# 基础

## 1.1【基本定义】

图像：二维函数f(x,y),xy空间坐标,f值为强度或灰度级

数字图像：离散的xyf

像素：数字图像的最小单元

顶刊：TPAMI，tip，Tmi, medical image analysis

## 1.2【人类视觉感知】

视锥细胞、视杆细胞，小孔成像的相似三角形

## 1.3【图像传感采集】

F(x,y)=i(x,y)r(x,y),i发光强度，r反射

## 1.4【图像采样量化】

空间分辨率：单位距离下可识别的line pairs的最大数量

强度分辨率：对可分辨出的最小强度级变化，一般

## 1.4.4插值

最近邻：可能导致扭曲，按最近的

双线性：v=ax+by+cxy+d

双立方：

## 1.5【像素关系】

邻域neighbor：十字，对角，

邻接adjacency：4邻接（）8(),

m()

路径path：一组点。长度为点数目，有4、8、m三种路径

联通域connected component：图像子集S(必须是方的)中，连接着的像素组（￥=必须给出邻接的类型才能求）

联通集connected set：只有一个连通域的S集(必￥)

区域region：即联通集。两区域相邻意味着R1∪R2为联通集，否则即两区域不相邻。(必￥)

边界boundaries：前景为全部不相邻区域之并集，其余为背景。区域R的边界为R中与邻接的像素集合 (必￥，一般使用8邻接定义)

距离：满足非负，对称，三角不等式的函数D(p,q)

欧氏距离=二范数，D4城市街区距离=横纵绝对值之和，D8棋盘距离=横纵绝对值最大值

## 1.6【基本数学工具】

### 1.6.1数学概念

Elementwise product：两矩阵对应位置相乘

Matrix product：矩阵乘法

算子：，线性

union并，intersection交，mutually exclusive互斥也叫 Disjoint不相交，complement补集，difference差集，set universe全集

空间算子：单像素算子如强度变换映射(s=Tz)；邻域算子如均值滤波g(xy)=1/mn\sum\_D f in D，D为矩形邻域；几何变换如仿射变换，某点改变后坐标=矩阵\*该点原来的坐标

identity等价：[1,0,0;0,1,0]为前两行，下同

缩放/反射reflect：[cx,0,0;0,cy,0]

旋转，顺时针正，可用(0,y)来验证：[,,0;,,*0*]

平移translation：[1,0,tx;0,1,ty]

错切shear单向拉伸，垂直[1,sv,0;0,1,0],水平[1,0,0;sh,1,0]

### 1.6.2正向变换Forward transform(如fft前的shift)：

判断其可分离性：

判断其对称性：当可分离，且

例如傅里叶核就是xy可分离(独立)、xy对称的核

矩阵写法：，其中F为图像方阵，A为变换核矩阵且，T为变换后结果。

矩阵变换流程：F’=BAFAB，如傅里叶，walsh，哈达玛变换，离散余弦，haar变换都是。先正向再变，反向再逆变

### 1.6.3 概率方法

强度值视为随机变量,k=1~255则概率为灰度值出现次数：

# 第二章 强度变换空域滤波

## 2.1【定义】

强度变换intensity transformation：s=T(r), ,s/r为变换前后图像的像素强度；空域滤波spatial filtering，滤波核filter=mask=kernel=template=window

## 2.2【强度变换】

线性变换：negative变换(s=L-1-r,L为灰度级)，增强灰色、白色细节，尤其是黑背景主导下的白前景；Identity变换(s=r)

对数logarithmic变换：log(s=c\*log(1+r),c常数，r>0), 拉伸暗像素压缩亮像素，压缩动态范围；inverse-log(s=exp r)也叫exponential反之，但也压缩动态范围。

幂次power-law变换：gamma()，γ<1变亮，γ>1变暗。相比对数变换，参数多，可调范围更大。

## 2.3 【直方图】

直方图histogram统计：1.计算出每个灰度级的个数，k=1~L-1；2.

直方图变换：正向变换s=T(r),,T为单调monotonically增函数；逆变换r=T^(-1)(s)严格单调递减。

### 2.3.1直方图均衡HE

1、先计算原始图像强度值r的PDF，记作：连续(r)，一般会给出；或离散的p\_k(r\_k)，需要自己计算。

2、按如下公式积分，得到s=T(r)或S\_k=T(r\_k)

s=T(r)的概率密度函数为

3、根据p计算出所有的s，若是离散值，则sk最后要四舍五入。

## 2.4【空域滤波】

## 2.4【空域滤波】

Correlation相关，无需旋转卷积核直接滤波

Convolution卷积，180度旋转卷积核

## 2.5【平滑低通滤波】

Smoothing平滑滤波，如box filter=1/9\*[1,1,1;1,1,1;1,1,1], gaussian kernel=1/16\*[1,2,1;2,4,2;1,2,1]

Order-statistic排序统计滤波，如中值（median，专去椒盐）

## 2.6【锐化高通滤波】

### 2.6.1导数derivative及其性质

一阶导数

二阶导数

### 2.6.2 laplacian算子

定义为，离散情况下为计算核[0,1,0;1,-4,1;0,1,0]。具有各向同性(isotropic)或旋转不变性(rotation invariant)，线性性，以及。

拉普拉斯锐化：，c取±1，符号与滤波核的中心相同。

### 2.6.3 梯度gradient

定义：，线性，非旋转不变；

梯度幅值magnitude：，非线性，旋转可变

Roberts交叉梯度算子：[-1,0;0,1]和[0,-1;1,0]，梯度值为

Sobel梯度算子，[-1,-2,-1;0,0,0;1,2,1],逆时转，梯度值同上。

# 第三章 频域滤波

## 3.1【数学基础】

### 3.1.1基本公式

欧拉公式：

连续冲激函数：，否则为0；在全实轴积分值为1；筛选性质

离散冲激函数：，否则为0；在整数轴积分值为1；筛选性质

离散冲激序列

### 3.1.2傅里叶级数

定义：一组不同频率的正弦余弦函数的加权和，是周期函数的另一种时域表达形式。任意周期函数都可以展开为傅里叶级数，即下式。w0=2pi/T为基础频率

其中，系数求解方法为（）

也可写作 ，而cn是an和bn的统一。

给定函数ft求其傅里叶展开：先用f求c\_n，然后直接写出f(t)即可。

### 3.1.3 傅里叶变换

定义：将f(t)变为F(u)，获取(原时域函数展成傅里叶级数) 时，在(频率为u的正弦波)前的系数。其原变换和逆变换：

性质：线性性((af+bg)=aF+bG反之亦然)

时移性

缩放性

对称性

卷积(连续)

求变换：周期函数先傅展再傅变；非周期函数直接傅变

例子：方波的傅里叶变换为辛格函数

例子：冲激函数

例子：冲激序列，周期函数先展开再变换

即

其傅里叶变换为

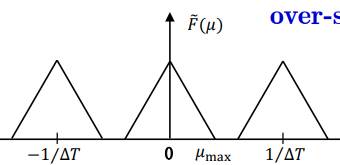
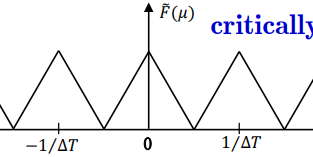
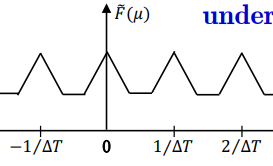
连续卷积：

卷积离散：

## 3.2【采样定理】

离散冲激采样:，，等价于以为周期将左右平移。

采样定理:若有限带宽函数最大频率为，则离散冲激采样频率应有，否则可能频域混叠(aliase)，如下图。

，，

理想低通滤波：。低通滤波结果的反变换时域结果为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 频带有限 | 时域无限持续 | 频叠不可避免 |
| 频带无限 | 时域无限持续 | 频叠不可避免 |
| 频带有限 | 时域有限持续 | 实信号；混叠 |

## 3.3【1D离散傅里叶】

定义：用离散冲激序列对连续函数采样，。离散，连续，周期与有关。,

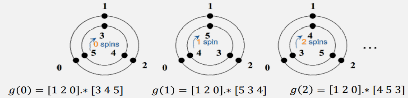
DFT和逆DFT都是周期性的，周期为M，与时域信号有关

例，,...

逆，…

循环卷积，也叫圆卷积，计算时，f顺时针循环，h逆时针循环。





采样间隔与频率间隔：时域采样间隔，周期M，信号时长为；频域间隔，频带长度为

## 3.4【2DFFT、DFT】

## 3.6【频域滤波】

定义：,H为频率域传递函数

振铃效应：时域填充0后函数不连续性会导致振铃

频域滤波步骤：1.P=2M,Q=2N,填充0；2.在时域乘位移；3.DFT；4.构造大小为P\*Q的实对称滤波器H并乘在原图中心，得到G；5.IDFT和零频点位移：；7.左上角切割M\*N得结果。

纽带：时域与频域分析的纽带是卷积定理。

高斯：高斯的DFT、IDFT还是实高斯函数。。当频域均值0方差时，对应空域均值为0,但方差为1/2.某些滤波核=高斯A-高斯B

## 3.7【低通频滤】

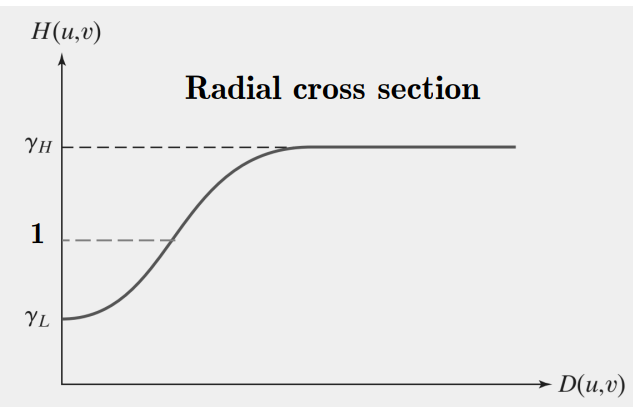
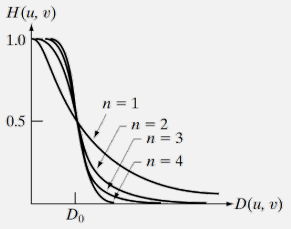
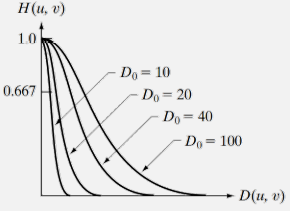
低通滤波：中心高四周低，过滤高频边缘、噪声

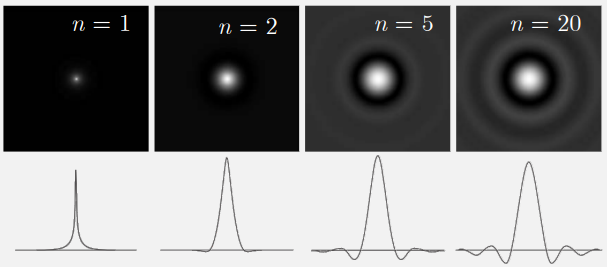
理想低通：

高斯低通：,为截频,此处H(u,v)=2/3

巴特沃斯低通：，处H()=0.5

下4图为:高斯低通，巴特沃斯低通，同态(3.8),巴特沃斯环





## 3.8【高通频滤】

高通滤波：中心低四周高，保留边缘

高通滤波：

\*巴特沃斯高通：

拉普拉斯：;核[0,1,0;1,-4,1;0,1,0]；频率核;拉普拉斯锐化增强后图像为,其中c=-1;

同态滤波：1.令f=ir，p=ln(f)=ln(i)+ln(r);2.计算P=DFT(p)，,H为同态核；3.p’=IDFT(P’)=ln(i)’+ln(r)’(非求导)；4.

同态核：，, ，c用于控制尖锐度；能够同时压缩动态范围，增加对比度

## 3.9【带通陷波】

理想带阻：

巴特沃斯带阻：

高斯带阻：,D0截频，W带宽

带通：1-带阻

Notch：陷波，单点阻塞，必定呈中心对称。可用高斯自己凑

# 第四章 图像复原

## 4.1【数学基础】

## 4.2【变换的矩阵形式】

## 4.3【相关】

## 4.4【1D基本变换与时频分析】

## 4.5【2D基本变换】

## 4.6【离散余弦变换】

## 4.7【沃尔什哈达玛WH变换】

## 4.8【haar变换】

## 4.9【小波变换】

# 第五章 小波、其他图像变换

# 第六章 形态学

# 第七章 图像分割