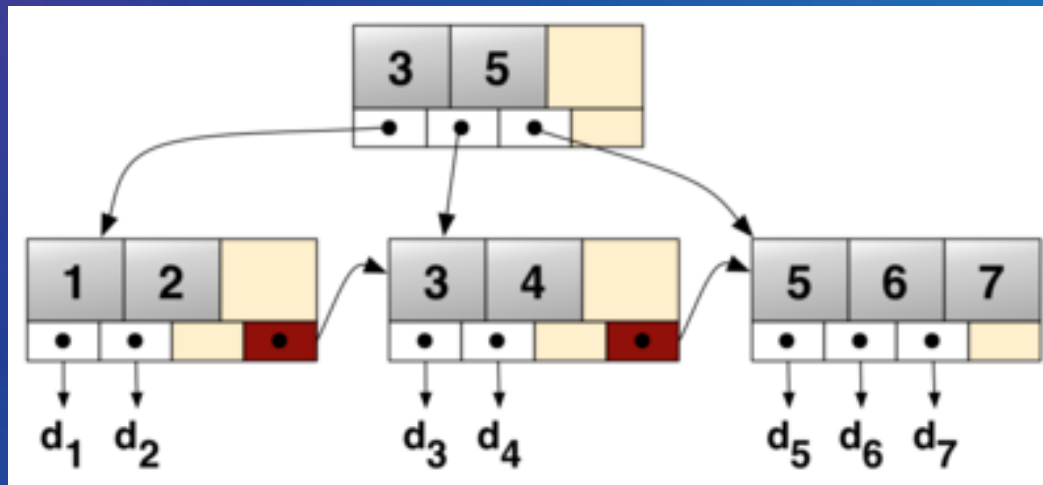




Universidad
Rafael Landívar

Tradición Jesuita en Guatemala

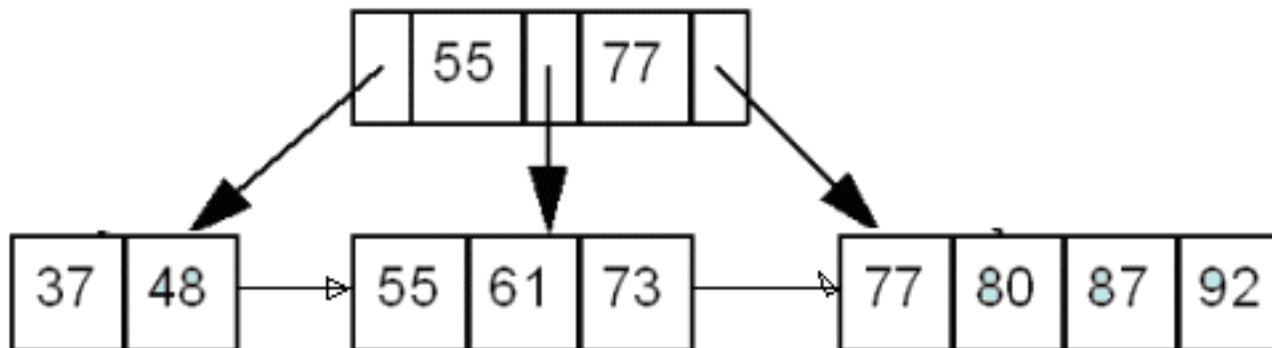
Árboles B+



Facultad de ingeniería

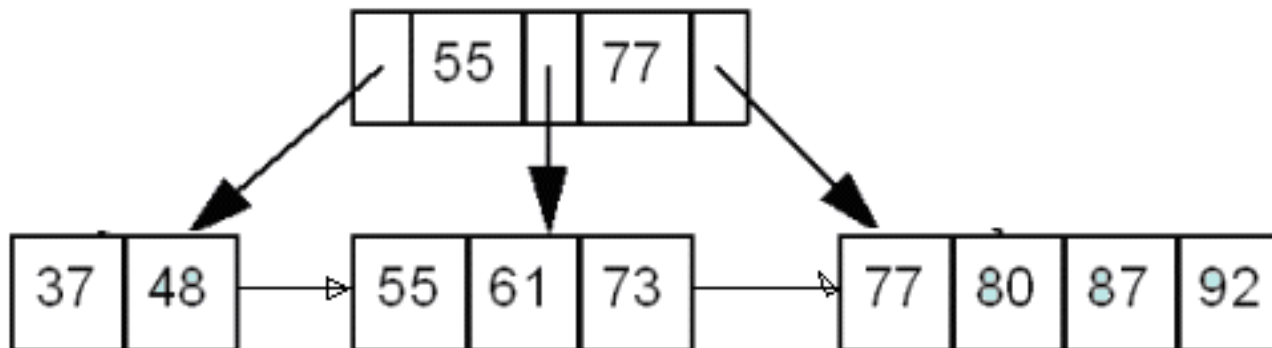
Árboles B+

- Los árboles B+ son una variante de los árboles B, se diferencian en que los arboles B+ **toda la información se encuentra almacenada en las hojas**. En la raíz y en las páginas internas se encuentran almacenado índices o claves para llegar a un dato.



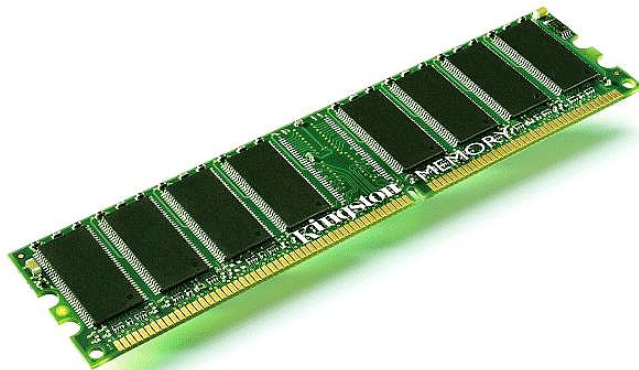
Árboles B+

- Los árboles B+ se han convertido en la técnica más utilizada para la organización de los archivos indizados. La principal característica de estos árboles es que todas las claves se encuentran en las hojas y por lo tanto cualquier camino desde la raíz hasta alguna de las claves tienen la misma longitud.



Árboles B+

- Estos árboles se utilizan para almacenar grandes cantidades de datos que no se pueden almacenar en la memoria principal. Debido a que el tamaño de la memoria principal siempre es limitado.
- Los nodos internos o índices (padres) se almacenan en la memoria principal, mientras que todas las hojas se almacenan en la memoria secundaria.



SN	Árbol B	B + árbol
1	Las claves de búsqueda no se pueden almacenar repetidamente.	Las claves de búsqueda redundantes pueden estar presentes.
2	Los datos pueden almacenarse en nodos hoja y también en nodos internos.	Los datos solo pueden almacenarse en los nodos hoja.
3	La búsqueda de algunos datos es un proceso más lento, ya que los datos se pueden encontrar en los nodos internos, así como en los nodos hoja.	La búsqueda es comparativamente más rápida ya que los datos solo se pueden encontrar en los nodos hoja.
4 4	La eliminación de nodos internos es muy complicada y lleva mucho tiempo.	La eliminación nunca será un proceso complejo ya que el elemento siempre se eliminará de los nodos hoja.
5 5	Los nodos foliares no pueden vincularse entre sí.	Los nodos hoja están unidos para hacer que las operaciones de búsqueda sean más eficientes.

Ventajas de los árboles B+

- Los registros se pueden obtener en el mismo número de accesos al disco
- La altura del árbol permanece equilibrada
- Podemos acceder a los datos almacenados de forma secuencial y directa
- Las claves se utilizan para indexar
- Consultas más rápidas ya que los datos se almacenan solo en los nodos hoja

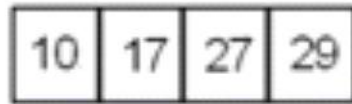
Características

- **Principales características de los arboles B+ de orden “m”**
- La raíz almacena como mínimo un dato y como máximo $m-1$ datos.
- La pagina raíz tiene como mínimo dos descendientes.
- Las paginas intermedias tienen como mínimo $(m-1)/2$ (Parte entera) datos.
- Las paginas intermedias tienen como máximo $m-1$ datos.
- Todas las paginas hojas tienen la misma altura
- La información se encuentra ordenada.
- Toda la información se encuentra almacenada en las paginas hoja, por lo que en las paginas internas se puede duplicar la claves.

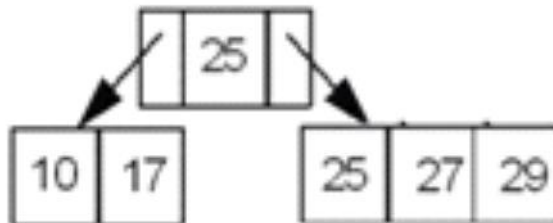
Inserción

- La inserción en un árbol B+ es similar a la del árbol B, se diferencia en el momento que una pagina deja de cumplir la condición del numero de datos almacenados. Para realizarla se debe subir una copia de la clave mediana de los datos del nodo a la pagina padre, solo se duplica la información cuando la clave que sube es de una pagina hoja.

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17



b) INSERCIÓN: CLAVE 25



Inserción

Los pasos a seguir para una inserción son los siguientes:

1. Se ubica en la pagina raíz.

2. Se evalúa si es una pagina hoja

2.1. Si la respuesta es **afirmativa**, se evalúa si no sobrepasa los limites de datos.

2.1.1. Si la respuesta es afirmativa, entonces se procede a insertar el nuevo valor en lugar del correspondiente.

2.1.2. Si la respuesta es **negativa**, se divide la pagina en dos, se sube una copia de la mediana a la pagina padre, si la pagina padre se encuentra llena se debe de partir igual y así el mismo proceso hasta donde sea necesario, si este proceso llega hasta la raíz la altura del árbol aumenta en uno.

2.2. si **no es hoja**, se compara el elemento a insertar con cada uno de los valores almacenados para encontrar la pagina descendiente donde proseguir la búsqueda. Se regresa al paso 1..

Inserción en árbol de orden 5

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17

Inserción en árbol de orden 5

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17

10	17	27	29
----	----	----	----

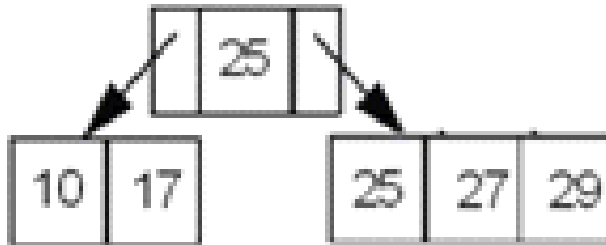
b) INSERCIÓN: CLAVE 25

Inserción en árbol de orden 5

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17



b) INSERCIÓN: CLAVE 25

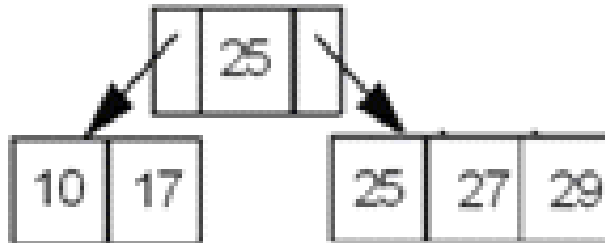


Inserción en árbol de orden 5

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17



b) INSERCIÓN: CLAVE 25



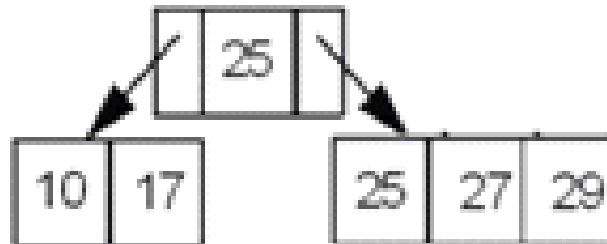
c) INSERCIÓN: CLAVES 21, 15 y 31

Inserción en árbol de orden 5

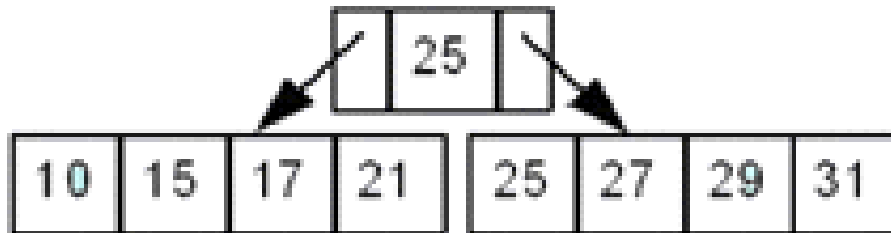
a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17



b) INSERCIÓN: CLAVE 25



c) INSERCIÓN: CLAVES 21, 15 y 31



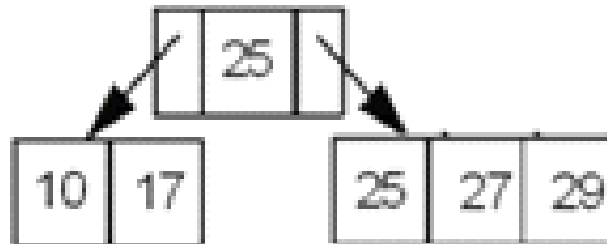
Inserción en árbol de orden 5

a) INSERCIÓN: CLAVES 10, 27, 29 y 17

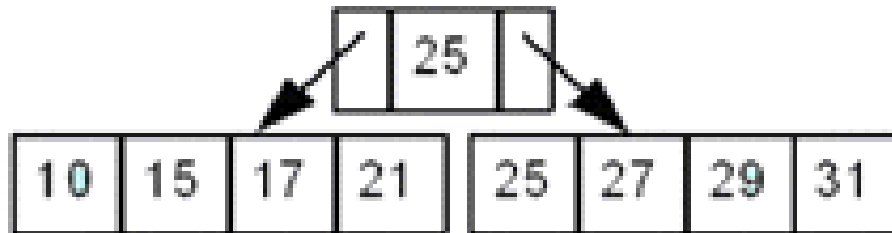


d) INSERCIÓN: CLAVE 13

b) INSERCIÓN: CLAVE 25



c) INSERCIÓN: CLAVES 21, 15 y 31



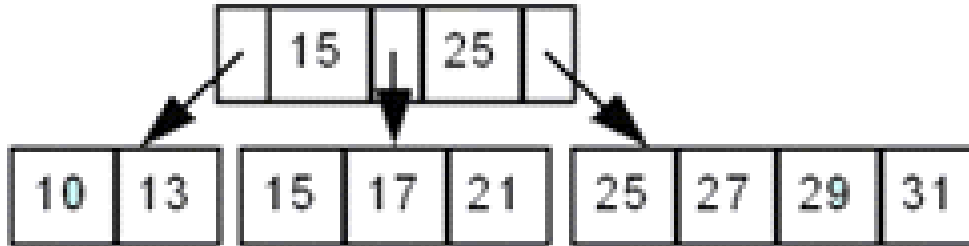
Inserción en árbol de orden 5

d) INSERCIÓN: CLAVE 13



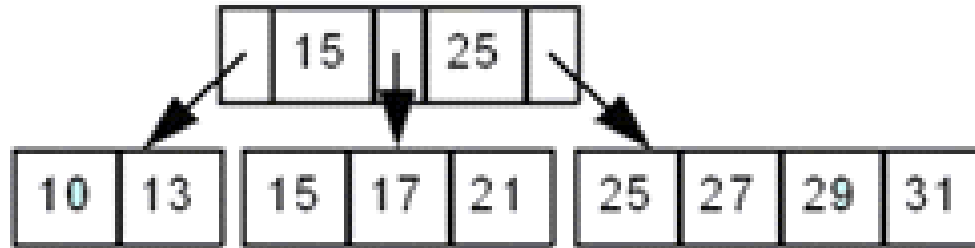
Inserción en árbol de orden 5

d) INSERCIÓN: CLAVE 13



Inserción en árbol de orden 5

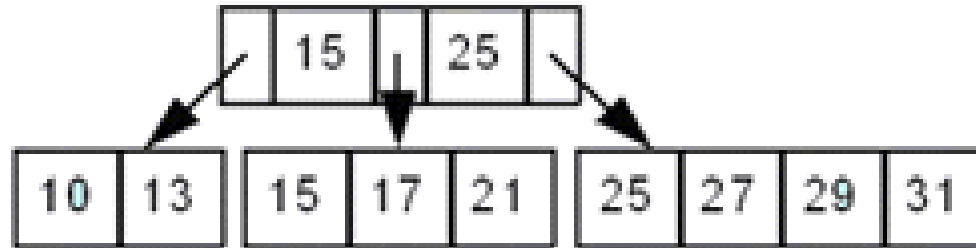
d) INSERCIÓN: CLAVE 13



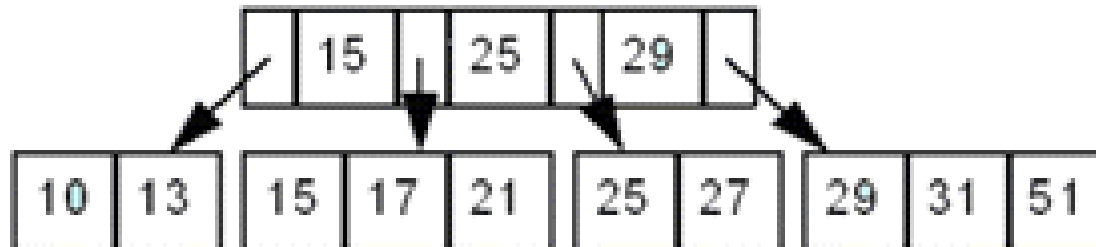
e) INSERCIÓN: CLAVE 51

Inserción en árbol de orden 5

d) INSERCIÓN: CLAVE 13

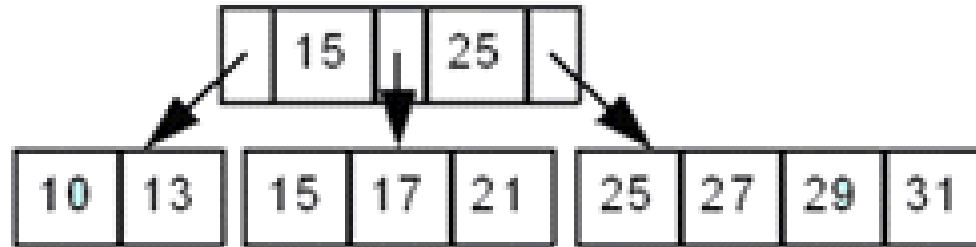


e) INSERCIÓN: CLAVE 51

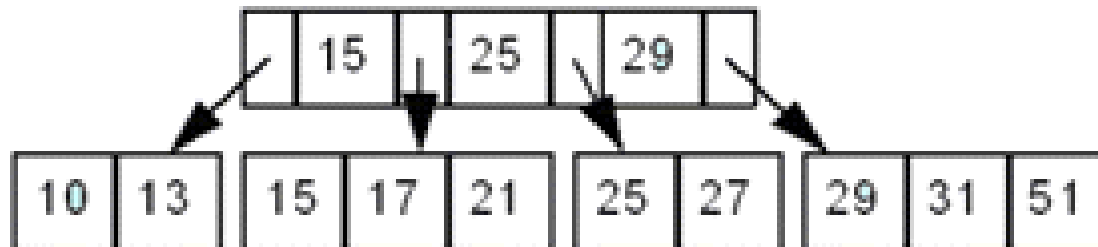


Inserción en árbol de orden 5

d) INSERCIÓN: CLAVE 13



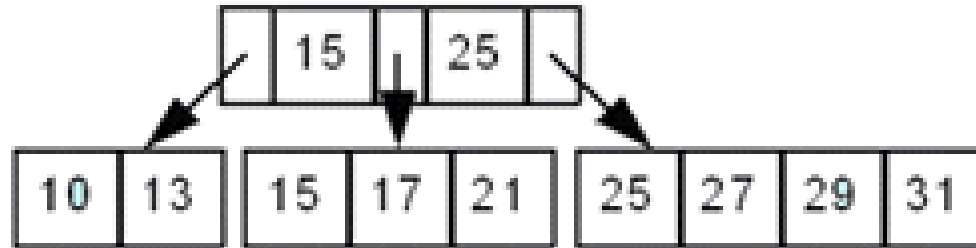
e) INSERCIÓN: CLAVE 51



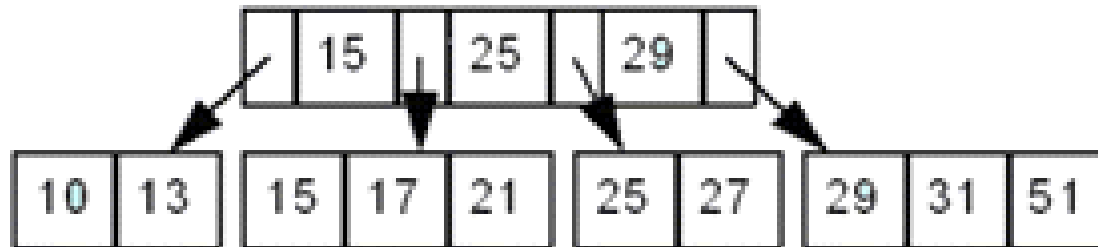
f) INSERCIÓN: CLAVES 20, 24, 48 y 19

Inserción en árbol de orden 5

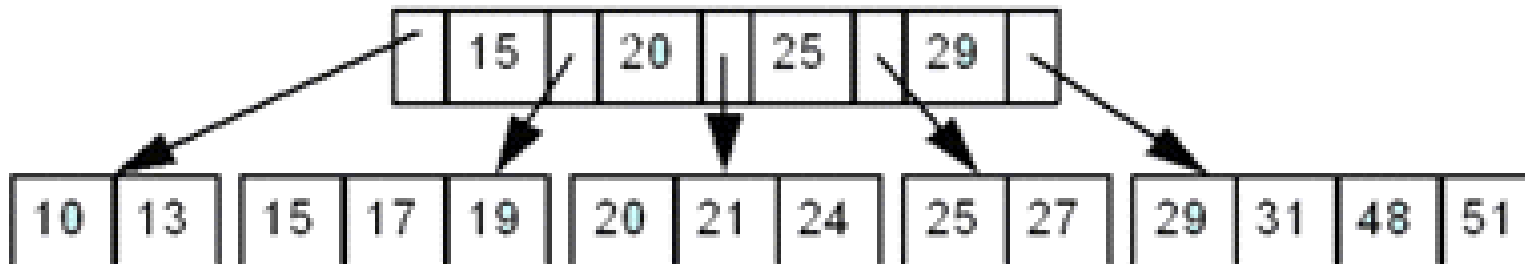
d) INSERCIÓN: CLAVE 13



e) INSERCIÓN: CLAVE 51



f) INSERCIÓN: CLAVES 20, 24, 48 y 19



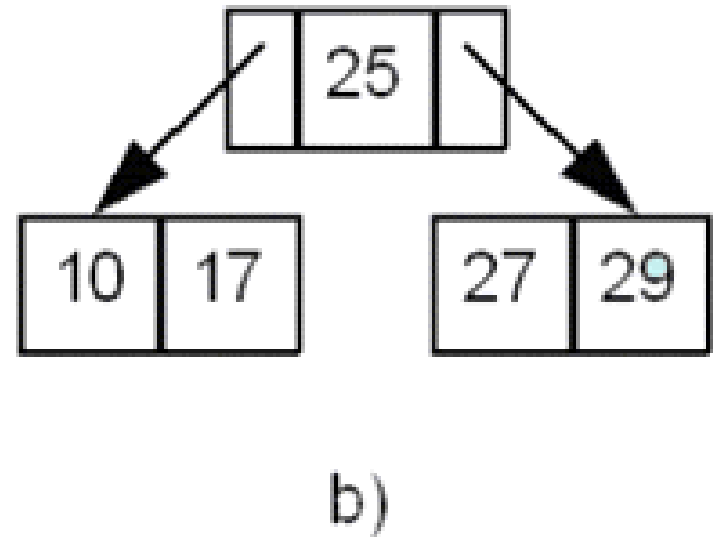
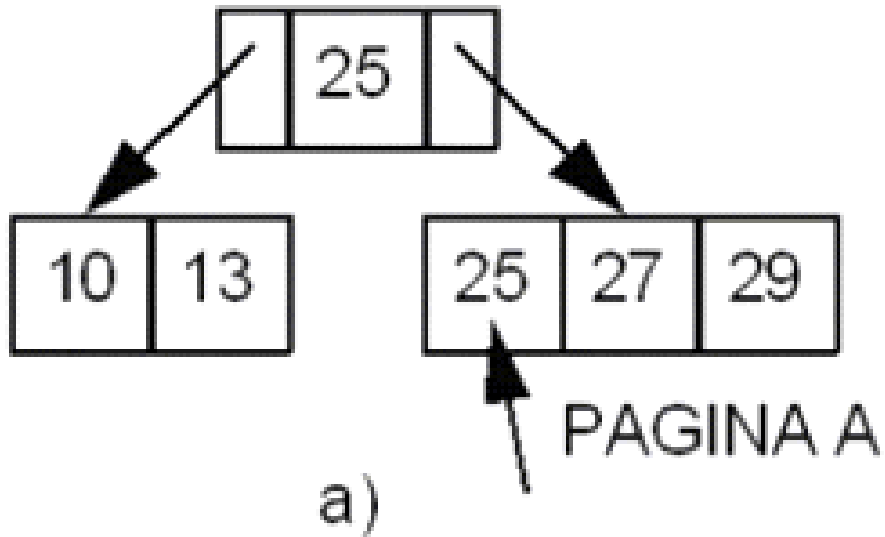
- Ejercicios:
- 1. Crear un arbol de orden 5 con las siguientes entradas:
25,32,11,10,20,41,53,62,45, 5, 2

Eliminación

- La operación de eliminación en árboles-B+ es mas simple que en árboles-B. Esto ocurre porque las claves a eliminar siempre se encuentran en las paginas hojas. En general deben distinguirse los siguientes casos:
 1. Si al eliminar una clave, la cantidad de llaves queda mayor o igual que $\lceil m/2 \rceil$ entonces termina la operación.
 2. Si al eliminar una clave, la cantidad de llaves queda menor que $\lceil m/2 \rceil$ entonces debe realizarse una redistribución de claves, tanto en el índice como en las paginas hojas.

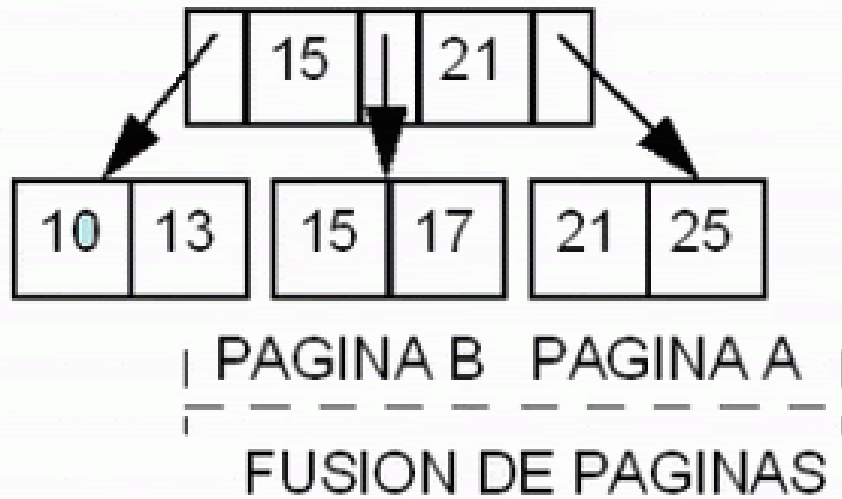
Eliminación

ELIMINACION: CLAVE 25

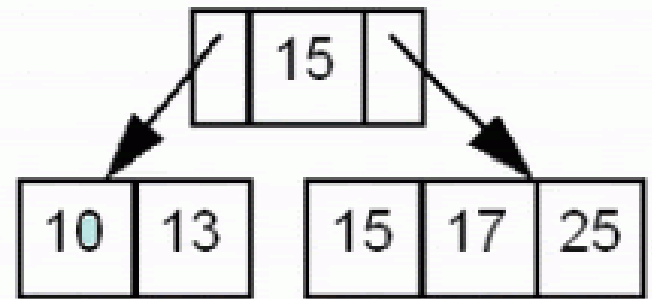


Eliminación

ELIMINACION: CLAVE 21



c)



d)

- Ejercicios:
- 1. Crear un arbol de orden 5 con las siguientes entradas:
25,32,11,10,20,41,53,62,45, 5, 2
- 2. Del ejercicio anterior eliminar las claves 45 y 53.