

Pedro Gabriel Rao Paiva 14602400

Foi feito o código que resolvesse as equações de movimento usando a função ODE45 e plotasse os ângulos q1 e q2 além de gerar uma pequena animação do movimento para facilitar a interpretação dos resultados.

```
%% Variáveis de entrada e constantes definidas
J1 = 1.266;    % Momento de inércia braço 1
J2 = 0.093;    % Momento de inércia braço 2
m1 = 23.902;   % Massa braço 1
m2 = 3.88;     % Massa braço 2
M = 0;         % Massa carga útil
l1 = 0.0910;   % Distância do eixo ao centro de massa do braço 1
l2 = 0.0480;   % Distância do eixo ao centro de massa do braço 2
L1 = 0.45;     % Comprimento do primeiro braço
L2 = 0.45;     % Comprimento do segundo braço
g = 9.81;     % Gravidade

A = m2*l2 + M*L2;
B = g*(m1*l1 + M*L1 + m2*L1);
C = m1*l1^2 + m2*L1^2 + M*L1^2 + J1;
D = m2*l2^2 + M*L2^2 + J2;

u1 = @(t) 0;    % Torque no eixo 1
u2 = @(t) -g*A; % Torque no eixo 2

eqs = @(t,x) [x(2);

(-L1*A*cos(x(1)-x(3))*(u2(t)+L1*A*sin(x(1)-x(3))*x(2)^2+g*A*sin(x(3)))+(u1(t)+B*sin(x(1))-L1*
A*sin(x(1)-x(3))*x(4)^2)*D)/(C*D-(L1*A*cos(x(1)-x(2)))^2);
x(4);
(u2(t)+L1*A*sin(x(1)-x(3))*x(2)^2+g*A*sin(x(3)))/D -
((L1*A*cos(x(1)-x(2)))/(D*(C*D-(L1*A*cos(x(1)-x(3)))^2)))*(-L1*A*cos(x(1)-x(3))*(u2(t)+L1*A*
sin(x(1)-x(3))*x(2)^2+g*A*sin(x(3)))+D*(u1(t)+B*sin(x(1))-L1*A*sin(x(1)-x(3))*x(4)^2))];

[t,x] = ode45(eqs, [0,2], [0;0;pi/2;0]);

%% Plots
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, x(:, 1), t, x(:, 3));
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Ângulo (rad)');
title('Ângulos de braço 1 e braço 2');
legend('Braço 1', 'Braço 2');
grid on;

subplot(2, 1, 2);
```

```

plot(t, x(:, 2), t, x(:, 4));
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade angular (rad/s)');
title('Velocidades angulares de braço 1 e braço 2');
legend('Braço 1', 'Braço 2');
grid on;

%% Plot inicial e animação

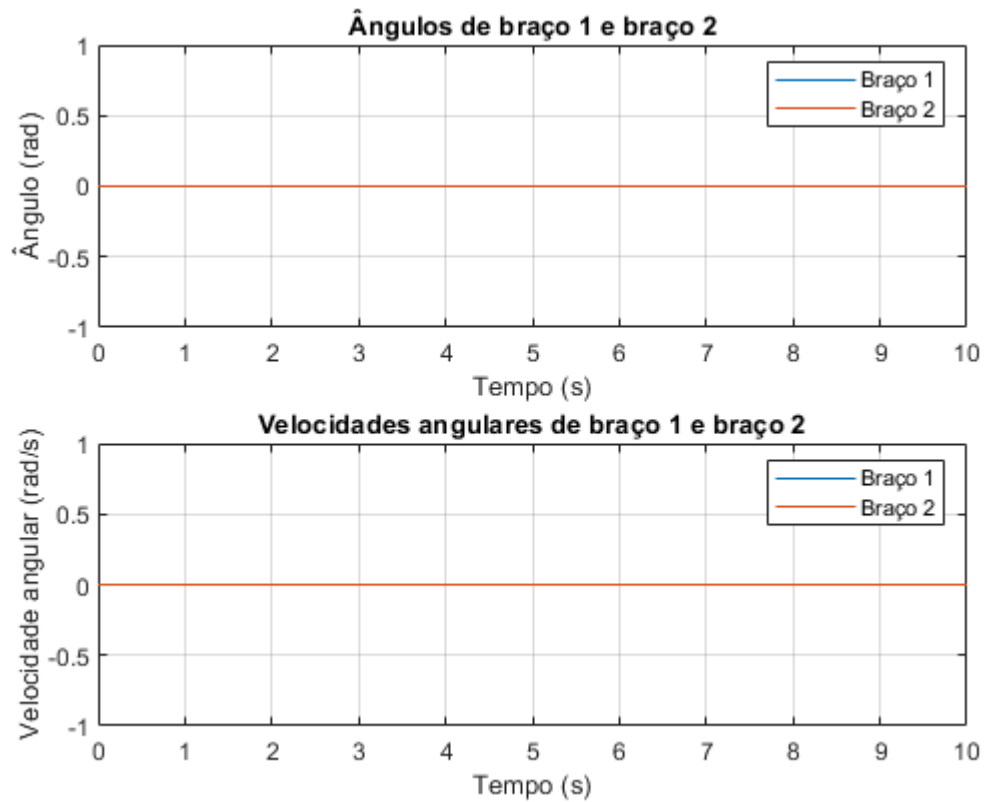
figure;
h = plot([0, L1*sin(x(1))], [0, L1*cos(x(1))], 'r-', ...
    [L1*sin(x(1)), L1*sin(x(1))+L2*sin(x(3))], [L1*cos(x(1)), L1*cos(x(1))+L2*cos(x(3))], 'b-',
    'LineWidth', 2);
axis equal;
xlim([-0.6, 0.6]);
ylim([-0.6, 0.6]);
xlabel('Posição x');
ylabel('Posição y');
title('Movimento do braço robótico');

for i = 1:length(t)
    set(h(1), 'XData', [0, L1*sin(x(i, 1))], 'YData', [0, L1*cos(x(i, 1))]);
    set(h(2), 'XData', [L1*sin(x(i, 1)), L1*sin(x(i, 1))+L2*sin(x(i, 3))], ...
        'YData', [L1*cos(x(i, 1)), L1*cos(x(i, 1))+L2*cos(x(i, 3))]);
    drawnow;
    pause(0.05);
end

```

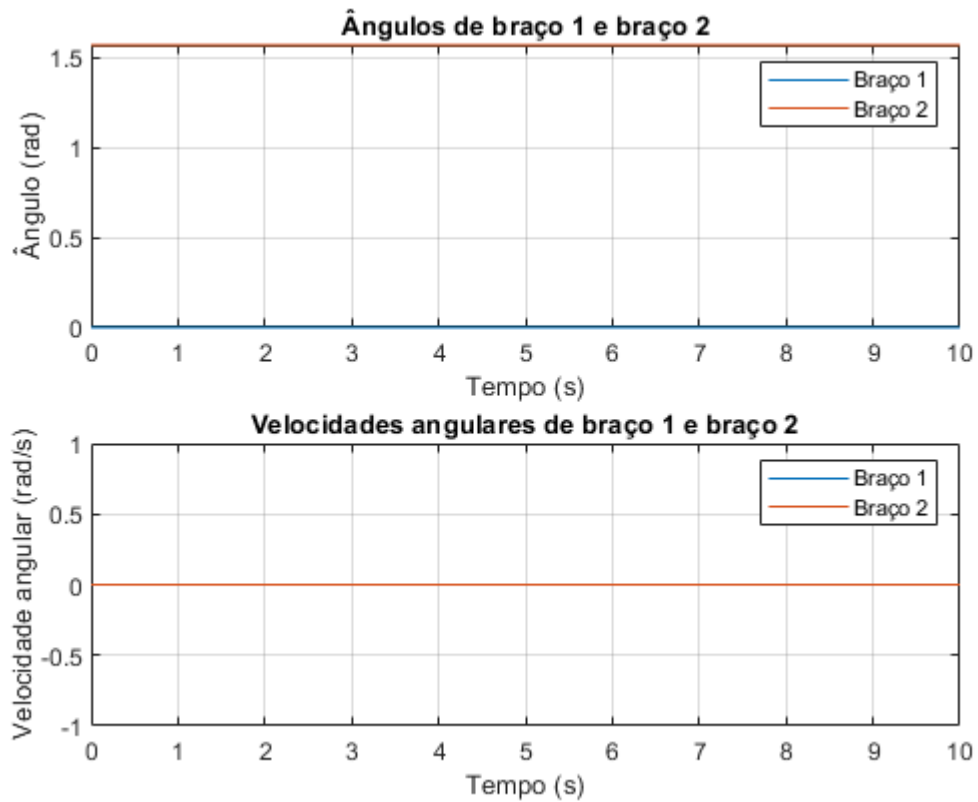
### 1. Teste de validade da solução

Para verificar se o código foi implementado corretamente foram simuladas duas condições simples. A primeira com  $q_1$  e  $q_2$  iguais a 0, assim como suas velocidades angulares e os torques nos eixos.



Como esperado, a solução ficou em 0.

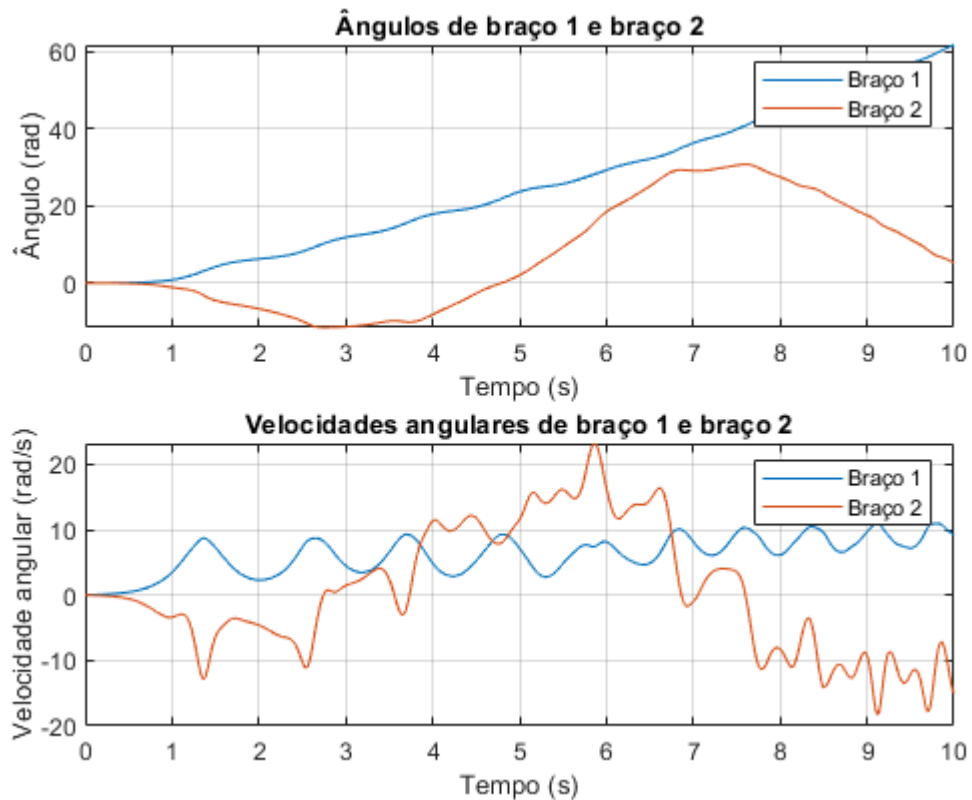
O segundo caso usado para testar foi o de  $q_1=0$ ,  $q_2=90$  e  $u_2 = -A \cdot g$ , com todas velocidades iguais a 0 e  $u_1$  também. Dessa forma, o torque  $u_2$  seria o necessário para equilibrar o momento gerado pela massa útil e pela massa do braço 2.



Como esperado, o braço 2 ficou estacionário em  $90^\circ$  balanceando o momento gerado pelos pesos. Dessa forma foi considerada certa a implementação do código.

## 2. Torque somente no braço 1

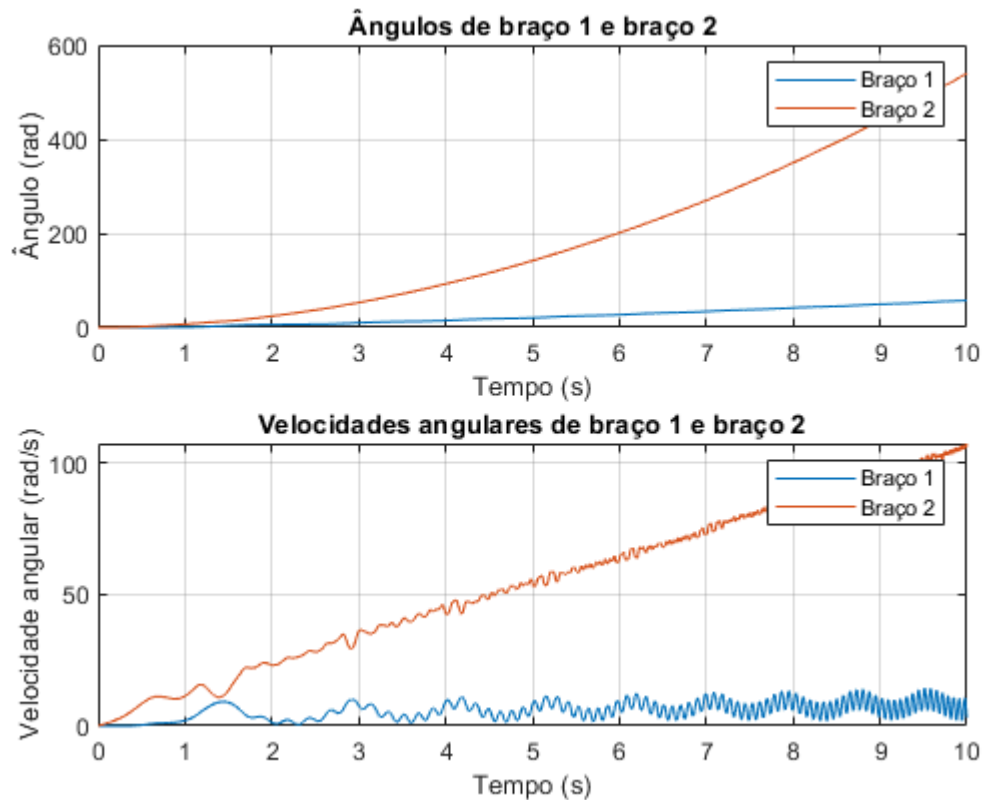
Foi colocado um torque de 1 Nm no braço 1



O braço 1 teve tanto um crescimento do seu ângulo assim como a velocidade angular também cresceu, como esperado. Há pequenas oscilações devido a inércia do braço 2 que está oscilando pois ele pode girar livremente. O braço 2 por sua vez está livre para oscilar e no tempo oscilado houve duas inversões do sentido de rotação, evidenciado pela mudança de sinal de sua velocidade angular.

### 3. Torques nos braços 1 e 2

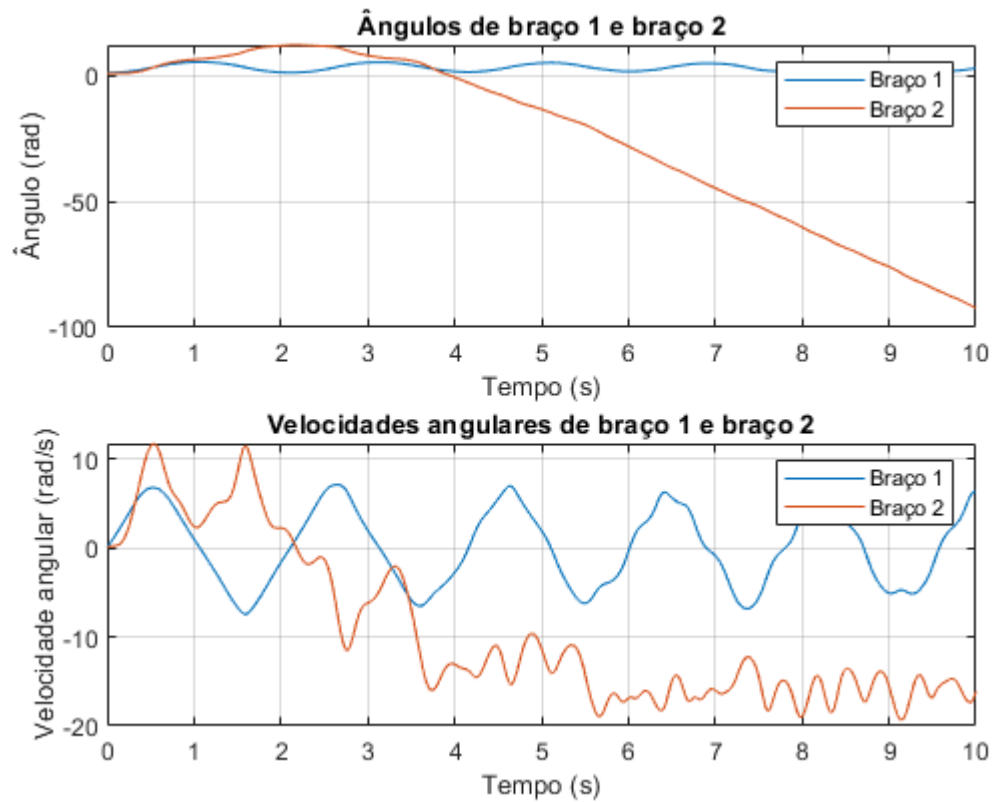
Foram colocados torques nos braços 1 e 2 de 1 Nm



O braço 2 está girando e sua velocidade angular está aumentando, isso perturbações no braço 1, alterando a velocidade do braço 1. Como também há torque no braço 1, ele também está girando em torno de seu eixo.

#### 4. Deslocamento inicial nas juntas dos braços 1 e 2

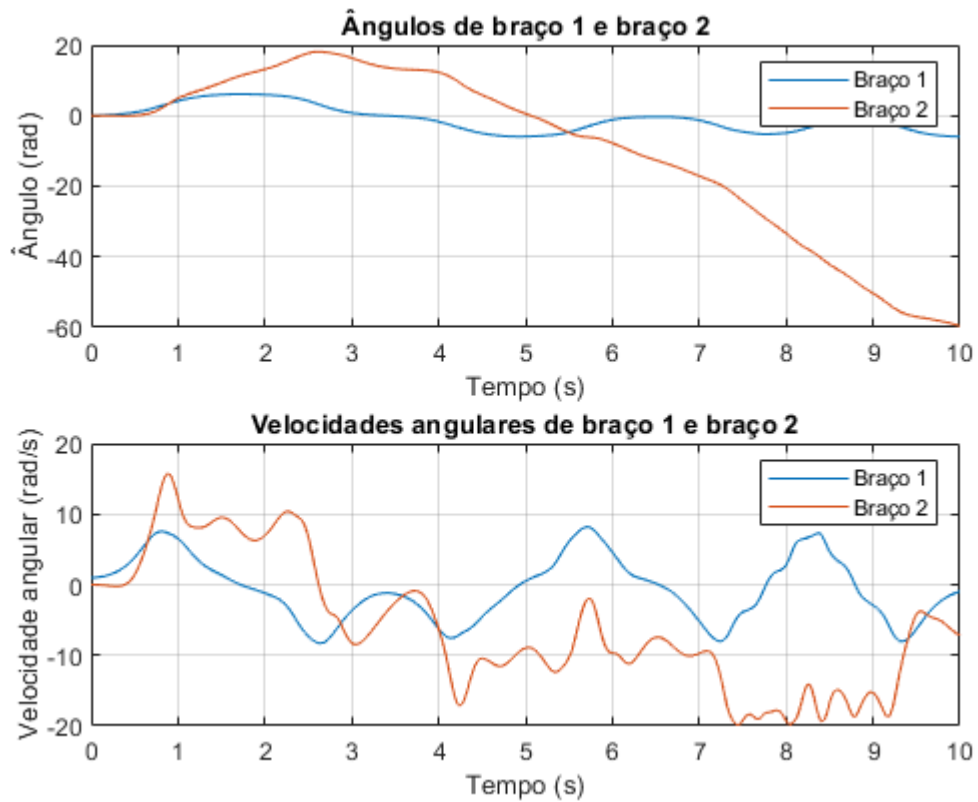
Foram colocados deslocamentos iniciais de  $\pi/3$  em  $q_1$  e  $\pi/4$  em  $q_2$ .



O comportamento dos braços se assemelha ao movimento de um pêndulo duplo, como esperado. O braço 1 está oscilando um pouco enquanto o braço 2 está girando e há uma mudança na direção de rotação do braço 2 no início do sistema.

##### 5. Velocidade inicial na junta do braço 1

Foi colocada uma velocidade de 1 rad/s como condição inicial na junta do braço 1.



O comportamento se assemelha com o caso anterior, onde depois dos primeiros movimentos do braço 1 os momentos gerados fazem com que o sistema oscile livremente como um pêndulo duplo.