TD1. Étude du robot Scara

Axel BENEULT LEFAUCHEUX

November 6, 2014

1 Établir le modèle géométrique direct en position et en rotation.

On utilise la table de Denavit et Hertenberg pour définir les matrices : H_1, H_2, H_3, H_4.

$$H_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta 1) & -\sin(\theta 1) & 0 & \text{a1}\cos(\theta 1) \\ \sin(\theta 1) & \cos(\theta 1) & 0 & \text{a1}\sin(\theta 1) \\ 0 & 0 & 1 & \text{d1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta 2) & \sin(\theta 2) & 0 & \text{a2}\cos(\theta 2) \\ \sin(\theta 2) & -\cos(\theta 2) & 0 & \text{a2}\sin(\theta 2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \text{d3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_4 = \begin{pmatrix} \cos(\theta 4) & -\sin(\theta 4) & 0 & 0 \\ \sin(\theta 4) & \cos(\theta 4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \text{d4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En calculant le produit matricielle de ces matrices on obtient une matrice contenant le modèle géométrique direct.

$$H_0{}^4 = H_1.H_2.H_3.H_4$$

$$H_0{}^4 = \begin{pmatrix} \cos(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & \sin(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & 0 & \mathrm{a1}\cos(\theta 1) + \mathrm{a2}\cos(\theta 1 + \theta 2) \\ \sin(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & -\cos(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & 0 & \mathrm{a1}\sin(\theta 1) + \mathrm{a2}\sin(\theta 1 + \theta 2) \\ 0 & 0 & -1 & \mathrm{d1} - \mathrm{d3} - \mathrm{d4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A partir de la matrice $\mathrm{H_0}^4$ on peut déduire le modèle géométrique direct en position (MGDpos) et en orientation (MGDori)

$$MGDpos = \begin{pmatrix} \mathrm{a1}\cos(\theta 1) + \mathrm{a2}\cos(\theta 1 + \theta 2) \\ \mathrm{a1}\sin(\theta 1) + \mathrm{a2}\sin(\theta 1 + \theta 2) \\ \mathrm{d1} - \mathrm{d3} - \mathrm{d4} \end{pmatrix}$$

$$MGDori = \begin{pmatrix} \cos(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & \sin(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & 0 \\ \sin(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & -\cos(\theta 1 + \theta 2 - \theta 4) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2 Inverser le modèle géométrique en position.

Pour inverser le modèle géométrique en position on utilise une méthode analytique. Depuis le MGD en position on peut en déduire que :

$$\begin{pmatrix} \mathrm{X} \\ \mathrm{Y} \\ \mathrm{Z} \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} \mathrm{a1}\cos(\theta 1) + \mathrm{a2}\cos(\theta 1 + \theta 2) \\ \mathrm{a1}\sin(\theta 1) + \mathrm{a2}\sin(\theta 1 + \theta 2) \\ \mathrm{d1} - \mathrm{d3} - \mathrm{d4} \end{pmatrix}$$

Cherchant $\theta 1$, $\theta 2$ et d3 il suffit de trouver f^{-1}.

$$Z = d1 - d3 - d4 \tag{1}$$

L'équation (1) nous permet de déduire directement que :

$$d3 = d1 - d4 - Z$$

Pour exprimer $\theta 2$ on prend la somme de X^2 et Y^2 pour pouvoir faire sortir un $\cos(\theta 2)$:

$$\mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2 = \mathrm{a1}^2 + \mathrm{a2}^2 + 2\mathrm{a1a2}\cos(\theta 2)$$

2.1 Ce modèle admet-il une solution unique?

3 Trajectoire du robot

3.1 Expliquer ce principe

3.2 Expliquer pourquoi il est nécessaire de choisir des vitesses et accélérations initiales et finales nulles.

3.3 Donner l'algorithme qui permet de déterminer les coefficients des polynômes d'ordre 5