

2018—2019 学年度第二 学期期末考试

一、 单项选择题（每小题 2 分，共 20 ）

- 事件 A, B 且 $P(AB) = 0.3, P(B) = 0.5$, 则 $P(\bar{B}A) = [\quad]$.
A. 0.2 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.8
- 设 $X \sim B(n, p)$, 且 $E(X) = 2, D(X) = 1$ 则下列正确的是 $[\quad]$.
A. $n = 6, p = \frac{2}{3}$ B. $n = 5, p = \frac{1}{4}$ C. $n = 4, p = \frac{1}{2}$ D. $n = 7, p = \frac{1}{3}$
- 设 $X \sim N(0, 1), Y = 2X - 2$, 则 $Y \sim [\quad]$
A. $N(-2, 1)$ B. $N(-1, 4)$ C. $N(-2, 4)$ D. $N(0, 1)$
- 如果随机变量 X 与 Y 相互独立则有 $[\quad]$.
A. $E(XY) = 0$ B. $Cov(X, Y) = 0$ C. $D(X - Y) = D(X) - D(Y)$ D. $D(XY) = D(X) \cdot D(Y)$
- 有两种花籽, 发芽的概率分别为 0.8、0.9, 从中各取一颗, 设各花籽是否发芽相互独立, 则至少有一颗花籽能发芽的概率为 $[\quad]$.
A. 0.98 B. 0.72 C. 0.26 D. 0.74
- 设随机变量 $X \sim P(3), Y \sim P(5)$, 若 X 与 Y 相互独立, 则 $D(X + Y + 3) = [\quad]$.
A. 5 B. 2 C. 8 D. 11
- 若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2), Y \sim N(0, 1)$, 则 $X = [\quad]$.
A. $\frac{Y - \mu}{\sigma}$ B. $\sigma Y + \mu$ C. $\sigma Y - \mu$ D. $\sigma(Y - \mu)$
- 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为其样本均值, 则方差 $D(X)$ 与 $D(\bar{X})$ 的关系是 $[\quad]$.
A. $D(X) = D(\bar{X})$ B. $D(\bar{X}) = \frac{1}{n} D(X)$ C. $D(\bar{X}) = n D(X)$ D. 无法确定
- 有一批树苗, 成活率为 p , 现种植了 100 棵, 则有 9 棵成活的概率为 $[\quad]$.
A. $p^9 (1-p)^{100-9}$ B. $9p^9 (1-p)^{91}$ C. $C_{100}^9 p^9 (1-p)^{91}$ D. $C_{91}^9 p^9 (1-p)^{n-9}$
- 若二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2, \rho)$, 则下列说法不正确的是 $[\quad]$.
A. 若 $\rho = 0$, 则 X 与 Y 相互独立 B. 若 X 与 Y 相互独立, 则 $\rho = 0$
C. 由边缘分布可确定联合分布 D. $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$

二、 填空题（每空 2 分，共 10 分）

- 设 $P(A) = 0.6, P(B|A) = 0.4, P(A|B) = 0.5$, 则 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$. 已知随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\} = \frac{a}{2^k}$ ($k=0, 1, 2$), 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}, D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$. 若随机变量 $X \sim N(3, 9)$, 且由契比雪夫不等式得 $P\{|X - 3| \geq \varepsilon\} \leq 0.3$, 则 $\varepsilon = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 设 $X \sim N(0, 4), Y \sim \chi^2(4)$, 且 X 与 Y 相互独立, 若 $t = AX/\sqrt{Y} \sim t(4)$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、 计算题（每小题 10 分，共 40 分）

- 仓库中有 10 箱统一规格的产品, 其中 2 箱由甲厂生产, 3 箱由乙厂生产, 5 箱由丙厂生产, 三厂产品的合格率分别为 85%, 80% 和 90%, 从这 10 箱中任取一箱, 再从该箱中任取一件
(1) 求这批产品的合格率;
(2) 已知该件产品为合格品, 求此产品属于甲厂生产的概率。
- 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} a(4x - 2x^2), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
求 (1) 常数 a ;
(2) $P(1 < X < 2)$
- 设二维离散型随机变量 (X, Y) , 其联合分布律如下表, 求求随机变量 X 与 Y 的边缘分布律及 $E(Y^2 + 1)$.

Y \ X	1	2	3
1	0.05	0.05	0.20
2	0.05	0	0.25
3	0	0.30	0.10

- 设总体 X 具有概率密度 $f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, X_1, X_2, \dots, X_n 为一样本, 未知参数 $\theta > 0$, 求 θ 的矩估计量和最大似然估计.

四、 统计题（本大题有 2 个小题，每题 10 分，共 20 分）

- 设电子元件的寿命服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 抽样检查 25 个元件, 得到样本均值 $\bar{X} = 1500(h)$, 样本标准差 $S = 14(h)$, 试求:
(1) 数学期望 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间;
(2) 总体方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间.
- 某种矿砂的 5 个样品中的含镍量 (%) 经测定为: 3.24, 3.26, 3.24, 3.27, 3.25
设含镍量服从正态分布, 问在 $\alpha = 0.01$ 下能否接收假设: 这批矿砂的含镍量为 3.25?

2019—2020 学年度第二学期期末考试

一、 计算小题(本大题共 6 小题, 每题 5 分, 共 30 分. 要求: 写出计算步骤.)

1. 设 $P(A)=0.25$, $P(B)=0.2$, $P(A \cup B)=0.3$, 求 $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.
2. 从整数范围 400~999 中随机地取 1 个数, 求它不能同时被 2 和 5 整除的概率.
3. 对二维随机变量 (X, Y) , 已知 $D(X)=4$, $D(Y)=9$, $\rho_{XY}=0.5$, 求 $D(X-2Y)$.
4. 对二维随机变量 (X, Y) , 已知 $E(X)=1$, $E(Y)=2$, $D(X)=1$, $D(Y)=4$, $\rho_{XY}=-0.5$, 利用切比雪夫不等式估计 $P\{|2X-Y| \geq 10\}$ 的值.
5. 设总体的数学期望 μ 和方差 σ^2 都存在, X_1, X_2, X_3 为来自总体的一个样本, 验证下面的估计量为 μ 的无偏估计, 并指出哪一个估计有效. $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{5}{12}X_3$
6. 设 $X \sim N(0, 1)$, $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ 是来自总体 X 的容量为 6 的样本, 已知统计量 $\frac{c(X_1 - 3X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2 + X_6^2}}$ 服从 t 分布, 确定常数 c 和 t 分布的自由度.

二、 计算题(本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

7. 设甲、乙、丙 3 个班参加《概率论》考试, 各班人数依次占考试总人数的 45%, 30%, 25%. 各班试卷成绩及格率依次是 60%, 75%, 50%, 将所有试卷混放在一起
 - (1) 从中任取一张试卷, 求该试卷成绩及格的概率;
 - (2) 若任取一张试卷成绩是及格的, 则它来自甲班的概率。
8. 设随机变量 X 服从拉普拉斯分布, 其密度函数为 $f(x) = Ae^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$
试求: (1) 系数 A ;
(2) 概率 $P\{0 < X < 3\}$;
(3) 分布函数 $F(x)$ 。
9. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布密度为: $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 试求:
 - (1) 系数 k ;
 - (2) 边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$ 并判断 X 与 Y 是否独立;
 - (3) 求 $Z = X/Y$ 的密度函数。

三、 统计题(本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

10. 设某种药品针对某种疾病的治愈率为 p , 现从患者中随机抽出 15 人服用此药, 发现其中有 5 人治愈. 试求:
 - (1) 治愈率 p 的矩估计值 \hat{p}_1 ;
 - (2) 治愈率 p 的最大似然估计值 \hat{p}_2 .
11. 某车间生产滚珠, 已知其直径 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现从某一天生产的产品中随机地抽出 6 个, 测得直径的样本均值 $\bar{X} = 14.95$, 计算 (1) 若 $\sigma^2 = 0.06$, 求滚珠直径 X 的均值 μ 的置信概率为 90% 的置信区间; (2) 若 σ^2 未知, 此时测得样本方差 $S^2 = 0.226^2$, 求滚珠直径 X 的均值 μ 的置信概率为 90% 的置信区间.
12. 某粮食加工厂用自动包装机包装大米, 每包的重量有服从正态分布, 要求均值 100 公斤, 长期以来方差稳定在 1.2^2 , 某日开工后, 为确定这天包装机的工作是否正常, 随机抽取了 9 袋, 称其重量后得: 样本均值 $\bar{X} = 99.978$, 样本方差 $S^2 = 1.469$ 试问该天包装机包装的大米重量的方差是否有显著性的变化? (显著性水平 $\alpha = 0.05$)

四、 应用题(本大题共 1 小题, 共 10 分)

13. 某厂生产的节能灯在改进工艺后, 平均寿命提高到 2250 小时, 标准差为 250 小时. 为鉴定此项新工艺, 特规定: 任意抽取若干只节能灯, 若其平均寿命超过 2200 小时, 就可承认此项新工艺. 工厂为使此项工艺通过鉴定的概率不小于 0.950, 问至少应抽检多少只节能灯?

2020—2021 学年度第二学期期末考试

一、 选择题 (本大题共 5 小题, 每题 2 分, 共 10 分)

- 下列问题可设为离散型随机变量的是 []
A. 新生儿的身高和体重
B. 在区间 (0, 5) 内任取 2 个数, 这两个数的差
C. 根据某商店过去销售记录为保证不脱销, 某商品的进货数
D. 两人相约于 10:00-11:00 会面, 他们的会面时刻
- 假设样本 X_1, X_2, \dots, X_n 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 期望 μ 未知, 则下列估计量中关于 σ^2 的无偏估计量是 []
A. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ B. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ C. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ D. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$
- 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为取自 $N(0, 1)$ 的样本, 样本均值为 \bar{X} , 样本方差为 S^2 , 则 []
A. $n\bar{X} \sim N(0, 1)$ B. $nS^2 \sim \chi^2(n)$ C. $\frac{n-1}{S} \bar{X} \sim t(n-1)$ D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^n X_i^2} \sim F(1, n-1)$
- 如果随机变量 X, Y 的相关系数 $\rho_{XY} = 0$, 则下列结论与之等价的是 []
A. $\text{cov}(X, Y) = 0$ B. X 与 Y 相互独立 C. $D(XY) = D(X)D(Y)$ D. X 与 Y 不一定不相关
- 可以作为随机变量 X 的概率密度函数的是 []

A. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [0, 1] \\ \frac{2}{9}, & x \in [3, 6] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B. $f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{\pi^2}, & x \in [0, \pi] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ C. $f(x) = \begin{cases} 1 - 5e^{-5x}, & x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ D. $f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}$

二、 填空题 (本大题共 10 空, 每空 2 分, 共 20 分)

- 设 A, B, C 为 3 个随机事件, 则 A, B, C 至少有一个发生表示为 _____, 若 $P(A)=P(B)=1/4, P(C)=1/3, P(AB)=P(BC)=0, P(AC)=1/2$, 则 A, B, C 至少有一个事件发生的概率为 _____。
- 设随机变量 X 服从指数分布, 概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x \in (0, +\infty) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 期望为 _____, 方差为 $D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 随机变量 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, 则 $2X - Y$ 服从分布为 _____。
- 随机变量 X 与 Y 相互独立, 对应分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 设 $M = \text{Max}\{X, Y\}$, 则其分布函数为 _____。
- 在假设检验中, 容易出现两类错误, $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\} = \alpha$ 为 _____ 概率。
- 在正态总体期望 μ 已知, 方差未知时, n 个简单随机样本, 统计量 $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ 服从 _____ 分布。
- 在掷骰子游戏中, 假设骰子密度均匀, 外形规则, 连续掷骰子 3 次, 这 3 次点数都大于 3 的概率是 _____。

三、 计算题 (本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

- 有朋友自远方来, 不亦乐乎。甲乙两人相约在甲所在地见面, 假设乙前往目的地的交通有火车, 飞机, 汽车三种方式, 其乘坐的概率分别为 0.3, 0.5, 0.2, 假设这三种交通方式晚点的概率分别为 0.05, 0.01, 0.1
求: (1) 乙前往目的地晚点的概率;
(2) 现假设乙已经晚点, 未在约定时间见面, 乙乘火车的概率是多少?
- 设离散型随机变量分布律为 $P\{X=k\} = \frac{1}{2^k}, k=1, 2, 3, \dots$
求 (1) X 为偶数的概率;
(2) 计算 X 的区间概率 $P\{2 < X \leq 5\}$ 。

- 设二维随机向量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [0, 2], y \in [0, 2] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,
求 (1) X 与 Y 的边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$ 并判断 X 与 Y 是否相互独立
(2) 求随机变量函数 $Z = X + Y$ 的概率密度函数

四、 统计题 (本大题共 3 小题, 每题 10 分, 共 30 分)

- 设总体 X 服从泊松分布 X_1, X_2, \dots, X_n 为简单随机样本, 其样本观测值为 x_1, x_2, \dots, x_n , 求
(1) 试求泊松分布未知参数 λ 的最大似然估计;

(2)请问你所得到的最大似然估计值是否满足无偏性?

17. 从一批滚珠中抽样 5 个, 测得其直径样本均值和方差为: $\bar{X} = 14.95$, $S^2 = 0.206$. 如果直径 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。
18. 某工厂对某项工艺进行了技术革新, 从革新后的产品中随机抽取 26 件, 测得其零件的厚度, 计算得样本方差为 $S^2 = 0.00066 (\text{mm}^2)$ 。设零件厚度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 已知革新前零件的厚度 $\sigma^2 = 0.0012$, 问这批产品厚度的方差较以往有无显著性变化? (显著性水平 $\alpha = 0.05$ 保留三位小数)

五、应用题 (本大题共 1 小题, 共 10 分)

19. 现有一本 20 万字的长篇小说需进行排版。假定每个字是否被错排是相互独立的且每个字被错排的概率为 $p = 1 \times 10^{-5}$ 。试求这本小说出版后发现 5 个以上错字的概率。

2018 至 2019 学年第二学期期末考试题答案

一. 单选题:

1.A 2. C 3.C 4.B 5.A 6.C 7.B 8.B 9.C 10.C

二. 填空题:

11.084 12.1/7, 26/49 13. $\sqrt{30}$ 14. 1

三. 计算题:

15. (1)0.86 (2) 17/86

16. (1)3/8 (2) 1/2

17. $P\{X=1\}=0.1$, $P\{X=2\}=0.35$, $P\{X=3\}=0.55$; $P\{Y=1\}=0.3$, $P\{Y=2\}=0.2$, $P\{Y=3\}=0.4$; $E(Y^2+1)=6.1$

$$18. (1) \hat{\theta} = \frac{\theta}{\theta+1} \quad (2) \hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$$

$$19. (1) (149.23, 1505.77) \quad (2) (119.39, 379.35)$$

20. 则接受原假设认为这批矿砂的含镍量为 3.25

五、应用题:

21. 0.0228

2019 至 2020 学年第二学期期末考试题答案

一、计算小题

1. 0.85

2. 0.9

3. 28

4. $\leq 3/25=0.12$

5. $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ 均为 μ 的无偏估计, $\hat{\mu}_2$ 比 $\hat{\mu}_1$ 有效

6. $c = \sqrt{10}/5$, 自由度为 4

二、计算题

7. (1) 0.62 (2) 0.435

$$8. (1) 1/2 \quad (2) 1/2(1 - e^{-1}) \quad (3) F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^x, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

$$9. (1) 1 \quad (2) f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{独立} \quad (3) f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1}{(z+1)^2}, & z > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

10. (1) 1/3 (2) 1/3

11. (1) (14.785, 15.115) (2) = (14.764, 15.136)

12. 该天包装机包装的大米重量的方差没有显著性的变化

13. 至少应抽检 69 只节能灯

2020 至 2021 学年第二学期期末考试题答案

一、选择题

1. C 2. B 3. D 4. A 5. A

二、填空题

$$6. A \cup B \cup C \quad 7. F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\theta x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta^2} \quad 8. N(2\mu_1 - \mu_2, 5\sigma^2) \quad 9. \text{第一类错误} \quad 10. F_X(x)F_Y(y)$$

11. $t(n-1)$ 12. 1/8

三、计算题

13. (1) 0.04 (2) 0.375

14. (1) 1/3 (2) 7/32

$$15. (1) f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [0, 2] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad \text{独立} \quad (2) f_Z(z) = \begin{cases} \frac{z}{4}, & z \in [0, 2] \\ \frac{1}{4}(4 - z), & z \in (2, 4] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

16. $\hat{\lambda} = \bar{x}$, 最大似然估计值是无偏的

17. [14.3862, 15.5138]

18. 没有理由拒绝 H_0 , 因此我们认为革新后的产品厚度方差无显著变化

19. 这本小说有 5 个以上错字的概率为 0.017