikut:

| Siswa | X_1 | X_2 | X_3 | Y |
|-------|-------|-------|-------|----|
| 1 | 5 | 0 | 0 | 50 |
| 2 | 6 | 0 | 0 | 55 |
| 3 | 7 | 0 | 0 | 60 |
| 4 | 8 | 0 | 0 | 65 |
| 5 | 9 | 0 | 0 | 70 |
| 6 | 5 | 1 | 0 | 60 |

| Siswa | X_1 | X_2 | X_3 | Y |
|-------|-------|-------|-------|-----|
| 7 | 6 | 1 | 0 | 64 |
| 8 | 7 | 1 | 0 | 71 |
| 9 | 8 | 1 | 0 | 76 |
| 10 | 9 | 1 | 0 | 81 |
| 11 | 5 | 0 | 1 | 70 |
| 12 | 6 | 0 | 1 | 76 |
| 13 | 7 | 0 | 1 | 78 |
| 14 | 8 | 0 | 1 | 83 |
| 15 | 9 | 0 | 1 | 90 |

Untuk menganalisis apakah ada perbedaan pengaruh total jam belajar siswa di luar sekolah selama seminggu terhadap hasil belajar matematika untuk siswa dengan tingkat IQ rendah, sedang, dan tinggi kita gunakan model regresi linier ganda

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

Hipotesis yang kita uji adalah

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0 \text{ (tidak ada perbedaan pengaruh)}$$

$$H_1: \text{Ada tanda } \neq 0 \text{ (ada perbedaan pengaruh).}$$

Hipotesis ini adalah merupakan salah satu hipotesis tentang uji parsial parameter, seperti yang telah disinggung pada Bab 3. Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi.

Untuk menguji hipotesis di atas dapat dilakukan secara manual dengan menggunakan notasi matriks, lihat Bab 4, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah 1. Merumuskan Hipotesis

Dengan menuliskan vektor parameter sebagai berikut:

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}, \gamma_1 = \begin{bmatrix} \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} \text{ dan } \gamma_2 = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}$$

Maka hipotesis di atas dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$H_0: \gamma_1 = 0$$

$$H_1: \gamma_1 \neq 0$$

Langkah 2. Menghitung Statistik Uji

- a. Tuliskan matriks data variabel independen (X) dan matriks partisinya (X_1 dan X_2), dan juga matriks variabel dependen (Y) sebagai berikut:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 9 \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 8 \\ 1 & 9 \\ 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 8 \\ 1 & 9 \\ 1 & 5 \\ 1 & 6 \\ 1 & 7 \\ 1 & 8 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 50 \\ 55 \\ 60 \\ 65 \\ 70 \\ 60 \\ 64 \\ 71 \\ 76 \\ 81 \\ 70 \\ 76 \\ 78 \\ 83 \\ 90 \end{bmatrix}$$

- b. Hitung jumlah kuadrat regresi(β). Dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh

$$JK_{Reg(\beta)} = Y^T X (X^T X)^{-1} X^T Y = 75062,633333$$

- c. Hitung jumlah kuadrat regresi(γ_2). Dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh

$$JK_{Reg(\gamma_2)} = Y^T X_2 (X_2^T X_2)^{-1} X_2^T Y = 74120,100000$$

- d. Hitung jumlah kuadrat regresi($\gamma_1|\gamma_2$) sebagai berikut.

$$JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\beta)} - JK_{Reg(\gamma_2)} = 75062,633333 - 74120,100000 = 942,533333$$

- e. Hitung jumlah kuadrat total. Dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh

$$JK_{Tot} = Y^T Y = 75073$$

- f. Hitung jumlah kuadrat residual sebagai berikut.

$$JK_{Res} = JK_{Tot} - JK_{Reg(\beta)} = 75073 - 75062,633333 = 10,366667$$

- g. Hitung rata-rata kuadrat regresi($\gamma_1|\gamma_2$) sebagai berikut.

$$RK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} = JK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)} / 2 = 942,533333 / 2 = 471,266667$$

- h. Hitung rata-rata kuadrat residual sebagai berikut.

$$RK_{Res} = \frac{JK_{Res}}{n - 4} = \frac{10,366667}{15 - 4} = 0,942424$$

- i. Hitung statistik uji F sebagai berikut.

$$F = \frac{RK_{Reg(\gamma_1|\gamma_2)}}{RK_{Res}} = \frac{471,266667}{0,942424} = 500,058$$

Langkah 3. Menentukan F tabel

Tetapkan tingkat signifikansi α , misalnya $\alpha = 0,05$. Selanjutnya, lihat pada tabel distribusi F dengan derajat bebas pembilang $db_1 = 2$ dan derajat bebas penyebut $db_2 = n - 4 = 15 - 4 = 11$. Dari tabel diperoleh nilai F tabel = 4,86.

Langkah 4. Membuat Kesimpulan

Kriteria uji yang digunakan adalah: **Tolak H_0 jika F hitung > F tabel.**

Karena F hitung = 500,058 > F tabel = 4,86, maka $H_0: \gamma_1 = 0$ atau $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$ ditolak.

Kesimpulan: Terdapat perbedaan pengaruh total jam belajar siswa di luar sekolah selama seminggu terhadap hasil belajar matematika untuk siswa dengan tingkat IQ rendah, sedang, dan tinggi.

Contoh 5.7

Anggap seorang guru matematika ingin mengetahui apakah ada perbedaan pengaruh total jam belajar siswa di luar sekolah selama seminggu terhadap hasil belajar matematika untuk siswa dengan tingkat IQ rendah dan tinggi. Selain itu, anggap guru tersebut juga ingin mengetahui apakah ada interaksi antara total jam belajar dan tingkat IQ terhadap hasil belajar matematika. Misalkan X_1 adalah total jam belajar, X_2 adalah tingkat IQ yang bernilai 0 untuk tingkat IQ rendah dan bernilai 1 untuk tingkat IQ tinggi, dan Y adalah hasil belajar matematika. Anggap data yang tersedia sebagai berikut:

Tabel 5.8 Data Simulasi Total Jam Belajar, Tingkat IQ, dan Hasil Belajar Matematika

| Siswa | Total Jam Belajar (X_1) | Tingkat IQ (X_2) | Hasil Belajar Matematika (Y) |
|-------|-----------------------------|----------------------|----------------------------------|
| 1 | 5 | 0 | 55 |
| 2 | 6 | 0 | 57 |
| 3 | 7 | 0 | 60 |
| 4 | 8 | 0 | 62 |
| 5 | 9 | 0 | 65 |
| 6 | 5 | 1 | 60 |
| 7 | 6 | 1 | 68 |
| 8 | 7 | 1 | 75 |
| 9 | 8 | 1 | 83 |
| 10 | 9 | 1 | 90 |

Situasi di atas dapat dianalisis dengan menggunakan model regresi linier ganda dengan interaksi

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_2X_3 + \varepsilon$$

Di sini X_2X_3 adalah suku interaksi.

Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Dengan menggunakan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

Coefficients^a

| Model | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
|-------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|--------|
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 | (Constant) | 42,300 | ,714 | 59,232 | ,000 |
| | X1 | 2,500 | ,100 | 25,000 | ,000 |
| | X2 | -19,600 | 1,010 | -,888 | -,000 |
| | X2X3 | 5,000 | ,141 | 1,649 | 35,355 |

a. Dependent Variable: Y

Terlihat bahwa nilai Sig. = 0,000 pada baris yang bersesuaian dengan X_2X_3 . Hal ini berarti terdapat interaksi yang signifikan antara total jam belajar (X_1) dan tingkat IQ (X_2) terhadap hasil belajar matematika. Pada baris yang bersesuaian dengan X_2 nilai Sig. = 0 sehingga dapat pula disimpulkan bahwa terdapat perbedaan pengaruh yang signifikan dari total jam belajar terhadap hasil belajar matematika antara siswa dengan IQ rendah dan tinggi jika interaksi diperhitungkan.

5.5 Regresi Bertahap

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menduga bahwa suatu variabel dipengaruhi oleh variabel-variabel lain. Sebagai contoh, kita mungkin menduga bahwa hasil belajar siswa dipengaruhi oleh tingkat IQ, motivasi, kedisiplinan, kerajinan, total jam belajar siswa di luar sekolah, dan lain-lain. Jika kita ingin memprediksi hasil belajar siswa, maka pertanyaan yang sering muncul adalah variabel-variabel apa saja yang sebaiknya

digunakan. Dengan kata lain, model regresi linier seperti apa yang ‘terbaik’ untuk memprediksi hasil belajar siswa.

Dalam analisis regresi linier, secara umum jika terdapat k variabel independen, maka terdapat $2^k - 1$ model regresi linier yang dapat dibuat. Sebagai contoh jika ada dua variabel independen X_1 dan X_2 , maka ada tiga model regresi yang mungkin, yaitu

$$\begin{aligned}Y &= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon \\Y &= \beta_0 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \\Y &= \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon\end{aligned}$$

Di antara $2^k - 1$ model regresi linier dapat dipilih model yang ‘terbaik’. Ada beberapa kriteria untuk menentukan model yang terbaik, antara lain semakin kecil variansi galat maka model semakin baik, semakin besar koefisien determinasi maka model semakin baik, prinsip parsimony (model yang lebih sederhana lebih disukai jika kualitasnya tidak jauh berbeda). Selain itu, dapat juga digunakan *Akaike Information Criterion* (AIC), *Bayesian Information Criterion* (BIC), atau uji perbandingan model. Metode yang dapat digunakan untuk memperoleh model yang terbaik antara lain adalah Metode Seleksi Maju (*Forward Selection*), Eliminasi Mundur (*Backward Elimination*), dan *Stepwise Regression*.

A. Metode Seleksi Maju

Langkah-langkah Metode Seleksi Maju adalah sebagai berikut:

1. Gunakan regresi linier sederhana $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ terhadap semua variabel independen (X_1, X_2, \dots, X_k) untuk mengetahui seberapa besar pengaruh dari setiap variabel independen. Uji hipotesis $H_0: \beta_1 = 0$ lawan $H_0: \beta_1 \neq 0$ dengan menggunakan uji t . Variabel independen yang memberi nilai t paling besar diambil sebagai X_1 asalkan H_0 ditolak. Jika H_0 diterima proses selesai.

Catatan:

Dalam memilih X_1 dapat juga berdasarkan pada nilai Sig. yang paling kecil, atau koefisien determinasinya (*R square*) yang paling besar.

2. Gunakan regresi linier dengan dua variabel independen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

di mana untuk variabel independen yang kedua diambil dari variabel independen yang tersisa. Uji hipotesis $H_0: \beta_2 = 0$ lawan $H_0: \beta_2 \neq 0$ dengan menggunakan uji t . Variabel yang memberi nilai t terbesar diambil sebagai X_2 asalkan H_0 ditolak. Jika H_0 diterima proses selesai.

Catatan:

Untuk memilih X_2 dapat juga berdasarkan nilai R *square* yang terbesar.

3. Gunakan regresi linier dengan tiga variabel independen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon$$

di mana untuk variabel independen yang ketiga diambil dari variabel independen yang tersisa. Uji hipotesis $H_0: \beta_3 = 0$ lawan $H_0: \beta_3 \neq 0$ dengan menggunakan uji t . Variabel yang memberi nilai t terbesar diambil sebagai X_3 . Proses ini dilanjutkan sampai tidak ada lagi variabel independen yang hasil uji parameternya secara individual tidak signifikan.

Catatan:

Pemilihan model terbaik dengan Metode Seleksi Maju dapat menggunakan SPSS dengan memilih Method “**Forward**” pada kotak dialog. Tentu saja asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi perlu dipenuhi.

Contoh 5.8.

Anggap seorang peneliti ingin mendapatkan model ‘terbaik’ yang akan digunakan untuk memprediksi hasil belajar siswa (Y) dengan mempertimbangkan variabel-variabel tingkat IQ (X_1), motivasi (X_2), kedisiplinan (X_3), dan total jam belajar siswa di luar sekolah (X_4). Anggap data yang tersedia adalah sebagai berikut:

Tabel 5.9 Data Simulasi IQ, Motivasi, Disiplin, Jam Belajar, dan Hasil Belajar

| Siswa | IQ (X_1) | Motivasi (X_2) | Disiplin (X_3) | Jam Belajar (X_4) | Hasil Belajar (Y) |
|-------|--------------|--------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | 85 | 65 | 75 | 8 | 55 |
| 2 | 90 | 70 | 72 | 6 | 59 |
| 3 | 95 | 75 | 76 | 7 | 62 |
| 4 | 100 | 78 | 78 | 8 | 68 |
| 5 | 106 | 75 | 75 | 6 | 70 |
| 6 | 109 | 77 | 83 | 8 | 72 |
| 7 | 115 | 78 | 68 | 9 | 74 |
| 8 | 119 | 76 | 80 | 7 | 75 |
| 9 | 125 | 79 | 78 | 8 | 78 |
| 10 | 130 | 80 | 80 | 8 | 80 |

Anggap asumsi bahwa galat acak ε berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi σ^2 serta tidak berkorelasi dipenuhi. Setelah dilakukan analisis regresi dengan bantuan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

| Variables Entered/Removed ^a | | | |
|--|-------------------|-------------------|--|
| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
| 1 | IQ | . | Forward (Criterion: Probability-of-F-to-enter <= ,050) |
| 2 | Motivasi | . | Forward (Criterion: Probability-of-F-to-enter <= ,050) |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Pada *output* di atas terlihat bahwa pada Model 1 dimasukkan variabel IQ. Ini berarti bahwa IQ mempunyai pengaruh yang paling signifikan terhadap Hasil Belajar dibanding tiga variabel independen lainnya. Pada Model 2 dimasukkan lagi Motivasi. Ini berarti bahwa model terbaik dengan dua variabel independen adalah jika digunakan IQ dan Motivasi. Variabel Disiplin dan Jam Belajar jika ditambahkan lagi ke dalam Model 2 yang telah menggunakan IQ dan Motivasi tidak akan punya pengaruh yang signifikan terhadap Hasil Belajar.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,982 ^a | ,964 | ,959 | 1,672 |
| 2 | ,992 ^b | ,985 | ,981 | 1,157 |

a. Predictors: (Constant), IQ

b. Predictors: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menunjukkan bahwa jika hanya digunakan variabel independen IQ saja (Model 1), maka *R square* = 0,964, tetapi jika digunakan dua variabel independen IQ dan Motivasi (Model 2), maka *R Square* = 0,985. Jadi ada kenaikan *R Square* sebesar 0,021.

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|----------------|----|-------------|---------|-------------------|
| Regression | 595,725 | 1 | 595,725 | 212,997 | ,000 ^b |
| 1 Residual | 22,375 | 8 | 2,797 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |
| Regression | 608,732 | 2 | 304,366 | 227,421 | ,000 ^c |
| 2 Residual | 9,368 | 7 | 1,338 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors: (Constant), IQ

c. Predictors: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menunjukkan bahwa pada Model 1 variabel independen IQ memiliki pengaruh yang signifikan terhadap Hasil Belajar, terlihat *p-value* *Sig.* = 0,000. Pada Model 2 variabel independen IQ dan Motivasi secara bersama-sama juga mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap Hasil Belajar (*Sig.* = 0,000).

| Model | Coefficients ^a | | | | |
|-------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 | (Constant) | 11,125 | 4,021 | 2,767 | ,024 |
| | IQ | ,542 | ,037 | | |
| 2 | (Constant) | -11,361 | 7,731 | -1,470 | ,185 |
| | IQ | ,425 | ,045 | | |
| | Motivasi | ,465 | ,149 | ,770 | 9,354 ,000 |
| | | | | ,257 | 3,117 ,017 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Output ini menunjukkan bahwa persamaan garis regresi untuk Model 1 adalah

$$\hat{Y} = 11,125 + 0,542X$$

di mana X adalah IQ dengan suku konstan signifikan (Sig. = 0,024). Persamaan garis regresi untuk Model 2 adalah

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2$$

di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi dengan suku konstan tidak signifikan (Sig. = 0,185).

Catatan:

Karena pada Model 2 suku konstanta tidak signifikan, maka jika dianalisis lagi tanpa memasukkan suku konstan diperoleh *output* sebagai berikut:

| Model | Coefficients ^{a,b} | | | | |
|-------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|-------------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | t | Sig. |
| | B | Std. Error | Beta | | |
| 1 | IQ | ,463 | ,040 | ,719 | 11,570 ,000 |
| | Motivasi | ,261 | ,057 | | |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Linear Regression through the Origin

Jadi persamaan garis regresinya adalah

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2$$

Excluded Variables^a

| Model | Beta In | t | Sig. | Partial Correlation | Collinearity Statistics | |
|------------|--------------------|-------|------|---------------------|-------------------------|--|
| | | | | | Tolerance | |
| Motivasi | ,257 ^b | 3,117 | ,017 | ,762 | ,319 | |
| 1 Disiplin | ,027 ^b | ,353 | ,735 | ,132 | ,882 | |
| JamBelajar | ,009 ^b | ,120 | ,908 | ,045 | ,877 | |
| 2 Disiplin | ,017 ^c | ,320 | ,760 | ,129 | ,878 | |
| JamBelajar | -,005 ^c | -,095 | ,927 | -,039 | ,870 | |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors in the Model: (Constant), IQ

c. Predictors in the Model: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menunjukkan bahwa pada Model 1 variabel independen yang tidak digunakan adalah Motivasi, Disiplin, dan Jam Belajar. Pada Model 2 variabel independen yang tidak digunakan adalah Disiplin dan Jam Belajar.

Kesimpulan:

Dengan menggunakan Metode Seleksi Maju (*Forward*) diperoleh model terbaik:

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2$$

di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi. Karena suku konstan tidak signifikan (Sig. = 0,185, lihat *output Coefficients^a*), maka jika dilakukan analisis kembali tanpa melibatkan suku konstan diperoleh

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2.$$

B. Eliminasi Mundur

Metode Eliminasi Mundur adalah kebalikan dari Metode Seleksi Maju. Langkah-langkah Metode Eliminasi Mundur adalah sebagai berikut:

1. Gunakan regresi linier yang melibatkan seluruh variabel independen

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

Uji hipotesis $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$. Jika H_0 diterima, maka proses selesai dan tidak ada variabel independen yang memiliki pengaruh signifikan. Jika H_0 ditolak, perhatikan apakah ada nilai Sig. yang lebih besar dari taraf signifikansi yang ditetapkan, dan jika ada keluarkan variabel independen yang memiliki nilai Sig. paling besar, misalnya X_k .

2. Gunakan regresi linier

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1} + \varepsilon$$

Uji hipotesis $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{k-1} = 0$. Jika H_0 diterima, maka proses selesai. Jika H_0 ditolak, perhatikan apakah masih ada nilai Sig. yang lebih besar dari taraf signifikansi yang ditetapkan, dan jika ada keluarkan variabel independen yang memiliki nilai Sig. paling besar, misalnya X_{k-1} .

Proses ini dilanjutkan sampai semua variabel independen pengaruhnya signifikan.

Catatan:

Pemilihan model terbaik dengan Metode Eliminasi Mundur dapat menggunakan SPSS dengan memilih Method “**Backward**” pada kotak dialog.

Contoh 5.9. (Lanjutan Contoh 5.8)

Pada Contoh ini akan dilakukan analisis regresi untuk situasi dan data yang digunakan pada Contoh 5.8 dengan menggunakan Metode Eliminasi Mundur (*Backward*). Dengan menggunakan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

Variables Entered/Removed^a

| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
|-------|---|-------------------|---|
| 1 | JamBelajar, Disiplin, Motivasi, IQ ^b | . | . Enter |
| 2 | . | JamBelajar | Backward (criterion: Probability of F-to-remove >= ,100). |
| 3 | . | Disiplin | Backward (criterion: Probability of F-to-remove >= ,100). |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. All requested variables entered.

Pada *output* di atas, untuk Model 1 semua variabel independen dimasukkan (Jam Belajar, Disiplin, Motivasi, dan IQ). Pada Model 2 variabel Jam Belajar dikeluarkan dari model sehingga yang ada pada model tiga variabel lainnya. Pada Model 3 sekali lagi variabel Disiplin dikeluarkan sehingga variabel yang tersisa dalam model hanya IQ dan Motivasi. Proses eliminasi berhenti karena variabel yang tersisa mempunyai pengaruh yang signifikan.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,993 ^a | ,985 | ,973 | 1,357 |
| 2 | ,993 ^b | ,985 | ,978 | 1,239 |
| 3 | ,992 ^c | ,985 | ,981 | 1,157 |

a. Predictors: (Constant), JamBelajar, Disiplin, Motivasi, IQ

b. Predictors: (Constant), Disiplin, Motivasi, IQ

c. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

Output di atas menunjukkan nilai-nilai R *Square* untuk Model 1, 2, dan 3. R *Square* Model 1 dan 2 hampir sama (sama karena pembulatan). Ini menyarankan perlunya mengeluarkan salah satu variabel independen, dan oleh *software* yang dikeluarkan variabel Jam Belajar. R *Square* Model 2 dan 3 juga hampir sama, dan dengan Metode Eliminasi Mundur variabel Disiplin dikeluarkan.

| ANOVA ^a | | | | | |
|--------------------|----------------|----|-------------|---------|-------------------|
| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
| Regression | 608,893 | 4 | 152,223 | 82,670 | ,000 ^b |
| 1 Residual | 9,207 | 5 | 1,841 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |
| Regression | 608,889 | 3 | 202,963 | 132,202 | ,000 ^c |
| 2 Residual | 9,211 | 6 | 1,535 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |
| Regression | 608,732 | 2 | 304,366 | 227,421 | ,000 ^d |
| 3 Residual | 9,368 | 7 | 1,338 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors: (Constant), JamBelajar, Disiplin, Motivasi, IQ

c. Predictors: (Constant), Disiplin, Motivasi, IQ

d. Predictors: (Constant), Motivasi, IQ

Output ini menginformasikan signifikansi pengaruh bersama dari variabel-variabel independen untuk ketiga model. Terlihat bahwa pada ketiga model pengaruh bersamanya signifikan, tetapi kalau dilihat lagi pada R Square, maka perlu mengeliminasi beberapa variabel independen untuk memperoleh model terbaik.

| Model | Coefficients ^a | | | t | Sig. |
|------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|--------|------|
| | B | Unstandardized Coefficients | Standardized Coefficients | | |
| | | Beta | | | |
| (Constant) | -13,213 | 11,641 | | -1,135 | ,308 |
| IQ | ,423 | ,055 | ,766 | 7,751 | ,001 |
| 1 Motivasi | ,463 | ,176 | ,255 | 2,625 | ,047 |
| Disiplin | ,032 | ,112 | ,017 | ,283 | ,789 |
| JamBelajar | -,026 | ,503 | -,003 | -,051 | ,962 |
| (Constant) | -13,347 | 10,353 | | -1,289 | ,245 |
| 2 IQ | ,422 | ,049 | ,766 | 8,582 | ,000 |
| Motivasi | ,462 | ,160 | ,255 | 2,884 | ,028 |
| Disiplin | ,033 | ,102 | ,017 | ,320 | ,760 |
| (Constant) | -11,361 | 7,731 | | -1,470 | ,185 |
| 3 IQ | ,425 | ,045 | ,770 | 9,354 | ,000 |
| Motivasi | ,465 | ,149 | ,257 | 3,117 | ,017 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Dari *output* di atas dapat dibuat persamaan-persamaan garis regresi yang menyatakan hubungan antara variabel-variabel independen terhadap variabel dependen. Untuk Model 3, dan ini adalah model yang terbaik, persamaan garis regresinya

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2$$

di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi dengan suku konstan tidak signifikan ($\text{Sig.} = 0,185$). Persamaan ini sama seperti yang diperoleh dengan Metode Seleksi Maju. Jika suku konstan tidak dimasukkan dalam model maka akan diperoleh persamaan garis regresi

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2$$

Excluded Variables^a

| Model | Beta In | t | Sig. | Partial Correlation | Collinearity Statistics | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------------------|-------------------------|------|
| | | | | | Tolerance | |
| 2 JamBelajar | -,003 ^b | -,051 | ,962 | -,023 | | ,856 |
| 3 JamBelajar | -,005 ^c | -,095 | ,927 | -,039 | | ,870 |
| Disiplin | ,017 ^c | ,320 | ,760 | ,129 | | ,878 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors in the Model: (Constant), Disiplin, Motivasi, IQ

c. Predictors in the Model: (Constant), Motivasi, IQ

Output ini menginformasikan variabel-variabel independen yang dieliminasi. Pada Model 2 yang dieliminasi variabel Jam Belajar, sedangkan dalam Model 3 variabel yang dieliminasi Jam Belajar dan Disiplin.

Kesimpulan:

Dengan menggunakan Metode Eliminasi Mundur (*Backward*) diperoleh model terbaik

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2,$$

di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi. Karena suku konstan tidak signifikan ($\text{Sig.} = 0,185$, lihat *output Coefficients^a*), maka jika dilakukan analisis kembali tanpa melibatkan suku konstan diperoleh

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2.$$

C. Stepwise Regression

Metode *Stepwise Regression* dimulai dengan memasukkan satu variabel independen (tidak harus yang memiliki pengaruh paling besar) ke dalam model, kemudian menambah satu variabel independen sambil melihat kemungkinan membuang variabel independen yang telah dimasukkan ke dalam model. Setelah variabel independen kedua dimasukkan mungkin saja variabel independen pertama menjadi tidak signifikan dan jika demikian maka dieliminasi. Proses dilanjutkan di mana setiap kali menambah satu variabel independen mungkin diikuti eliminasi variabel independen yang telah ada dalam model tetapi menjadi tidak signifikan. Proses ini dilanjutkan sampai tidak ada lagi variabel independen yang dapat dimasukkan atau dibuang. Model terbaik dari *Stepwise Regression* juga dapat langsung diperoleh dengan menggunakan SPSS.

Contoh 5.10. (Lanjutan Contoh 5.8 dan 5.9)

Pada Contoh ini akan dilakukan analisis regresi untuk situasi dan data yang digunakan pada Contoh 5.8 dan 5.9 dengan menggunakan Metode Stepwise Regression. Dengan menggunakan SPSS diperoleh *output* sebagai berikut:

Variables Entered/Removed^a

| Model | Variables Entered | Variables Removed | Method |
|-------|-------------------|-------------------|---|
| 1 | IQ | | Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter . <= ,050, Probability-of-F-to-remove >= ,100). |
| 2 | Motivasi | | Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter . <= ,050, Probability-of-F-to-remove >= ,100). |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Output ini menunjukkan bahwa model terbaik dengan satu variabel independen (Model 1) adalah model dengan IQ sebagai variabel independen. Model terbaik dengan dua variabel independen adalah jika digunakan variabel IQ dan Motivasi.

Model Summary

| Model | R | R Square | Adjusted R Square | Std. Error of the Estimate |
|-------|-------------------|----------|-------------------|----------------------------|
| 1 | ,982 ^a | ,964 | ,959 | 1,672 |
| 2 | ,992 ^b | ,985 | ,981 | 1,157 |

a. Predictors: (Constant), IQ

b. Predictors: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menginformasikan koefisien determinasi (*R Square*) untuk Model 1 dan Model 2 seperti yang diperoleh dengan Metode Seleksi Maju.

ANOVA^a

| Model | Sum of Squares | df | Mean Square | F | Sig. |
|------------|----------------|----|-------------|---------|-------------------|
| Regression | 595,725 | 1 | 595,725 | 212,997 | ,000 ^b |
| 1 Residual | 22,375 | 8 | 2,797 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |
| Regression | 608,732 | 2 | 304,366 | 227,421 | ,000 ^c |
| 2 Residual | 9,368 | 7 | 1,338 | | |
| Total | 618,100 | 9 | | | |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors: (Constant), IQ

c. Predictors: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menunjukkan bahwa pada Model 1 variabel independen IQ memiliki pengaruh yang signifikan terhadap Hasil Belajar, terlihat *p-value* Sig. = 0,000. Pada Model 2 variabel independen IQ dan Motivasi secara bersama-sama juga mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap Hasil Belajar (Sig. = 0,000).

| Model | Coefficients ^a | | | | | |
|--------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|--------|------|
| | Unstandardized Coefficients | | Standardized Coefficients | | t | Sig. |
| | B | Std. Error | Beta | | | |
| 1 (Constant) | 11,125 | 4,021 | | | 2,767 | ,024 |
| IQ | ,542 | ,037 | | ,982 | 14,594 | ,000 |
| (Constant) | -11,361 | 7,731 | | | -1,470 | ,185 |
| 2 IQ | ,425 | ,045 | | ,770 | 9,354 | ,000 |
| Motivasi | ,465 | ,149 | | ,257 | 3,117 | ,017 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

Output ini menunjukkan bahwa persamaan garis regresi untuk Model 1 adalah

$$\hat{Y} = 11,125 + 0,542X$$

di mana X adalah IQ dengan suku konstan signifikan (Sig. = 0,024). Persamaan garis regresi untuk Model 2 adalah

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2$$

di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi dengan suku konstan tidak signifikan (Sig. = 0,185). Jika suku konstan tidak dimasukkan ke dalam model setelah dianalisis diperoleh

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2$$

Excluded Variables^a

| Model | Beta In | t | Sig. | Partial Correlation | Collinearity Statistics | |
|--------------|--------------------|-------|------|---------------------|-------------------------|------|
| | | | | | Tolerance | |
| | | | | | | |
| Motivasi | ,257 ^b | 3,117 | ,017 | ,762 | | ,319 |
| 1 Disiplin | ,027 ^b | ,353 | ,735 | ,132 | | ,882 |
| JamBelajar | ,009 ^b | ,120 | ,908 | ,045 | | ,877 |
| Disiplin | ,017 ^c | ,320 | ,760 | ,129 | | ,878 |
| 2 JamBelajar | -,005 ^c | -,095 | ,927 | -,039 | | ,870 |

a. Dependent Variable: HasilBelajar

b. Predictors in the Model: (Constant), IQ

c. Predictors in the Model: (Constant), IQ, Motivasi

Output ini menunjukkan bahwa pada Model 1 variabel independen yang tidak digunakan adalah Motivasi, Disiplin, dan Jam Belajar. Pada Model 2 variabel independen yang tidak digunakan adalah Disiplin dan Jam Belajar.

Kesimpulan:

Dengan menggunakan metode *Stepwise* diperoleh model terbaik

$$\hat{Y} = -11,361 + 0,425X_1 + 0,465X_2$$

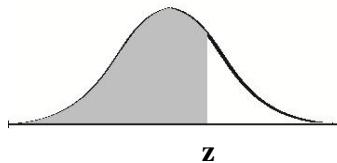
di mana X_1 adalah IQ dan X_2 adalah Motivasi. Karena suku konstan tidak signifikan ($\text{Sig.} = 0,185$, lihat *output Coefficients*^a), maka jika dilakukan analisis kembali tanpa melibatkan suku konstan diperoleh

$$\hat{Y} = 0,463X_1 + 0,261X_2$$

Lampiran: Daftar Tabel

| | |
|--|-----|
| Tabel 1. Luas di bawah kurva normal | 270 |
| Tabel 2. Nilai-nilai kritis t | 273 |
| Tabel 3. Nilai-nilai kritis χ^2 | 275 |
| Tabel 3 (Lanjutan). Nilai-nilai kritis χ^2 | 278 |
| Tabel 4. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,10$ | 281 |
| Tabel 5. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,05$ | 283 |
| Tabel 6. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,025$ | 285 |
| Tabel 7. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,01$ | 287 |
| Tabel 8. Tabel Durbin Watson dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,05$ | 289 |
| Tabel 9. Tabel Lilliefors | 292 |

Tabel 1. Luas di bawah kurva normal

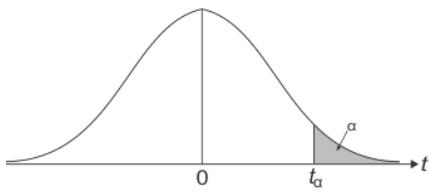


| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| -3,9 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| -3,8 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| -3,7 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| -3,6 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0001 |
| -3,5 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 |
| -3,4 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0003 | 0,0002 |
| -3,3 | 0,0005 | 0,0005 | 0,0005 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0004 | 0,0003 |
| -3,2 | 0,0007 | 0,0007 | 0,0006 | 0,0006 | 0,0006 | 0,0006 | 0,0006 | 0,0005 | 0,0005 | 0,0005 |
| -3,1 | 0,0010 | 0,0009 | 0,0009 | 0,0009 | 0,0008 | 0,0008 | 0,0008 | 0,0008 | 0,0007 | 0,0007 |
| -3,0 | 0,0014 | 0,0013 | 0,0013 | 0,0012 | 0,0012 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0010 | 0,0010 |
| -2,9 | 0,0019 | 0,0018 | 0,0018 | 0,0017 | 0,0016 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0014 |
| -2,8 | 0,0026 | 0,0025 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0023 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0019 |
| -2,7 | 0,0035 | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0029 | 0,0028 | 0,0027 | 0,0026 |
| -2,6 | 0,0047 | 0,0045 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 |
| -2,5 | 0,0062 | 0,0060 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0049 | 0,0048 |
| -2,4 | 0,0082 | 0,0080 | 0,0078 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0068 | 0,0066 | 0,0064 |
| -2,3 | 0,0107 | 0,0104 | 0,0102 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0094 | 0,0091 | 0,0089 | 0,0087 | 0,0084 |
| -2,2 | 0,0139 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0125 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 |
| -2,1 | 0,0179 | 0,0174 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0162 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0150 | 0,0146 | 0,0143 |
| -2,0 | 0,0228 | 0,0222 | 0,0217 | 0,0212 | 0,0207 | 0,0202 | 0,0197 | 0,0192 | 0,0188 | 0,0183 |
| -1,9 | 0,0287 | 0,0281 | 0,0274 | 0,0268 | 0,0262 | 0,0256 | 0,0250 | 0,0244 | 0,0239 | 0,0233 |
| -1,8 | 0,0359 | 0,0351 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0301 | 0,0294 |
| -1,7 | 0,0446 | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| -1,6 | 0,0548 | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| -1,5 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0571 | 0,0559 |
| -1,4 | 0,0808 | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0721 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| -1,3 | 0,0968 | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| -1,2 | 0,1151 | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1057 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| -1,1 | 0,1357 | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| -1,0 | 0,1587 | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |

| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| -0,9 | 0,1841 | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| -0,8 | 0,2119 | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| -0,7 | 0,2420 | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2297 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2207 | 0,2177 | 0,2148 |
| -0,6 | 0,2743 | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| -0,5 | 0,3085 | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2843 | 0,2810 | 0,2776 |
| -0,4 | 0,3446 | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| -0,3 | 0,3821 | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| -0,2 | 0,4207 | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| -0,1 | 0,4602 | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| -0,0 | 0,5000 | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8079 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9773 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |

| z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| 3,5 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| 3,6 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,7 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |
| 3,8 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 1,0000 |
| 3,9 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

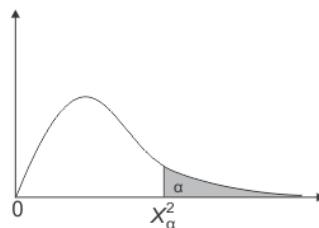


Tabel 2. Nilai-nilai kritis t

| Derajat Bebas (db) | $t_{0,10}$ | $t_{0,05}$ | $t_{0,025}$ | $t_{0,01}$ | $t_{0,005}$ | $t_{0,001}$ |
|--------------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| 1 | 3,0777 | 6,3138 | 12,7062 | 31,8205 | 63,6567 | 318,3088 |
| 2 | 1,8856 | 2,9200 | 4,3027 | 6,9646 | 9,9248 | 22,3271 |
| 3 | 1,6377 | 2,3534 | 3,1824 | 4,5407 | 5,8409 | 10,2145 |
| 4 | 1,5332 | 2,1318 | 2,7764 | 3,7469 | 4,6041 | 7,1732 |
| 5 | 1,4759 | 2,0150 | 2,5706 | 3,3649 | 4,0321 | 5,8934 |
| 6 | 1,4398 | 1,9432 | 2,4469 | 3,1427 | 3,7074 | 5,2076 |
| 7 | 1,4149 | 1,8946 | 2,3646 | 2,9980 | 3,4995 | 4,7853 |
| 8 | 1,3968 | 1,8595 | 2,3060 | 2,8965 | 3,3554 | 4,5008 |
| 9 | 1,3830 | 1,8331 | 2,2622 | 2,8214 | 3,2498 | 4,2968 |
| 10 | 1,3722 | 1,8125 | 2,2281 | 2,7638 | 3,1693 | 4,1437 |
| 11 | 1,3634 | 1,7959 | 2,2010 | 2,7181 | 3,1058 | 4,0247 |
| 12 | 1,3562 | 1,7823 | 2,1788 | 2,6810 | 3,0545 | 3,9296 |
| 13 | 1,3502 | 1,7709 | 2,1604 | 2,6503 | 3,0123 | 3,8520 |
| 14 | 1,3450 | 1,7613 | 2,1448 | 2,6245 | 2,9768 | 3,7874 |
| 15 | 1,3406 | 1,7531 | 2,1315 | 2,6025 | 2,9467 | 3,7328 |
| 16 | 1,3368 | 1,7459 | 2,1199 | 2,5835 | 2,9208 | 3,6862 |
| 17 | 1,3334 | 1,7396 | 2,1098 | 2,5669 | 2,8982 | 3,6458 |
| 18 | 1,3304 | 1,7341 | 2,1009 | 2,5524 | 2,8784 | 3,6105 |
| 19 | 1,3277 | 1,7291 | 2,0930 | 2,5395 | 2,8609 | 3,5794 |
| 20 | 1,3253 | 1,7247 | 2,0860 | 2,5280 | 2,8453 | 3,5518 |
| 21 | 1,3232 | 1,7207 | 2,0796 | 2,5176 | 2,8314 | 3,5272 |
| 22 | 1,3212 | 1,7171 | 2,0739 | 2,5083 | 2,8188 | 3,5050 |
| 23 | 1,3195 | 1,7139 | 2,0687 | 2,4999 | 2,8073 | 3,4850 |
| 24 | 1,3178 | 1,7109 | 2,0639 | 2,4922 | 2,7969 | 3,4668 |
| 25 | 1,3163 | 1,7081 | 2,0595 | 2,4851 | 2,7874 | 3,4502 |
| 26 | 1,3150 | 1,7056 | 2,0555 | 2,4786 | 2,7787 | 3,4350 |
| 27 | 1,3137 | 1,7033 | 2,0518 | 2,4727 | 2,7707 | 3,4210 |
| 28 | 1,3125 | 1,7011 | 2,0484 | 2,4671 | 2,7633 | 3,4082 |
| 29 | 1,3114 | 1,6991 | 2,0452 | 2,4620 | 2,7564 | 3,3962 |
| 30 | 1,3104 | 1,6973 | 2,0423 | 2,4573 | 2,7500 | 3,3852 |

| Derajat Bebas (db) | $t_{0,10}$ | $t_{0,05}$ | $t_{0,025}$ | $t_{0,01}$ | $t_{0,005}$ | $t_{0,001}$ |
|---------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 31 | 1,3095 | 1,6955 | 2,0395 | 2,4528 | 2,7440 | 3,3749 |
| 32 | 1,3086 | 1,6939 | 2,0369 | 2,4487 | 2,7385 | 3,3653 |
| 33 | 1,3077 | 1,6924 | 2,0345 | 2,4448 | 2,7333 | 3,3563 |
| 34 | 1,3070 | 1,6909 | 2,0322 | 2,4412 | 2,7284 | 3,3479 |
| 35 | 1,3062 | 1,6896 | 2,0301 | 2,4377 | 2,7238 | 3,3400 |
| 36 | 1,3055 | 1,6883 | 2,0281 | 2,4345 | 2,7195 | 3,3326 |
| 37 | 1,3049 | 1,6871 | 2,0262 | 2,4314 | 2,7154 | 3,3256 |
| 38 | 1,3042 | 1,6860 | 2,0244 | 2,4286 | 2,7116 | 3,3190 |
| 39 | 1,3036 | 1,6849 | 2,0227 | 2,4258 | 2,7079 | 3,3128 |
| 40 | 1,3031 | 1,6839 | 2,0211 | 2,4233 | 2,7045 | 3,3069 |
| 41 | 1,3025 | 1,6829 | 2,0195 | 2,4208 | 2,7012 | 3,3013 |
| 42 | 1,3020 | 1,6820 | 2,0181 | 2,4185 | 2,6981 | 3,2960 |
| 43 | 1,3016 | 1,6811 | 2,0167 | 2,4163 | 2,6951 | 3,2909 |
| 44 | 1,3011 | 1,6802 | 2,0154 | 2,4141 | 2,6923 | 3,2861 |
| 45 | 1,3006 | 1,6794 | 2,0141 | 2,4121 | 2,6896 | 3,2815 |
| 46 | 1,3002 | 1,6787 | 2,0129 | 2,4102 | 2,6870 | 3,2771 |
| 47 | 1,2998 | 1,6779 | 2,0117 | 2,4083 | 2,6846 | 3,2729 |
| 48 | 1,2994 | 1,6772 | 2,0106 | 2,4066 | 2,6822 | 3,2689 |
| 49 | 1,2991 | 1,6766 | 2,0096 | 2,4049 | 2,6800 | 3,2651 |
| 50 | 1,2987 | 1,6759 | 2,0086 | 2,4033 | 2,6778 | 3,2614 |
| 55 | 1,2971 | 1,6730 | 2,0040 | 2,3961 | 2,6682 | 3,2451 |
| 60 | 1,2958 | 1,6706 | 2,0003 | 2,3901 | 2,6603 | 3,2317 |
| 65 | 1,2947 | 1,6686 | 1,9971 | 2,3851 | 2,6536 | 3,2204 |
| 70 | 1,2938 | 1,6669 | 1,9944 | 2,3808 | 2,6479 | 3,2108 |
| 75 | 1,2929 | 1,6654 | 1,9921 | 2,3771 | 2,6430 | 3,2025 |
| 80 | 1,2922 | 1,6641 | 1,9901 | 2,3739 | 2,6387 | 3,1953 |
| 85 | 1,2916 | 1,6630 | 1,9883 | 2,3710 | 2,6349 | 3,1889 |
| 90 | 1,2910 | 1,6620 | 1,9867 | 2,3685 | 2,6316 | 3,1833 |
| 95 | 1,2905 | 1,6611 | 1,9853 | 2,3662 | 2,6286 | 3,1782 |
| 100 | 1,2901 | 1,6602 | 1,9840 | 2,3642 | 2,6259 | 3,1737 |
| 110 | 1,2893 | 1,6588 | 1,9818 | 2,3607 | 2,6213 | 3,1660 |
| 120 | 1,2886 | 1,6577 | 1,9799 | 2,3578 | 2,6174 | 3,1595 |
| 130 | 1,2881 | 1,6567 | 1,9784 | 2,3554 | 2,6142 | 3,1541 |
| 140 | 1,2876 | 1,6558 | 1,9771 | 2,3533 | 2,6114 | 3,1495 |
| 150 | 1,2872 | 1,6551 | 1,9759 | 2,3515 | 2,6090 | 3,1455 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS



Tabel 3. Nilai-nilai kritis χ^2

| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,995}$ | $\chi^2_{0,990}$ | $\chi^2_{0,975}$ | $\chi^2_{0,950}$ | $\chi^2_{0,900}$ |
|-----------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0010 | 0,0039 | 0,0158 |
| 2 | 0,0100 | 0,0201 | 0,0506 | 0,1026 | 0,2107 |
| 3 | 0,0717 | 0,1148 | 0,2158 | 0,3518 | 0,5844 |
| 4 | 0,2070 | 0,2971 | 0,4844 | 0,7107 | 1,0636 |
| 5 | 0,4117 | 0,5543 | 0,8312 | 1,1455 | 1,6103 |
| 6 | 0,6757 | 0,8721 | 1,2373 | 1,6354 | 2,2041 |
| 7 | 0,9893 | 1,2390 | 1,6899 | 2,1674 | 2,8331 |
| 8 | 1,3444 | 1,6465 | 2,1797 | 2,7326 | 3,4895 |
| 9 | 1,7349 | 2,0879 | 2,7004 | 3,3251 | 4,1682 |
| 10 | 2,1559 | 2,5582 | 3,2470 | 3,9403 | 4,8652 |
| 11 | 2,6032 | 3,0535 | 3,8157 | 4,5748 | 5,5778 |
| 12 | 3,0738 | 3,5706 | 4,4038 | 5,2260 | 6,3038 |
| 13 | 3,5650 | 4,1069 | 5,0088 | 5,8919 | 7,0415 |
| 14 | 4,0747 | 4,6604 | 5,6287 | 6,5706 | 7,7895 |
| 15 | 4,6009 | 5,2293 | 6,2621 | 7,2609 | 8,5468 |
| 16 | 5,1422 | 5,8122 | 6,9077 | 7,9616 | 9,3122 |
| 17 | 5,6972 | 6,4078 | 7,5642 | 8,6718 | 10,0852 |
| 18 | 6,2648 | 7,0149 | 8,2307 | 9,3905 | 10,8649 |
| 19 | 6,8440 | 7,6327 | 8,9065 | 10,1170 | 11,6509 |
| 20 | 7,4338 | 8,2604 | 9,5908 | 10,8508 | 12,4426 |
| 21 | 8,0337 | 8,8972 | 10,2829 | 11,5913 | 13,2396 |
| 22 | 8,6427 | 9,5425 | 10,9823 | 12,3380 | 14,0415 |

| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,995}$ | $\chi^2_{0,990}$ | $\chi^2_{0,975}$ | $\chi^2_{0,950}$ | $\chi^2_{0,900}$ |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 23 | 9,2604 | 10,1957 | 11,6886 | 13,0905 | 14,8480 |
| 24 | 9,8862 | 10,8564 | 12,4012 | 13,8484 | 15,6587 |
| 25 | 10,5197 | 11,5240 | 13,1197 | 14,6114 | 16,4734 |
| 26 | 11,1602 | 12,1981 | 13,8439 | 15,3792 | 17,2919 |
| 27 | 11,8076 | 12,8785 | 14,5734 | 16,1514 | 18,1139 |
| 28 | 12,4613 | 13,5647 | 15,3079 | 16,9279 | 18,9392 |
| 29 | 13,1211 | 14,2565 | 16,0471 | 17,7084 | 19,7677 |
| 30 | 13,7867 | 14,9535 | 16,7908 | 18,4927 | 20,5992 |
| 31 | 14,4578 | 15,6555 | 17,5387 | 19,2806 | 21,4336 |
| 32 | 15,1340 | 16,3622 | 18,2908 | 20,0719 | 22,2706 |
| 33 | 15,8153 | 17,0735 | 19,0467 | 20,8665 | 23,1102 |
| 34 | 16,5013 | 17,7891 | 19,8063 | 21,6643 | 23,9523 |
| 35 | 17,1918 | 18,5089 | 20,5694 | 22,4650 | 24,7967 |
| 36 | 17,8867 | 19,2327 | 21,3359 | 23,2686 | 25,6433 |
| 37 | 18,5858 | 19,9602 | 22,1056 | 24,0749 | 26,4921 |
| 38 | 19,2889 | 20,6914 | 22,8785 | 24,8839 | 27,3430 |
| 39 | 19,9959 | 21,4262 | 23,6543 | 25,6954 | 28,1958 |
| 40 | 20,7065 | 22,1643 | 24,4330 | 26,5093 | 29,0505 |
| 41 | 21,4208 | 22,9056 | 25,2145 | 27,3256 | 29,9071 |
| 42 | 22,1385 | 23,6501 | 25,9987 | 28,1440 | 30,7654 |
| 43 | 22,8595 | 24,3976 | 26,7854 | 28,9647 | 31,6255 |
| 44 | 23,5837 | 25,1480 | 27,5746 | 29,7875 | 32,4871 |
| 45 | 24,3110 | 25,9013 | 28,3662 | 30,6123 | 33,3504 |
| 46 | 25,0413 | 26,6572 | 29,1601 | 31,4390 | 34,2152 |
| 47 | 25,7746 | 27,4158 | 29,9562 | 32,2676 | 35,0814 |
| 48 | 26,5106 | 28,1770 | 30,7545 | 33,0981 | 35,9491 |
| 49 | 27,2493 | 28,9406 | 31,5549 | 33,9303 | 36,8182 |
| 50 | 27,9907 | 29,7067 | 32,3574 | 34,7643 | 37,6886 |
| 55 | 31,7348 | 33,5705 | 36,3981 | 38,9580 | 42,0596 |

| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,995}$ | $\chi^2_{0,990}$ | $\chi^2_{0,975}$ | $\chi^2_{0,950}$ | $\chi^2_{0,900}$ |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 60 | 35,5345 | 37,4849 | 40,4817 | 43,1880 | 46,4589 |
| 65 | 39,3831 | 41,4436 | 44,6030 | 47,4496 | 50,8829 |
| 70 | 43,2752 | 45,4417 | 48,7576 | 51,7393 | 55,3289 |
| 75 | 47,2060 | 49,4750 | 52,9419 | 56,0541 | 59,7946 |
| 80 | 51,1719 | 53,5401 | 57,1532 | 60,3915 | 64,2778 |
| 85 | 55,1696 | 57,6339 | 61,3888 | 64,7494 | 68,7772 |
| 90 | 59,1963 | 61,7541 | 65,6466 | 69,1260 | 73,2911 |
| 95 | 63,2496 | 65,8984 | 69,9249 | 73,5198 | 77,8184 |
| 100 | 67,3276 | 70,0649 | 74,2219 | 77,9295 | 82,3581 |
| 110 | 75,5500 | 78,4583 | 82,8671 | 86,7916 | 91,4710 |
| 120 | 83,8516 | 86,9233 | 91,5726 | 95,7046 | 100,6236 |
| 130 | 92,2225 | 95,4510 | 100,3313 | 104,6622 | 109,8110 |
| 140 | 100,6548 | 104,0344 | 109,1369 | 113,6593 | 119,0293 |
| 150 | 109,1422 | 112,6676 | 117,9845 | 122,6918 | 128,2751 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

Tabel 3 (Lanjutan). Nilai-nilai kritis χ^2

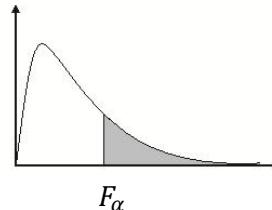
| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,100}$ | $\chi^2_{0,050}$ | $\chi^2_{0,025}$ | $\chi^2_{0,010}$ | $\chi^2_{0,005}$ |
|---------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | 2,7055 | 3,8415 | 5,0239 | 6,6349 | 7,8794 |
| 2 | 4,6052 | 5,9915 | 7,3778 | 9,2103 | 10,5966 |
| 3 | 6,2514 | 7,8147 | 9,3484 | 11,3449 | 12,8382 |
| 4 | 7,7794 | 9,4877 | 11,1433 | 13,2767 | 14,8603 |
| 5 | 9,2364 | 11,0705 | 12,8325 | 15,0863 | 16,7496 |
| 6 | 10,6446 | 12,5916 | 14,4494 | 16,8119 | 18,5476 |
| 7 | 12,0170 | 14,0671 | 16,0128 | 18,4753 | 20,2777 |
| 8 | 13,3616 | 15,5073 | 17,5345 | 20,0902 | 21,9550 |
| 9 | 14,6837 | 16,9190 | 19,0228 | 21,6660 | 23,5894 |
| 10 | 15,9872 | 18,3070 | 20,4832 | 23,2093 | 25,1882 |
| 11 | 17,2750 | 19,6751 | 21,9200 | 24,7250 | 26,7568 |
| 12 | 18,5493 | 21,0261 | 23,3367 | 26,2170 | 28,2995 |
| 13 | 19,8119 | 22,3620 | 24,7356 | 27,6883 | 29,8195 |
| 14 | 21,0641 | 23,6848 | 26,1189 | 29,1412 | 31,3194 |
| 15 | 22,3071 | 24,9958 | 27,4884 | 30,5779 | 32,8013 |
| 16 | 23,5418 | 26,2962 | 28,8454 | 31,9999 | 34,2672 |
| 17 | 24,7690 | 27,5871 | 30,1910 | 33,4087 | 35,7185 |
| 18 | 25,9894 | 28,8693 | 31,5264 | 34,8053 | 37,1565 |
| 19 | 27,2036 | 30,1435 | 32,8523 | 36,1909 | 38,5823 |
| 20 | 28,4120 | 31,4104 | 34,1696 | 37,5662 | 39,9968 |
| 21 | 29,6151 | 32,6706 | 35,4789 | 38,9322 | 41,4011 |
| 22 | 30,8133 | 33,9244 | 36,7807 | 40,2894 | 42,7957 |
| 23 | 32,0069 | 35,1725 | 38,0756 | 41,6384 | 44,1813 |
| 24 | 33,1962 | 36,4150 | 39,3641 | 42,9798 | 45,5585 |
| 25 | 34,3816 | 37,6525 | 40,6465 | 44,3141 | 46,9279 |
| 26 | 35,5632 | 38,8851 | 41,9232 | 45,6417 | 48,2899 |
| 27 | 36,7412 | 40,1133 | 43,1945 | 46,9629 | 49,6449 |
| 28 | 37,9159 | 41,3371 | 44,4608 | 48,2782 | 50,9934 |

| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,100}$ | $\chi^2_{0,050}$ | $\chi^2_{0,025}$ | $\chi^2_{0,010}$ | $\chi^2_{0,005}$ |
|---------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 29 | 39,0875 | 42,5570 | 45,7223 | 49,5879 | 52,3356 |
| 30 | 40,2560 | 43,7730 | 46,9792 | 50,8922 | 53,6720 |
| 31 | 41,4217 | 44,9853 | 48,2319 | 52,1914 | 55,0027 |
| 32 | 42,5847 | 46,1943 | 49,4804 | 53,4858 | 56,3281 |
| 33 | 43,7452 | 47,3999 | 50,7251 | 54,7755 | 57,6484 |
| 34 | 44,9032 | 48,6024 | 51,9660 | 56,0609 | 58,9639 |
| 35 | 46,0588 | 49,8019 | 53,2033 | 57,3421 | 60,2748 |
| 36 | 47,2122 | 50,9985 | 54,4373 | 58,6192 | 61,5812 |
| 37 | 48,3634 | 52,1923 | 55,6680 | 59,8925 | 62,8833 |
| 38 | 49,5126 | 53,3835 | 56,8955 | 61,1621 | 64,1814 |
| 39 | 50,6598 | 54,5722 | 58,1201 | 62,4281 | 65,4756 |
| 40 | 51,8051 | 55,7585 | 59,3417 | 63,6907 | 66,7660 |
| 41 | 52,9485 | 56,9424 | 60,5606 | 64,9501 | 68,0527 |
| 42 | 54,0902 | 58,1240 | 61,7768 | 66,2062 | 69,3360 |
| 43 | 55,2302 | 59,3035 | 62,9904 | 67,4593 | 70,6159 |
| 44 | 56,3685 | 60,4809 | 64,2015 | 68,7095 | 71,8926 |
| 45 | 57,5053 | 61,6562 | 65,4102 | 69,9568 | 73,1661 |
| 46 | 58,6405 | 62,8296 | 66,6165 | 71,2014 | 74,4365 |
| 47 | 59,7743 | 64,0011 | 67,8206 | 72,4433 | 75,7041 |
| 48 | 60,9066 | 65,1708 | 69,0226 | 73,6826 | 76,9688 |
| 49 | 62,0375 | 66,3386 | 70,2224 | 74,9195 | 78,2307 |
| 50 | 63,1671 | 67,5048 | 71,4202 | 76,1539 | 79,4900 |
| 55 | 68,7962 | 73,3115 | 77,3805 | 82,2921 | 85,7490 |
| 60 | 74,3970 | 79,0819 | 83,2977 | 88,3794 | 91,9517 |
| 65 | 79,9730 | 84,8206 | 89,1771 | 94,4221 | 98,1051 |
| 70 | 85,5270 | 90,5312 | 95,0232 | 100,4252 | 104,2149 |
| 75 | 91,0615 | 96,2167 | 100,8393 | 106,3929 | 110,2856 |
| 80 | 96,5782 | 101,8795 | 106,6286 | 112,3288 | 116,3211 |
| 85 | 102,0789 | 107,5217 | 112,3934 | 118,2357 | 122,3246 |

| Derajat Bebas (db) | $\chi^2_{0,100}$ | $\chi^2_{0,050}$ | $\chi^2_{0,025}$ | $\chi^2_{0,010}$ | $\chi^2_{0,005}$ |
|---------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 90 | 107,5650 | 113,1453 | 118,1359 | 124,1163 | 128,2989 |
| 95 | 113,0377 | 118,7516 | 123,8580 | 129,9727 | 134,2466 |
| 100 | 118,4980 | 124,3421 | 129,5612 | 135,8067 | 140,1695 |
| 110 | 129,3851 | 135,4802 | 140,9166 | 147,4143 | 151,9485 |
| 120 | 140,2326 | 146,5674 | 152,2114 | 158,9502 | 163,6482 |
| 130 | 151,0452 | 157,6099 | 163,4531 | 170,4231 | 175,2783 |
| 140 | 161,8270 | 168,6130 | 174,6478 | 181,8403 | 186,8468 |
| 150 | 172,5812 | 179,5806 | 185,8004 | 193,2077 | 198,3602 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

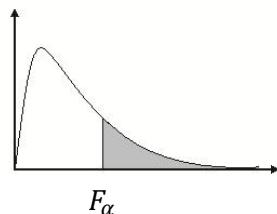
Tabel 4. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,10$



| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 39,863 | 49,500 | 53,593 | 55,833 | 57,240 | 58,204 | 58,906 | 59,439 | 59,858 | 60,195 |
| 2 | 8,5263 | 9,0000 | 9,1618 | 9,2434 | 9,2926 | 9,3255 | 9,3491 | 9,3668 | 9,3805 | 9,3916 |
| 3 | 5,5383 | 5,4624 | 5,3908 | 5,3426 | 5,3092 | 5,2847 | 5,2662 | 5,2517 | 5,2400 | 5,2304 |
| 4 | 4,5448 | 4,3246 | 4,1909 | 4,1073 | 4,0506 | 4,0097 | 3,9790 | 3,9549 | 3,9357 | 3,9199 |
| 5 | 4,0604 | 3,7797 | 3,6195 | 3,5202 | 3,4530 | 3,4045 | 3,3679 | 3,3393 | 3,3163 | 3,2974 |
| 6 | 3,7760 | 3,4633 | 3,2888 | 3,1808 | 3,1075 | 3,0546 | 3,0145 | 2,9830 | 2,9577 | 2,9369 |
| 7 | 3,5894 | 3,2574 | 3,0741 | 2,9605 | 2,8833 | 2,8274 | 2,7849 | 2,7516 | 2,7247 | 2,7025 |
| 8 | 3,4579 | 3,1131 | 2,9238 | 2,8064 | 2,7264 | 2,6683 | 2,6241 | 2,5893 | 2,5612 | 2,5380 |
| 9 | 3,3603 | 3,0065 | 2,8129 | 2,6927 | 2,6106 | 2,5509 | 2,5053 | 2,4694 | 2,4403 | 2,4163 |
| 10 | 3,2850 | 2,9245 | 2,7277 | 2,6053 | 2,5216 | 2,4606 | 2,4140 | 2,3772 | 2,3473 | 2,3226 |
| 11 | 3,2252 | 2,8595 | 2,6602 | 2,5362 | 2,4512 | 2,3891 | 2,3416 | 2,3040 | 2,2735 | 2,2482 |
| 12 | 3,1765 | 2,8068 | 2,6055 | 2,4801 | 2,3940 | 2,3310 | 2,2828 | 2,2446 | 2,2135 | 2,1878 |
| 13 | 3,1362 | 2,7632 | 2,5603 | 2,4337 | 2,3467 | 2,2830 | 2,2341 | 2,1954 | 2,1638 | 2,1376 |
| 14 | 3,1022 | 2,7265 | 2,5222 | 2,3947 | 2,3069 | 2,2426 | 2,1931 | 2,1539 | 2,1220 | 2,0954 |
| 15 | 3,0732 | 2,6952 | 2,4898 | 2,3614 | 2,2730 | 2,2081 | 2,1582 | 2,1185 | 2,0862 | 2,0593 |
| 16 | 3,0481 | 2,6682 | 2,4618 | 2,3327 | 2,2438 | 2,1783 | 2,1280 | 2,0880 | 2,0553 | 2,0281 |
| 17 | 3,0262 | 2,6446 | 2,4374 | 2,3077 | 2,2183 | 2,1524 | 2,1017 | 2,0613 | 2,0284 | 2,0009 |
| 18 | 3,0070 | 2,6239 | 2,4160 | 2,2858 | 2,1958 | 2,1296 | 2,0785 | 2,0379 | 2,0047 | 1,9770 |
| 19 | 2,9899 | 2,6056 | 2,3970 | 2,2663 | 2,1760 | 2,1094 | 2,0580 | 2,0171 | 1,9836 | 1,9557 |
| 20 | 2,9747 | 2,5893 | 2,3801 | 2,2489 | 2,1582 | 2,0913 | 2,0397 | 1,9985 | 1,9649 | 1,9367 |
| 21 | 2,9610 | 2,5746 | 2,3649 | 2,2333 | 2,1423 | 2,0751 | 2,0233 | 1,9819 | 1,9480 | 1,9197 |
| 22 | 2,9486 | 2,5613 | 2,3512 | 2,2193 | 2,1279 | 2,0605 | 2,0084 | 1,9668 | 1,9327 | 1,9043 |
| 23 | 2,9374 | 2,5493 | 2,3387 | 2,2065 | 2,1149 | 2,0472 | 1,9949 | 1,9531 | 1,9189 | 1,8903 |
| 24 | 2,9271 | 2,5383 | 2,3274 | 2,1949 | 2,1030 | 2,0351 | 1,9826 | 1,9407 | 1,9063 | 1,8775 |
| 25 | 2,9177 | 2,5283 | 2,3170 | 2,1842 | 2,0922 | 2,0241 | 1,9714 | 1,9292 | 1,8947 | 1,8658 |
| 26 | 2,9091 | 2,5191 | 2,3075 | 2,1745 | 2,0822 | 2,0139 | 1,9610 | 1,9188 | 1,8841 | 1,8550 |
| 27 | 2,9012 | 2,5106 | 2,2987 | 2,1655 | 2,0730 | 2,0045 | 1,9515 | 1,9091 | 1,8743 | 1,8451 |
| 28 | 2,8938 | 2,5028 | 2,2906 | 2,1571 | 2,0645 | 1,9959 | 1,9427 | 1,9001 | 1,8652 | 1,8359 |
| 29 | 2,8870 | 2,4955 | 2,2831 | 2,1494 | 2,0566 | 1,9878 | 1,9345 | 1,8918 | 1,8568 | 1,8274 |
| 30 | 2,8807 | 2,4887 | 2,2761 | 2,1422 | 2,0492 | 1,9803 | 1,9269 | 1,8841 | 1,8490 | 1,8195 |
| 31 | 2,8748 | 2,4824 | 2,2695 | 2,1355 | 2,0424 | 1,9734 | 1,9198 | 1,8769 | 1,8417 | 1,8121 |
| 32 | 2,8693 | 2,4765 | 2,2635 | 2,1293 | 2,0360 | 1,9668 | 1,9132 | 1,8702 | 1,8348 | 1,8052 |
| 33 | 2,8641 | 2,4710 | 2,2577 | 2,1234 | 2,0300 | 1,9607 | 1,9070 | 1,8639 | 1,8284 | 1,7987 |
| 34 | 2,8592 | 2,4658 | 2,2524 | 2,1179 | 2,0244 | 1,9550 | 1,9012 | 1,8580 | 1,8224 | 1,7926 |
| 35 | 2,8547 | 2,4609 | 2,2474 | 2,1128 | 2,0191 | 1,9496 | 1,8957 | 1,8524 | 1,8168 | 1,7869 |
| 36 | 2,8503 | 2,4563 | 2,2426 | 2,1079 | 2,0141 | 1,9446 | 1,8905 | 1,8471 | 1,8115 | 1,7815 |
| 37 | 2,8463 | 2,4520 | 2,2381 | 2,1033 | 2,0094 | 1,9398 | 1,8856 | 1,8422 | 1,8064 | 1,7764 |

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 2,8424 | 2,4479 | 2,2339 | 2,0990 | 2,0050 | 1,9352 | 1,8810 | 1,8375 | 1,8017 | 1,7716 |
| 39 | 2,8388 | 2,4440 | 2,2299 | 2,0948 | 2,0008 | 1,9309 | 1,8767 | 1,8331 | 1,7972 | 1,7670 |
| 40 | 2,8354 | 2,4404 | 2,2261 | 2,0910 | 1,9968 | 1,9269 | 1,8725 | 1,8289 | 1,7929 | 1,7627 |
| 41 | 2,8321 | 2,4369 | 2,2225 | 2,0873 | 1,9930 | 1,9230 | 1,8686 | 1,8249 | 1,7888 | 1,7586 |
| 42 | 2,8290 | 2,4336 | 2,2191 | 2,0837 | 1,9894 | 1,9193 | 1,8649 | 1,8211 | 1,7850 | 1,7547 |
| 43 | 2,8260 | 2,4304 | 2,2158 | 2,0804 | 1,9860 | 1,9159 | 1,8613 | 1,8175 | 1,7813 | 1,7509 |
| 44 | 2,8232 | 2,4274 | 2,2127 | 2,0772 | 1,9828 | 1,9125 | 1,8579 | 1,8140 | 1,7778 | 1,7474 |
| 45 | 2,8205 | 2,4245 | 2,2097 | 2,0742 | 1,9796 | 1,9094 | 1,8547 | 1,8107 | 1,7745 | 1,7440 |
| 46 | 2,8179 | 2,4218 | 2,2069 | 2,0712 | 1,9767 | 1,9063 | 1,8516 | 1,8076 | 1,7713 | 1,7408 |
| 47 | 2,8154 | 2,4192 | 2,2042 | 2,0685 | 1,9738 | 1,9034 | 1,8486 | 1,8046 | 1,7682 | 1,7377 |
| 48 | 2,8131 | 2,4167 | 2,2016 | 2,0658 | 1,9711 | 1,9006 | 1,8458 | 1,8017 | 1,7653 | 1,7347 |
| 49 | 2,8108 | 2,4143 | 2,1991 | 2,0633 | 1,9685 | 1,8980 | 1,8431 | 1,7989 | 1,7625 | 1,7319 |
| 50 | 2,8087 | 2,4120 | 2,1967 | 2,0608 | 1,9660 | 1,8954 | 1,8405 | 1,7963 | 1,7598 | 1,7292 |
| 55 | 2,7990 | 2,4017 | 2,1862 | 2,0500 | 1,9549 | 1,8841 | 1,8290 | 1,7846 | 1,7479 | 1,7171 |
| 60 | 2,7911 | 2,3933 | 2,1774 | 2,0410 | 1,9457 | 1,8747 | 1,8194 | 1,7748 | 1,7380 | 1,7070 |
| 65 | 2,7843 | 2,3861 | 2,1700 | 2,0334 | 1,9380 | 1,8668 | 1,8113 | 1,7666 | 1,7297 | 1,6985 |
| 70 | 2,7786 | 2,3800 | 2,1637 | 2,0269 | 1,9313 | 1,8600 | 1,8044 | 1,7596 | 1,7225 | 1,6913 |
| 75 | 2,7736 | 2,3747 | 2,1583 | 2,0214 | 1,9256 | 1,8542 | 1,7985 | 1,7535 | 1,7164 | 1,6850 |
| 80 | 2,7693 | 2,3701 | 2,1535 | 2,0165 | 1,9206 | 1,8491 | 1,7933 | 1,7483 | 1,7110 | 1,6796 |
| 85 | 2,7655 | 2,3661 | 2,1494 | 2,0122 | 1,9162 | 1,8446 | 1,7887 | 1,7436 | 1,7063 | 1,6748 |
| 90 | 2,7621 | 2,3625 | 2,1457 | 2,0084 | 1,9123 | 1,8406 | 1,7847 | 1,7395 | 1,7021 | 1,6705 |
| 95 | 2,7591 | 2,3593 | 2,1424 | 2,0050 | 1,9089 | 1,8371 | 1,7810 | 1,7358 | 1,6983 | 1,6667 |
| 100 | 2,7564 | 2,3564 | 2,1394 | 2,0019 | 1,9057 | 1,8339 | 1,7778 | 1,7324 | 1,6949 | 1,6632 |
| 110 | 2,7517 | 2,3515 | 2,1343 | 1,9967 | 1,9004 | 1,8284 | 1,7721 | 1,7267 | 1,6891 | 1,6573 |
| 120 | 2,7478 | 2,3473 | 2,1300 | 1,9923 | 1,8959 | 1,8238 | 1,7675 | 1,7220 | 1,6842 | 1,6524 |
| 130 | 2,7445 | 2,3439 | 2,1264 | 1,9886 | 1,8921 | 1,8199 | 1,7635 | 1,7179 | 1,6802 | 1,6482 |
| 140 | 2,7417 | 2,3409 | 2,1233 | 1,9855 | 1,8889 | 1,8166 | 1,7602 | 1,7145 | 1,6767 | 1,6447 |
| 150 | 2,7393 | 2,3383 | 2,1207 | 1,9827 | 1,8861 | 1,8138 | 1,7572 | 1,7115 | 1,6736 | 1,6416 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

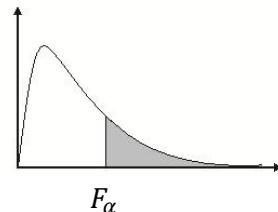


Tabel 5. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,05$

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 161,45 | 199,50 | 215,71 | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,88 |
| 2 | 18,513 | 19,000 | 19,164 | 19,247 | 19,296 | 19,330 | 19,353 | 19,371 | 19,385 | 19,396 |
| 3 | 10,128 | 9,5521 | 9,2766 | 9,1172 | 9,0135 | 8,9406 | 8,8867 | 8,8452 | 8,8123 | 8,7855 |
| 4 | 7,7086 | 6,9443 | 6,5914 | 6,3882 | 6,2561 | 6,1631 | 6,0942 | 6,0410 | 5,9988 | 5,9644 |
| 5 | 6,6079 | 5,7861 | 5,4095 | 5,1922 | 5,0503 | 4,9503 | 4,8759 | 4,8183 | 4,7725 | 4,7351 |
| 6 | 5,9874 | 5,1433 | 4,7571 | 4,5337 | 4,3874 | 4,2839 | 4,2067 | 4,1468 | 4,0990 | 4,0600 |
| 7 | 5,5914 | 4,7374 | 4,3468 | 4,1203 | 3,9715 | 3,8660 | 3,7870 | 3,7257 | 3,6767 | 3,6365 |
| 8 | 5,3177 | 4,4590 | 4,0662 | 3,8379 | 3,6875 | 3,5806 | 3,5005 | 3,4381 | 3,3881 | 3,3472 |
| 9 | 5,1174 | 4,2565 | 3,8625 | 3,6331 | 3,4817 | 3,3738 | 3,2927 | 3,2296 | 3,1789 | 3,1373 |
| 10 | 4,9646 | 4,1028 | 3,7083 | 3,4781 | 3,3258 | 3,2172 | 3,1355 | 3,0717 | 3,0204 | 2,9782 |
| 11 | 4,8443 | 3,9823 | 3,5874 | 3,3567 | 3,2039 | 3,0946 | 3,0123 | 2,9480 | 2,8962 | 2,8536 |
| 12 | 4,7472 | 3,8853 | 3,4903 | 3,2592 | 3,1059 | 2,9961 | 2,9134 | 2,8486 | 2,7964 | 2,7534 |
| 13 | 4,6672 | 3,8056 | 3,4105 | 3,1791 | 3,0254 | 2,9153 | 2,8321 | 2,7669 | 2,7144 | 2,6710 |
| 14 | 4,6001 | 3,7389 | 3,3439 | 3,1123 | 2,9582 | 2,8477 | 2,7642 | 2,6987 | 2,6458 | 2,6022 |
| 15 | 4,5431 | 3,6823 | 3,2874 | 3,0556 | 2,9013 | 2,7905 | 2,7066 | 2,6408 | 2,5876 | 2,5437 |
| 16 | 4,4940 | 3,6337 | 3,2389 | 3,0069 | 2,8524 | 2,7413 | 2,6572 | 2,5911 | 2,5377 | 2,4935 |
| 17 | 4,4513 | 3,5915 | 3,1968 | 2,9647 | 2,8100 | 2,6987 | 2,6143 | 2,5480 | 2,4943 | 2,4499 |
| 18 | 4,4139 | 3,5546 | 3,1599 | 2,9277 | 2,7729 | 2,6613 | 2,5767 | 2,5102 | 2,4563 | 2,4117 |
| 19 | 4,3808 | 3,5219 | 3,1274 | 2,8951 | 2,7401 | 2,6283 | 2,5435 | 2,4768 | 2,4227 | 2,3779 |
| 20 | 4,3512 | 3,4928 | 3,0984 | 2,8661 | 2,7109 | 2,5990 | 2,5140 | 2,4471 | 2,3928 | 2,3479 |
| 21 | 4,3248 | 3,4668 | 3,0725 | 2,8401 | 2,6848 | 2,5727 | 2,4876 | 2,4205 | 2,3660 | 2,3210 |
| 22 | 4,3010 | 3,4434 | 3,0491 | 2,8167 | 2,6613 | 2,5491 | 2,4638 | 2,3965 | 2,3419 | 2,2967 |
| 23 | 4,2793 | 3,4221 | 3,0280 | 2,7955 | 2,6400 | 2,5277 | 2,4422 | 2,3748 | 2,3201 | 2,2747 |
| 24 | 4,2597 | 3,4028 | 3,0088 | 2,7763 | 2,6207 | 2,5082 | 2,4226 | 2,3551 | 2,3002 | 2,2547 |
| 25 | 4,2417 | 3,3852 | 2,9912 | 2,7587 | 2,6030 | 2,4904 | 2,4047 | 2,3371 | 2,2821 | 2,2365 |
| 26 | 4,2252 | 3,3690 | 2,9752 | 2,7426 | 2,5868 | 2,4741 | 2,3883 | 2,3205 | 2,2655 | 2,2197 |
| 27 | 4,2100 | 3,3541 | 2,9604 | 2,7278 | 2,5719 | 2,4591 | 2,3732 | 2,3053 | 2,2501 | 2,2043 |
| 28 | 4,1960 | 3,3404 | 2,9467 | 2,7141 | 2,5581 | 2,4453 | 2,3593 | 2,2913 | 2,2360 | 2,1900 |
| 29 | 4,1830 | 3,3277 | 2,9340 | 2,7014 | 2,5454 | 2,4324 | 2,3463 | 2,2783 | 2,2229 | 2,1768 |
| 30 | 4,1709 | 3,3158 | 2,9223 | 2,6896 | 2,5336 | 2,4205 | 2,3343 | 2,2662 | 2,2107 | 2,1646 |
| 31 | 4,1596 | 3,3048 | 2,9113 | 2,6787 | 2,5225 | 2,4094 | 2,3232 | 2,2549 | 2,1994 | 2,1532 |
| 32 | 4,1491 | 3,2945 | 2,9011 | 2,6684 | 2,5123 | 2,3991 | 2,3127 | 2,2444 | 2,1888 | 2,1425 |
| 33 | 4,1393 | 3,2849 | 2,8916 | 2,6589 | 2,5026 | 2,3894 | 2,3030 | 2,2346 | 2,1789 | 2,1325 |
| 34 | 4,1300 | 3,2759 | 2,8826 | 2,6499 | 2,4936 | 2,3803 | 2,2938 | 2,2253 | 2,1696 | 2,1231 |
| 35 | 4,1213 | 3,2674 | 2,8742 | 2,6415 | 2,4851 | 2,3718 | 2,2852 | 2,2167 | 2,1608 | 2,1143 |
| 36 | 4,1132 | 3,2594 | 2,8663 | 2,6335 | 2,4772 | 2,3638 | 2,2771 | 2,2085 | 2,1526 | 2,1061 |
| 37 | 4,1055 | 3,2519 | 2,8588 | 2,6261 | 2,4697 | 2,3562 | 2,2695 | 2,2008 | 2,1449 | 2,0982 |

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 4,0982 | 3,2448 | 2,8517 | 2,6190 | 2,4625 | 2,3490 | 2,2623 | 2,1936 | 2,1375 | 2,0909 |
| 39 | 4,0913 | 3,2381 | 2,8451 | 2,6123 | 2,4558 | 2,3423 | 2,2555 | 2,1867 | 2,1306 | 2,0839 |
| 40 | 4,0847 | 3,2317 | 2,8387 | 2,6060 | 2,4495 | 2,3359 | 2,2490 | 2,1802 | 2,1240 | 2,0772 |
| 41 | 4,0785 | 3,2257 | 2,8327 | 2,6000 | 2,4434 | 2,3298 | 2,2429 | 2,1740 | 2,1178 | 2,0710 |
| 42 | 4,0727 | 3,2199 | 2,8270 | 2,5943 | 2,4377 | 2,3240 | 2,2371 | 2,1681 | 2,1119 | 2,0650 |
| 43 | 4,0670 | 3,2145 | 2,8216 | 2,5888 | 2,4322 | 2,3185 | 2,2315 | 2,1625 | 2,1062 | 2,0593 |
| 44 | 4,0617 | 3,2093 | 2,8165 | 2,5837 | 2,4270 | 2,3133 | 2,2263 | 2,1572 | 2,1009 | 2,0539 |
| 45 | 4,0566 | 3,2043 | 2,8115 | 2,5787 | 2,4221 | 2,3083 | 2,2212 | 2,1521 | 2,0958 | 2,0487 |
| 46 | 4,0517 | 3,1996 | 2,8068 | 2,5740 | 2,4174 | 2,3035 | 2,2164 | 2,1473 | 2,0909 | 2,0438 |
| 47 | 4,0471 | 3,1951 | 2,8024 | 2,5695 | 2,4128 | 2,2990 | 2,2118 | 2,1427 | 2,0862 | 2,0391 |
| 48 | 4,0427 | 3,1907 | 2,7981 | 2,5652 | 2,4085 | 2,2946 | 2,2074 | 2,1382 | 2,0817 | 2,0346 |
| 49 | 4,0384 | 3,1866 | 2,7939 | 2,5611 | 2,4044 | 2,2904 | 2,2032 | 2,1340 | 2,0775 | 2,0303 |
| 50 | 4,0343 | 3,1826 | 2,7900 | 2,5572 | 2,4004 | 2,2864 | 2,1992 | 2,1299 | 2,0734 | 2,0261 |
| 55 | 4,0162 | 3,1650 | 2,7725 | 2,5397 | 2,3828 | 2,2687 | 2,1813 | 2,1119 | 2,0552 | 2,0078 |
| 60 | 4,0012 | 3,1504 | 2,7581 | 2,5252 | 2,3683 | 2,2541 | 2,1665 | 2,0970 | 2,0401 | 1,9926 |
| 65 | 3,9886 | 3,1381 | 2,7459 | 2,5130 | 2,3560 | 2,2417 | 2,1541 | 2,0844 | 2,0274 | 1,9798 |
| 70 | 3,9778 | 3,1277 | 2,7355 | 2,5027 | 2,3456 | 2,2312 | 2,1435 | 2,0737 | 2,0166 | 1,9689 |
| 75 | 3,9685 | 3,1186 | 2,7266 | 2,4937 | 2,3366 | 2,2221 | 2,1343 | 2,0644 | 2,0073 | 1,9594 |
| 80 | 3,9604 | 3,1108 | 2,7188 | 2,4859 | 2,3287 | 2,2142 | 2,1263 | 2,0564 | 1,9991 | 1,9512 |
| 85 | 3,9532 | 3,1038 | 2,7119 | 2,4790 | 2,3218 | 2,2072 | 2,1193 | 2,0493 | 1,9919 | 1,9440 |
| 90 | 3,9469 | 3,0977 | 2,7058 | 2,4729 | 2,3157 | 2,2011 | 2,1131 | 2,0430 | 1,9856 | 1,9376 |
| 95 | 3,9412 | 3,0922 | 2,7004 | 2,4675 | 2,3102 | 2,1955 | 2,1075 | 2,0374 | 1,9799 | 1,9318 |
| 100 | 3,9361 | 3,0873 | 2,6955 | 2,4626 | 2,3053 | 2,1906 | 2,1025 | 2,0323 | 1,9748 | 1,9267 |
| 110 | 3,9274 | 3,0788 | 2,6871 | 2,4542 | 2,2969 | 2,1821 | 2,0939 | 2,0236 | 1,9661 | 1,9178 |
| 120 | 3,9201 | 3,0718 | 2,6802 | 2,4472 | 2,2899 | 2,1750 | 2,0868 | 2,0164 | 1,9588 | 1,9105 |
| 130 | 3,9140 | 3,0658 | 2,6743 | 2,4414 | 2,2839 | 2,1690 | 2,0807 | 2,0103 | 1,9526 | 1,9042 |
| 140 | 3,9087 | 3,0608 | 2,6693 | 2,4363 | 2,2789 | 2,1639 | 2,0756 | 2,0051 | 1,9473 | 1,8989 |
| 150 | 3,9042 | 3,0564 | 2,6649 | 2,4320 | 2,2745 | 2,1595 | 2,0711 | 2,0006 | 1,9428 | 1,8943 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS



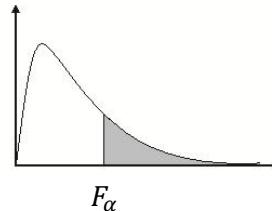
Tabel 6. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,025$

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 647,79 | 799,50 | 864,16 | 899,58 | 921,85 | 937,11 | 948,22 | 956,66 | 963,29 | 968,63 |
| 2 | 38,506 | 39,000 | 39,166 | 39,248 | 39,298 | 39,332 | 39,355 | 39,373 | 39,387 | 39,398 |
| 3 | 17,443 | 16,044 | 15,439 | 15,101 | 14,885 | 14,735 | 14,624 | 14,540 | 14,473 | 14,419 |
| 4 | 12,218 | 10,649 | 9,9792 | 9,6045 | 9,3645 | 9,1973 | 9,0741 | 8,9796 | 8,9047 | 8,8439 |
| 5 | 10,007 | 8,4336 | 7,7636 | 7,3879 | 7,1464 | 6,9777 | 6,8531 | 6,7572 | 6,6811 | 6,6192 |
| 6 | 8,8131 | 7,2599 | 6,5988 | 6,2272 | 5,9876 | 5,8198 | 5,6955 | 5,5996 | 5,5234 | 5,4613 |
| 7 | 8,0727 | 6,5415 | 5,8898 | 5,5226 | 5,2852 | 5,1186 | 4,9949 | 4,8993 | 4,8232 | 4,7611 |
| 8 | 7,5709 | 6,0595 | 5,4160 | 5,0526 | 4,8173 | 4,6517 | 4,5286 | 4,4333 | 4,3572 | 4,2951 |
| 9 | 7,2093 | 5,7147 | 5,0781 | 4,7181 | 4,4844 | 4,3197 | 4,1970 | 4,1020 | 4,0260 | 3,9639 |
| 10 | 6,9367 | 5,4564 | 4,8256 | 4,4683 | 4,2361 | 4,0721 | 3,9498 | 3,8549 | 3,7790 | 3,7168 |
| 11 | 6,7241 | 5,2559 | 4,6300 | 4,2751 | 4,0440 | 3,8807 | 3,7586 | 3,6638 | 3,5879 | 3,5257 |
| 12 | 6,5538 | 5,0959 | 4,4742 | 4,1212 | 3,8911 | 3,7283 | 3,6065 | 3,5118 | 3,4358 | 3,3736 |
| 13 | 6,4143 | 4,9653 | 4,3472 | 3,9959 | 3,7667 | 3,6043 | 3,4827 | 3,3880 | 3,3120 | 3,2497 |
| 14 | 6,2979 | 4,8567 | 4,2417 | 3,8919 | 3,6634 | 3,5014 | 3,3799 | 3,2853 | 3,2093 | 3,1469 |
| 15 | 6,1995 | 4,7650 | 4,1528 | 3,8043 | 3,5764 | 3,4147 | 3,2934 | 3,1987 | 3,1227 | 3,0602 |
| 16 | 6,1151 | 4,6867 | 4,0768 | 3,7294 | 3,5021 | 3,3406 | 3,2194 | 3,1248 | 3,0488 | 2,9862 |
| 17 | 6,0420 | 4,6189 | 4,0112 | 3,6648 | 3,4379 | 3,2767 | 3,1556 | 3,0610 | 2,9849 | 2,9222 |
| 18 | 5,9781 | 4,5597 | 3,9539 | 3,6083 | 3,3820 | 3,2209 | 3,0999 | 3,0053 | 2,9291 | 2,8664 |
| 19 | 5,9216 | 4,5075 | 3,9034 | 3,5587 | 3,3327 | 3,1718 | 3,0509 | 2,9563 | 2,8801 | 2,8172 |
| 20 | 5,8715 | 4,4613 | 3,8587 | 3,5147 | 3,2891 | 3,1283 | 3,0074 | 2,9128 | 2,8365 | 2,7737 |
| 21 | 5,8266 | 4,4199 | 3,8188 | 3,4754 | 3,2501 | 3,0895 | 2,9686 | 2,8740 | 2,7977 | 2,7348 |
| 22 | 5,7863 | 4,3828 | 3,7829 | 3,4401 | 3,2151 | 3,0546 | 2,9338 | 2,8392 | 2,7628 | 2,6998 |
| 23 | 5,7498 | 4,3492 | 3,7505 | 3,4083 | 3,1835 | 3,0232 | 2,9023 | 2,8077 | 2,7313 | 2,6682 |
| 24 | 5,7166 | 4,3187 | 3,7211 | 3,3794 | 3,1548 | 2,9946 | 2,8738 | 2,7791 | 2,7027 | 2,6396 |
| 25 | 5,6864 | 4,2909 | 3,6943 | 3,3530 | 3,1287 | 2,9685 | 2,8478 | 2,7531 | 2,6766 | 2,6135 |
| 26 | 5,6586 | 4,2655 | 3,6697 | 3,3289 | 3,1048 | 2,9447 | 2,8240 | 2,7293 | 2,6528 | 2,5896 |
| 27 | 5,6331 | 4,2421 | 3,6472 | 3,3067 | 3,0828 | 2,9228 | 2,8021 | 2,7074 | 2,6309 | 2,5676 |
| 28 | 5,6096 | 4,2205 | 3,6264 | 3,2863 | 3,0626 | 2,9027 | 2,7820 | 2,6872 | 2,6106 | 2,5473 |
| 29 | 5,5878 | 4,2006 | 3,6072 | 3,2674 | 3,0438 | 2,8840 | 2,7633 | 2,6686 | 2,5920 | 2,5286 |
| 30 | 5,5675 | 4,1821 | 3,5894 | 3,2499 | 3,0265 | 2,8667 | 2,7460 | 2,6513 | 2,5746 | 2,5112 |
| 31 | 5,5487 | 4,1648 | 3,5728 | 3,2336 | 3,0103 | 2,8506 | 2,7299 | 2,6352 | 2,5585 | 2,4950 |
| 32 | 5,5311 | 4,1488 | 3,5573 | 3,2185 | 2,9953 | 2,8356 | 2,7150 | 2,6202 | 2,5434 | 2,4799 |
| 33 | 5,5147 | 4,1338 | 3,5429 | 3,2043 | 2,9812 | 2,8216 | 2,7009 | 2,6061 | 2,5294 | 2,4658 |
| 34 | 5,4993 | 4,1197 | 3,5293 | 3,1910 | 2,9680 | 2,8085 | 2,6878 | 2,5930 | 2,5162 | 2,4526 |
| 35 | 5,4848 | 4,1065 | 3,5166 | 3,1785 | 2,9557 | 2,7961 | 2,6755 | 2,5807 | 2,5039 | 2,4403 |
| 36 | 5,4712 | 4,0941 | 3,5047 | 3,1668 | 2,9440 | 2,7846 | 2,6639 | 2,5691 | 2,4922 | 2,4286 |
| 37 | 5,4584 | 4,0824 | 3,4934 | 3,1557 | 2,9331 | 2,7736 | 2,6530 | 2,5581 | 2,4813 | 2,4176 |

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 5,4463 | 4,0713 | 3,4828 | 3,1453 | 2,9227 | 2,7633 | 2,6427 | 2,5478 | 2,4710 | 2,4072 |
| 39 | 5,4348 | 4,0609 | 3,4728 | 3,1354 | 2,9130 | 2,7536 | 2,6330 | 2,5381 | 2,4612 | 2,3974 |
| 40 | 5,4239 | 4,0510 | 3,4633 | 3,1261 | 2,9037 | 2,7444 | 2,6238 | 2,5289 | 2,4519 | 2,3882 |
| 41 | 5,4136 | 4,0416 | 3,4542 | 3,1173 | 2,8950 | 2,7356 | 2,6150 | 2,5201 | 2,4432 | 2,3794 |
| 42 | 5,4039 | 4,0327 | 3,4457 | 3,1089 | 2,8866 | 2,7273 | 2,6068 | 2,5118 | 2,4348 | 2,3710 |
| 43 | 5,3946 | 4,0242 | 3,4376 | 3,1009 | 2,8787 | 2,7195 | 2,5989 | 2,5039 | 2,4269 | 2,3631 |
| 44 | 5,3857 | 4,0162 | 3,4298 | 3,0933 | 2,8712 | 2,7120 | 2,5914 | 2,4964 | 2,4194 | 2,3555 |
| 45 | 5,3773 | 4,0085 | 3,4224 | 3,0860 | 2,8640 | 2,7048 | 2,5842 | 2,4892 | 2,4122 | 2,3483 |
| 46 | 5,3692 | 4,0012 | 3,4154 | 3,0791 | 2,8572 | 2,6980 | 2,5774 | 2,4824 | 2,4054 | 2,3414 |
| 47 | 5,3615 | 3,9942 | 3,4087 | 3,0725 | 2,8506 | 2,6915 | 2,5709 | 2,4759 | 2,3988 | 2,3348 |
| 48 | 5,3541 | 3,9875 | 3,4022 | 3,0662 | 2,8444 | 2,6852 | 2,5646 | 2,4696 | 2,3925 | 2,3286 |
| 49 | 5,3471 | 3,9811 | 3,3961 | 3,0602 | 2,8384 | 2,6793 | 2,5587 | 2,4637 | 2,3866 | 2,3226 |
| 50 | 5,3403 | 3,9749 | 3,3902 | 3,0544 | 2,8327 | 2,6736 | 2,5530 | 2,4579 | 2,3808 | 2,3168 |
| 55 | 5,3104 | 3,9477 | 3,3641 | 3,0288 | 2,8073 | 2,6483 | 2,5277 | 2,4326 | 2,3554 | 2,2913 |
| 60 | 5,2856 | 3,9253 | 3,3425 | 3,0077 | 2,7863 | 2,6274 | 2,5068 | 2,4117 | 2,3344 | 2,2702 |
| 65 | 5,2648 | 3,9064 | 3,3244 | 2,9899 | 2,7687 | 2,6098 | 2,4892 | 2,3941 | 2,3168 | 2,2525 |
| 70 | 5,2470 | 3,8903 | 3,3090 | 2,9748 | 2,7537 | 2,5949 | 2,4743 | 2,3791 | 2,3017 | 2,2374 |
| 75 | 5,2317 | 3,8764 | 3,2957 | 2,9617 | 2,7408 | 2,5820 | 2,4614 | 2,3662 | 2,2888 | 2,2244 |
| 80 | 5,2184 | 3,8643 | 3,2841 | 2,9504 | 2,7295 | 2,5708 | 2,4502 | 2,3549 | 2,2775 | 2,2130 |
| 85 | 5,2066 | 3,8537 | 3,2739 | 2,9404 | 2,7196 | 2,5609 | 2,4403 | 2,3451 | 2,2676 | 2,2031 |
| 90 | 5,1962 | 3,8443 | 3,2649 | 2,9315 | 2,7109 | 2,5522 | 2,4316 | 2,3363 | 2,2588 | 2,1942 |
| 95 | 5,1869 | 3,8359 | 3,2568 | 2,9237 | 2,7031 | 2,5444 | 2,4238 | 2,3285 | 2,2509 | 2,1864 |
| 100 | 5,1786 | 3,8284 | 3,2496 | 2,9166 | 2,6961 | 2,5374 | 2,4168 | 2,3215 | 2,2439 | 2,1793 |
| 110 | 5,1642 | 3,8154 | 3,2372 | 2,9044 | 2,6840 | 2,5254 | 2,4048 | 2,3094 | 2,2318 | 2,1671 |
| 120 | 5,1523 | 3,8046 | 3,2269 | 2,8943 | 2,6740 | 2,5154 | 2,3948 | 2,2994 | 2,2217 | 2,1570 |
| 130 | 5,1423 | 3,7956 | 3,2182 | 2,8858 | 2,6656 | 2,5070 | 2,3864 | 2,2910 | 2,2133 | 2,1485 |
| 140 | 5,1337 | 3,7878 | 3,2108 | 2,8785 | 2,6583 | 2,4998 | 2,3792 | 2,2838 | 2,2060 | 2,1412 |
| 150 | 5,1263 | 3,7811 | 3,2044 | 2,8722 | 2,6521 | 2,4936 | 2,3730 | 2,2775 | 2,1998 | 2,1349 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

Tabel 7. Tabel F dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,01$



| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 4052,2 | 4999,5 | 5403,4 | 5624,6 | 5763,7 | 5859,0 | 5928,4 | 5981,1 | 6022,5 | 6055,9 |
| 2 | 98,503 | 99,000 | 99,166 | 99,249 | 99,299 | 99,333 | 99,356 | 99,374 | 99,388 | 99,399 |
| 3 | 34,116 | 30,817 | 29,457 | 28,710 | 28,237 | 27,911 | 27,672 | 27,489 | 27,345 | 27,229 |
| 4 | 21,198 | 18,000 | 16,694 | 15,977 | 15,522 | 15,207 | 14,976 | 14,799 | 14,659 | 14,546 |
| 5 | 16,258 | 13,274 | 12,060 | 11,392 | 10,967 | 10,672 | 10,456 | 10,289 | 10,158 | 10,051 |
| 6 | 13,745 | 10,925 | 9,7795 | 9,1483 | 8,7459 | 8,4661 | 8,2600 | 8,1017 | 7,9761 | 7,8741 |
| 7 | 12,246 | 9,5466 | 8,4513 | 7,8466 | 7,4604 | 7,1914 | 6,9928 | 6,8400 | 6,7188 | 6,6201 |
| 8 | 11,257 | 8,6491 | 7,5910 | 7,0061 | 6,6318 | 6,3707 | 6,1776 | 6,0289 | 5,9106 | 5,8143 |
| 9 | 10,561 | 8,0215 | 6,9919 | 6,4221 | 6,0569 | 5,8018 | 5,6129 | 5,4671 | 5,3511 | 5,2565 |
| 10 | 10,0443 | 7,5594 | 6,5523 | 5,9943 | 5,6363 | 5,3858 | 5,2001 | 5,0567 | 4,9424 | 4,8491 |
| 11 | 9,6460 | 7,2057 | 6,2167 | 5,6683 | 5,3160 | 5,0692 | 4,8861 | 4,7445 | 4,6315 | 4,5393 |
| 12 | 9,3302 | 6,9266 | 5,9525 | 5,4120 | 5,0643 | 4,8206 | 4,6395 | 4,4994 | 4,3875 | 4,2961 |
| 13 | 9,0738 | 6,7010 | 5,7394 | 5,2053 | 4,8616 | 4,6204 | 4,4410 | 4,3021 | 4,1911 | 4,1003 |
| 14 | 8,8616 | 6,5149 | 5,5639 | 5,0354 | 4,6950 | 4,4558 | 4,2779 | 4,1399 | 4,0297 | 3,9394 |
| 15 | 8,6831 | 6,3589 | 5,4170 | 4,8932 | 4,5556 | 4,3183 | 4,1415 | 4,0045 | 3,8948 | 3,8049 |
| 16 | 8,5310 | 6,2262 | 5,2922 | 4,7726 | 4,4374 | 4,2016 | 4,0259 | 3,8896 | 3,7804 | 3,6909 |
| 17 | 8,3997 | 6,1121 | 5,1850 | 4,6690 | 4,3359 | 4,1015 | 3,9267 | 3,7910 | 3,6822 | 3,5931 |
| 18 | 8,2854 | 6,0129 | 5,0919 | 4,5790 | 4,2479 | 4,0146 | 3,8406 | 3,7054 | 3,5971 | 3,5082 |
| 19 | 8,1849 | 5,9259 | 5,0103 | 4,5003 | 4,1708 | 3,9386 | 3,7653 | 3,6305 | 3,5225 | 3,4338 |
| 20 | 8,0960 | 5,8489 | 4,9382 | 4,4307 | 4,1027 | 3,8714 | 3,6987 | 3,5644 | 3,4567 | 3,3682 |
| 21 | 8,0166 | 5,7804 | 4,8740 | 4,3688 | 4,0421 | 3,8117 | 3,6396 | 3,5056 | 3,3981 | 3,3098 |
| 22 | 7,9454 | 5,7190 | 4,8166 | 4,3134 | 3,9880 | 3,7583 | 3,5867 | 3,4530 | 3,3458 | 3,2576 |
| 23 | 7,8811 | 5,6637 | 4,7649 | 4,2636 | 3,9392 | 3,7102 | 3,5390 | 3,4057 | 3,2986 | 3,2106 |
| 24 | 7,8229 | 5,6136 | 4,7181 | 4,2184 | 3,8951 | 3,6667 | 3,4959 | 3,3629 | 3,2560 | 3,1681 |
| 25 | 7,7698 | 5,5680 | 4,6755 | 4,1774 | 3,8550 | 3,6272 | 3,4568 | 3,3239 | 3,2172 | 3,1294 |
| 26 | 7,7213 | 5,5263 | 4,6366 | 4,1400 | 3,8183 | 3,5911 | 3,4210 | 3,2884 | 3,1818 | 3,0941 |
| 27 | 7,6767 | 5,4881 | 4,6009 | 4,1056 | 3,7848 | 3,5580 | 3,3882 | 3,2558 | 3,1494 | 3,0618 |
| 28 | 7,6356 | 5,4529 | 4,5681 | 4,0740 | 3,7539 | 3,5276 | 3,3581 | 3,2259 | 3,1195 | 3,0320 |
| 29 | 7,5977 | 5,4204 | 4,5378 | 4,0449 | 3,7254 | 3,4995 | 3,3303 | 3,1982 | 3,0920 | 3,0045 |
| 30 | 7,5625 | 5,3903 | 4,5097 | 4,0179 | 3,6990 | 3,4735 | 3,3045 | 3,1726 | 3,0665 | 2,9791 |
| 31 | 7,5298 | 5,3624 | 4,4837 | 3,9928 | 3,6745 | 3,4493 | 3,2806 | 3,1489 | 3,0428 | 2,9555 |
| 32 | 7,4993 | 5,3363 | 4,4594 | 3,9695 | 3,6517 | 3,4269 | 3,2583 | 3,1267 | 3,0208 | 2,9335 |
| 33 | 7,4708 | 5,3120 | 4,4368 | 3,9477 | 3,6305 | 3,4059 | 3,2376 | 3,1061 | 3,0003 | 2,9130 |
| 34 | 7,4441 | 5,2893 | 4,4156 | 3,9273 | 3,6106 | 3,3863 | 3,2182 | 3,0868 | 2,9810 | 2,8938 |
| 35 | 7,4191 | 5,2679 | 4,3957 | 3,9082 | 3,5919 | 3,3679 | 3,2000 | 3,0687 | 2,9630 | 2,8758 |
| 36 | 7,3956 | 5,2479 | 4,3771 | 3,8903 | 3,5744 | 3,3507 | 3,1829 | 3,0517 | 2,9461 | 2,8589 |
| 37 | 7,3734 | 5,2290 | 4,3595 | 3,8734 | 3,5579 | 3,3344 | 3,1668 | 3,0357 | 2,9302 | 2,8431 |

| Derajat Bebas Penyebut (db2) | Derajat Bebas Pembilang (db1) | | | | | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 38 | 7,3525 | 5,2112 | 4,3430 | 3,8575 | 3,5424 | 3,3191 | 3,1516 | 3,0207 | 2,9151 | 2,8281 |
| 39 | 7,3328 | 5,1944 | 4,3274 | 3,8425 | 3,5277 | 3,3047 | 3,1373 | 3,0064 | 2,9010 | 2,8139 |
| 40 | 7,3141 | 5,1785 | 4,3126 | 3,8283 | 3,5138 | 3,2910 | 3,1238 | 2,9930 | 2,8876 | 2,8005 |
| 41 | 7,2964 | 5,1634 | 4,2986 | 3,8148 | 3,5007 | 3,2781 | 3,1109 | 2,9802 | 2,8749 | 2,7879 |
| 42 | 7,2796 | 5,1491 | 4,2853 | 3,8021 | 3,4882 | 3,2658 | 3,0988 | 2,9681 | 2,8628 | 2,7759 |
| 43 | 7,2636 | 5,1356 | 4,2727 | 3,7899 | 3,4764 | 3,2541 | 3,0872 | 2,9567 | 2,8514 | 2,7644 |
| 44 | 7,2484 | 5,1226 | 4,2606 | 3,7784 | 3,4651 | 3,2430 | 3,0762 | 2,9457 | 2,8405 | 2,7536 |
| 45 | 7,2339 | 5,1103 | 4,2492 | 3,7674 | 3,4544 | 3,2325 | 3,0658 | 2,9353 | 2,8301 | 2,7432 |
| 46 | 7,2200 | 5,0986 | 4,2383 | 3,7570 | 3,4442 | 3,2224 | 3,0558 | 2,9254 | 2,8203 | 2,7334 |
| 47 | 7,2068 | 5,0874 | 4,2279 | 3,7470 | 3,4344 | 3,2128 | 3,0463 | 2,9160 | 2,8108 | 2,7240 |
| 48 | 7,1942 | 5,0767 | 4,2180 | 3,7374 | 3,4251 | 3,2036 | 3,0372 | 2,9069 | 2,8018 | 2,7150 |
| 49 | 7,1821 | 5,0664 | 4,2084 | 3,7283 | 3,4162 | 3,1948 | 3,0285 | 2,8983 | 2,7932 | 2,7064 |
| 50 | 7,1706 | 5,0566 | 4,1993 | 3,7195 | 3,4077 | 3,1864 | 3,0202 | 2,8900 | 2,7850 | 2,6981 |
| 55 | 7,1194 | 5,0132 | 4,1591 | 3,6809 | 3,3700 | 3,1493 | 2,9834 | 2,8534 | 2,7485 | 2,6617 |
| 60 | 7,0771 | 4,9774 | 4,1259 | 3,6490 | 3,3389 | 3,1187 | 2,9530 | 2,8233 | 2,7185 | 2,6318 |
| 65 | 7,0416 | 4,9474 | 4,0981 | 3,6223 | 3,3128 | 3,0930 | 2,9276 | 2,7980 | 2,6933 | 2,6066 |
| 70 | 7,0114 | 4,9219 | 4,0744 | 3,5996 | 3,2907 | 3,0712 | 2,9060 | 2,7765 | 2,6719 | 2,5852 |
| 75 | 6,9854 | 4,8999 | 4,0540 | 3,5801 | 3,2716 | 3,0524 | 2,8874 | 2,7580 | 2,6534 | 2,5668 |
| 80 | 6,9627 | 4,8807 | 4,0363 | 3,5631 | 3,2550 | 3,0361 | 2,8713 | 2,7420 | 2,6374 | 2,5508 |
| 85 | 6,9428 | 4,8639 | 4,0207 | 3,5482 | 3,2405 | 3,0218 | 2,8571 | 2,7279 | 2,6233 | 2,5368 |
| 90 | 6,9251 | 4,8491 | 4,0070 | 3,5350 | 3,2276 | 3,0091 | 2,8445 | 2,7154 | 2,6109 | 2,5243 |
| 95 | 6,9094 | 4,8358 | 3,9947 | 3,5232 | 3,2162 | 2,9978 | 2,8333 | 2,7042 | 2,5998 | 2,5132 |
| 100 | 6,8953 | 4,8239 | 3,9837 | 3,5127 | 3,2059 | 2,9877 | 2,8233 | 2,6943 | 2,5898 | 2,5033 |
| 110 | 6,8710 | 4,8035 | 3,9648 | 3,4946 | 3,1882 | 2,9703 | 2,8061 | 2,6771 | 2,5727 | 2,4862 |
| 120 | 6,8509 | 4,7865 | 3,9491 | 3,4795 | 3,1735 | 2,9559 | 2,7918 | 2,6629 | 2,5586 | 2,4721 |
| 130 | 6,8339 | 4,7722 | 3,9359 | 3,4669 | 3,1612 | 2,9437 | 2,7797 | 2,6509 | 2,5466 | 2,4602 |
| 140 | 6,8194 | 4,7600 | 3,9246 | 3,4561 | 3,1507 | 2,9333 | 2,7695 | 2,6407 | 2,5365 | 2,4500 |
| 150 | 6,8069 | 4,7495 | 3,9149 | 3,4467 | 3,1416 | 2,9244 | 2,7606 | 2,6319 | 2,5277 | 2,4412 |

Catatan: Tabel ini dibuat dengan menggunakan SPSS

Tabel 8. Tabel Durbin Watson dengan Taraf Signifikansi $\alpha = 0,05$

| n | k = 1 | | k = 2 | | k = 3 | | k = 4 | | k = 5 | |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | d _L | d _U |
| 6 | 0,6102 | 1,4002 | | | | | | | | |
| 7 | 0,6996 | 1,3564 | 0,4672 | 1,8964 | | | | | | |
| 8 | 0,7629 | 1,3324 | 0,5591 | 1,7771 | 0,3674 | 2,2866 | | | | |
| 9 | 0,8243 | 1,3199 | 0,6291 | 1,6993 | 0,4548 | 2,1282 | 0,2957 | 2,5881 | | |
| 10 | 0,8791 | 1,3197 | 0,6972 | 1,6413 | 0,5253 | 2,0163 | 0,3760 | 2,4137 | 0,2427 | 2,8217 |
| 11 | 0,9273 | 1,3241 | 0,7580 | 1,6044 | 0,5948 | 1,9280 | 0,4441 | 2,2833 | 0,3155 | 2,6446 |
| 12 | 0,9708 | 1,3314 | 0,8122 | 1,5794 | 0,6577 | 1,8640 | 0,5120 | 2,1766 | 0,3796 | 2,5061 |
| 13 | 1,0097 | 1,3404 | 0,8612 | 1,5621 | 0,7147 | 1,8159 | 0,5745 | 2,0943 | 0,4445 | 2,3897 |
| 14 | 1,0450 | 1,3503 | 0,9054 | 1,5507 | 0,7667 | 1,7788 | 0,6321 | 2,0296 | 0,5052 | 2,2959 |
| 15 | 1,0770 | 1,3605 | 0,9455 | 1,5432 | 0,8140 | 1,7501 | 0,6852 | 1,9774 | 0,5620 | 2,2198 |
| 16 | 1,1062 | 1,3709 | 0,9820 | 1,5386 | 0,8572 | 1,7277 | 0,7340 | 1,9351 | 0,6150 | 2,1567 |
| 17 | 1,1330 | 1,3812 | 1,0154 | 1,5361 | 0,8968 | 1,7101 | 0,7790 | 1,9005 | 0,6641 | 2,1041 |
| 18 | 1,1576 | 1,3913 | 1,0461 | 1,5353 | 0,9331 | 1,6961 | 0,8204 | 1,8719 | 0,7098 | 2,0600 |
| 19 | 1,1804 | 1,4012 | 1,0743 | 1,5355 | 0,9666 | 1,6851 | 0,8588 | 1,8482 | 0,7523 | 2,0226 |
| 20 | 1,2015 | 1,4107 | 1,1004 | 1,5367 | 0,9976 | 1,6763 | 0,8943 | 1,8283 | 0,7918 | 1,9908 |
| 21 | 1,2212 | 1,4200 | 1,1246 | 1,5385 | 1,0262 | 1,6694 | 0,9272 | 1,8116 | 0,8286 | 1,9635 |
| 22 | 1,2395 | 1,4289 | 1,1471 | 1,5408 | 1,0529 | 1,6640 | 0,9578 | 1,7974 | 0,8629 | 1,9400 |
| 23 | 1,2567 | 1,4375 | 1,1682 | 1,5435 | 1,0778 | 1,6597 | 0,9864 | 1,7855 | 0,8949 | 1,9196 |
| 24 | 1,2728 | 1,4458 | 1,1878 | 1,5464 | 1,1010 | 1,6565 | 1,0131 | 1,7753 | 0,9249 | 1,9018 |
| 25 | 1,2879 | 1,4537 | 1,2063 | 1,5495 | 1,1228 | 1,6540 | 1,0381 | 1,7666 | 0,9530 | 1,8863 |
| 26 | 1,3022 | 1,4614 | 1,2236 | 1,5528 | 1,1432 | 1,6523 | 1,0616 | 1,7591 | 0,9794 | 1,8727 |
| 27 | 1,3157 | 1,4688 | 1,2399 | 1,5562 | 1,1624 | 1,6510 | 1,0836 | 1,7527 | 1,0042 | 1,8608 |
| 28 | 1,3284 | 1,4759 | 1,2553 | 1,5596 | 1,1805 | 1,6503 | 1,1044 | 1,7473 | 1,0276 | 1,8502 |
| 29 | 1,3405 | 1,4828 | 1,2699 | 1,5631 | 1,1976 | 1,6499 | 1,1241 | 1,7426 | 1,0497 | 1,8409 |
| 30 | 1,3520 | 1,4894 | 1,2837 | 1,5666 | 1,2138 | 1,6498 | 1,1426 | 1,7386 | 1,0706 | 1,8326 |
| 31 | 1,3630 | 1,4957 | 1,2969 | 1,5701 | 1,2292 | 1,6500 | 1,1602 | 1,7352 | 1,0904 | 1,8252 |
| 32 | 1,3734 | 1,5019 | 1,3093 | 1,5736 | 1,2437 | 1,6505 | 1,1769 | 1,7323 | 1,1092 | 1,8187 |
| 33 | 1,3834 | 1,5078 | 1,3212 | 1,5770 | 1,2576 | 1,6511 | 1,1927 | 1,7298 | 1,1270 | 1,8128 |
| 34 | 1,3929 | 1,5136 | 1,3325 | 1,5805 | 1,2707 | 1,6519 | 1,2078 | 1,7277 | 1,1439 | 1,8076 |
| 35 | 1,4019 | 1,5191 | 1,3433 | 1,5838 | 1,2833 | 1,6528 | 1,2221 | 1,7259 | 1,1601 | 1,8029 |
| 36 | 1,4107 | 1,5245 | 1,3537 | 1,5872 | 1,2953 | 1,6539 | 1,2358 | 1,7245 | 1,1755 | 1,7987 |
| 37 | 1,4190 | 1,5297 | 1,3635 | 1,5904 | 1,3068 | 1,6550 | 1,2489 | 1,7233 | 1,1901 | 1,7950 |
| 38 | 1,4270 | 1,5348 | 1,3730 | 1,5937 | 1,3177 | 1,6563 | 1,2614 | 1,7223 | 1,2042 | 1,7916 |
| 39 | 1,4347 | 1,5396 | 1,3821 | 1,5969 | 1,3283 | 1,6575 | 1,2734 | 1,7215 | 1,2176 | 1,7886 |
| 40 | 1,4421 | 1,5444 | 1,3908 | 1,6000 | 1,3384 | 1,6589 | 1,2848 | 1,7209 | 1,2305 | 1,7859 |
| 41 | 1,4493 | 1,5490 | 1,3992 | 1,6031 | 1,3480 | 1,6603 | 1,2958 | 1,7205 | 1,2428 | 1,7835 |
| 42 | 1,4562 | 1,5534 | 1,4073 | 1,6061 | 1,3573 | 1,6617 | 1,3064 | 1,7202 | 1,2546 | 1,7814 |
| 43 | 1,4628 | 1,5577 | 1,4151 | 1,6091 | 1,3663 | 1,6632 | 1,3166 | 1,7200 | 1,2660 | 1,7794 |
| 44 | 1,4692 | 1,5619 | 1,4226 | 1,6120 | 1,3749 | 1,6647 | 1,3263 | 1,7200 | 1,2769 | 1,7777 |
| 45 | 1,4754 | 1,5660 | 1,4298 | 1,6148 | 1,3832 | 1,6662 | 1,3357 | 1,7200 | 1,2874 | 1,7762 |
| 46 | 1,4814 | 1,5700 | 1,4368 | 1,6176 | 1,3912 | 1,6677 | 1,3448 | 1,7201 | 1,2976 | 1,7748 |
| 47 | 1,4872 | 1,5739 | 1,4435 | 1,6204 | 1,3989 | 1,6692 | 1,3535 | 1,7203 | 1,3073 | 1,7736 |
| 48 | 1,4928 | 1,5776 | 1,4500 | 1,6231 | 1,4064 | 1,6708 | 1,3619 | 1,7206 | 1,3167 | 1,7725 |
| 49 | 1,4982 | 1,5813 | 1,4564 | 1,6257 | 1,4136 | 1,6723 | 1,3701 | 1,7210 | 1,3258 | 1,7716 |
| 50 | 1,5035 | 1,5849 | 1,4625 | 1,6283 | 1,4206 | 1,6739 | 1,3779 | 1,7214 | 1,3346 | 1,7708 |

| n | $k = 1$ | | $k = 2$ | | $k = 3$ | | $k = 4$ | | $k = 5$ | |
|-----|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|
| | d_L | d_U |
| 51 | 1,5086 | 1,5884 | 1,4684 | 1,6309 | 1,4273 | 1,6754 | 1,3855 | 1,7218 | 1,3431 | 1,7701 |
| 52 | 1,5135 | 1,5917 | 1,4741 | 1,6334 | 1,4339 | 1,6769 | 1,3929 | 1,7223 | 1,3512 | 1,7694 |
| 53 | 1,5183 | 1,5951 | 1,4797 | 1,6359 | 1,4402 | 1,6785 | 1,4000 | 1,7228 | 1,3592 | 1,7689 |
| 54 | 1,5230 | 1,5983 | 1,4851 | 1,6383 | 1,4464 | 1,6800 | 1,4069 | 1,7234 | 1,3669 | 1,7684 |
| 55 | 1,5276 | 1,6014 | 1,4903 | 1,6406 | 1,4523 | 1,6815 | 1,4136 | 1,7240 | 1,3743 | 1,7681 |
| 56 | 1,5320 | 1,6045 | 1,4954 | 1,6430 | 1,4581 | 1,6830 | 1,4201 | 1,7246 | 1,3815 | 1,7678 |
| 57 | 1,5363 | 1,6075 | 1,5004 | 1,6452 | 1,4637 | 1,6845 | 1,4264 | 1,7253 | 1,3885 | 1,7675 |
| 58 | 1,5405 | 1,6105 | 1,5052 | 1,6475 | 1,4692 | 1,6860 | 1,4325 | 1,7259 | 1,3953 | 1,7673 |
| 59 | 1,5446 | 1,6134 | 1,5099 | 1,6497 | 1,4745 | 1,6875 | 1,4385 | 1,7266 | 1,4019 | 1,7672 |
| 60 | 1,5485 | 1,6162 | 1,5144 | 1,6518 | 1,4797 | 1,6889 | 1,4443 | 1,7274 | 1,4083 | 1,7671 |
| 61 | 1,5524 | 1,6189 | 1,5189 | 1,6540 | 1,4847 | 1,6904 | 1,4499 | 1,7281 | 1,4146 | 1,7671 |
| 62 | 1,5562 | 1,6216 | 1,5232 | 1,6561 | 1,4896 | 1,6918 | 1,4554 | 1,7288 | 1,4206 | 1,7671 |
| 63 | 1,5599 | 1,6243 | 1,5274 | 1,6581 | 1,4943 | 1,6932 | 1,4607 | 1,7296 | 1,4265 | 1,7671 |
| 64 | 1,5635 | 1,6268 | 1,5315 | 1,6601 | 1,4990 | 1,6946 | 1,4659 | 1,7303 | 1,4322 | 1,7672 |
| 65 | 1,5670 | 1,6294 | 1,5355 | 1,6621 | 1,5035 | 1,6960 | 1,4709 | 1,7311 | 1,4378 | 1,7673 |
| 66 | 1,5704 | 1,6318 | 1,5395 | 1,6640 | 1,5079 | 1,6974 | 1,4758 | 1,7319 | 1,4433 | 1,7675 |
| 67 | 1,5738 | 1,6343 | 1,5433 | 1,6660 | 1,5122 | 1,6988 | 1,4806 | 1,7327 | 1,4486 | 1,7676 |
| 68 | 1,5771 | 1,6367 | 1,5470 | 1,6678 | 1,5164 | 1,7001 | 1,4853 | 1,7335 | 1,4537 | 1,7678 |
| 69 | 1,5803 | 1,6390 | 1,5507 | 1,6697 | 1,5205 | 1,7015 | 1,4899 | 1,7343 | 1,4588 | 1,7680 |
| 70 | 1,5834 | 1,6413 | 1,5542 | 1,6715 | 1,5245 | 1,7028 | 1,4943 | 1,7351 | 1,4637 | 1,7683 |
| 71 | 1,5865 | 1,6435 | 1,5577 | 1,6733 | 1,5284 | 1,7041 | 1,4987 | 1,7358 | 1,4685 | 1,7685 |
| 72 | 1,5895 | 1,6457 | 1,5611 | 1,6751 | 1,5323 | 1,7054 | 1,5029 | 1,7366 | 1,4732 | 1,7688 |
| 73 | 1,5924 | 1,6479 | 1,5645 | 1,6768 | 1,5360 | 1,7067 | 1,5071 | 1,7375 | 1,4778 | 1,7691 |
| 74 | 1,5953 | 1,6500 | 1,5677 | 1,6785 | 1,5397 | 1,7079 | 1,5112 | 1,7383 | 1,4822 | 1,7694 |
| 75 | 1,5981 | 1,6521 | 1,5709 | 1,6802 | 1,5432 | 1,7092 | 1,5151 | 1,7390 | 1,4866 | 1,7698 |
| 76 | 1,6009 | 1,6541 | 1,5740 | 1,6819 | 1,5467 | 1,7104 | 1,5190 | 1,7399 | 1,4909 | 1,7701 |
| 77 | 1,6036 | 1,6561 | 1,5771 | 1,6835 | 1,5502 | 1,7117 | 1,5228 | 1,7407 | 1,4950 | 1,7704 |
| 78 | 1,6063 | 1,6581 | 1,5801 | 1,6851 | 1,5535 | 1,7129 | 1,5265 | 1,7415 | 1,4991 | 1,7708 |
| 79 | 1,6089 | 1,6601 | 1,5830 | 1,6867 | 1,5568 | 1,7141 | 1,5302 | 1,7423 | 1,5031 | 1,7712 |
| 80 | 1,6114 | 1,6620 | 1,5859 | 1,6882 | 1,5600 | 1,7153 | 1,5337 | 1,7430 | 1,5070 | 1,7716 |
| 81 | 1,6139 | 1,6639 | 1,5888 | 1,6898 | 1,5632 | 1,7164 | 1,5372 | 1,7438 | 1,5109 | 1,7720 |
| 82 | 1,6164 | 1,6657 | 1,5915 | 1,6913 | 1,5663 | 1,7176 | 1,5406 | 1,7446 | 1,5146 | 1,7724 |
| 83 | 1,6188 | 1,6675 | 1,5942 | 1,6928 | 1,5693 | 1,7187 | 1,5440 | 1,7454 | 1,5183 | 1,7728 |
| 84 | 1,6212 | 1,6693 | 1,5969 | 1,6942 | 1,5723 | 1,7199 | 1,5472 | 1,7462 | 1,5219 | 1,7732 |
| 85 | 1,6235 | 1,6711 | 1,5995 | 1,6957 | 1,5752 | 1,7210 | 1,5505 | 1,7470 | 1,5254 | 1,7736 |
| 86 | 1,6258 | 1,6728 | 1,6021 | 1,6971 | 1,5780 | 1,7221 | 1,5536 | 1,7478 | 1,5289 | 1,7740 |
| 87 | 1,6280 | 1,6745 | 1,6046 | 1,6985 | 1,5808 | 1,7232 | 1,5567 | 1,7485 | 1,5322 | 1,7745 |
| 88 | 1,6302 | 1,6762 | 1,6071 | 1,6999 | 1,5836 | 1,7243 | 1,5597 | 1,7493 | 1,5356 | 1,7749 |
| 89 | 1,6324 | 1,6778 | 1,6095 | 1,7013 | 1,5863 | 1,7254 | 1,5627 | 1,7501 | 1,5388 | 1,7754 |
| 90 | 1,6345 | 1,6794 | 1,6119 | 1,7026 | 1,5889 | 1,7264 | 1,5656 | 1,7508 | 1,5420 | 1,7758 |
| 91 | 1,6366 | 1,6810 | 1,6143 | 1,7040 | 1,5915 | 1,7275 | 1,5685 | 1,7516 | 1,5452 | 1,7763 |
| 92 | 1,6387 | 1,6826 | 1,6166 | 1,7053 | 1,5941 | 1,7285 | 1,5713 | 1,7523 | 1,5482 | 1,7767 |
| 93 | 1,6407 | 1,6841 | 1,6188 | 1,7066 | 1,5966 | 1,7295 | 1,5741 | 1,7531 | 1,5513 | 1,7772 |
| 94 | 1,6427 | 1,6857 | 1,6211 | 1,7078 | 1,5991 | 1,7306 | 1,5768 | 1,7538 | 1,5542 | 1,7776 |
| 95 | 1,6447 | 1,6872 | 1,6233 | 1,7091 | 1,6015 | 1,7316 | 1,5795 | 1,7546 | 1,5572 | 1,7781 |
| 96 | 1,6466 | 1,6887 | 1,6254 | 1,7103 | 1,6039 | 1,7326 | 1,5821 | 1,7553 | 1,5600 | 1,7785 |
| 97 | 1,6485 | 1,6901 | 1,6275 | 1,7116 | 1,6063 | 1,7335 | 1,5847 | 1,7560 | 1,5628 | 1,7790 |

| <i>n</i> | <i>k = 1</i> | | <i>k = 2</i> | | <i>k = 3</i> | | <i>k = 4</i> | | <i>k = 5</i> | |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | <i>d_L</i> | <i>d_U</i> |
| 98 | 1,6504 | 1,6916 | 1,6296 | 1,7128 | 1,6086 | 1,7345 | 1,5872 | 1,7567 | 1,5656 | 1,7795 |
| 99 | 1,6522 | 1,6930 | 1,6317 | 1,7140 | 1,6108 | 1,7355 | 1,5897 | 1,7575 | 1,5683 | 1,7799 |
| 100 | 1,6540 | 1,6944 | 1,6337 | 1,7152 | 1,6131 | 1,7364 | 1,5922 | 1,7582 | 1,5710 | 1,7804 |

Sumber: www.stanford.edu/~clint/bench/dwcrit.htm.

Untuk taraf signifikansi 0,025 dan 0,01 dapat dilihat pada laman tersebut.

Tabel 9. Tabel Lilliefors

| Ukuran Sampel <i>n</i> | Tarat Signifikansi (α) | | | | |
|---------------------------|---------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | 0,20 | 0,15 | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 4 | 0,300 | 0,319 | 0,352 | 0,381 | 0,417 |
| 5 | 0,285 | 0,299 | 0,315 | 0,337 | 0,405 |
| 6 | 0,265 | 0,277 | 0,294 | 0,319 | 0,364 |
| 7 | 0,247 | 0,258 | 0,276 | 0,300 | 0,348 |
| 8 | 0,233 | 0,244 | 0,261 | 0,285 | 0,331 |
| 9 | 0,223 | 0,233 | 0,249 | 0,271 | 0,311 |
| 10 | 0,215 | 0,224 | 0,239 | 0,258 | 0,294 |
| 11 | 0,206 | 0,217 | 0,230 | 0,249 | 0,284 |
| 12 | 0,199 | 0,212 | 0,223 | 0,242 | 0,275 |
| 13 | 0,190 | 0,202 | 0,214 | 0,234 | 0,268 |
| 14 | 0,183 | 0,194 | 0,207 | 0,227 | 0,261 |
| 15 | 0,177 | 0,187 | 0,201 | 0,220 | 0,257 |
| 16 | 0,173 | 0,182 | 0,195 | 0,213 | 0,250 |
| 17 | 0,169 | 0,177 | 0,189 | 0,216 | 0,245 |
| 18 | 0,166 | 0,173 | 0,184 | 0,200 | 0,239 |
| 19 | 0,163 | 0,169 | 0,179 | 0,195 | 0,235 |
| 20 | 0,160 | 0,166 | 0,174 | 0,190 | 0,231 |
| 25 | 0,149 | 0,153 | 0,165 | 0,180 | 0,203 |
| 30 | 0,131 | 0,136 | 0,144 | 0,161 | 0,187 |
| > 30 | 0,736/ \sqrt{n} | 0,768/ \sqrt{n} | 0,805/ \sqrt{n} | 0,886/ \sqrt{n} | 1,031/ \sqrt{n} |

Sumber: *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 62, No. 318. (Jun., 1967), hal. 399-402.

Daftar Pustaka

- Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*, Edisi 5 (terjemahan), Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Bain, L.J. dan Engelhardt, M. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, 2nd Ed. California: Duxbury Press.
- Gujarati, D.N. *Basic Econometrics*, 4th Ed. <http://egei.vse.cz/english/wp-content/uploads/2012/08/Basic-Econometrics.pdf>.
- Lilliefors, H.W. 1967. On the Kolmogorov-Smirnov test for Normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 62, No. 318 hal. 399-402.
- Montgomery, D.C. 1991. *Design and Analysis of Experiments*, 3rd Ed. New York: John Wiley & Sons.
- McClave, J.T., Benson, P.G. dan Sincich, T. 2008. *Statistics for Business & Economics*, 10th Ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Myers, R.H. 1990. *Classical and Modern Regression with Applications*, 2nd Ed. Boston: PWS-KENT Publishing Company.
- Myers, R.H. dan Milton, J.S. 1991. *A First Course in the Theory of Linear Statistical Models*. Boston: PWS-KENT Publishing Company.
- Osborne, J. dan Waters, A. 2002. Four assumptions of multiple regression that researchers should always test. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 8(2). Diunduh dari <http://PAREonline.net/getvn.asp?v=8&n=2>.
- Sen, A. dan Srivastava, M. 1990. *Regression Analysis: Theory, Methods, and Applications*. New York: Springer-Verlag.

