

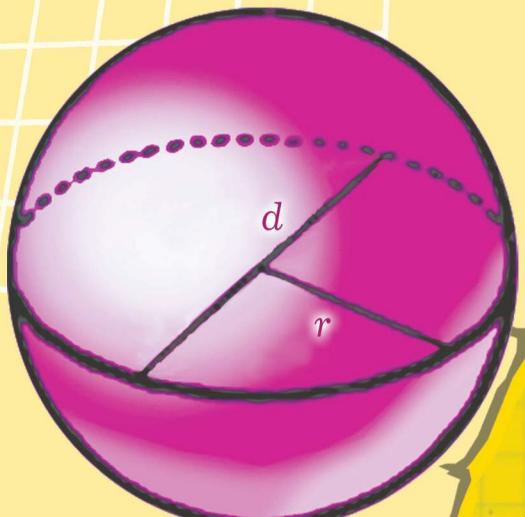


O. C. Істор

МАТЕМАТИКА

6

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{43}{100} = \frac{129}{1000}$$





О.С. Істер

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу
загальноосвітніх навчальних закладів

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



КІЇВ
«ГЕНЕЗА»
2014





УДК 51(075.3)

ББК 22.1я723

I-89

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

(Наказ МОН України від 07.02.2014 № 123)

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Наукову експертизу проводив

Інститут математики НАН України.

Експерт **Торбін Г.М.**, провідний співробітник Інституту математики НАН України, професор, доктор фізико-математичних наук

Психологопедагогічну експертизу проводив

Інститут педагогіки НАПН України.

Експерт **Глобін О.І.**, завідувач лабораторії математичної та фізичної освіти Інституту педагогіки НАПН України, кандидат педагогічних наук, старший науковий співробітник

Відповіальні за підготовку підручника до видання:
Гладковський Р.В., головний спеціаліст департаменту загальної середньої та дошкільної освіти МОН України;

Паньков А.В., науковий співробітник Інституту інноваційних технологій і змісту освіти МОН України.

Істер О.С.

I-89 Математика : підруч. для 6-го кл. загальноосвіт. навч.

закл. / О.С. Істер. — К. : Генеза, 2014. — 296 с. : іл.

ISBN 978-966-11-0431-9.

Підручник відповідає чинній програмі з математики, складається із чотирьох розділів, що містять 54 параграфи, кожний з яких уміщує достатню кількість диференційованих вправ. Для підготовки до контрольної роботи передбачено «Завдання для перевірки знань». Наприкінці підручника наведено вправи підвищеної складності, предметний покажчик та відповіді до більшості вправ. Для найбільш допитливих є низка цікавих і складних задач у рубриці «Для тих, хто любить математику».

УДК 51(075.3)

ББК 22.1я723

ISBN 978-966-11-0431-9

© Істер О.С., 2014

© Видавництво «Генеза»,
оригінал-макет, 2014

Шановний шестикласнику!

Ти продовжуєш вивчати одну з найдавніших і найважливіших наук — математику. В оволодінні матеріалом курсу тобі допоможе цей підручник. Він складається із чотирьох розділів, що містять 54 параграфи. Під час вивчення теоретичного матеріалу зверни увагу на тексти, виділені жирним шрифтом. Це математичні означення, терміни, правила, математичні закони.

У підручнику ти побачиш умовні позначення. Ось що вони означають:

-  — треба запам'ятати;
-  — запитання до вивченого теоретичного матеріалу;
-  — вправи для повторення;
-  — вправи підвищеної складності;
-  — цікаві задачі для учнів неледачих.

Чорним кольором позначено номери вправ для розв'язування в класі, а **блакитним** кольором позначено номери вправ для розв'язування вдома.

Усі вправи розподілено відповідно до рівнів навчальних досягнень і виокремлено так:

- зі значка  починаються вправи початкового рівня;
- зі значка  починаються вправи середнього рівня;
- зі значка  починаються вправи достатнього рівня;
- зі значка  починаються вправи високого рівня.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання ти зможеш, якщо розв'яжеш «Завдання для перевірки знань з теми».

Якщо ти цікавишся математикою, можеш удосконалювати вміння, розв'язуючи протягом навчального року задачі із зірочками та задачі рубрики «Цікаві задачі для учнів неледачих», а також задачі рубрики «Для тих, хто любить математику».

Бажаю успіхів!



ШАНОВНІ ВЧИТЕЛІ!

Підручник містить велику кількість вправ. Обираєте їх для виконання на уроках та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів, ступеня індивідуалізації навчання тощо. Вправи, які не розглянули, можна використати під час додаткових, індивідуальних, фахультативних занять, а також занять математичного гуртка.

Додаткові вправи у «Завданнях для перевірки знань» призначено для учнів, які впоралися з основними завданнями раніше від інших учнів. Правильне їх розв'язання вчитель може оцінити окремо.

ШАНОВНІ БАТЬКИ!

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків у школі, то виникне необхідність опрацювати цей матеріал у дома. Теоретичну частину кожного параграфа подано максимально простою, зрозумілою мовою, супроводжуючи її достатньою кількістю прикладів. Тому спочатку необхідно запропонувати дитині ознайомитися з теоретичною частиною параграфа, після цього дати відповіді на запитання, що подано після неї. Далі слід приступити до розв'язування вправ з урахуванням принципу «від простого до складного». Саме за таким принципом розміщено вправи у кожному параграфі.

Крім того, ви можете запропонувати дитині додатково розв'язати вдома вправи, які не були розв'язані на уроці. Це сприятиме кращому засвоєнню навчального матеріалу.

Щоб підготуватися до тематичного оцінювання, дитині варто розв'язати «Завдання для перевірки знань з теми», подані в підручнику. Це допоможе пригадати основні типи вправ.

Бажаю успіхів!





Розділ 1

Подільність натуральних чисел

У цьому розділі ви:

- **ознайомитеся** з дільниками і кратними натуральних чисел;
- **дізнаєтесь** про прості та складені числа, взаємно прості числа;
- **навчитеся** розкладати числа на прості множники, знаходити найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне натуральних чисел.



1. Дільники і кратні натурального числа

15 яблук можна розділити порівну між п'ятьма дітьми, давши кожному по 3 яблука. А якщо розділити (не розрізаючи) ці самі 15 яблук між шістьма дітьми, то кожна дитина отримає по 2 яблука і ще 3 яблука не будуть розділені.

Число 15 ділиться на 5 без остачі ($15 : 5 = 3$). Кажуть, що число 5 є **дільником** числа 15. Число 15 не ділиться на 6 без остачі ($15 : 6 = 2$ (ост. 3)). Тому число 6 не є дільником числа 15.



Дільником натурального числа a називають
натуральне число, на яке a ділиться без остачі.

Наприклад, дільниками числа 10 є числа 1, 2, 5 і 10, а дільниками числа 17 — 1 і 17. Число 10 має чотири дільники, а число 17 — два дільники. Число 1 має лише один дільник — 1.

Надалі замість слів «ділиться без остачі» для випадку, коли діленім і дільником є натуральні числа, використовуватимемо слово «ділиться».

Розділ 1

Будь-яке натуральне число a ділиться на 1 і a . Отже, 1 і a — дільники числа a , причому 1 — найменший дільник, a — найбільший.

Приклад 1. Знайти всі дільники числа 18.

Розв'язання. Два дільники числа 18 очевидні: 1 і 18. Щоб знайти інші, будемо перевіряти підряд усі натуральні числа, починаючи з 2. Отримаємо ще чотири дільники: 2, 3, 6 і 9. Отже, число 18 має шість дільників: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Цей перебір можна скоротити, якщо, знайшовши один дільник, записувати відразу й інший, який є часткою від ділення числа 18 на знайдений дільник. Таким чином, отримаємо пари: 1 і 18, 2 і 9, 3 і 6. Під час перебору їх зручно записувати так:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 18 & 9 & 6 \end{array}$$

Нехай на столі лежать коробки, в кожній з яких знаходиться 12 олівців. Не розкриваючи коробок, можна взяти 12 олівців, 24 олівці, 36 олівців, а от 16 олівців узяти не можна. Кажуть, що числа 12, 24, 36 *кратні* числу 12, а число 16 не кратне числу 12.



Кратним натуральному числу a називають натуральне число, яке ділиться на a .

Будь-яке натуральне число a має безліч кратних. Наприклад, перші п'ять чисел, які кратні числу 12, такі: 12, 24, 36, 48, 60. Найменшим з кратних натурального числа є саме це число.

Узагалі, всі числа, які кратні числу a , можна одержати, помноживши a послідовно на числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., а саме:

$$a \cdot 1; a \cdot 2; a \cdot 3; a \cdot 4; a \cdot 5; a \cdot 6; a \cdot 7; \dots$$

Зауважимо, що слова «ділиться» і «кратне» замінюють одне одного. Наприклад, вирази «40 ділиться на 8» і «40 кратне числу 8» мають один і той самий зміст.

Приклад 2. Знайти найменше та найбільше чотирицифрові числа, які кратні числу 23.

Розв'язання. 1) 1000 — найменше чотирицифрове число. $1000 : 23 = 43$ (ост. 11). Тому $23 \cdot 44 = 1012$ — найменше чотирицифрове число, яке кратне числу 23.



Подільність натуральних чисел

2) 9999 — найбільше чотирицифрове число. $9999 : 23 = 434$ (ост. 17). Тому $23 \cdot 434 = 9982$ — найбільше чотирицифрове число, яке кратне числу 23.



Яке число називають дільником даного натурального числа a ? • Назви дільники числа 8. • Яке натуральне число називають кратним числу a ? • Назви чотири числа, які кратні числу 8.

1 1. Назви ті пари чисел, у яких перше число є дільником другого:

- 1) 2 і 8; 2) 3 і 5; 3) 14 і 7;
4) 5 і 18; 5) 10 і 50; 6) 1 і 2012.

2. Перевір, чи є перше число дільником другого:

- 1) 25 і 400; 2) 13 і 1613; 3) 123 і 3321.

3. Перевір, чи є перше число дільником другого:

- 1) 3 і 112; 2) 42 і 1050; 3) 37 і 1645.

4. Назви пари чисел, у яких перше число є кратним другому:

- 1) 12 і 3; 2) 17 і 9; 3) 18 і 1; 4) 23 і 23.

5. Перевір, чи є перше число кратним другому:

- 1) 810 і 5; 2) 1036 і 45; 3) 4144 і 37.

6. Перевір, чи є перше число кратним другому:

- 1) 189 і 3; 2) 1051 і 6; 3) 3000 і 24.

2 7. Запиши всі дільники числа:

- 1) 12; 2) 19; 3) 27; 4) 36.

8. Запиши всі дільники числа: 1) 15; 2) 23; 3) 28; 4) 40.

9. Запиши чотири числа, кратні числу: 1) 8; 2) 10; 3) 19.

10. Запиши чотири числа, кратні числу: 1) 6; 2) 11; 3) 23.

11. Треба поділити порівну між кількома дітьми 24 цукерки. Скільки може бути дітей?

12. Чи можна дати здачу 2 грн 25 коп. монетами:

- 1) по 25 коп.; 2) по 50 коп.?

13. Чи можна 65 огірків розкласти порівну:

- 1) в 2 кошики; 2) в 3 кошики; 3) в 5 кошиків?

3 14. Запиши всі двоцифрові числа, які кратні числу 17.



Розділ 1

- 15.** Запиши всі двоцифрові числа, які кратні числу 13.
- 16.** Вкажи яке-небудь число, що є дільником чисел:
- 1) 8 і 12;
 - 2) 20 і 30;
 - 3) 13 і 26;
 - 4) 7 і 15.
- 17.** Вкажи яке-небудь число, що є дільником чисел:
- 1) 4 і 9;
 - 2) 15 і 10.
- 18.** Вкажи яке-небудь число, що є кратне числам:
- 1) 2 і 5;
 - 2) 3 і 6;
 - 3) 9 і 12.
- 19.** Вкажи яке-небудь число, що є кратне числам:
- 1) 3 і 7;
 - 2) 8 і 12.
- 20.** Запиши значення x , які кратні числу 5, при яких подвійна нерівність $23 < x < 36$ буде правильною.
- 21.** Запиши значення y , що є дільниками числа 30, при яких подвійна нерівність $2 < y < 14$ буде правильною.
- 22.** Запиши значення b , при яких подвійна нерівність $4 < b < 17$ буде правильною і які:
- 1) кратні числу 3;
 - 2) є дільниками числа 36.



23. Знайди:

- 1) найбільше чотирицифрове число, що кратне числу 115;
- 2) найменше п'ятицифрове число, що кратне числу 12.

24. Яка найменша кількість горіхів повинна бути в кошику, щоб їх можна було розкласти на купки або по 6, або по 8, або по 9 горіхів у кожній?

25. На координатному промені позначено число b (мал. 1). Познач на такому промені у зошиті три числа, які кратні числу b .

0 

Мал. 1

26. Знайди периметр і площину квадрата, сторона якого дорівнює 2,4 см. Вирази площину цього квадрата у мм^2 .

27. Округли:

- 1) 17,89 до одиниць;
- 2) 15,135 до десятих;
- 3) 18,475 до сотих;
- 4) 189,145 до десятків.

28. Доведи, що два натуральних числа a і b мають таку властивість: або a , або b , або $a + b$, або $a - b$ ділиться на 3.





Подільність натуральних чисел



2. Ознаки подільності на 10, 5 та 2

Припустимо, що треба дізнатися, чи ділиться число 137 146 на 5. Для цього можна виконати ділення й одержати відповідь на поставлене запитання. Але відповідь можна знайти значно простіше, не виконуючи ділення, за допомогою **ознак подільності**. Розглянемо деякі з них.

Будь-яке натуральне число, що закінчується цифрою 0, ділиться на 10. Щоб одержати частку, досить у діленому відкинути цю цифру 0. Наприклад, $2730 : 10 = 273$. При діленні ж числа 2734 на 10 одержимо неповну частку 273 і остату 4 (тобто останню цифру запису цього числа). Тому якщо остання цифра в запису натурального числа відмінна від нуля, то це число не ділиться на 10. Отже, маємо **ознаку подільності на 10**:



на 10 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0.

Якщо запис числа закінчується будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 10.

На 5 діляться лише числа, що кратні числу 5, тобто числа: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ... Останньою цифрою кожного з цих чисел є або 0, або 5. Тому маємо **ознаку подільності на 5**:



на 5 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується цифрою 0 або цифрою 5.

Якщо запис числа закінчується будь-якою іншою цифрою, то число не ділиться на 5.

На 2 діляться лише числа, що кратні числу 2, тобто числа: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... Запис чисел, кратних числу 2, закінчується однією з цифр: 0, 2, 4, 6, 8. Ці цифри називають **парними цифрами**. Решту цифр, тобто 1, 3, 5, 7, 9, називають **непарними цифрами**. Отже, маємо **ознаку подільності на 2**:



на 2 діляться всі ті натуральні числа, запис яких закінчується парною цифрою.

Якщо запис числа закінчується непарною цифрою, то число не ділиться на 2.

Розділ 1

Натуральні числа, які діляться на 2, називають **парними числами**, усі інші натуральні числа — **непарними**. Наприклад, числа 86, 104, 510, 78, 1112 — парні, а 87, 113, 2001, 405, 9999 — непарні.



Як за записом натурального числа визначити, ділиться воно на 10 чи ні? • Як за записом натурального числа визначити, ділиться воно на 5 чи ні? • Як за записом натурального числа визначити, ділиться воно на 2 чи ні? • Які цифри називають парними, а які — непарними? • Які числа називають парними, а які — непарними? • Наведи приклад парних чисел, непарних чисел.

10 29. (Усно) Серед чисел 275, 96, 107, 95, 100, 512, 715, 2100, 109 назви ті, що діляться на 2; на 5; на 10.

30. (Усно) Які із чисел 1002, 913, 714, 7008, 411, 1005, 676 є парними; які — непарними?

31. Які із чисел 6538, 7780, 9835, 10 391, 15 932, 18 060, 44 445 діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?

32. Які із чисел 5866, 5075, 8160, 13 382, 15 047, 405 185, 80 407, 72 310 діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?

12 33. Запиши по три чотирицифрових числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

34. Запиши по два п'ятицифрових числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

35. (Усно) Наприкінці уроку учні здали зошити для контрольних робіт і зошити для вправ, усього 51 зошит. Чи всі учні здали обидва зошити?

36. Допиши праворуч до числа 37 таку цифру, щоб це число ділилося: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

37. Замість зірочки постав таку цифру, щоб число 519*:
1) було парним; 2) було непарним;
3) ділилося на 5; 4) ділилося на 10.

13 38. Запиши значення x , при яких нерівність $413 < x < 424$ буде правильною і які кратні числу 2.



Подільність натуральних чисел

39. Запиши значення b , при яких нерівність $182 < b < 223$ буде правильною і які кратні числу 10.

40. Із цифр 0, 1, 5 і 8 склади по три чотирицифрові числа, які діляться: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10. (Цифри в запису числа не повторюються.)

41. Чи можна, використовуючи лише цифри 1 і 2, записати:

- 1) число, що ділиться на 10;
- 2) парне число;
- 3) число, яке кратне числу 5;
- 4) непарне число?

42. Використовуючи кожну цифру один раз, запиши найбільше:

- 1) чотирицифрове число, що кратне числу 2;
- 2) п'ятицифрове число, що кратне числу 5;
- 3) шестицифрове число, що кратне числу 10.

43. Із цифр 2, 0, 5 і 7 утвори всі можливі чотирицифрові парні числа. (Цифри в запису числа не повторюються.)

44. Знайди об'єм і площину поверхні куба, ребро якого дорівнює 1,2 см.

45. Запиши три числа, кожне з яких:

- 1) більше за 6,7, але менше від 6,9;
- 2) менше від $13\frac{5}{9}$, але більше за 13.

46. Перевір, що кожне із чисел 6, 28, 496 дорівнює сумі всіх його дільників, не враховуючи самого числа. (Такі числа називають *досконалими*.)

§ 3. Ознаки подільності на 9 та 3

Запишемо кілька перших чисел, кратних числу 9:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, ...

Очевидно, що число, яке кратне числу 9, може закінчуватися будь-якою цифрою. Тому робити висновок про подільність на 9 за останньою цифрою запису не можна.

Знайдемо суму цифр кожного з кількох чисел, які діляться на 9, і суму цифр кожного з кількох чисел, які не діляться на 9. Результати подамо у вигляді таблиці (див. с. 12) та з'ясуємо, як пов'язана подільність самого числа на 9 із подільністю суми його цифр на 9.



Розділ 1

Число	Чи ділиться число на 9?	Сума цифр	Чи ділиться сума цифр на 9?
1908	Так	18	Так
78 957	Так	36	Так
405	Так	9	Так
58 464	Так	27	Так
1205	Ні	8	Ні
15 478	Ні	25	Ні
5840	Ні	17	Ні
256	Ні	13	Ні

Сформулюємо ознаку подільності на 9:



на 9 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 9.
Якщо сума цифр числа не ділиться на 9, то це число не ділиться на 9.

Подібною до цієї ознаки є ознака подільності на 3:



на 3 діляться всі ті натуральні числа, сума цифр яких ділиться на 3.
Якщо сума цифр числа не ділиться на 3, то це число не ділиться на 3.

Приклад. З'ясувати, чи ділиться на 3 число: 1) 2571; 2) 14 021.

Розв'язання. 1) Сума цифр числа 2571 дорівнює $2 + 5 + 7 + 1 = 15$, сума цифр ділиться на 3, тому число 2571 ділиться на 3.

2) Оскільки сума цифр числа 14 021, що дорівнює $1 + 4 + 0 + 2 + 1 = 8$, не ділиться на 3, то і число 14 021 не ділиться на 3.



Як за записом натурального числа визначити, ділиться воно на 9 чи ні? • Як за записом натурального числа визначити, ділиться воно на 3 чи ні?

47. (Усно) Які із чисел 42, 217, 35, 1002, 8109 діляться: 1) на 3; 2) на 9?



Подільність натуральних чисел

48. Заповни в зошиті таку таблицю:

Число	12 352	45 981	2568	2583	15 875
Сума цифр					
Чи ділиться на 3?					
Чи ділиться на 9?					

49. Знайди суму цифр кожного із чисел: 135, 207, 396, 1086, 12 002, 576. Які з них діляться: 1) на 3; 2) на 9?

50. Із чисел 180, 2109, 541, 4590, 111 102, 7891 виши ті, які:

- 1) ділиться на 3; 2) ділиться на 9;
- 3) ділиться на 2 і на 3; 4) не ділиться на 3;
- 5) ділиться на 3, але не ділиться на 9.

51. Із чисел 582, 509, 450, 3105, 2017 виши ті, які:

- 1) ділиться на 3; 2) ділиться на 9;
- 3) ділиться на 3 і на 2; 4) ділиться на 9 і на 5.

52. Чи можна скласти трицифрове число, яке не містить однакових цифр і ділиться на 3, із цифр:

- 1) 1, 2, 3; 2) 2, 3, 5; 3) 1, 0, 8?
- 53. Чи можна з даних цифр скласти чотирицифрове число, що не містить однакових цифр, яке ділиться на 9:

- 1) 4, 6, 0, 9; 2) 9, 1, 2, 6?

54. Яку цифру потрібно підставити замість зірочки, щоб отримати число, яке ділиться на 9:

- 1) 2*00; 2) *375; 3) 8*19?

55. Яку цифру потрібно підставити замість зірочки, щоб отримати число, яке ділиться на 3:

- 1) 28*1; 2) 4*5; 3) 1111*?

56. Запиши значення x , які кратні числу 3, при яких нерівність $45 < x < 57$ буде правильною.

57. Запиши значення y , які кратні числу 3, але не кратні числу 9, при яких нерівність $116 < y < 145$ буде правильною.

58. З даних цифр утвори, якщо це можливо, одне трицифрове число, яке ділиться на 3, і одне трицифрове число, яке ділиться на 9 (цифри в числі можуть повторюватися):

- 1) 5, 8; 2) 3, 6; 3) 1, 8.

Розділ 1

 **59.** Підстав замість зірочок такі цифри, щоб число:

- 1) $5*7*$ ділилося на 3 і на 10;
- 2) $10\ 0**$ ділилося на 9 і на 10;
- 3) $*0\ 00*$ ділилося на 5 і на 9;
- 4) $71**$ ділилося на 3, на 5 і на 2.

60. Підстав замість зірочок такі цифри, щоб число:

- 1) $2*7*$ ділилося на 3 і на 5;
- 2) $20*\ 06*$ ділилося на 2 і на 9.

61. Запиши найменше чотирицифрове число, яке ділиться:

- 1) на 2 і на 3; 2) на 5 і на 9;
- 3) на 3 і на 10; 4) на 2, на 3 і на 5.

62.  Підстав замість зірочок такі цифри, щоб число $1*2*$ ділилося на 15. (Знайди всі можливі розв'язки.)

 **63.**  Учень прочитав 150 сторінок, що становить $\frac{5}{7}$ книжки. Скільки сторінок у книжці?

64.  Знайди градусну міру кута між стрілками годинника, коли вони показують:

- 1) 5 год; 2) 6 год; 3) 11 год; 4) 14 год.

 **65.** На столі лежать 25 сірників. Двоє гравців по черзі беруть 1 або 2 сірники. Переможе той, хто візьме останній сірник. Як має діяти перший гравець, щоб виграти?



§ 4. Прості та складені числа

Число 11 ділиться тільки на 1 і на себе. Іншими словами, число 11 має тільки два дільники: 1 і 11. У числа 8 чотири дільники: 1, 2, 4 і 8. Число 18 має шість дільників: 1, 2, 3, 6, 9 і 18.

Такі числа, як 8 і 18, називають *складеними числами*, а такі, як 11, — *простими числами*.



Натуральне число називають *простим*, якщо воно має тільки два різних дільники: одиницю і саме це число. Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше двох дільників.



Подільність натуральних чисел

Число 1 має тільки один дільник: саме себе. Тому воно не є ані простим, ані складеним.

Першими десятма простими числами є 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. На форзаці підручника наведено таблицю простих чисел від 2 до 997.

Найменше просте число — 2, найбільшого простого числа не існує. Яке просте число ми не взяли б, існує більше за нього просте число. Простих чисел безліч. Серед простих чисел лише число 2 є парним, усі інші — непарні.

Як визначити, що дане число є простим або складеним? Якщо число має дільник, відмінний від 1 і самого себе, то це число має більше двох дільників і тому є складеним.

Приклад. Простим чи складеним є число 10 345?

Розв'язання. Це число є складеним, бо має дільником число 5, відмінне від 1 і 10 345.



Будь-яке складене число можна розкласти на два множники, кожний з яких більший за 1 (наприклад, $10\ 345 = 5 \cdot 2069$). Просте число так розкласти на множники не можна.

A ще раніше...

Давньогрецький математик Евклід (бл. 356 — 300 до н. е.) довів, що простих чисел безліч і найбільшого простого числа не існує.

Інший давньогрецький учений Ератосфен (бл. 276—194 до н. е.) запропонував спосіб для складання таблиці простих чисел. Цей спосіб назвали «решето Ератосфена». У чому він полягає? Знайдемо, наприклад, усі прості числа від 1 до 30. Для цього вишишемо їх підряд. Викреслюємо 1, яке не є простим числом. Далі підкреслюємо число 2, яке є простим, і викреслюємо всі числа, що кратні 2, тобто числа 4, 6, 8, ... Наступне незакреслене число 3, яке є простим. Підкреслюємо його і закреслюємо всі числа, кратні 3, тобто числа 6, 9, 12, ... Підкреслюємо наступне незакреслене число 5, яке є простим, і т. д. Таким чином «висіяли» всі прості числа, що не перевищують число 30:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30



Розділ 1

Значним є внесок у вивчення простих чисел математиків П.Л. Чебишова (1821—1894), який довів, що між будь-якими натуральними числами n і $2n - 2$, де $n > 3$, завжди є принаймні одне просте число (наприклад, між числами 4 і 6 є просте число 5; між 5 і 8 — просте число 7; між 15 і 28 — просте число 17 і т. д.), та І.М. Виноградова (1891—1983), який встановив, що будь-яке непарне число, більше за 5, можна подати у вигляді суми трьох простих чисел, наприклад:

$$7 = 2 + 2 + 3; 9 = 3 + 3 + 3 = 2 + 2 + 5; \\ 11 = 2 + 2 + 7 = 3 + 3 + 5 \text{ і т. д.}$$



Які числа називають простими? • Які числа називають складеними? • Чому число 1 не є ані простим, ані складеним? • Наведи приклади простих чисел, складених чисел.



66. (Усно) Використовуючи таблицю простих чисел, назви прості числа, які:

- 1) менші від 37, але більші за 20;
- 2) більші за 78, але менші від 110.

67. Перевір, користуючись таблицею простих чисел, які із чисел прості, а які — складені:

197, 203, 239, 489, 563, 839, 871.

68. Визнач, використовуючи таблицю простих чисел, які із чисел прості, а які — складені:

113, 137, 171, 251, 293, 403, 439, 501, 701.



69. Доведи, що є складеним число:

- 1) 7152; 2) 60 003; 3) 11 115; 4) 3819.

70. Доведи, що є складеним число:

- 1) 80 001; 2) 7315; 3) 12 340; 4) 738.

71. Запиши всі дільники числа 24. Підкресли ті з них, які є простими числами.

72. Запиши замість зірочки таку цифру, щоб було складеним число: 1) 273*; 2) 5*39.

73. Запиши замість зірочки таку цифру, щоб було складеним число: 1) 987*; 2) 5*41.





Подільність натуральних чисел

3 74. Не використовуючи таблицю простих чисел, запиши:

- 1) усі прості числа, більші за 7 і менші від 20;
- 2) усі складені числа, більші за 50 і менші від 66.

75. Не використовуючи таблицю простих чисел, знайди:

- 1) усі прості числа x , при яких нерівність $37 < x < 60$ є правильною;
- 2) усі складені числа y , при яких нерівність $4 < y < 21$ є правильною.

76. Простим чи складеним числом є добуток:

- 1) $13 \cdot 1$; 2) $15 \cdot 1$; 3) $7 \cdot 11$; 4) $1 \cdot 2 \cdot 67$?

4 77. Чи можна записати просте трицифрове число, використавши лише один раз кожну із цифр:

- 1) 4, 6, 8; 2) 1, 3, 5; 3) 0, 2, 5?

78. Чи можна записати просте трицифрове число, використавши лише один раз кожну із цифр:

- 1) 0, 4, 5; 2) 1, 2, 0?

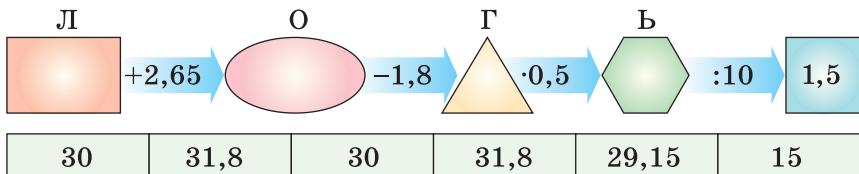
79. Простим чи складеним є число, записане за допомогою:

- 1) п'ятнадцяти одиниць; 2) дві тисячі чотирнадцяти п'ятірок; 3) усіх десяти цифр?

80. **2** Виділи цілу та дробову частини числа:

- 1) $\frac{117}{2}$; 2) $\frac{163}{17}$; 3) $\frac{900}{25}$; 4) $\frac{1235}{63}$.

81. **3** Знайди пропущені числа та прочитай прізвище видатного письменника, який народився в Україні.



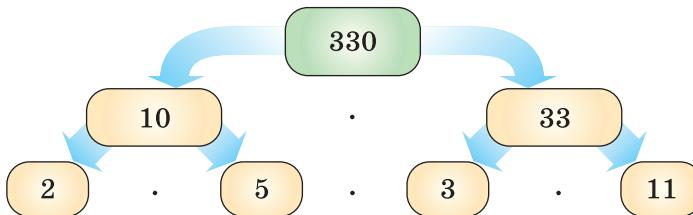
82. Знайди зручний спосіб для обчислення значення виразу:

- 1) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 97 + 99$;
- 2) $2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100 - 1 - 3 - 5 - \dots - 97 - 99$.

Розділ 1

§ 5. Розкладання чисел на прості множники

Кожне складене число можна подати у вигляді добутку хоча б двох множників, відмінних від одиниці. Наприклад, $330 = 10 \cdot 33$. Якщо серед таких множників є складені числа, то їх також можна подати у вигляді добутку двох множників. Наприклад, $330 = 10 \cdot 33 = (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 11) = = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$. Схематично це можна подати так:



Якщо складене число подано у вигляді добутку, всі множники якого є простими числами, то кажуть: складене число **розв'язане на прості множники**. Наприклад, $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$; $900 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ тощо. **Розкладом простого числа на прості множники будемо вважати саме це число.**

При розкладанні числа на прості множники доцільно використовувати ознаки подільності на 2, 3 та 5. При розкладанні багатоцифрових чисел на прості множники використовують схему, подану в наступному прикладі.

Приклад 1. Розкласти на прості множники число 420.

Розв'язання. Запишемо число 420 і праворуч від нього проведемо вертикальну риску. Це число ділиться на 2, бо закінчується цифрою 0. Запишемо цей дільник 2 праворуч від риски, а частку $420 : 2 = 210$ запишемо під числом 420. Далі із числом 210 виконуємо те саме: $210 : 2 = 105$. Число 105 не ділиться на 2, бо закінчується непарною цифрою. Але 105 ділиться на 3, бо сума його цифр ($1 + 0 + 5 = 6$) ділиться на 3. Маємо $105 : 3 = 35$. Далі $35 : 5 = 7$. Число 7 — просте, поділивши його на 7, одержимо 1. Розклад закінчено. Отже, стовпчик чисел праворуч від риски складається з простих множників, добуток яких дорівнює 420, тобто



Подільність натуральних чисел

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Зауважимо, що добуток однакових множників у розкладі числа на прості множники можна замінювати степенем. Наприклад, $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$; $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ тощо.

Утворюючи всі можливі добутки зі знайдених простих множників по два, по три тощо, одержимо всі інші дільники числа.

Приклад 2. Знайти всі дільники числа 84.

Розв'язання. Розкладаємо число 84 на прості множники: $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$. Дільниками числа 84 є 1, прості числа 2, 2, 3, 7 та всі можливі їх добутки:

7	7
1	= 21;

по два: $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 7 = 14$, $3 \cdot 7 = 21$;

по три: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$, $2 \cdot 2 \cdot 7 = 28$, $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$;

по чотири: $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$.

Отже, дільниками числа 84 є: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.



Поясни, що означає розкласти число на прості множники.

1 83. (Усно) Чи є розкладом на прості множники добуток: 1) $3 \cdot 5$; 2) $1 \cdot 5$; 3) $2 \cdot 7 \cdot 12$; 4) $4 \cdot 3 \cdot 5$?

84. (Усно) Розклади на прості множники число:

- 1) 8; 2) 10; 3) 12; 4) 14; 5) 17;
6) 18; 7) 20; 8) 25; 9) 27; 10) 31.

2 85. Розклади на прості множники число:

- 1) 56; 2) 130; 3) 60; 4) 96; 5) 250;
6) 315; 7) 561; 8) 175; 9) 2240; 10) 1782.

86. Розклади на прості множники число:

- 1) 48; 2) 105; 3) 88; 4) 660;
5) 600; 6) 3003; 7) 2772; 8) 4900.

3 87. Чи ділиться число $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 17$ на:

- 1) 2; 2) 6; 3) 51?

У разі позитивної відповіді знайди частку від ділення.



Розділ 1

88. Знайди частку від ділення:

- 1) числа $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19$ на число $2 \cdot 7 \cdot 19$;
- 2) числа $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ на число 15.

89. У деяку кількість кошиків, яких менше ніж 20, розклали порівну 85 яблук. Скільки всього було кошиків і скільки яблук містив кожний кошик?

90. Розклади на прості множники число 990 та знайди всі його дільники.

91. Розклади на прості множники число 700 та знайди всі його дільники.

92. Заміни зірочки цифрами, щоб рівність була правильною: $7** = 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot *$.

93. Площа Італії разом з островами становить приблизно $309\ 500\ \text{км}^2$, а площа України на 95 % за неї більша. Знайди площу України. Порівняй отриманий результат з точними даними про площу України.

94. Виконай дії:

$$1) 7\frac{8}{13} + 11\frac{5}{13} - 4\frac{3}{17}; \quad 2) \left(4\frac{5}{11} + 7\frac{6}{11} \right) - \left(9\frac{8}{17} - 5\frac{11}{17} \right).$$

95. 1) Використовуючи таблицю простих чисел (до 1000), знайди всі пари простих чисел, у кожній з яких друге число більше за перше на 2. (Такі пари простих чисел називають *числами-близнюками*).

2) Використовуючи калькулятор, комп'ютер або інформацію в Інтернеті, спробуй знайти ще кілька таких пар чисел, кожне з яких більше за 1000.



6. Найбільший спільний дільник

Розглянемо задачу.

Задача. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти, маючи 32 цукерки «Білочка» і 24 цукерки «Чебурашко», якщо треба використати всі цукерки і у кожному подарунку мають бути цукерки двох видів?

Розв'язання. Кожне із чисел 32 і 24 має ділитися на кількість подарунків. Тому спочатку випишемо всі діль-





Подільність натуральних чисел

ники числа 32: 1, 2, 4, 8, 16 і 32, а потім — усі дільники числа 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 і 24.

Спільними дільниками (їх підкреслено) чисел 32 і 24 будуть 1, 2, 4, 8, а найбільшим — 8. Це число називають **найбільшим спільним дільником** чисел 32 і 24.

Отже, можна скласти 8 подарунків, у кожному з яких буде 4 цукерки «Білочка» ($32 : 8 = 4$) і 3 цукерки «Чебурашка» ($24 : 8 = 3$).



Найбільшим спільним дільником кількох натуральних чисел називають найбільше натуральне число, на яке ділиться кожне з даних чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД (a ; b). Для попередньої задачі можна записати НСД (32 ; 24) = 8.

У розглянутій задачі знайшли найбільший спільний дільник невеликих чисел 32 і 24, записавши всі дільники кожного з них. Також для знаходження найбільшого спільного дільника (зокрема, великих чисел) користуються таким правилом:



найбільший спільний дільник кількох чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел.

Приклад 1. Знайти НСД (630 ; 1470).

Розв'язання. Розкладемо числа 630 і 1470 на прості множники і підкreslimo ті з них, які є спільними в обох розкладах (а саме 2, 3, 5 і 7):

$630 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7};$	$7 \quad 7$
$1470 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7} \cdot 7.$	$1 \quad \quad \quad \quad \quad 1$

Отже, НСД (630 ; 1470) = $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$.

Приклад 2. Знайти НСД (60 ; 140 ; 220).

Розв'язання. $60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$; $140 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7}$; $220 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot 11$.

Отже,

$\text{НСД} (60; 140; 220) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Розділ 1

Маємо таке правило:



щоб знайти найбільший спільний дільник кількох чисел, достатньо:

- 1) розкласти дані числа на прості множники;
- 2) вписати всі спільні прості множники в знайдених розкладах і обчислити їх добуток.

Якщо серед даних чисел є число, на яке діляться інші з даних чисел, то це число і буде найбільшим спільним дільником даних чисел.

Приклад 3. Знайти НСД (8; 64; 320).

Розв'язання. Оскільки числа 64 і 320 діляться на 8, то НСД (8; 64; 320) = 8.

Якщо розклади даних чисел на прості множники не мають спільних множників, то найбільшим спільним дільником цих чисел буде число 1.



Два натуральних числа, найбільший спільний дільник яких дорівнює 1, називають **взаємно простими числами**.

Наприклад, числа 12 і 35 — взаємно прості, бо $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $35 = 5 \cdot 7$ і НСД (12; 35) = 1. Числа ж 15 і 18 не є взаємно простими, бо мають спільний дільник 3.

А ще раніше...

Цікавий спосіб знаходження найбільшого спільного дільника двох чисел описав у своїй книзі «Начала» давньогрецький математик Евклід (бл. 300 р. до н. е.). Для цього він ділив більше число на менше, менше — на одержану остачу, першу остачу — на другу і т. д. Остання відмінна від нуля остача й була шуканим НСД двох чисел. Цей спосіб отримав назву **алгоритм Евкліда**.

Знайдемо, наприклад, за цим алгоритмом НСД (407; 148):

$$\begin{array}{r} 407 \quad | \quad 148 \\ -296 \quad | \quad 2 \\ \hline 111 \text{ (остача)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 148 \quad | \quad 111 \\ -111 \quad | \quad 1 \\ \hline 37 \text{ (остача)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111 \quad | \quad 37 \\ -111 \quad | \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

Отже,

$$\text{НСД (407; 148)} = 37.$$



Подільність натуральних чисел



Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел? • Як знайти найбільший спільний дільник двох чисел? • Число a є дільником числа b . Чому дорівнює НСД ($a; b$)? • Які два числа називають взаємно простими?



96. (Усно) Чи є число 5 спільним дільником чисел:

- 1) 30 і 25; 2) 48 і 15?

97. (Усно) Знайди спільні дільники та найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 2 і 4; 2) 6 і 15; 3) 8 і 18.

98. Знайди найбільший спільний дільник чисел a і b , якщо:

- 1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ і $b = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13$;
2) $a = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ і $b = 5 \cdot 5 \cdot 19$.

99. Знайди найбільший спільний дільник чисел c і d , якщо:

- 1) $c = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ і $d = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$;
2) $c = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ і $d = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

100. (Усно) Чи є взаємно простими числа:

- 1) 6 і 9; 2) 7 і 8; 3) 9 і 12; 4) 4 і 11?

101. (Усно) Серед чисел 2, 7, 14 і 20 знайди всі пари взаємно простих чисел.

102. Знайди найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 78 і 195; 2) 35 і 18; 3) 210 і 120;
4) 735 і 70; 5) 4, 24 і 32; 6) 36, 54 і 72.

103. Знайди найбільший спільний дільник чисел:

- 1) 24 і 40; 2) 70 і 110; 3) 49 і 48;
4) 231 і 273; 5) 5, 25 і 45; 6) 150, 375 і 600.

104. Знайди найбільший спільний дільник чисельника і знаменника дробу: 1) $\frac{6}{24}$; 2) $\frac{33}{143}$; 3) $\frac{10}{462}$; 4) $\frac{18}{225}$.

105. Доведи, що: 1) числа 35 і 72 є взаємно простими;

- 2) числа 209 і 171 не є взаємно простими.

106. Доведи, що: 1) числа 299 і 184 не є взаємно простими;

- 2) числа 26 і 45 є взаємно простими.

Розділ 1

107. Чи є взаємно простими числа:

- 1) 3 і 100; 2) 35 і 133; 3) 143 і 209; 4) 2010 і 2012?

108. Чи є взаємно простими числа:

- 1) 7 і 48; 2) 21 і 161; 3) 66 і 455; 4) 2005 і 3005?

109. Запиши всі правильні дроби зі знаменником 18, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

110. Запиши всі неправильні дроби із чисельником 20, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

111. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна скласти, маючи 60 цукерок і 45 яблук, так, щоб використати всі цукерки і яблука та щоб кожен подарунок містив і цукерки, і яблука.

112. У яку найбільшу кількість магазинів можна порівну розподілити для продажу 108 DVD-дисків з мультфільмами і 120 дисків із фільмами про тварин? По скільки дисків кожного жанру отримає кожний магазин?

113. У шестих класах 24 хлопчики і 36 дівчаток. Учнів поділили на групи для привітання ветеранів так, щоб в усіх групах була однакова кількість дівчаток і однакова кількість хлопчиків. Скількох ветеранів привітали, якщо їх більше за 7?

114. В одному потязі 252 купейних місця, а в іншому — 396 купейних місць. По скільки купейних вагонів у кожному потязі, якщо в усіх купейних вагонах кількість місць є однаковою і їх більше за 20?

115. Із 210 білих, 150 жовтих і 90 червоних троянд необхідно скласти однакові букети так, щоб у кожному букеті були троянди всіх трьох кольорів. Яку найбільшу кількість таких букетів можна скласти? По скільки троянд кожного кольору буде в кожному букеті?

116. Шлях від *A* до *B* завдовжки 360 км автомобіль проїхав за 4 год, а повернувся назад — за 5 год. Яка середня швидкість автомобіля за весь час руху?

117. Автомобіль їхав 2 год зі швидкістю 72,4 км/год і 3 год зі швидкістю 71,6 км/год. Знайди середню швидкість автомобіля за весь час руху.



Подільність натуральних чисел

118. Вкладник поклав до банку 8000 грн під 15 % річних. Скільки грошей буде на рахунку вкладника через рік; через два роки?

119. Знайди останню цифру числа:

- 1) 5^{2015} ; 2) 3^{20} ; 3) 2^{2000} .



7. Найменше спільне кратне

Розглянемо задачу.

Задача. Яка найменша ціла кількість метрів тканини має бути в сувої, щоб її можна було всю розрізати без остачі по 4 м або по 6 м?

Розв'язання. Число метрів у сувої повинно ділิตися і на 4, і на 6, тобто повинно бути кратним і числу 4, і числу 6.

Запишемо числа, кратні числу 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., і числа, кратні числу 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

Спільними кратними (іх підкреслено) чисел 4 і 6 будуть числа 12, 24, 36, ..., найменше з яких 12. Це число називають **найменшим спільним кратним** чисел 4 і 6. Отже, найменша кількість метрів тканини, що має бути у сувої, дорівнює 12 м. Тоді її можна розрізати по 4 м на 3 частини ($12 : 4 = 3$) або по 6 м на 2 частини ($12 : 6 = 2$).



Найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел називають найменше натуральне число, яке ділиться на кожне з даних чисел.

Найменше спільне кратне двох чисел a і b позначають НСК (a ; b). Отже, можна записати НСК (4; 6) = 12.

У розглянутій задачі ми знайшли найменше спільне кратне невеликих чисел 4 і 6, виписавши поспіль кілька кратних цих чисел. Для великих чисел цей спосіб є громіздким, тому найменше спільне кратне знаходять інакше.

Приклад 1. Знайти НСК (30; 36).

Розв'язання. Розкладемо дані числа на прості множники $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. Найменше спільне кратне має ділитися і на 30, і на 36. Тому воно повинно містити всі прості множники і першого, і другого чисел.

Розділ 1

Розглянемо розклад одного із цих чисел, наприклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, і з'ясуємо, яких простих множників другого числа в цьому розкладі немає. Такими множниками будуть 2 і 3. Справді, в розкладі $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ є один множник 2 і один множник 3, а в розкладі $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ два множники 2 і два множники 3. Отже, щоб знайти НСК (30; 36), треба розклад $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ доповнити множниками 2 і 3, яких не вистачає. Маємо:

$$\text{НСК} (30; 36) = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 5}_{30} \cdot 2 \cdot 3 = 180.$$



Щоб знайти найменше спільне кратне двох чисел, достатньо:

- 1) розкласти дані числа на прості множники;
- 2) доповнити розклад одного з них тими множниками розкладу другого числа, яких не вистачає в розкладі першого;
- 3) обчислити добуток знайдених множників.

За цим самим правилом можна знайти найменше спільне кратне трьох і більше чисел. Тоді розклад одного із цих чисел на прості множники треба доповнити тими простими множниками інших чисел, яких не вистачає в його розкладі, та обчислити добуток знайдених множників.

Приклад 2. Знайти НСК (42; 66; 90).

Розв'язання. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$;

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$\text{НСК} (42; 66; 90) = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 7}_{42} \cdot 11 \cdot 3 \cdot 5 = 6930.$$

Якщо одне з даних чисел ділиться на всі інші, то це число є їх найменшим спільним кратним.

Приклад 3. Знайти НСК (6; 9; 36).

Розв'язання. Оскільки число 36 ділиться як на 6, так і на 9, то $\text{НСК} (6; 9; 36) = 36$.

Найменшим спільним кратним двох взаємно простих чисел буде добуток цих чисел.

Наприклад, $\text{НСК} (5; 8) = 5 \cdot 8 = 40$.



Яке число називають найменшим спільним кратним чисел a і b ? ● Як знайти найменше спільне кратне двох чисел? ● Число m ділиться на число n . Чому дорівнює НСК (m ; n)?



Подільність натуральних чисел

1 120. (Усно) Чи є:

- 1) число 56 спільним кратним чисел 2 і 7;
- 2) число 48 спільним кратним чисел 5 і 6?

121. Назви кілька спільних кратних чисел:

- 1) 5 і 2;
- 2) 4 і 8;
- 3) 3 і 7.

122. Знайди найменше спільне кратне чисел a і b , якщо:

- 1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ і $b = 2 \cdot 3 \cdot 7$;
- 2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ і $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

123. Знайди найменше спільне кратне чисел m і n , якщо:

- 1) $m = 3 \cdot 5 \cdot 7$ і $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$;
- 2) $m = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ і $n = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$.

2 124. Доведи, що дані числа є взаємно простими, та знайди їх найменше спільне кратне:

- 1) 7 і 9;
- 2) 8 і 39;
- 3) 25 і 42.

125. Знайди найменше спільне кратне чисел:

- 1) 15 і 18;
- 2) 16 і 24;
- 3) 48 і 72;
- 4) 350 і 420;
- 5) 12, 18 і 36;
- 6) 280, 360 і 840.

126. Знайди найменше спільне кратне чисел:

- 1) 12 і 10;
- 2) 16 і 21;
- 3) 110 і 160;
- 4) 540 і 306;
- 5) 15, 25 і 75;
- 6) 270, 324 і 540.

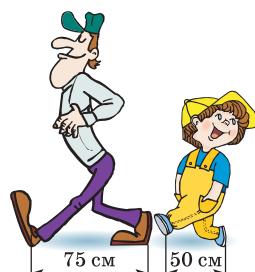
127. Знайди найменше спільне кратне знаменників дробів:

- 1) $\frac{2}{9}$ і $\frac{1}{12}$;
- 2) $\frac{5}{16}$ і $\frac{7}{36}$;
- 3) $\frac{1}{6}; \frac{1}{9}$ і $\frac{1}{24}$;
- 4) $\frac{1}{12}; \frac{3}{8}$ і $\frac{7}{25}$.

128. Знайди найменше спільне кратне знаменників дробів:

- 1) $\frac{5}{12}$ і $\frac{7}{18}$;
- 2) $\frac{1}{8}; \frac{1}{12}$ і $\frac{3}{20}$.

3 129. Довжина кроку батька 75 см, довжина кроку сина 50 см. Яку найменшу однакову відстань вони мають пройти, щоб кількість кроків кожного довірнувало цілому числу?



Розділ 1

130. Від пункту A вздовж дороги встановлено стовпі че-рез кожні 40 м. Ці стовпі вирішили замінити іншими і встановили їх на відстані 55 м один від одного. Знайди від-стань від пункту A до найближчого стовпа, який буде вста-новлено на місці старого.

4 **131.** Бабуся має трьох онуків. Сергій відвідує бабусю кожні 4 дні, Іван — кожні 5 днів, Петро — кожні 6 днів. Хлопці зустрілися у бабусі 1 січня невисокосного року. Якого числа вони зустрінуться у бабусі наступного разу?

132. Три теплоходи здійснюють регулярні рейси з Одеси. Один з них повертається через 10 діб, другий — через 12 діб, третій — через 18 діб. Теплоходи зустрілися в одесь-кому порту в понеділок. Через скільки діб і в який день тижня вони зустрінуться в цьому порту знову?

133. Одну жінку запитали, скільки курчат вона привезла на базар. Вона відповіла, що їх більше ніж 115, але мен-ше ніж 145 і при цьому їх можна розділити по 4, по 6 і по 10. Скільки курчат привезла жінка на базар?

134. **3** Розв'яжи рівняння:

- 1) $(x - 37,15) \cdot 5,1 = 245,82;$
- 2) $(37,5 + x) : 1,2 = 43,5.$

135. **4** Зустрілися шестеро друзів і потисли один од-ному руки. Скільки всього було здійснено рукостис-кань?

136. Можна довести, що для будь-яких натуральних чи-сел a і b виконується рівність

$$\text{НСД}(a; b) \cdot \text{НСК}(a; b) = a \cdot b.$$

Перевір виконання цієї рівності для таких пар чисел:

- 1) $a = 18; b = 12;$
- 2) $a = 15; b = 17;$
- 3) $a = 9; b = 27.$

Завдання для перевірки знань № 1 (§ 1 — § 7)

1. **1** Чи правильно, що:

- 1) 4 є дільником числа 20; 2) 14 є кратним числу 3?

2. **1** Які із чисел 135, 290, 72, 112, 75 діляться:

- 1) на 9; 2) на 5?



Подільність натуральних чисел

3. Знайди найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне чисел a і b , якщо: $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ і $b = 2 \cdot 3 \cdot 7$.
4. Розклади на прості множники числа:
1) 36; 2) 150.
5. Знайди найбільший спільний дільник чисел 77 і 132.
6. Знайди найменше спільне кратне чисел 63 і 72.
7. Чи є числа 3234 і 3575 взаємно простими?
8. У числі 12 37* заміни зірочку цифрою так, щоб утворене число було кратним числу: 1) 2; 2) 3.
Знайди всі розв'язки.
9. Екскурсанти можуть розміститися в човнах по 12 або по 16 у кожному. В обох випадках вільних місць не залишиться. Скільки було екскурсантів, якщо їх більше ніж 53, але менше за 100?

Додаткові вправи

10. Знайди найбільше п'ятицифрове число, яке буде кратним числу 49.
11. Заміни зірочки цифрами так, щоб множення було виконано правильно:
1) * * * * = 483;
2) * * * * * = 385.



Розділ 2

Звичайні дроби

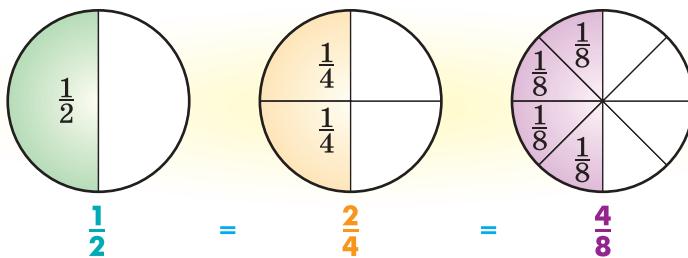
У цьому розділі ви:

- **згадаєте** відомості про звичайні дроби, як знаходити дріб від числа та число за його дробом;
- **ознайомитеся** з основною властивістю дробу;
- **навчитесь** скорочувати звичайні дроби, виконувати дії зі звичайними дробами.



8. Основна властивість дробу. Скорочення дробу

Нагадаємо основну властивість частки: якщо ділене і дільник помножити на одне і те саме відмінне від нуля число, то частка від цього не зміниться. Оскільки звичайний дріб можна розглядати як частку від ділення, то цю властивість можна застосовувати і до звичайних дробів.



Мал. 2

На малюнку можна побачити, що $\frac{1}{2}$ круга дорівнює $\frac{2}{4}$ круга, а $\frac{2}{4}$ круга дорівнює $\frac{4}{8}$ круга. Тому можна записати:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}.$$



Звичайні дроби

Розглянемо, наприклад, рівність $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. У цій рівності з лівої частини одержимо праву, якщо чисельник і знаменник дробу помножимо на 2. Справді, $\frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{4}{8}$.

Далі розглянемо рівність $\frac{4}{8} = \frac{2}{4}$. У цій рівності з лівої частини одержимо праву, якщо чисельник і знаменник дробу поділимо на 2, тобто $\frac{4}{8} = \frac{4 : 2}{8 : 2} = \frac{2}{4}$.

Маємо **основну властивість дробу**:



значення дробу не зміниться, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме відмінне від нуля число.

Наприклад: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$; $\frac{14}{20} = \frac{14 : 2}{20 : 2} = \frac{7}{10}$.

З рівності $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ випливає, що дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{6}{15}$ є різними записами одного й того самого числа. Оскільки $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$, то дроби $\frac{14}{20}$ і $\frac{7}{10}$ є також різними записами одного числа.

Ділення чисельника і знаменника дробу на одне й те саме натуральне число називають **скороченням дробу**. При цьому один дріб замінюють на інший, що дорівнює даному, але порівняно з ним має менші чисельник і знаменник.

Приклад 1. $\frac{4}{10} = \frac{4 : 2}{10 : 2} = \frac{2}{5}$, дріб скорочено на 2.

Приклад 2. $\frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5}$, дріб скорочено на 3.



Ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник називають скороченням дробу.

Як правило, дію ділення чисельника і знаменника дробу на одне й те саме число не пишуть і після знака рівності одразу записують скорочений дріб.

Приклад 3. $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, або $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, дріб скорочено на 4.

Розділ 2

Дріб можна скоротити, якщо його чисельник і знаменник мають спільний дільник, відмінний від 1. Якщо чисельник і знаменник дробу взаємно прості числа, то дріб скоротити не можна. Такий дріб називають **нескоротним дробом**. Наприклад: $\frac{4}{5}, \frac{7}{13}, \frac{8}{5}$.

Щоб з даного дробу одержати нескоротний дріб, треба чисельник і знаменник поділити на їх найбільший спільний дільник. Скорочувати дріб можна двома способами.

I способ. Поступово ділячи чисельник і знаменник на їх відповідні спільні дільники, поки не отримаємо нескоротний дріб.

II способ. Одразу ділячи чисельник і знаменник на їх найбільший спільний дільник.

Приклад 4. Скоротити дріб $\frac{66}{78}$.

Розв'язання. I способ. $\frac{66}{78} = \frac{33}{39} = \frac{11}{13}$, спочатку скоротили на 2, потім на 3.

II способ. НСД (66; 78) = 6, тому $\frac{66}{78} = \frac{11}{13}$, чисельник і знаменник одразу скоротили на 6.

Іноді зручно при скороченні дробу розкласти чисельник і знаменник на кілька множників, а потім уже скротити.

Приклад 5. $\frac{135}{360} = \frac{5 \cdot 27}{36 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}$. Скоротимо на $3 \cdot 3 \cdot 5$ і отримаємо $\frac{135}{360} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{8}$.



Сформулуй основну властивість дробу. • Чи зміниться значення дробу, якщо чисельник і знаменник дробу помножити на 10; якщо чисельник і знаменник дробу поділити на 2? • Що називають скроченням дробу? • Який дріб називають нескоротним?

137. (Усно) Обґрунтуй рівність:

$$1) \frac{1}{3} = \frac{2}{6}; \quad 2) \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; \quad 3) \frac{3}{8} = \frac{30}{80}; \quad 4) \frac{24}{30} = \frac{4}{5}.$$

Звичайні дроби

138. (Усно) Чи правильна рівність:

1) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; 2) $\frac{1}{3} = \frac{5}{12}$; 3) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; 4) $\frac{5}{20} = \frac{1}{2}$?

139. Запиши три дроби, які дорівнюють $\frac{1}{7}$.

140. Запиши два дроби, які дорівнюють $\frac{1}{3}$.

141. Помнож чисельник і знаменник кожного дробу на 3 та запиши відповідні рівності: 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{7}{10}$.

142. Помнож чисельник і знаменник кожного дробу на 2 та запиши відповідні рівності: 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{2}{7}$.

143. Поділи чисельник і знаменник кожного дробу на 2 та запиши відповідні рівності: 1) $\frac{4}{14}$; 2) $\frac{18}{20}$.

144. Поділи чисельник і знаменник кожного дробу на 3 та запиши відповідні рівності: 1) $\frac{6}{9}$; 2) $\frac{12}{21}$.

145. (Усно) Скороти дріб:

1) $\frac{2}{10}$; 2) $\frac{100}{700}$; 3) $\frac{8000}{9000}$; 4) $\frac{11}{33}$.

146. Запиши три дроби, що дорівнюють дробу $\frac{16}{24}$, знаменники яких менші від знаменника даного дробу.

147. Запиши три дроби, що дорівнюють дробу $\frac{18}{48}$, знаменники яких менші від знаменника даного дробу.

148. Заміни дробом, знаменник якого дорівнює 36, кожний з дробів: 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{1}{12}$.

149. Заміни дробом, знаменник якого дорівнює 24, кожний з дробів: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{2}{3}$.

150. Скороти дріб:

1) $\frac{12}{15}$; 2) $\frac{18}{36}$; 3) $\frac{42}{48}$; 4) $\frac{12}{4}$;

Розділ 2

5) $\frac{36}{64}$; 6) $\frac{45}{75}$; 7) $\frac{22}{66}$; 8) $\frac{21}{3000}$.

151. Скороти дріб:

1) $\frac{9}{15}$; 2) $\frac{8}{12}$; 3) $\frac{28}{35}$; 4) $\frac{15}{3}$;
5) $\frac{39}{91}$; 6) $\frac{250}{1000}$; 7) $\frac{60}{144}$; 8) $\frac{55}{4000}$.

152. Знайди НСД чисельника і знаменника кожного з дробів та скороти дроби:

1) $\frac{120}{150}$; 2) $\frac{725}{1000}$; 3) $\frac{140}{770}$; 4) $\frac{540}{600}$.

153. Випиши з поданих нижче дробів ті, які можна скротити, і скороти їх:

1) $\frac{7}{8}$; 2) $\frac{6}{9}$; 3) $\frac{8}{12}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{9}{24}$;
6) $\frac{11}{100}$; 7) $\frac{14}{100}$; 8) $\frac{25}{75}$; 9) $\frac{210}{350}$; 10) $\frac{13}{1000}$.

154. Випиши дроби, які можна скротити, і скороти їх:

1) $\frac{6}{15}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{14}{20}$; 4) $\frac{18}{30}$; 5) $\frac{41}{100}$;
6) $\frac{55}{65}$; 7) $\frac{44}{110}$; 8) $\frac{27}{500}$; 9) $\frac{420}{630}$; 10) $\frac{888}{1000}$.

155. Запиши відсотки звичайним нескротним дробом:

1) 5 %; 2) 20 %; 3) 38 %; 4) 60 %.

156. Віднови запис: 1) $\frac{40}{100} = \frac{50}{\square} = \frac{5}{\square}$; 2) $\frac{4}{24} = \frac{4}{8} = \frac{1}{\square}$.

157. Накресли координатний промінь, узявши за одиничний відрізок 24 клітинки зошита. Познач на промені точки з координатами:

$$\frac{1}{24}, \frac{6}{24}, \frac{11}{24}, \frac{12}{24}, \frac{15}{24}, \frac{16}{24}, \frac{22}{24}, \frac{3}{12}, \frac{6}{12}, \frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{6}, \frac{2}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}.$$

Які з цих точок зображуються на координатному промені однією і тією самою точкою? Запиши відповідні рівності.

158. Накресли координатний промінь, узявши за одиничний відрізок 18 клітинок. Познач на промені точки з координатами:

Звичайні дроби

$$\frac{1}{18}, \frac{2}{18}, \frac{4}{18}, \frac{6}{18}, \frac{7}{18}, \frac{12}{18}, \frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}.$$

Які з цих точок зображуються на координатному промені однією і тією самою точкою? Запиши відповідні рівності.

3 159. Запиши десятковий дріб у вигляді звичайного і результат, якщо можливо, скороти:

- 1) 0,4; 2) 0,22; 3) 0,75; 4) 0,31; 5) 0,125; 6) 0,734.

160. Запиши десятковий дріб у вигляді звичайного і результат, якщо можливо, скороти:

- 1) 0,2; 2) 0,18; 3) 0,25; 4) 0,47; 5) 0,375; 6) 0,832.

161. Дай відповідь у вигляді нескоротного дробу:

- 1) яку частину кілограма складають: 40 г, 120 г, 750 г;
- 2) яку частину години складають: 5 хв, 12 хв, 45 хв;
- 3) яку частину розгорнутого кута становить кут, градусна міра якого: 18° , 45° , 120° ?

162. Дай відповідь у вигляді нескоротного дробу:

- 1) яку частину метра складають: 25 см, 12 см, 80 см;
- 2) яку частину хвилини складають: 10 с, 42 с, 40 с;
- 3) яку частину прямого кута складає кут, градусна міра якого: 5° , 12° , 27° ?

163. Виконай дії і результат скороти:

$$1) \frac{7}{12} + \frac{3}{12}; \quad 2) \frac{13}{18} - \frac{5}{18}; \quad 3) 1\frac{3}{20} + 5\frac{7}{20}; \quad 4) 9\frac{13}{48} - 5\frac{5}{48}.$$

164. (Усно) Спочатку дріб скоротили на 2, потім — на 3, а потім — на 7 й отримали нескоротний дріб. На яке число можна було одразу скоротити дріб?

165. Використовуючи основну властивість дробу, знайди x :

$$1) \frac{5}{8} = \frac{x}{40}; \quad 2) \frac{x}{46} = \frac{12}{23}; \quad 3) \frac{9}{x} = \frac{45}{55}; \quad 4) \frac{8}{9} = \frac{72}{x}.$$

166. Використовуючи основну властивість дробу, знайди y :

$$1) \frac{12}{27} = \frac{y}{9}; \quad 2) \frac{y}{84} = \frac{8}{21}; \quad 3) \frac{14}{y} = \frac{98}{35}; \quad 4) \frac{14}{15} = \frac{112}{y}.$$

4 167. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{x-7}{25} = \frac{3}{5}; \quad 2) \frac{4}{x+5} = \frac{8}{24}; \quad 3) \frac{7x-2}{10} = \frac{10}{20}.$$



Розділ 2

168. Дріб $\frac{a}{54}$ скоротили на 9 і отримали $\frac{5}{b}$. Знайди значення a і b .

169. Дріб $\frac{18}{x}$ скоротили на 2 і отримали $\frac{y}{13}$. Знайди значення x і y .

170. Скороти дріб (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{5a}{6a}; \quad 2) \frac{32b}{48}; \quad 3) \frac{10xy}{15xy}; \quad 4) \frac{15at}{20pa}.$$

171. Порівняй дроби:

$$1) \frac{7}{11} \text{ і } \frac{5}{11}; \quad 2) \frac{13}{9} \text{ і } \frac{7}{9}; \quad 3) 1 \text{ і } \frac{14}{15}; \quad 4) \frac{17}{17} \text{ і } 1; \quad 5) \frac{12}{12} \text{ і } \frac{13}{12}.$$

172. Знайди:

1) НСК (24; 36); 2) НСК (80; 120); 3) НСК (42; 91).

173. Сторони прямокутника дорівнюють 8 см і 12 см. Знайди площину квадрата, периметр якого на 4 см більший за периметр прямокутника.

174. Маленька коробка вміщує 12 олівців, а велика — 18 олівців. Відомо, що Ірина може розкласти всі свої олівці як у маленькі коробки, так і у великих. Скільки олівців у Ірини, якщо їх більше ніж 57, але менше ніж 80?

175. 24 серпня 1991 року позачерговою сесією Верховної Ради УРСР було прийнято Акт проголошення незалежності України. Скільки днів пройшло з цієї дати до сьогоднішнього дня?



9. Найменший спільний знаменник дробів. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів

Ми вже вміємо порівнювати дроби з однаковими знаменниками: з двох дробів з однаковими знаменниками більшим є той, у якого більший чисельник.

Наприклад, $\frac{4}{7} > \frac{2}{7}$, $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$.



Звичайні дроби

А як порівнювати дроби з різними знаменниками?

Приклад 1. Порівняти дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.

Розв'язання. Використаємо основну властивість дробу і зведемо дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до **спільного знаменника**.

Спільний знаменник цих дробів має ділитися і на 4, і на 6, тобто він є спільним кратним чисел 4 і 6. Таких спільних кратних безліч: 12, 24, 36, 48, ... І дріб $\frac{3}{4}$, і дріб $\frac{5}{6}$ можна звести до знаменників 12, 24, 36, 48, ... Найменше спільне кратне знаменників двох дробів (у нашому випадку — 12) називають **найменшим спільним знаменником**.

Отже, зведемо дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до знаменника 12. Знайдемо для цього **додатковий множник** для кожного з дробів, тобто число, на яке треба помножити чисельник і знаменник дробу, щоб одержати дріб із знаменником 12. Для цього треба новий знаменник 12 поділити на знаменники даних дробів: $12 : 4 = 3$ і $12 : 6 = 2$. Додатковим множником для дробу $\frac{3}{4}$ буде число 3, а для дробу $\frac{5}{6}$ — число 2. Додаткові множники запишемо ліворуч над відповідними чисельниками і підкреслимо їх косою рискою:

$$\frac{^3\cancel{3}}{4} = \frac{9}{12} \text{ і } \frac{^2\cancel{5}}{6} = \frac{10}{12}.$$

Дані дроби звели до найменшого спільного знаменника.



Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, достатньо:

- 1) **знати найменше спільне кратне знаменників даних дробів, яке й буде найменшим спільним знаменником;**
- 2) **знати для кожного дробу додатковий множник, поділивши найменший спільний знаменник на знаменники даних дробів;**
- 3) **помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.**



Після зведення дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ до спільного знаменника можемо їх порівняти. Оскільки

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \text{ а } \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \text{ і } \frac{9}{12} < \frac{10}{12}, \text{ то } \frac{3}{4} < \frac{5}{6}.$$



Щоб порівняти дроби з різними знаменниками, достатньо звести їх до спільного знаменника і порівняти одержані дроби.

Зводити до найменшого спільного знаменника можна не тільки два дроби, а й три, чотири і т. д.

Приклад 2. Звести до найменшого спільного знаменника дроби $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{12}$ і $\frac{3}{4}$.

Розв'язання. Найменшим спільним знаменником буде число 24, бо це найменше число, яке ділиться на всі дані знаменники. Одержано:

$$\frac{^3\!1}{8} = \frac{3}{24}; \frac{^2\!5}{12} = \frac{10}{24}; \frac{^6\!3}{4} = \frac{18}{24}.$$

Якщо найменший спільний знаменник знайти важко, то знаменники треба розкласти на прості множники.

Приклад 3. Звести до найменшого спільного знаменника дроби $\frac{13}{48}$ і $\frac{17}{60}$.

Розв'язання. $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$; $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. НСК (48; 60) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 240$. Тоді

$$\frac{^5\!13}{48} = \frac{65}{240} \text{ і } \frac{^4\!17}{60} = \frac{68}{240}.$$



Сформулюй правило зведення дробів до найменшого спільного знаменника. • Чи можна дріб $\frac{2}{5}$ звести до знаменника 25; до знаменника 27? • Як знайти додатковий множник? • Як порівняти два дроби з різними знаменниками?





Звичайні дроби

1 176. (Усно) Зведи до знаменника 12 дріб:

$$1) \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{1}{3}; \quad 3) \frac{1}{4}; \quad 4) \frac{1}{6}.$$

177. Зведи дріб $\frac{2}{7}$ до знаменника: 14, 21, 70, 700.

178. Зведи дріб $\frac{3}{5}$ до знаменника: 10, 15, 50, 500.

179. Назви найменший спільний знаменник дробів:

$$1) \frac{1}{4} \text{ і } \frac{5}{12}; \quad 2) \frac{1}{7} \text{ і } \frac{2}{9}; \quad 3) \frac{1}{15} \text{ і } \frac{1}{10}; \quad 4) \frac{5}{6} \text{ і } \frac{7}{9}.$$

180. (Усно) Порівняй:

$$1) \frac{1}{5} \text{ і } \frac{3}{10}; \quad 2) \frac{3}{8} \text{ і } \frac{1}{2}; \quad 3) \frac{2}{7} \text{ і } \frac{3}{14}; \quad 4) \frac{1}{3} \text{ і } \frac{2}{9}.$$

2 181. Зведи до найменшого спільного знаменника дроби:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{1}{6} \text{ і } \frac{3}{4}; & 2) \frac{9}{20} \text{ і } \frac{13}{30}; & 3) \frac{7}{9} \text{ і } \frac{5}{12}; & 4) \frac{1}{12} \text{ і } \frac{1}{3}; \\ 5) \frac{7}{9} \text{ і } \frac{4}{15}; & 6) \frac{5}{16} \text{ і } \frac{7}{24}; & 7) \frac{17}{48} \text{ і } \frac{19}{36}; & 8) \frac{21}{34} \text{ і } \frac{22}{51}. \end{array}$$

182. Зведи до найменшого спільного знаменника дроби:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{4}{9} \text{ і } \frac{1}{6}; & 2) \frac{1}{6} \text{ і } \frac{2}{15}; & 3) \frac{5}{12} \text{ і } \frac{7}{16}; & 4) \frac{3}{4} \text{ і } \frac{5}{18}; \\ 5) \frac{3}{10} \text{ і } \frac{7}{15}; & 6) \frac{5}{18} \text{ і } \frac{7}{24}; & 7) \frac{11}{30} \text{ і } \frac{7}{24}; & 8) \frac{9}{34} \text{ і } \frac{8}{51}. \end{array}$$

183. Порівняй дроби:

$$1) \frac{1}{2} \text{ і } \frac{5}{8}; \quad 2) \frac{5}{6} \text{ і } \frac{7}{9}; \quad 3) \frac{9}{20} \text{ і } \frac{49}{100}; \quad 4) \frac{11}{24} \text{ і } \frac{7}{16}.$$

184. Порівняй дроби:

$$1) \frac{5}{7} \text{ і } \frac{11}{14}; \quad 2) \frac{5}{12} \text{ і } \frac{7}{15}; \quad 3) \frac{7}{10} \text{ і } \frac{33}{50}; \quad 4) \frac{13}{30} \text{ і } \frac{11}{24}.$$

185. Що більше: 1) $\frac{5}{7}$ чи $\frac{9}{14}$; 2) $\frac{3}{8}$ чи $\frac{5}{12}$?

186. Що менше:

$$1) \frac{9}{10} \text{ чи } \frac{17}{20}; \quad 2) \frac{6}{7} \text{ чи } \frac{2}{3}; \quad 3) \frac{3}{10} \text{ чи } \frac{4}{15}; \quad 4) \frac{5}{9} \text{ чи } \frac{13}{27}?$$



Розділ 2

187. Зведи до найменшого спільного знаменника дроби:

$$1) \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \text{ і } \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{3}{5}, \frac{7}{10} \text{ і } \frac{4}{15}; \quad 3) \frac{2}{3}, \frac{5}{6} \text{ і } \frac{4}{7}.$$

188. Зведи до найменшого спільного знаменника дроби:

$$1) \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \text{ і } \frac{7}{12}; \quad 2) \frac{2}{3}, \frac{1}{9} \text{ і } \frac{7}{18}; \quad 3) \frac{1}{6}, \frac{5}{9} \text{ і } \frac{3}{4}.$$

189. Розмісти в порядку зростання дроби і прочитай прізвище видатного українського письменника: $\frac{1}{2}$ (Н), $\frac{3}{5}$ (К), $\frac{3}{10}$ (Р), $\frac{1}{4}$ (Ф), $\frac{7}{10}$ (О), $\frac{2}{5}$ (А).

190. Розмісти в порядку зростання дроби та прочитай назву першої столиці України: $\frac{1}{2}$ (Р), $\frac{3}{4}$ (І), $\frac{1}{12}$ (Х), $\frac{5}{6}$ (В), $\frac{5}{8}$ (К), $\frac{3}{24}$ (А).

191. Накресли координатний промінь, узявши за одиничний відрізок 16 клітинок. Познач на промені точки, яким відповідають числа $\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8}$. Запиши ці числа в порядку спадання.

192. Знайди найменше спільне кратне знаменників дробів $\frac{5}{504}, \frac{29}{756}$ і $\frac{29}{420}$ розкладанням їх на прості множники, а потім зведи ці дроби до найменшого спільного знаменника.

193. Знайди найменше спільне кратне знаменників дробів $\frac{7}{198}, \frac{5}{132}$ і $\frac{25}{264}$ розкладанням їх на прості множники, а потім зведи ці дроби до найменшого спільного знаменника.

194. Розмісти в порядку спадання: $\frac{11}{16}, \frac{5}{8}, \frac{7}{24}, \frac{5}{12}, \frac{7}{36}, \frac{15}{72}$.

195. Порівняй: 1) $0,675$ і $\frac{16}{25}$; 2) $0,84$ і $\frac{13}{15}$.

196. Порівняй: 1) $0,32$ і $\frac{7}{20}$; 2) $0,45$ і $\frac{5}{12}$.



Звичайні дроби

197. Один робітник виготовляє 54 однакові деталі за 7 год, а другий — 23 такі самі деталі за 3 год. Який робітник виготовляє більше деталей за годину?

198. Знайди всі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{x}{18} < \frac{2}{9}; \quad 2) \frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}.$$

199. Знайди всі натуральні значення y , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{y}{14} < \frac{3}{7}; \quad 2) \frac{1}{4} < \frac{y}{12} < \frac{5}{6}.$$

4 200. Знайди будь-яких два дроби, кожний з яких:

- 1) більший за $\frac{1}{8}$, але менший від $\frac{1}{6}$;
- 2) більший за $\frac{2}{11}$, але менший від $\frac{3}{11}$.

201. Знайди будь-яких два дроби, кожний з яких більший за $\frac{1}{5}$, але менший від $\frac{1}{3}$.

5 202. 2 Виконай дії:

$$\begin{array}{lll} 1) 5\frac{5}{8} + \frac{7}{8}; & 2) 7\frac{1}{9} + 19\frac{8}{9}; & 3) 4\frac{3}{7} - 2\frac{1}{7}; \\ 4) 9\frac{1}{9} - 5\frac{4}{9}; & 5) 2\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3} - 4\frac{1}{8}; & 6) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{7}{9} + \frac{2}{9} - 1\frac{1}{2}. \end{array}$$

203. 3 з двох міст одночасно назустріч один одному вийшли два потяги. Швидкість одного 58 км/год, а швидкість другого становить 90 % від швидкості першого. Потяги зустрілися через 2,5 год. Знайди відстань між містами.

204. 4 При якому найменшому трицифровому натуральному значенні x значення виразу $157 + x$ є кратним числу 10?

5 205. Чи можна з прямокутних паралелепіпедів, лінійні виміри яких дорівнюють 1 см, 2 см і 3 см, скласти куб, ребро якого дорівнює 5 см?



Розділ 2



§ 10. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками

Ми вже вміємо додавати і віднімати дроби з однаковими знаменниками:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \quad (a > b \text{ або } a = b).$$



Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками, достатньо:

- 1) звести ці дроби до найменшого спільного знаменника;
- 2) додати (відняти) їх за правилом додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.

Приклад 1. Знайти суму $\frac{1}{6} + \frac{3}{10}$.

Розв'язання. Найменший спільний знаменник цих дробів 30. Додатковий множник для першого дробу 5 ($30 : 6 = 5$), для другого дробу 3 ($30 : 10 = 3$). Записуємо:

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5}{\underline{30}} + \frac{9}{30} = \frac{5+9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}.$$

Як правило, підкреслену частину не записують. Тоді запис має вигляд:

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{10} = \frac{5+9}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}.$$

Результат дій прийнято записувати нескоротним дробом, тому отримали $\frac{7}{15}$, скоротивши дріб $\frac{14}{30}$ на 2.

Приклад 2. Знайти різницю $\frac{7}{8} - \frac{5}{12}$.

Розв'язання. Найменший спільний знаменник цих дробів 24. Короткий запис розв'язання:

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{12} = \frac{21-10}{24} = \frac{11}{24}.$$

Так само можна додавати і віднімати три, чотири і більше дробів. Якщо результатом обчислення є неправиль-



Звичайні дроби

ний дріб, то зазвичай його записують у вигляді мішаного числа.

Приклад 3. Обчислити: $\frac{8}{9} + \frac{4}{15} - \frac{1}{30}$.

Розв'язання (розглянь самостійно).

$$\frac{8}{9} + \frac{4}{15} - \frac{1}{30} = \frac{80 + 24 - 3}{90} = \frac{101}{90} = 1\frac{11}{90}.$$

Для додавання дробів справджаються переставна і сполучна властивості додавання.



Як виконати додавання двох дробів з різними знаменниками? Як виконати віднімання двох дробів з різними знаменниками?

1 206. (Усно) Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{1}{2} + \frac{1}{4}; & 2) \frac{1}{3} + \frac{1}{6}; & 3) \frac{1}{5} + \frac{1}{6}; & 4) \frac{1}{8} + \frac{1}{4}; \\ 5) 1 - \frac{1}{3}; & 6) 1 - \frac{2}{7}; & 7) \frac{1}{2} - \frac{1}{7}; & 8) \frac{1}{4} - \frac{1}{16}. \end{array}$$

207. Обчисли:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{8} + \frac{2}{9}; & 2) \frac{1}{6} + \frac{2}{5}; & 3) \frac{2}{9} + \frac{11}{15}; & 4) \frac{7}{12} + \frac{2}{9}; \\ 5) \frac{13}{15} - \frac{1}{2}; & 6) \frac{9}{20} - \frac{13}{30}; & 7) \frac{11}{16} - \frac{7}{12}; & 8) \frac{21}{26} - \frac{8}{13}. \end{array}$$

208. Обчисли:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2}{9} + \frac{3}{5}; & 2) \frac{4}{9} + \frac{1}{6}; & 3) \frac{1}{18} + \frac{5}{12}; & 4) \frac{3}{10} + \frac{2}{15}; \\ 5) \frac{6}{7} - \frac{2}{3}; & 6) \frac{11}{12} - \frac{5}{6}; & 7) \frac{7}{12} - \frac{3}{8}; & 8) \frac{9}{14} - \frac{17}{35}. \end{array}$$

209. Магазин першого дня продав $\frac{1}{3}$, а другого — $\frac{1}{2}$ всіх фруктів, які надійшли з бази. Яку частину фруктів продав магазин за два дні?

210. Оля за перший день прочитала $\frac{2}{5}$, а за другий — $\frac{3}{10}$ всієї книжки. Яку частину книжки Оля прочитала за два дні?

Розділ 2

211. Обчисли:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{4}{5} + \frac{3}{7}; & 2) \frac{5}{12} + \frac{9}{20}; \\ 3) \frac{5}{18} + \frac{4}{45}; & 4) \frac{12}{17} + \frac{27}{34}; \\ 5) \frac{5}{9} - \frac{7}{18}; & 6) \frac{11}{12} - \frac{1}{4}; \\ 7) \frac{8}{21} - \frac{4}{35}; & 8) \frac{11}{63} - \frac{5}{42}. \end{array}$$

212. Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{5}{16} + \frac{11}{12}; & 2) \frac{5}{21} + \frac{5}{28}; \\ 3) \frac{15}{19} + \frac{27}{38}; & 4) \frac{9}{16} + \frac{19}{24}; \\ 5) \frac{9}{20} - \frac{5}{12}; & 6) \frac{7}{18} - \frac{1}{45}; \\ 7) \frac{11}{42} - \frac{5}{28}; & 8) \frac{13}{60} - \frac{7}{40}. \end{array}$$

213. Першого дня до школи завезли $\frac{5}{9}$ від замовленої кількості підручників, а другого — на $\frac{1}{6}$ менше. Яку частину завезли другого дня? Чи завезли всі підручники за ці два дні?

214. Сергій виконав домашнє завдання з математики за $\frac{7}{15}$ год, а на виконання домашнього завдання з української мови витратив на $\frac{1}{12}$ год менше. Скільки часу витратив Сергій на виконання завдань з цих двох предметів разом?

215. Обчисли: 1) $\frac{7}{15} - \frac{1}{6} - \frac{1}{10}$; 2) $\frac{9}{10} - \frac{7}{15} + \frac{4}{45}$; 3) $\frac{7}{18} - \frac{1}{5} + \frac{1}{9}$.

216. Обчисли: 1) $\frac{19}{20} - \frac{3}{8} - \frac{1}{5}$; 2) $\frac{13}{15} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2} - \frac{4}{25} + \frac{3}{20}$.

217. В одному глечику $\frac{12}{25}$ л молока, а в другому — $\frac{9}{20}$ л молока. В якому глечику молока більше і на скільки?

218. Обчисли:

$$1) 1 - \left(\frac{4}{35} + \frac{1}{28} \right); \quad 2) 4 - \left(\frac{2}{7} - \frac{5}{42} \right); \quad 3) 7 - \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10} \right).$$

219. Обчисли: 1) $1 - \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{33} \right)$; 2) $7 - \left(\frac{5}{12} + \frac{5}{18} \right)$.

220. Знайди значення виразу: 1) $\frac{3}{5} + 0,04$; 2) $\frac{2}{3} - 0,5$.

Звичайні дроби

- 221.** Знайди значення виразу: 1) $\frac{1}{3} + 0,6$; 2) $0,8 - \frac{4}{15}$.
- 222.** За першу годину автомобіль проїхав $\frac{1}{3}$ усієї відстані, яку мав проїхати, за другу годину — $\frac{2}{5}$ усієї відстані, а за третю — решту шляху. Яку частину всієї відстані проїхав автомобіль за третю годину?
- 223.** На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{2}{9}$ л меду, на обід — $\frac{7}{15}$ л, а на вечерю — решту. Скільки літрів меду з'їв Вінні-Пух на вечерю?
- 224.** Розв'яжи рівняння: 1) $\frac{2}{7} + x = \frac{11}{14}$; 2) $x - \frac{7}{8} = \frac{11}{12}$.
- 225.** Обчисли значення виразу, використовуючи властивості додавання і віднімання:
- 1) $\frac{7}{36} + \frac{1}{5} + \frac{5}{36}$; 2) $\frac{5}{16} + \frac{4}{25} + \frac{3}{16} + \frac{6}{25}$;
- 3) $\frac{19}{42} - \left(\frac{5}{42} + \frac{1}{5} \right)$; 4) $\left(\frac{1}{6} + \frac{7}{15} \right) - \frac{2}{15}$.
- 226.** Обчисли значення виразу, використовуючи властивості додавання і віднімання:
- 1) $\frac{5}{48} + \frac{3}{8} + \frac{1}{48}$; 2) $\frac{5}{18} + \frac{7}{24} + \frac{1}{18} + \frac{5}{24}$;
- 3) $\left(\frac{7}{15} + \frac{2}{9} \right) - \frac{2}{15}$; 4) $\frac{14}{27} - \left(\frac{5}{27} + \frac{1}{6} \right)$.
- 227.** Периметр трикутника дорівнює $\frac{19}{20}$ м. Одна з його сторін дорівнює $\frac{2}{5}$ м, а друга — менша від першої на $\frac{1}{10}$ м. Знайди довжину третьої сторони трикутника.
- 228.** Малюк з'їдає банку варення за 12 хв, а Карлсон — за 8 хв.
- 1) Яку частину банки варення з'їдає кожен з них за хвилину?
 - 2) Яку частину банки варення вони з'їдять разом за: 1 хв; 2 хв; 3 хв?

Розділ 2

4 229. Через одну трубу басейн наповнюється за 18 хв, а через другу — за 24 хв. 1) Чи наповниться більше чверті басейну за дві хвилини одночасної роботи обох труб? 2) Яка частина басейну залишиться незаповненою через дві хвилини одночасної роботи двох труб?

230. З двох міст одночасно назустріч один одному вийшли два потяги. Відстань між цими містами перший потяг доїдає за 3 год, а другий — за 4 год. 1) Яку частину всього шляху становила відстань між потягами через годину після їх виходу? 2) Чи відбулася зустріч потягів, якщо вони були у дорозі 2 год?

231. Як зміниться різниця, якщо:

- 1) зменшуване збільшили на $\frac{9}{25}$, а від'ємник — на $\frac{3}{20}$;
- 2) зменшуване зменшили на $\frac{14}{45}$, а від'ємник — на $\frac{7}{10}$?

232. Обчисли значення виразу:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}.$$

233. Периметр рівнобедреного трикутника 12,8 см.

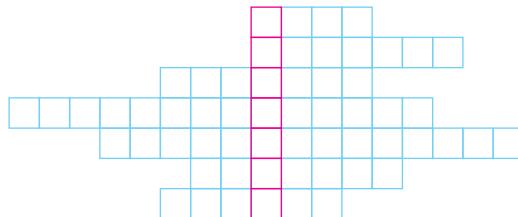
Довжина однієї сторони становить $\frac{3}{8}$ периметра, а дві інші сторони рівні між собою. Знайди довжини сторін трикутника.

234. У числі 20*06* заміни зірочки цифрами так, щоб це число ділилося на 5 і на 9 і не ділилося на 10.

235. 1) Розмісти у рядках вказані прізвища відомих математиків: Піфагор, Ньютон, Остроградський, Коші, Кравчук, Вороний, Смогоржевський та прочитай у виділеному стовпчику назву геометричної фігури.

2) Здогадайся, у яких рядках записано прізвища українських математиків. Перевір свою здогадку за допомогою Інтернету або книжок. Ознайомся з біографіями цих математиків.

Звичайні дроби



§ 11. Додавання і віднімання мішаних чисел

Переставна та сполучна властивості додавання дають можливість звести додавання мішаних чисел до додавання їх цілих частин і додавання їх дробових частин.

Якщо при додаванні дробових частин отримуємо неправильний дріб, то у цьому разі з нього виділяють цілу частину і додають її до цілої частини, яка вже є.

Приклад 1. $5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = 5 + \frac{1}{3} + 2 + \frac{3}{4} = (5 + 2) + \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) =$
 $= 7 + \frac{4+9}{12} = 7 + \frac{13}{12} = 8\frac{1}{12}.$

Як правило, проміжні обчислення виконують усно і розв'язання записують коротше:

$$5\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = 7\frac{4+9}{12} = 7\frac{13}{12} = 8\frac{1}{12}.$$

При відніманні мішаних чисел використовують властивості віднімання суми від числа від суми:

$$a - (b + c) = (a - b) - c \quad \text{i} \quad (a + b) - c = (a - c) + b$$

(якщо $a > c$ або $a = c$),

а також прийом віднімання від натурального числа правильного дробу.

Приклад 2. $7\frac{4}{5} - 6\frac{3}{4} = 7\frac{4}{5} - \left(6 + \frac{3}{4}\right) = \left(7\frac{4}{5} - 6\right) - \frac{3}{4} =$
 $= 1\frac{4}{5} - \frac{5}{4} = 1\frac{16-15}{20} = 1\frac{1}{20}$, або коротше:

Розділ 2

$$7\frac{4}{5} - 6\frac{3}{4} = 1\frac{16-15}{20} = 1\frac{1}{20}.$$

Приклад 3. $4\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = \left(4 + \frac{5}{6}\right) - \frac{3}{8} = 4 + \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{8}\right) = 4 + \frac{20-9}{24} = 4 + \frac{11}{24}$, або коротше:

$$4\frac{5}{6} - \frac{3}{8} = 4\frac{20-9}{24} = 4\frac{11}{24}.$$

Приклад 4. $6 - 5\frac{3}{4} = 6 - \left(5 + \frac{3}{4}\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

Розглянемо приклад, в якому дробова частина зменшуваного менша за дробову частину від'ємника.

Приклад 5. $5\frac{4}{9} - 2\frac{5}{6}$. Зведемо дробові частини до спільного знаменника: $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$, $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$. Оскільки дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника, то треба від цілої частини зменшуваного взяти одну одиницю і перетворити її у дріб з необхідним знаменником (у нашому прикладі це знаменник 18). Далі:

$$\begin{aligned} 5\frac{4}{9} - 2\frac{5}{6} &= 3\frac{8}{18} - \frac{15}{18} = 2 + 1 + \frac{8}{18} - \frac{15}{18} = 2 + \frac{18}{18} + \frac{8}{18} - \frac{15}{18} = \\ &= 2\frac{18+8-15}{18} = 2\frac{11}{18}, \text{ або коротше:} \end{aligned}$$

$$5\frac{4}{9} - 2\frac{5}{6} = 3\frac{8}{18} - \frac{15}{18} = 2\frac{26-15}{18} = 2\frac{11}{18}.$$



Як додають мішані числа і які властивості додавання використовують? ● Як виконують віднімання мішаних чисел і які властивості використовують?

236. (Усно) Обчисли:

- 1) $1\frac{2}{7} + 2$;
- 2) $7 + 5\frac{2}{3}$;
- 3) $1\frac{1}{8} + \frac{1}{3}$;
- 4) $7\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$;
- 5) $4\frac{7}{8} - 1$;
- 6) $2 - 1\frac{1}{3}$;
- 7) $3\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$;
- 8) $2\frac{2}{3} - \frac{1}{9}$.

Звичайні дроби

237. Виконай додавання:

1) $3\frac{3}{8} + 2\frac{5}{12}$; 2) $7\frac{9}{14} + 2\frac{4}{21}$; 3) $4\frac{2}{15} + 7\frac{5}{12}$; 4) $7\frac{4}{35} + 2\frac{5}{14}$.

238. Виконай додавання:

1) $1\frac{4}{9} + 3\frac{2}{7}$; 2) $7\frac{5}{12} + 1\frac{3}{8}$; 3) $8\frac{7}{20} + 4\frac{19}{30}$; 4) $7\frac{2}{25} + 1\frac{7}{15}$.

239. Виконай віднімання:

1) $4 - 2\frac{5}{9}$; 2) $8 - 3\frac{7}{8}$; 3) $7\frac{3}{4} - \frac{5}{12}$; 4) $8\frac{5}{16} - \frac{3}{20}$;
5) $9\frac{4}{5} - 5\frac{3}{10}$; 6) $7\frac{5}{6} - 7\frac{7}{12}$; 7) $8\frac{8}{15} - 5\frac{9}{20}$; 8) $7\frac{11}{14} - 5\frac{4}{21}$.

240. Виконай віднімання:

1) $7 - 5\frac{2}{17}$; 2) $5 - 1\frac{9}{13}$; 3) $7\frac{4}{7} - \frac{3}{14}$; 4) $9\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$;
5) $7\frac{5}{6} - 5\frac{3}{4}$; 6) $3\frac{3}{10} - 1\frac{4}{15}$; 7) $5\frac{11}{18} - 5\frac{5}{12}$; 8) $17\frac{23}{24} - 5\frac{17}{36}$.

241. Стрічку розрізали на дві частини завдовжки $4\frac{1}{2}$ м і $3\frac{1}{4}$ м. Якою була довжина стрічки? На скільки довжина однієї частини виявилася більшою за довжину другої?

242. Туристи за першу годину пройшли $4\frac{3}{10}$ км, а за другу — на $1\frac{1}{5}$ км менше. Скільки кілометрів подолали туристи за дві години?

243. На одному автомобілі $4\frac{7}{10}$ т вантажу, а на іншому — на $1\frac{3}{5}$ т менше. Скільки тонн вантажу на обох автомобілях разом?

244. Знайди значення виразу:

1) $5\frac{7}{10} + 1\frac{8}{15}$; 2) $7\frac{4}{15} + 1\frac{5}{6}$; 3) $5\frac{13}{35} + 2\frac{9}{14}$; 4) $7\frac{17}{36} + 4\frac{5}{8}$.

245. Обчисли:

1) $4\frac{7}{10} + 2\frac{4}{5}$; 2) $5\frac{3}{5} + 7\frac{5}{6}$; 3) $7\frac{9}{14} + 1\frac{16}{21}$; 4) $5\frac{7}{8} + 9\frac{11}{20}$.

Розділ 2

246. Обчисли $1\frac{5}{9} + 3\frac{3}{4} + 4\frac{5}{12}$.

247. Знайди значення суми $2\frac{2}{3} + 7\frac{1}{9} + 3\frac{7}{12}$.

248. Виконай віднімання:

- 1) $5\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3}$; 2) $17\frac{3}{10} - 5\frac{3}{5}$; 3) $15\frac{1}{3} - 4\frac{3}{4}$; 4) $7\frac{5}{6} - 2\frac{7}{8}$;
5) $7\frac{7}{15} - 5\frac{11}{20}$; 6) $2\frac{4}{35} - 1\frac{11}{14}$; 7) $7\frac{2}{33} - 6\frac{7}{22}$; 8) $7\frac{3}{20} - 5\frac{17}{25}$.

249. Обчисли:

- 1) $8\frac{1}{4} - 5\frac{1}{2}$; 2) $7\frac{4}{15} - 4\frac{3}{5}$; 3) $12\frac{2}{5} - 5\frac{3}{4}$; 4) $3\frac{3}{10} - 1\frac{7}{15}$;
5) $7\frac{5}{18} - 1\frac{7}{12}$; 6) $8\frac{7}{15} - 2\frac{17}{18}$; 7) $8\frac{2}{3} - 7\frac{5}{7}$; 8) $7\frac{3}{16} - 1\frac{5}{24}$.

250. Власна швидкість човна дорівнює $13\frac{5}{12}$ км/год, а швидкість течії — $1\frac{3}{4}$ км/год. Знайди швидкість човна за течією і проти течії.

251. Розв'яжи рівняння: 1) $15\frac{1}{3} - x = 4\frac{3}{5}$; 2) $x - 2\frac{7}{8} = 4\frac{11}{12}$.

252. Розв'яжи рівняння: 1) $x + 7\frac{8}{9} = 9\frac{7}{12}$; 2) $x - 7\frac{8}{19} = 4\frac{35}{38}$.

253. Кіт Матроскін вранці надоїв від корови $7\frac{1}{2}$ л молока, в обід — на $\frac{4}{5}$ л менше, ніж вранці, а ввечері — $6\frac{1}{10}$ л.

Яким виявився денний надій молока?

254. У двох мішках разом $18\frac{3}{4}$ кг борошна, причому в першому $8\frac{5}{8}$ кг. У якому мішку більше борошна і на скільки?

255. Мотоциклист проїхав за дві години $82\frac{3}{5}$ км, причому за першу годину $41\frac{7}{10}$ км. За яку годину мотоциклист проїхав більшу відстань і на скільки?

Звичайні дроби

13 **256.** Мавпочка Абу придбала три ящики бананів. У першому ящику $7\frac{1}{4}$ кг бананів, у другому — на $\frac{3}{5}$ кг більше, ніж у першому, а в третьому — на $1\frac{1}{2}$ кг менше, ніж у другому. Скільки кілограмів бананів придбала мавпочка Абу?

257. Одна сторона трикутника дорівнює $11\frac{3}{5}$ дм, друга — на $2\frac{17}{20}$ дм коротша від першої, а третя — на $1\frac{7}{8}$ дм довша за другу. Знайди периметр трикутника.

258. Обчисли значення виразу, використовуючи властивості додавання:

$$1) 4\frac{1}{12} + 5\frac{7}{16} + 6\frac{5}{12}; \quad 2) 3\frac{11}{13} + 1\frac{3}{8} + 4\frac{7}{16} + 5\frac{2}{13}.$$

259. Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) 3\frac{1}{8} + 9\frac{1}{12} - 6\frac{5}{6}; & 2) 5\frac{3}{5} + 4\frac{11}{15} - 8\frac{1}{12}; \\ 3) 3\frac{9}{10} - 1\frac{5}{12} - 1\frac{11}{24}; & 4) 13\frac{5}{6} - 8\frac{1}{4} - 5\frac{1}{3}; \\ 5) 7\frac{3}{8} - \left(4\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4} \right); & 6) 12 - \left(5\frac{5}{6} + 3\frac{3}{10} \right). \end{array}$$

260. Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) 7\frac{3}{4} - 2\frac{5}{6} - 3\frac{3}{8}; & 2) 10\frac{8}{15} - 4\frac{1}{12} + 5\frac{7}{20}; \\ 3) 12\frac{5}{8} + 7\frac{2}{3} - 11\frac{3}{16}; & 4) 8\frac{23}{25} - 3\frac{7}{10} - 2\frac{1}{5}; \\ 5) 19 - \left(4\frac{1}{6} + 11\frac{3}{4} \right); & 6) 2\frac{5}{6} + \left(7 - 2\frac{7}{10} \right). \end{array}$$

261. Розв'яжи рівняння:

$$1) \left(x - 5\frac{1}{12} \right) + 7\frac{5}{18} = 9\frac{4}{9}; \quad 2) 10\frac{4}{15} - \left(x + 7\frac{1}{10} \right) = 2\frac{13}{30}.$$

262. Розв'яжи рівняння:

$$1) \left(x + 9\frac{7}{8} \right) - 4\frac{1}{2} = 7\frac{3}{4}; \quad 2) 5\frac{8}{25} + \left(9\frac{7}{10} - x \right) = 7\frac{1}{20}.$$

Розділ 2

263. Перетвори десяткові дроби у звичайні й обчисли:

$$1) 5\frac{11}{50} + 0,78 - 2\frac{7}{8}; \quad 2) 1,25 + \frac{7}{8} + 1\frac{3}{4}.$$

264. Перетвори десяткові дроби у звичайні й обчисли:

$$1) 7\frac{14}{25} + 2,14 - 8\frac{4}{15}; \quad 2) 8\frac{7}{15} + 4\frac{1}{3} - 2,6.$$

265. Одна сторона прямокутника дорівнює $10\frac{5}{8}$ дм, а друга — на $1\frac{3}{4}$ дм довша. Знайди периметр прямокутника.

266. В одному мішку було $12\frac{2}{5}$ кг борошна. Коли із цього мішка пересипали в другий мішок $1\frac{7}{10}$ кг, то борошна в обох мішках стало порівну. Скільки кілограмів борошна було в другому мішку спочатку?

 267. За 3 год велосипедист проїхав $35\frac{1}{10}$ км. За перші 2 год він проїхав $24\frac{2}{25}$ км, а за останні 2 год — $23\frac{4}{5}$ км. Скільки кілометрів долав велосипедист щогодини?

268. Сашко, Дмитро та Сергій разом зібрали $9\frac{1}{2}$ кг сунниць. Сашко і Дмитро разом зібрали $5\frac{7}{8}$ кг сунниць, а Дмитро і Сергій — $5\frac{3}{10}$ кг сунниць. По скільки кілограмів сунниць зібрав кожен із хлопців?

269. Як зміниться сума двох чисел, якщо:

- 1) один з доданків збільшити на $2\frac{1}{6}$, а другий — на $7\frac{3}{5}$;
- 2) один з доданків збільшити на $8\frac{5}{14}$, а другий — зменшити на $5\frac{1}{6}$?



 270. Знайди значення виразу:

- 1) $0,4^2 : 5 + 0,2^3$;
- 2) $(1,5^2 \cdot 6 - 12,5)^3$.

Звичайні дроби

271. **4** Яке число треба підставити замість a , щоб коренем рівняння $(x + 5) \cdot a = 75$ було число 20?

272. **4** Число a при діленні на 5 дає в остачі 2. Яку остачу при діленні на 5 дає число b , якщо сума $a + b$ ділиться на 5?

 273. 1) У ящику, що знаходиться у темній кімнаті, лежать 12 білих і 12 чорних шкарпеток. Яку найменшу кількість шкарпеток треба взяти навмання, щоб серед них обов'язково була пара шкарпеток одного кольору?

2) У коробці, що знаходиться у темній кімнаті, лежать 12 пар коричневих і 12 пар чорних рукавичок. Яку найменшу кількість рукавичок треба взяти навмання, щоб серед них обов'язково була пара рукавичок одного кольору?



12. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Нескінченні періодичні десяткові дроби

Ми вже вміємо перетворювати десяткові дроби у звичайні або у мішані числа, наприклад:

$$0,3 = \frac{3}{10}; \quad 0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 3,75 = 3\frac{75}{100} = 3\frac{3}{4};$$

$$14,025 = 14\frac{25}{1000} = 14\frac{1}{40}.$$

Також ми вміємо перетворювати звичайні дроби із знаменниками 10, 100, 1000, ... у десяткові, наприклад, $\frac{9}{10} = 0,9$; $\frac{13}{100} = 0,13$; $\frac{37}{1000} = 0,037$.

Щоб навчитися перетворювати звичайні дроби з іншими знаменниками у десяткові, необхідно згадати, що звичайний дріб є часткою від ділення чисельника на знаменник. Отже,



щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, достатньо чисельник поділити на знаменник.

Розділ 2

Наприклад:

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8; \quad \frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375; \quad \frac{17}{25} = 17 : 25 = 0,68.$$

Якщо на десятковий дріб треба перетворити мішане число, достатньо чисельник дробової частини поділити на знаменник і до утвореного десяткового дробу додати цілу частину мішаного числа.

Приклад. Подати число $7\frac{47}{50}$ десятковим дробом.

Розв'язання.

Оскільки $\frac{47}{50} = 47 : 50 = 0,94$, то $7\frac{47}{50} = 7,94$.

Спробуємо перетворити дріб $\frac{9}{11}$ на десятковий.

$$\begin{array}{r} 9,0 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -11 \\ \hline 90 \\ \dots \end{array} \qquad \left| \begin{array}{l} 11 \\ \hline 0,818181... \end{array} \right.$$

Отже, $\frac{9}{11} = 0,818181\dots$ Бачимо, що ділення не закінчилася, тобто отримали *некінчений десятковий періодичний дріб*. А в усіх попередніх випадках ми отримували *скінченні десяткові дроби*. Цифри 8 і 1, які стоять поряд у запису нескінченного десяткового дробу і повторюються безліч разів поспіль, утворюють *період* нескінченного десяткового дробу. Це записують так: $0,818181\dots = 0,(81)$ (читають: «нуль цілих 81 сота у періоді»). Отже, $\frac{9}{11} = 0,(81)$.

Звичайні дроби

Як бачимо, при перетворенні звичайного дробу на десятковий можуть утворюватися як скінченні, так і нескінчені десяткові дроби. Скінченні дроби утворюються лише тоді, коли в розкладі знаменника на прості множники немає простих множників, крім 2 і 5. В інших випадках утворюється нескінчений періодичний десятковий дріб. Наприклад, дріб $\frac{5}{12}$ перетвориться в періодичний десятковий дріб, бо $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, тобто в розкладі є множник 3. Переконаємося:

$$\frac{5}{12} = 5 : 12 = 0,41666\ldots = 0,41(6)$$

(читають: «нуль цілих 41 сота і 6 у періоді»).

Дріб $\frac{13}{20}$ перетвориться в скінчений десятковий дріб, бо $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, тобто не містить інших простих множників, крім 2 та 5. Справді,

$$\frac{13}{20} = 13 : 20 = 0,65.$$

Перетворити звичайні дроби у десяткові можна й іншим способом: домножити чисельник і знаменник на необхідну кількість двійок або п'ятірок так, щоб кількість двійок у знаменнику дорівнювала кількості п'ятірок. Тоді знаменник буде кратним числу 10. Наприклад:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5; \quad \frac{3}{25} = \frac{3}{5 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{12}{100} = 0,12;$$
$$\frac{17}{40} = \frac{17}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{17 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{425}{1000} = 0,425.$$

А ще раніше...

У XVII ст. перетворенням звичайного дробу в десятковий займалися італійський математик Бонавентура Кавальєрі (1598—1647), англійський математик Джон Валліс (1616—1703) та інші.

У процесі нескінченного ділення чисельника звичайного дробу на його знаменник ці вчені отримали періодичні дроби.

У XVIII ст. періодичні дроби також вивчалися німецьким вченим Йоганом Ламбертом (1728—1777) та видатним математиком, фізиком, механіком і астрономом Леонардом Ейлером (1707—1783). Повну теорію періодичних дробів розробив на початку

Розділ 2

XIX ст. видатний німецький математик Карл Фрідріх Гаус (1777—1855).

Термін «період» для групи цифр, що нескінченно повторюються, походить від грецького слова «періодис» — обхід, обертання по колу.



Як перетворити звичайний дріб у десятковий? • Чи завжди це перетворення дає скінчений десятковий дріб? • Який запис числа називають нескінченим десятковим періодичним дробом? • У якому випадку звичайний нескоротний дріб можна перетворити у скінчений десятковий дріб?

1 274. Прочитай: 0,5; 1,13; 0,(7); 3,1(2); 4,2(37).

275. Перевір, що:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{9} = 0,222\dots; & 2) \frac{7}{11} = 0,6363\dots; \\ 3) \frac{2}{3} = 0,(6); & 4) \frac{17}{33} = 0,(51). \end{array}$$

2 276. Перевір, що:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{7}{9} = 0,777\dots; & 2) \frac{3}{11} = 0,2727\dots; \\ 3) \frac{1}{3} = 0,(3); & 4) \frac{19}{33} = 0,(57). \end{array}$$

2 277. Перетвори у десятковий дріб дане число (у випадку отримання нескінченного дробу ділення припини після визначення періоду):

$$1) 4\frac{7}{20}; \quad 2) \frac{5}{16}; \quad 3) \frac{4}{9}; \quad 4) 8\frac{7}{125}; \quad 5) 1\frac{5}{6}; \quad 6) \frac{5}{12}.$$

278. Перетвори у десятковий дріб дане число (у випадку отримання нескінченного дробу ділення припини після визначення періоду):

$$1) \frac{9}{20}; \quad 2) 1\frac{5}{8}; \quad 3) 7\frac{4}{25}; \quad 4) \frac{1}{9}; \quad 5) 6\frac{5}{18}; \quad 6) \frac{7}{12}.$$

279. Перетвори звичайний дріб у десятковий і обчисли:

$$1) 0,17 + \frac{2}{5}; \quad 2) \frac{1}{8} - 0,01; \quad 3) 4,72 \cdot 1\frac{3}{20}; \quad 4) 2\frac{4}{25} : 2,7.$$

Звичайні дроби

280. Перетвори звичайний дріб у десятковий і обчисли:

$$1) \frac{4}{5} + 0,41; \quad 2) 1,13 - \frac{5}{8}; \quad 3) 2\frac{11}{20} \cdot 1,5; \quad 4) 3\frac{7}{25} : 0,41.$$

3 **281.** Запиши у вигляді нескінченого десяткового періодичного дробу частку:

$$1) 5 : 99; \quad 2) 19 : 11; \quad 3) 43 : 12; \quad 4) 12,5 : 27.$$

282. Запиши у вигляді нескінченого десяткового періодичного дробу частку:

$$1) 10 : 9; \quad 2) 7 : 15; \quad 3) 44 : 6; \quad 4) 25,4 : 11.$$

283. Порівняй дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді десяткових дробів:

$$1) \frac{1}{6} \text{ i } 0,18; \quad 2) \frac{4}{11} \text{ i } 0,36; \quad 3) \frac{5}{9} \text{ i } \frac{1}{2}; \quad 4) \frac{15}{17} \text{ i } \frac{19}{20}.$$

284. Порівняй дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді десяткових дробів:

$$1) \frac{7}{8} \text{ i } 0,88; \quad 2) \frac{10}{11} \text{ i } 0,9; \quad 3) \frac{8}{9} \text{ i } \frac{4}{5}; \quad 4) \frac{13}{18} \text{ i } \frac{3}{4}.$$

4 **285.** Червону стрічку, довжина якої 25 м, розрізали на 7 однакових частин, а зелену стрічку, довжина якої 39 м, розрізали на 11 однакових частин. Довжина якої з отриманих частин більша: червоної чи зеленої?

286. **2** Округли десяткові дроби:

- 1) до одиниць: 2,73; 3,052; 7,5789;
- 2) до десятих: 11,82; 0,4859; 11,2342;
- 3) до сотих: 0,451; 12,499; 1,574.

287. **3** 1) Чи є взаємно простими числа 2012 і 2015?

2) Назви три числа, кожне з яких є взаємно простим з числом 2012 і з числом 2015.

288. Чи можна число 1 подати у вигляді суми дробів

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$, де a, b, c, d — непарні натуральні числа?

Розділ 2

§ 13. Десяткове наближення звичайного дробу

При перетворенні звичайних дробів у десяткові можна отримувати нескінченні періодичні дроби. Виконуючи обчислення з такими дробами, зручно користуватися їх наближеннями, які отримують при округленні нескінченних дробів до певного розряду. Утворюється скінчений десятковий дріб, який називають **десятковим наближенням** звичайного дробу. Число, яке утворилося після округлення, тим точніше, чим більше десяткових знаків у його наближенні.

Приклад 1. $\frac{19}{12} = 1,58333\dots$. Десяткові наближення цього дробу такі:

$$\frac{19}{12} \approx 2 \text{ (округлено до одиниць);}$$

$$\frac{19}{12} \approx 1,6 \text{ (округлено до десятих);}$$

$$\frac{19}{12} \approx 1,58 \text{ (округлено до сотих);}$$

$$\frac{19}{12} \approx 1,583 \text{ (округлено до тисячних).}$$



Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу, яке округлене до даного розряду, достатньо:

- 1) виконати ділення до наступного розряду;
- 2) знайдений результат округлити.

Приклад 2. Округлити до тисячних і обчислити: $4,5(3) + 7,(18)$.

Розв'язання. Оскільки $4,5(3) = 4,5333\dots \approx 4,533$, а $7,(18) = 7,1818 \approx 7,182$, то $4,5(3) + 7,(18) \approx 4,533 + 7,182 = 11,715$.



Що розуміють під десятковим наближенням звичайного дробу? • Як знайти десяткове наближення звичайного дробу, яке округлене до даного розряду?

Звичайні дроби

1 289. Відомо, що $3\frac{1}{6} = 3,1666\dots$ і $\frac{47}{55} = 0,854545\dots$. Знайди десяткове наближення кожного з цих звичайних дробів, округлене до: 1) десятих; 2) сотих; 3) тисячних.

290. Відомо, що $7\frac{6}{11} = 7,545454\dots$. Знайди десяткове наближення цього звичайного дробу, округлене до:

1) десятих; 2) сотих; 3) тисячних.

2 291. Знайди десяткове наближення дробу, округлене до сотих:

1) $\frac{1}{7}$; 2) $\frac{4}{13}$; 3) $1\frac{5}{29}$; 4) $7\frac{4}{99}$.

292. Знайди десяткове наближення дробу, округлене до десятих:

1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{4}{17}$; 3) $3\frac{4}{27}$; 4) $7\frac{35}{99}$.

293. Велосипедист проїхав 43 км за 3 год. Знайди його швидкість. (Відповідь округли до тисячних км/год).

294. Поїзд проїхав 307 км за 6 год. Знайди його швидкість. (Відповідь округли до сотих км/год.)

295. Знайди корінь рівняння і округли його до сотих:

1) $13x = 7$; 2) $8 : x = 125$; 3) $56x = 103$; 4) $17 : x = 6$.

296. Знайди корінь рівняння і округли його до сотих:

1) $19x = 25$; 2) $7 : x = 57$.

3 297. Площа прямокутної ділянки землі 2730 м^2 , а довжина однієї зі сторін 55 м. Знайди довжину іншої сторони. (Відповідь округли до сотих метра.)

298. Обчисли висоту прямокутного паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює 14 дм^3 , довжина — 3 дм, а ширина — 2,5 дм. (Відповідь округли до десятих дециметра.)

299. Велосипедист за першу годину проїхав $12\frac{1}{5}$ км, за другу — $13\frac{3}{4}$ км, а за третю — $14\frac{1}{2}$ км. Знайди середню швидкість руху велосипедиста. (Відповідь округли до десятих км/год.)



Розділ 2

300. Округли періодичні дроби до сотих і обчисли:

$$1) 2,(76) + 4,(5) - 3,(1); \quad 2) 4,0(3) - 2,(7) - 0,(24).$$

301. Скороти дріб: 1) $\frac{25}{40}$; 2) $\frac{60}{75}$; 3) $\frac{154}{182}$; 4) $\frac{105}{399}$.

302. Обчисли:

$$1) 4\frac{2}{7} + \frac{10}{21}; \quad 2) 5\frac{5}{12} + 7\frac{11}{15}; \quad 3) 7\frac{2}{5} - 4\frac{4}{15}; \quad 4) 8\frac{7}{24} - 5\frac{9}{10}.$$

303. Чи можна число 64 подати у вигляді суми трьох простих чисел?

Завдання для перевірки знань № 2 (§ 8 — § 13)

1. Скороти дріб: 1) $\frac{9}{12}$; 2) $\frac{18}{20}$.

2. Запиши два дроби, які дорівнюють дробу $\frac{1}{4}$.

3. Порівняй дроби: 1) $\frac{7}{10}$ і $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{2}{7}$ і $\frac{1}{5}$.

4. Виконай додавання: 1) $\frac{5}{12} + \frac{7}{8}$; 2) $1\frac{7}{9} + 2\frac{2}{3}$.

5. Виконай віднімання: 1) $\frac{5}{6} - \frac{9}{14}$; 2) $4\frac{7}{15} - 2\frac{11}{20}$.

6. Перетвори у десятковий дріб дане число (у випадку отримання нескінченного дробу ділення припини після визначення періоду): 1) $7\frac{13}{20}$; 2) $\frac{5}{33}$.

7. Знайди всі натуральні значення b , при яких є правильною нерівність: 1) $\frac{b}{16} < \frac{3}{8}$; 2) $\frac{1}{2} < \frac{b}{24} < \frac{5}{8}$.

8. Розв'яжи рівняння, попередньо перетворивши десятковий дріб у звичайний, або мішані числа у десяткові дроби: $(x + 7,2) - 4\frac{1}{2} = 6\frac{9}{20}$.

9. За першу годину розвантажили $\frac{5}{18}$ отриманого вантажу, за другу — 25 %, за третю — $\frac{1}{6}$, а за четверту —



Звичайні дроби

решту. Яку частину отриманого вантажу розвантажили за четверту годину?

Додаткові вправи

10. Розв'яжи рівняння: 1) $\frac{5}{7} = \frac{20}{x+2}$; 2) $\frac{5x-1}{12} = \frac{27}{36}$.
11. Знайди будь-які два дроби, кожний з яких більший за $\frac{7}{13}$, але менший від $\frac{9}{13}$.
12. Як зміниться сума трьох доданків, якщо один з них збільшити на $5\frac{7}{20}$, другий — збільшити на $3\frac{4}{25}$, а третій — зменшити на 7,48?



14. Множення звичайних дробів

Існує багато задач, при розв'язуванні яких треба множити звичайні дроби. Розглянемо одну з таких задач.

Задача. Довжини сторін прямокутника дорівнюють $\frac{3}{10}$ дм і $\frac{43}{100}$ дм. Знайти його площину.

Розв'язання. Щоб розв'язати задачу, запишемо сторони прямокутника десятковими дробами. Маємо:

$$\frac{3}{10} \text{ дм} = 0,3 \text{ дм}; \frac{43}{100} \text{ дм} = 0,43 \text{ дм} \text{ і}$$
$$S = 0,3 \cdot 0,43 = 0,129 \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Перетворимо знайдений десятковий дріб у звичайний:

$$0,129 \text{ дм}^2 = \frac{129}{1000} \text{ дм}^2.$$

Цей самий результат можна знайти, не перетворюючи звичайні дроби в десяткові. Як бачимо, чисельник дробу $\frac{129}{1000}$ дорівнює добутку чисельників: $3 \cdot 43$, а знаменник — добутку знаменників, а саме: $10 \cdot 100$. Знайдений дріб $\frac{129}{1000}$ і є добутком дробів $\frac{3}{10}$ і $\frac{43}{100}$. Маємо:



Розділ 2

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{43}{100} = \frac{3 \cdot 43}{10 \cdot 100} = \frac{129}{1000}.$$



Добуток двох звичайних дробів — це дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників даних дробів:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Якщо можна, то результат треба скоротити, причому чисельник і знаменник краще скоротити перед обчисленням їх добутків, що спростить обчислення.

Приклад 1. $\frac{5}{8} \cdot \frac{14}{15} = \frac{\cancel{5}^1 \cdot \cancel{14}^7}{\cancel{4}^1 \cancel{8} \cdot \cancel{15}_3} = \frac{7}{12}.$

Якщо серед множників є натуральне число, то його замінюють дробом із знаменником 1.

Приклад 2. $7 \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{21}{5} = 4 \frac{1}{5}$, або коротше:
 $7 \cdot \frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{5} = \frac{21}{5} = 4 \frac{1}{5}.$

Якщо серед множників є мішані числа, то їх треба переворити в неправильні дроби, а потім застосувати правило множення дробу на дріб.

Приклад 3. $2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{30}{7} = \frac{\cancel{7}^1 \cdot \cancel{30}^{10}}{\cancel{1}^1 \cancel{3} \cdot \cancel{7}_1} = \frac{10}{1} = 10.$

Якщо з двох множників один — звичайний дріб, а другий позначено буквою, то букву записують за дробом на рівні риски дробу. Нагадаємо, що перед буквеним множником і перед дужками знак множення можна не писати.

Наприклад, запис $\frac{1}{8}x$ означає добуток $\frac{1}{8} \cdot x$.

Можна переконатися, що всі вивчені раніше властивості множення (переставна, сполучна і розподільна) справджаються і для множення звичайних дробів, а саме: якщо a, b, c — дроби, то:



Звичайні дроби

$$\begin{aligned}a \cdot b &= b \cdot a, \\a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c, \\a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c, \\a \cdot (b - c) &= a \cdot b - a \cdot c.\end{aligned}$$

Крім того,

$$\begin{aligned}a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0; \\a \cdot 1 &= 1 \cdot a = a.\end{aligned}$$

Приклад 4. Обчислити зручним способом:

$$1) \frac{2}{7} \cdot \frac{11}{12} \cdot 3\frac{1}{2}; \quad 2) 15 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right); \quad 3) 12\frac{1}{8} \cdot 4.$$

Розв'язання. 1) Використовуючи переставну і сполучну властивості, маємо:

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{11}{12} \cdot 3\frac{1}{2} = \frac{2}{7} \cdot \frac{11}{12} \cdot \frac{7}{2} = \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}\right) \cdot \frac{11}{12} = 1 \cdot \frac{11}{12} = \frac{11}{12}.$$

2) Використовуючи розподільну властивість, маємо:

$$15 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) = \frac{15}{1} \cdot \frac{3}{5} - \frac{15}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15 \cdot 3}{1 \cdot 5} - \frac{15 \cdot 1}{1 \cdot 3} = 9 - 5 = 4.$$

3) Подамо спочатку $12\frac{1}{8}$ у вигляді суми цілої та дробової частин: $12\frac{1}{8} = 12 + \frac{1}{8}$, а потім застосуємо розподільну властивість множення. Маємо:

$$12\frac{1}{8} \cdot 4 = \left(12 + \frac{1}{8}\right) \cdot 4 = 12 \cdot 4 + \frac{1 \cdot 4}{8 \cdot 1} = 48 + \frac{1}{2} = 48\frac{1}{2}.$$



Як виконується множення двох дробів і як — множення мішаних чисел? • Які властивості справдіжуються при множенні дробів? • Як за допомогою розподільної властивості множення можна помножити мішане число на натуральне число?

1 **304. (Усно)** Обчисли:

$$1) \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9}; \quad 3) \frac{1}{9} \cdot 2; \quad 4) 7 \cdot \frac{2}{15}.$$

Розділ 2

305. Обчисли значення виразу:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}; & 2) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; & 3) \frac{4}{7} \cdot \frac{5}{6}; & 4) \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}; \\ 5) \frac{14}{15} \cdot \frac{1}{7}; & 6) \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{7}; & 7) \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5}; & 8) \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{5}; \\ 9) 7 \cdot \frac{1}{9}; & 10) \frac{3}{8} \cdot 2; & 11) \frac{7}{24} \cdot 3; & 12) 15 \cdot \frac{2}{45}. \end{array}$$

306. Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}; & 2) \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}; & 3) \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{12}; & 4) \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{14}; \\ 5) \frac{13}{15} \cdot \frac{1}{26}; & 6) \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{9}; & 7) \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}; & 8) \frac{3}{8} \cdot \frac{10}{21}; \\ 9) 5 \cdot \frac{1}{3}; & 10) \frac{4}{13} \cdot 3; & 11) \frac{5}{21} \cdot 3; & 12) 12 \cdot \frac{5}{72}. \end{array}$$

307. Знайди периметр і площину квадрата, сторона якого дорівнює $\frac{1}{10}$ м.

 308. (Усно) Обчисли, використовуючи переставну та сполучну властивості множення:

$$1) 4 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}; \quad 2) \frac{2}{3} \cdot 7 \cdot \frac{3}{2}; \quad 3) \frac{1}{8} \cdot 5 \cdot \frac{8}{5}; \quad 4) \frac{3}{7} \cdot 6 \cdot \frac{1}{6}.$$

309. Виконай множення:

$$1) \frac{15}{17} \cdot \frac{34}{45}; \quad 2) \frac{19}{42} \cdot \frac{21}{38}; \quad 3) \frac{24}{65} \cdot \frac{52}{57}; \quad 4) \frac{25}{36} \cdot \frac{51}{80}.$$

310. Виконай множення:

$$1) \frac{7}{13} \cdot \frac{39}{56}; \quad 2) \frac{39}{86} \cdot \frac{43}{78}; \quad 3) \frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}; \quad 4) \frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}.$$

311. Обчисли:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{6}; & 2) 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{24}; & 3) \frac{3}{8} \cdot 4\frac{4}{15}; & 4) 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}; \\ 5) 2\frac{1}{6} \cdot 3; & 6) 2\frac{4}{15} \cdot 5; & 7) 1\frac{5}{21} \cdot 42; & 8) 16 \cdot 1\frac{3}{40}. \end{array}$$

312. Обчисли:

$$\begin{array}{llll} 1) 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}; & 2) \frac{7}{9} \cdot 1\frac{2}{7}; & 3) \frac{4}{11} \cdot 4\frac{7}{12}; & 4) 1\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{10}; \\ 5) 27 \cdot 1\frac{4}{9}; & 6) 4 \cdot 2\frac{5}{24}; & 7) 1\frac{5}{6} \cdot 18; & 8) 12 \cdot 3\frac{3}{8}. \end{array}$$

Звичайні дроби

313. Який шлях подолає мотоцикліст за $\frac{5}{12}$ год, якщо його швидкість 42 км/год?

314. 1 кг печива коштує $25\frac{1}{5}$ грн. Скільки коштує $\frac{1}{4}$ кг, $\frac{1}{2}$ кг, $\frac{3}{4}$ кг, $\frac{7}{10}$ кг цього печива?

315. Виконай множення:

$$\begin{array}{ll} 1) 1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{2}{3}; & 2) 3\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{15}; \\ 3) 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11}; & 4) 9\frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{5}; \\ 5) 2\frac{5}{11} \cdot 1\frac{19}{36}; & 6) 1\frac{5}{36} \cdot 5\frac{5}{8}; \\ 7) 4\frac{5}{12} \cdot 7\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{53}; & 8) 2\frac{3}{7} \cdot 1\frac{3}{17} \cdot 3\frac{1}{16}. \end{array}$$

316. Виконай множення:

$$\begin{array}{ll} 1) 1\frac{7}{8} \cdot 2\frac{1}{3}; & 2) 3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11}; \\ 3) 4\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{7}; & 4) 6\frac{5}{7} \cdot 1\frac{2}{47}; \\ 5) 4\frac{4}{17} \cdot 3\frac{1}{18}; & 6) 2\frac{22}{25} \cdot 1\frac{11}{24}; \\ 7) 1\frac{8}{9} \cdot 2\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}; & 8) 1\frac{7}{8} \cdot 3\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{3}. \end{array}$$

317. Знайди об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо його виміри дорівнюють: $3\frac{1}{8}$ см, $1\frac{2}{5}$ см, $1\frac{3}{5}$ см.

318. Обчисли площину прямокутника, якщо його сторони дорівнюють: 1) $3\frac{1}{2}$ см і $2\frac{2}{5}$ см; 2) $5\frac{3}{4}$ дм і $3\frac{1}{3}$ дм.

319. Обчисли: 1) $\left(\frac{2}{9}\right)^2$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$; 3) $\left(1\frac{1}{7}\right)^2$; 4) $\left(2\frac{2}{3}\right)^3$.

320. Обчисли: 1) $\left(\frac{3}{11}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; 3) $\left(3\frac{1}{5}\right)^2$; 4) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$.

321. Перетвори десяткові дроби у звичайні, а потім обчисли:

$$1) 0,8 \cdot \frac{5}{8}; \quad 2) 2\frac{1}{7} \cdot 1,3; \quad 3) 2\frac{1}{6} \cdot 1,6; \quad 4) 3,5 \cdot 1\frac{5}{7}.$$

322. (Усно) Обчисли, застосовуючи розподільний закон множення:

$$1) 7\left(1 + \frac{1}{7}\right); \quad 2) 10\left(2 + \frac{3}{5}\right); \quad 3) 3\left(5 - \frac{2}{3}\right); \quad 4) 15\left(1 - \frac{4}{5}\right).$$

Розділ 2

323. Знайди масу металевої деталі, об'єм якої дорівнює $4\frac{1}{3}$ дм³, якщо маса 1 дм³ цього металу дорівнює $7\frac{4}{5}$ кг.

324. Щоб потрапити в гості до крокодила Гени, Чебурашка пройшов пішки $1\frac{1}{4}$ км та ще проїхав на автобусі $\frac{1}{3}$ год зі швидкістю $58\frac{1}{2}$ км/год. Яку відстань подолав Чебурашка?

325. Обчисли значення виразу, використовуючи переставну та сполучну властивості множення:

$$1) 2\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7}; \quad 2) \frac{4}{13} \cdot 12 \cdot \frac{1}{6} \cdot 3\frac{1}{4}; \quad 3) 13\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 4\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{40} \cdot \frac{3}{13}.$$

326. Обчисли значення виразу, використовуючи переставну та сполучну властивості множення:

$$1) \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{7} \cdot 2\frac{1}{4}; \quad 2) 5\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{17} \cdot 5; \quad 3) 1\frac{8}{9} \cdot 1\frac{2}{9} \cdot 5 \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{9}{17}.$$

327. З одного міста одночасно в протилежних напрямах виїхали автомобіль і мікроавтобус. Швидкість автомобіля $72\frac{1}{10}$ км/год, а швидкість мікроавтобуса — $61\frac{2}{5}$ км/год. Якою буде відстань між ними через $3\frac{1}{3}$ год?



328. З одного порту одночасно в одному напрямі вирушили катер і теплохід. Катер рухався зі швидкістю $25\frac{2}{15}$ км/год, а теплохід — $32\frac{5}{6}$ км/год. Яка відстань буде між ними через $3\frac{4}{7}$ год?

329. Обчисли значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) 4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{9} + 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{9}; \quad 2) 3\frac{2}{3} \cdot 7\frac{1}{5} - 1\frac{1}{6} \cdot 7\frac{1}{5};$$

Звичайні дроби

3) $4\frac{5}{8} \cdot 2$; 4) $\left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 3$.

330. Обчисли значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

1) $3\frac{2}{9} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 6\frac{7}{9}$; 2) $4\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{11} - 3\frac{5}{9} \cdot 1\frac{1}{11}$;

3) $3\frac{2}{3} \cdot 3$; 4) $\left(2\frac{1}{4} - \frac{5}{8}\right) \cdot 4$.

331. Знайди значення виразу:

1) $2\frac{5}{9} \cdot 2\frac{1}{4} - 6\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8}$; 2) $\left(6\frac{2}{5} \cdot 2\frac{11}{12} - 16\right) \cdot 2\frac{1}{4}$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{8}{9}\right)^2$.

332. Знайди значення виразу:

1) $\left(6\frac{1}{8} \cdot 1\frac{2}{7} - 2\frac{11}{14} \cdot 1\frac{8}{13}\right) \cdot 1\frac{3}{5}$; 2) $\left(4\frac{1}{3} - 3\frac{4}{9}\right)^2 \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

333. Розкрий дужки:

1) $7\left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}a\right)$; 2) $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{6}{7}b\right)$; 3) $1\frac{1}{6}\left(2x - \frac{5}{14}y + 1\frac{1}{2}\right)$.

334. Спрости вираз $3\frac{2}{3}x - 2\frac{4}{9}x + 1\frac{1}{2}x$ та обчисли його значення, якщо $x = 2\frac{1}{7}$.

335. Спрости вираз $3\frac{3}{7}y - 1\frac{3}{14}y - \frac{8}{21}y$ та обчисли його значення, якщо $y = 30$; $1\frac{1}{11}$.

336. Мати купила $2\frac{3}{5}$ кг апельсинів за ціною $16\frac{1}{4}$ грн за кілограм та $4\frac{3}{4}$ кг яблук за ціною $10\frac{2}{5}$ грн. За які фрукти, апельсини чи яблука, мати заплатила більше і на скільки?

4 337. Розв'яжи рівняння $\left(\frac{3}{8}x + 2\frac{3}{4}\right) \cdot 8 = 34$.

338. Розв'яжи рівняння $8\left(\frac{5}{8}y - 2\frac{3}{4}\right) = 4$.

Розділ 2

339. Не виконуючи множення, порівняй значення виразів:

1) $\frac{4}{5}$ і $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{7}{9}$ і $\frac{7}{9} \cdot \frac{5}{3}$; 3) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{13}$ і $\frac{4}{13} \cdot \frac{7}{5}$.

340. Перетвори у звичайні дроби: 5 %; 7 %; 14 %; 20 %; 52 %; 100 %; 120 %.

341. Периметр трикутника дорівнює $7\frac{7}{15}$ см. Дві сторони трикутника дорівнюють $2\frac{5}{6}$ см та $1\frac{4}{5}$ см. Знайди третю сторону трикутника. Як називають цей трикутник?

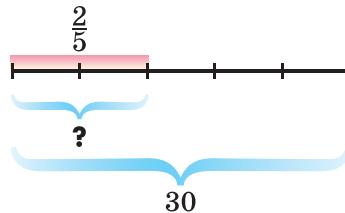
342. Як за допомогою відер, що вміщують 5 л і 7 л, налити з крану в акваріум 6 л води?

§ 15. Знаходження дробу від числа

Розглянемо задачу, що зводиться до знаходження дробу від числа.

Задача 1. У класі 30 учнів, $\frac{2}{5}$ із них хлопці. Скільки хлопців у класі?

Розв'язання. (Мал. 3).



Мал. 3

1) $30 : 5 = 6$ (уч.) — становить $\frac{1}{5}$ від 30 учнів;

2) $6 \cdot 2 = 12$ (уч.) — становить $\frac{2}{5}$ від 30 учнів.

Отже, у класі 12 хлопців.

Розв'язання цієї задачі можна записати інакше:

$$(30 : 5) \cdot 2 = \frac{30}{5} \cdot 2 = \frac{30}{1} \cdot \frac{2}{5} = 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 \text{ (уч.)}.$$

Отже, кількість хлопців у класі можна знайти, якщо помножити кількість усіх учнів (30) на дріб $\frac{2}{5}$. При розв'язуванні задачі знайшли дріб $\frac{2}{5}$ від числа 30.

Звичайні дроби

Задачі на знаходження дробу від числа розв'язують дією множення.



Щоб знайти дріб від числа, достатньо число помножити на цей дріб.

Задача 2. Ширина прямокутника дорівнює 12 см, а довжина становить $\frac{5}{3}$ ширини. Знайти довжину прямокутника.

Розв'язання. Довжина прямокутника дорівнює

$$12 \cdot \frac{5}{3} = 20 \text{ (см)}.$$

Задача 3. У книжці 140 сторінок. Першого дня учень прочитав 0,3 від усієї кількості сторінок. Скільки сторінок прочитав учень першого дня?

Розв'язання. Оскільки $0,3 = \frac{3}{10}$, то для розв'язання задачі треба помножити 140 на $\frac{3}{10}$, тобто $140 \cdot \frac{3}{10} = 42$ (с.).

Отже, першого дня учень прочитав 42 сторінки. Той самий результат отримаємо, якщо помножити 140 на 0,3: $140 \cdot 0,3 = 42$.

Розглянемо як можна застосувати це правило для *знаходження відсотків від числа*.

Задача 4. Турист повинен пройти 12 км. За першу годину він пройшов 25 % цієї відстані. Скільки кілометрів пройшов турист за першу годину?

Розв'язання. Запишемо 25 % десятковим і звичайним дробом: $25 \% = 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Помножимо дане число

на цей дріб: $12 \cdot 0,25 = 3$, або $12 \cdot \frac{1}{4} = \frac{12 \cdot 1}{4} = 3$.

Отже, за першу годину турист пройшов 3 км.



Сформулюй правило знаходження дробу від числа.

- Як знайти відсотки від числа?

1 343. (Усно) Знайди:

- 1) $\frac{1}{8}$ від 16; 2) $\frac{5}{7}$ від 7; 3) 0,4 від 100; 4) 30 % від 40.



Розділ 2

344. Обчисли:

- 1) $\frac{1}{6}$ від 24;
- 2) $\frac{3}{4}$ від 12;
- 3) 0,7 від 40;
- 4) 0,32 від 10;
- 5) 10 % від 27;
- 6) 20 % від 30.

345. Обчисли:

- 1) $\frac{1}{10}$ від 180;
- 2) $\frac{2}{3}$ від 15;
- 3) 0,5 від 10;
- 4) 0,47 від 100;
- 5) 50 % від 2;
- 6) 30 % від 40.

346. Петро зібрав 40 грибів, з яких $\frac{3}{10}$ — маслюки. Скільки маслюків зібрав Петро?

347. Маса бегемота 2000 кг, а маса носорога становить $\frac{9}{10}$ маси бегемота. Знайди масу носорога.

348. Площа однієї кімнати 21 м^2 , а площа другої становить $\frac{4}{7}$ від площині першої кімнати. Знайди площу обох кімнат разом.

349. Поштарка має доставити адресатам 96 листів, причому $\frac{7}{12}$ кількості листів вона доставила до обіду. Скільки листів залишилося поштарці доставити адресатам?

350. Дві бригади трактористів зорали 550 га землі, причому перша бригада виконала $\frac{6}{11}$ цього обсягу. Скільки гектарів землі зорала друга бригада?

351. Запиши звичайним дробом:

- 1) 20 %;
- 2) $7\frac{1}{7}$ %;
- 3) $3\frac{1}{3}$ %;
- 4) $57\frac{1}{7}$ %.

Розв'язання. 4) Оскільки $1\% = \frac{1}{100}$, то

$$57\frac{1}{7}\% = 57\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{100} = \frac{400}{7} \cdot \frac{1}{100} = \frac{400 \cdot 1}{7 \cdot 100} = \frac{4}{7}.$$



Звичайні дроби

352. Запиши у вигляді відсотків дріб:

- 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{4}{7}$; 4) 0,215; 5) 2,7; 6) 4,19.

Розв'язання. 3) Оскільки $1 = 100\%$, то

$$\frac{4}{7} = \frac{4}{7} \cdot 1 = \frac{4}{7} \cdot 100\% = \frac{4 \cdot 100}{7}\% = \frac{400}{7}\% = 57\frac{1}{7}\%.$$

353. Запиши:

- 1) звичайним дробом: 5%; $4\frac{1}{6}\%$; $13\frac{1}{3}\%$; $44\frac{4}{9}\%$;
2) у вигляді відсотків: $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{11}$; 1,8.

354. Довжина прямокутника 24 см, а ширина становить 75% довжини. Знайди площину прямокутника.

355. Довжина прямокутника 25 см, а ширина становить $\frac{3}{5}$ довжини. Обчисли периметр прямокутника.

356. Знайко прочитав $\frac{3}{4}$ книжки, яка має a сторінок.

Склади вираз для знаходження кількості сторінок, які прочитав Знайко, та знайди його значення, якщо $a = 180$.

357. Знайди:

- 1) $1\frac{1}{7}$ від 0,35; 2) 0,24 від $3\frac{1}{3}$; 3) 8,5% від 34,6.

358. Знайди:

- 1) $1\frac{1}{9}$ від 0,27; 2) 0,36 від $4\frac{4}{9}$; 3) 4,2% від 24,5.

359. Морська вода містить 7% солі. Скільки солі міститься в 340 кг морської води?

360. Токар мав виготовити за день 200 деталей. Але він перевиконав завдання на 5%. Скільки деталей виготовив токар?

361. На базу привезли 2800 кг картоплі. З них 45% привезли першого дня, а решту — другого. Скільки кілограмів картоплі привезли першого дня і скільки другого?

362. Під час сушіння яблука втрачають $\frac{9}{10}$ своєї маси. Скільки кілограмів сушених яблук вийде з 240 кг свіжих?



Розділ 2

363. За три дні зібрали 532 кг насіння соняшника. У перший день зібрали $\frac{2}{7}$, у другий — $\frac{5}{14}$ цієї маси. Скільки кілограмів насіння було зібрано в третій день?

364. Три кондитери виготовили 270 тортів. Перший виконав $\frac{2}{9}$ цієї роботи, другий — $\frac{5}{18}$, а третій — решту. Покільки тортів виготовив кожен кондитер?

365. На базі було 270 ц картоплі. Спочатку вивезли $\frac{4}{9}$ від цієї маси, а потім — $\frac{9}{30}$ від того, що залишилося. Скільки центнерів картоплі після цього залишилося на базі?

366. Від стрічки довжиною 40 м спочатку відрізали $\frac{5}{8}$ її довжини, а потім — 0,45 решти. Скільки метрів стрічки відрізали за другий раз?

367. Автомобіль за 3 год проїхав 234 км. За першу годину він проїхав $\frac{7}{18}$ цієї відстані, за другу — 0,4 решти. Яку відстань проїхав автомобіль за третю годину?

368. Що більше: 18,7 % від 12,7 чи 12,7 % від 18,7?

369. Яке із чисел x або y є більшим (x та y не дорівнюють нулю), якщо:

1) $\frac{2}{3}$ від x дорівнює $\frac{5}{6}$ від y ;

2) $\frac{5}{7}$ від x дорівнює $\frac{7}{9}$ від y ?

370. **3** Розв'яжи рівняння і виконай перевірку:

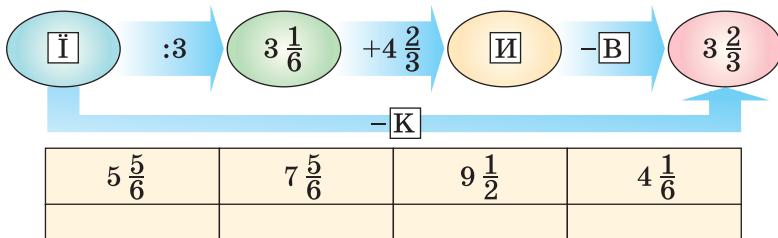
1) $3x = 1$; 2) $x \cdot 13 = 1$; 3) $0,2x = 1$.

371. **3** Використовуючи цифри 0, 1, 2, 3, 5, запиши найбільше та найменше трицифрові числа, кратні числу 3 так, щоб цифри в кожному числі не повторювалися.

372. Знайди невідомі числа та склади назву столиці європейської держави.



Звичайні дроби



§ 16. Взаємно обернені числа

Розглянемо дріб $\frac{7}{13}$ і поміняємо в ньому чисельник і знаменник місцями. Отримаємо дріб $\frac{13}{7}$.

Якщо тепер помножити дріб $\frac{7}{13}$ на $\frac{13}{7}$, то отримаємо 1:

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{13}{7} = \frac{7 \cdot 13}{13 \cdot 7} = 1.$$

Також отримаємо 1 при множенні 5 на $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{9}$ на $\frac{9}{2}$ тощо.



Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Легко зробити висновок: щоб знайти дріб взаємно обернений з даним звичайним дробом, треба чисельник і знаменник дробу поміняти місцями (наприклад, $\frac{5}{7}$ і $\frac{7}{5}$ — взаємно обернені числа, можна говорити інакше: $\frac{5}{7}$ обернений до $\frac{7}{5}$). Число, обернене до натурального числа, — це дріб, чисельник якого 1, а знаменник — це саме натуральне число (оберненим до числа 13 є число $\frac{1}{13}$).

Приклад 1. Знайти число, обернене до числа: 1) $2\frac{5}{7}$; 2) 1,3.

Розв'язання. 1) Запишемо $2\frac{5}{7}$ у вигляді неправильного дробу $2\frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 5}{7} = \frac{19}{7}$. Оберненим до числа $2\frac{5}{7}$ буде $\frac{7}{19}$.

Розділ 2

2) $1,3 = 1\frac{3}{10} = \frac{13}{10}$. Оберненим до числа 1,3 буде число $\frac{10}{13}$.

Приклад 2. Знайти значення добутку $\frac{7}{39} \cdot \frac{5}{42} \cdot 5\frac{4}{7}$.

Розв'язання.

$$\frac{7}{39} \cdot \frac{5}{42} \cdot 5\frac{4}{7} = \frac{7}{39} \cdot \frac{5}{42} \cdot \frac{39}{7} = \left(\frac{7}{39} \cdot \frac{39}{7} \right) \cdot \frac{5}{42} = 1 \cdot \frac{5}{42} = \frac{5}{42}.$$

Приклад 3. Розв'язати рівняння $1\frac{1}{9}x = 1$.

Розв'язання. Оскільки добуток чисел $1\frac{1}{9}$ і x дорівнює 1, то x – обернене до числа $1\frac{1}{9} = \frac{10}{9}$. Отже, $x = \frac{9}{10}$.



Які числа називають взаємно оберненими? • Як записати число, обернене до звичайного дробу? • Як записати число, обернене до натурального числа? • Як записати число, обернене до мішаного числа; до десяткового дробу?



373. (Усно) 1) Яке число є оберненим до одиниці?

2) Чи існує число, обернене числу нуль?

374. Знайди число, обернене числу:

1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{4}{9}$; 4) 6; 5) 17; 6) $\frac{19}{3}$.

375. Перетвори десятковий дріб у звичайний і знайди обернене до нього число:

1) 0,1; 2) 0,13; 3) 0,02; 4) 0,25; 5) 0,36; 6) 0,45.

376. Знайди число, обернене числу:

1) $\frac{5}{9}$; 2) $\frac{2}{11}$; 3) 4; 4) $\frac{1}{17}$; 5) 0,2; 6) 0,24.

377. Чи будуть взаємно оберненими числа:

1) $3\frac{3}{5}$ і $\frac{5}{18}$; 2) 0,3 і $3\frac{1}{3}$; 3) 0,2 і 0,5; 4) 0,125 і 8?

378. Чи будуть взаємно оберненими числа:

1) $2\frac{1}{7}$ і $\frac{7}{15}$; 2) 0,4 і $\frac{3}{2}$; 3) 5 і 0,2; 4) 0,7 і $1\frac{3}{7}$?

Звичайні дроби

379. Знайди число, обернене до числа:

- 1) $8\frac{1}{5}$; 2) $14\frac{1}{3}$; 3) $117\frac{1}{10}$; 4) 1,8; 5) 2,55; 6) 7,38.

380. Знайди число, обернене до числа:

- 1) $7\frac{2}{3}$; 2) $13\frac{1}{2}$; 3) $123\frac{1}{10}$; 4) 2,4; 5) 3,45; 6) 5,38.

381. Розв'яжи рівняння: 1) $\frac{7}{8}x = 1$; 2) $0,8x = 1$.

382. Розв'яжи рівняння: 1) $\frac{2}{9}x = 1$; 2) $0,9x = 1$.

383. Обчисли: 1) $\frac{3}{5} \cdot \left(1,8 \cdot \frac{5}{3}\right)$; 2) $9 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{7}{4}$; 3) $0,4 \cdot (9,8 \cdot 2,5)$.

3 384. (Усно) Чи правильно, що:

- 1) до кожного числа існує йому обернене;
2) існують числа, обернені до самих себе?

385. Знайди число, обернене:

- 1) сумі чисел $\frac{5}{18}$ і $\frac{7}{12}$; 2) різниці чисел $2\frac{11}{14}$ і $1\frac{20}{21}$.

386. Знайди число, обернене:

- 1) сумі чисел $\frac{2}{9}$ і $\frac{4}{15}$; 2) різниці чисел $3\frac{5}{8}$ і $2\frac{1}{6}$.

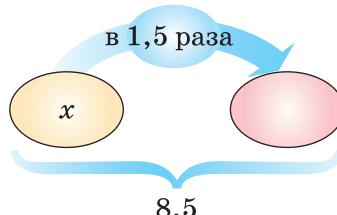
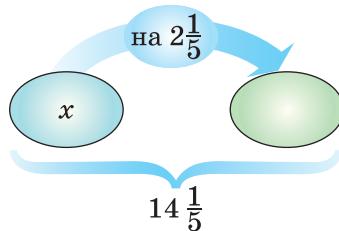
4 387. Знайди число, обернене числу:

- 1) $\frac{a}{8}$; 2) $\frac{7}{x}$; 3) $\frac{5m}{7}$; 4) b ; 5) $\frac{1}{y}$; 6) $\frac{9a}{8b}$.

388. Спрости вираз:

- 1) $\frac{x}{3} \left(\frac{3}{x} \cdot 0,47 \right)$; 2) $\frac{a}{b} \left(\frac{b}{a} \cdot 5 \right)$; 3) $\frac{4p}{c} \left(7,42 \cdot \frac{c}{4p} \right)$.

 **3** 389. Склади задачі за схемами та розв'яжи їх.
Стрілка напрямлена до більшого числа.





Розділ 2

 **390.** Як із шести сірників скласти 4 рівносторонніх трикутники зі стороною, що дорівнює довжині сірника?

§ 17. Ділення звичайних дробів

Нагадаємо, що ділення — це дія, за допомогою якої за добутком і одним з множників можна знайти другий множник.

Оскільки $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$, то $1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$, оскільки $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} = 1$, то $1 : \frac{2}{7} = \frac{7}{2}$.

Висловимо припущення: щоб поділити число на звичайний дріб, треба помножити його на число, обернене до дільника. Справді, $1 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ і $1 \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$. Перевіримо наше припущення ще й на такому прикладі.

Приклад 1. Знайти частку $\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$.

Розв'язання. Замінимо ділення множенням на число, обернене до дільника, а потім виконаємо перевірку:

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}.$$

$$\text{Перевірка. } \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{7} = \frac{14 \cdot 3}{15 \cdot 7} = \frac{2}{5}.$$



Часткою двох дробів є дріб, що дорівнює добутку діленого на дріб, обернений до дільника:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Розглянемо ще один приклад.

Приклад 2. $\frac{4}{9} : \frac{8}{15} = \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{8} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{15}^5}{\cancel{9}^3 \cdot \cancel{8}_2} = \frac{5}{6}.$



Звичайні дроби

Якщо серед даних є мішані числа, то їх треба перетворити в неправильні дроби і тільки після цього виконати ділення.

Приклад 3. $2\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} = \frac{5}{2} : \frac{7}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{5 \cdot 4^2}{2 \cdot 7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$.

Якщо серед даних є натуральні числа, то їх записують у вигляді дробу із знаменником 1.

Приклад 4. $\frac{4}{9} : 2 = \frac{4}{9} : \frac{2}{1} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 1}{9 \cdot 2} = \frac{2}{9}$.

Приклад 5. $6 : \frac{9}{11} = \frac{6}{1} : \frac{9}{11} = \frac{6}{1} \cdot \frac{11}{9} = \frac{6 \cdot 11}{1 \cdot 9} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$.

Оскільки будь-яке число, крім нуля, має обернене число, то ділення виконуємо без обмежень, крім ділення на нуль. **На нуль ділити не можна!**



Сформулюй правило ділення дробів. • Як виконують ділення мішаних чисел? • Як виконують ділення, коли серед компонентів є натуральне число?

1 391. (Усно) Обчисли:

1) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$; 2) $\frac{4}{7} : \frac{1}{3}$; 3) $\frac{5}{11} : \frac{1}{6}$; 4) $\frac{5}{9} : \frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{6} : \frac{2}{5}$; 6) $\frac{3}{10} : \frac{2}{3}$.

392. Виконай ділення:

1) $\frac{3}{8} : \frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{16} : \frac{1}{3}$; 3) $\frac{7}{8} : \frac{1}{5}$; 4) $\frac{5}{6} : \frac{1}{7}$; 5) $\frac{1}{9} : \frac{1}{8}$;
6) $\frac{1}{4} : \frac{3}{8}$; 7) $\frac{1}{7} : \frac{3}{14}$; 8) $\frac{5}{8} : \frac{15}{16}$; 9) $4 : \frac{4}{5}$; 10) $\frac{4}{15} : 8$.

393. Виконай ділення:

1) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$; 2) $\frac{3}{11} : \frac{1}{2}$; 3) $\frac{4}{7} : \frac{3}{5}$; 4) $\frac{7}{8} : \frac{1}{5}$; 5) $\frac{1}{11} : \frac{1}{13}$;
6) $\frac{1}{6} : \frac{5}{12}$; 7) $\frac{1}{9} : \frac{7}{18}$; 8) $\frac{7}{9} : \frac{14}{27}$; 9) $7 : \frac{7}{8}$; 10) $\frac{5}{11} : 10$.

2 394. Знайди значення частки:

1) $\frac{6}{35} : \frac{18}{49}$; 2) $\frac{14}{39} : \frac{21}{52}$; 3) $\frac{27}{28} : \frac{9}{56}$; 4) $\frac{45}{64} : \frac{35}{76}$.



Розділ 2

395. Знайди значення частки:

$$1) \frac{6}{25} : \frac{12}{55}; \quad 2) \frac{5}{6} : \frac{55}{72}; \quad 3) \frac{10}{51} : \frac{15}{68}; \quad 4) \frac{48}{49} : \frac{32}{77}.$$

396. Обчисли:

$$1) 1\frac{1}{7} : 5\frac{1}{3}; \quad 2) 4\frac{1}{5} : 1\frac{1}{4}; \quad 3) 7\frac{1}{3} : 1\frac{2}{9}; \quad 4) 4\frac{1}{11} : 2\frac{19}{22}.$$

397. Обчисли:

$$1) 3\frac{5}{9} : 2\frac{2}{3}; \quad 2) 3\frac{1}{3} : 2\frac{6}{7}; \quad 3) 7\frac{6}{7} : 9\frac{3}{7}; \quad 4) 9\frac{5}{7} : 1\frac{23}{28}.$$

398. Площа прямокутника $4\frac{4}{5}$ м². Знайди його довжину, якщо ширина дорівнює $1\frac{3}{5}$ м.

399. Скільки коштує 1 м тканини, якщо $1\frac{1}{2}$ м коштує $45\frac{3}{5}$ грн?

400. Велосипедист проїхав 12 км за $\frac{4}{5}$ год. Знайди його швидкість.

401. З дослідницької ділянки, площа якої $4\frac{4}{5}$ га, зібрали 300 ц пшениці. Скільки центнерів пшениці в середньому зібрали з 1 га?

402. Знайди значення виразу $a : \frac{9}{16}$, якщо $a = \frac{3}{4}; 4\frac{1}{2}; 18; 3\frac{3}{8}$.

403. Знайди значення виразу $\frac{3}{5} : x$, якщо $x = \frac{12}{35}; 1\frac{2}{25}; 2\frac{2}{35}$.

404. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{7}{12}x = 1\frac{1}{4}; \quad 2) 4x = \frac{8}{13}; \quad 3) \frac{5}{16} : x = \frac{3}{4}; \quad 4) 1\frac{7}{9} : x = 3\frac{5}{9}.$$

405. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{5}{9}x = 1\frac{1}{3}; \quad 2) 5x = \frac{10}{13}; \quad 3) \frac{7}{12} : x = \frac{3}{4}; \quad 4) 1\frac{4}{5} : x = 3\frac{3}{5}.$$

406. Скільки коштує 2 кг цукерок, якщо за $2\frac{1}{2}$ кг заплатили 42 грн?



Звичайні дроби

407. Довжина прямокутника дорівнює 14 дм, а ширина — в $\frac{3}{4}$ раза менша. Знайди площину прямокутника.

408. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см, ширина — в $1\frac{1}{3}$ раза менша від довжини, а висота — в $1\frac{1}{2}$ раза менша від ширини. Знайди об'єм прямокутного паралелепіпеда.

409. Об'єм однієї кімнати 48 м^3 , а другої — в $1\frac{1}{2}$ раза менший. Знайди об'єм обох кімнат разом.

410. Перетвори десятковий дріб у звичайний, а потім обчисли: 1) $0,9 : \frac{3}{4}$; 2) $0,24 : \frac{4}{9}$; 3) $3\frac{1}{3} : 1,25$; 4) $4,25 : 1\frac{1}{2}$.

411. Перетвори десятковий дріб у звичайний, а потім обчисли: 1) $\frac{2}{5} : 0,1$; 2) $0,4 : \frac{2}{3}$; 3) $1\frac{13}{15} : 0,36$; 4) $3,5 : 2\frac{1}{3}$.

412. Відстань між містами 210 км потяг пройшов за $4\frac{2}{3}$ год.

Назад він йшов зі швидкістю 50 км/год. Більшою чи меншою була швидкість потяга на зворотному шляху? У скільки разів?

413. Одна сторона трикутника дорівнює $4\frac{1}{2}$ см, друга і третя — відповідно в $1\frac{1}{2}$ та $2\frac{1}{4}$ раза коротші від першої. Знайди периметр трикутника.

414. Обчисли: 1) $6\frac{3}{7} \cdot 3\frac{1}{3} : 1\frac{2}{7}$; 2) $\left(7\frac{2}{3} - 5\frac{4}{5}\right) : 2\frac{4}{5}$.

415. Обчисли: 1) $4\frac{4}{5} : \frac{4}{17} : 3\frac{2}{5}$; 2) $\left(6\frac{1}{5} - 4\frac{1}{3}\right) : 1\frac{1}{3}$.

416. Перший автомобіль за $\frac{5}{6}$ год пройшов 60 км, а другий за $\frac{2}{3}$ год — 54 км. Який автомобіль мав більшу швидкість? У скільки разів?

Розділ 2

417. В одному ящику 16 кг яблук, що в $1\frac{1}{7}$ раза більше, ніж у другому, і в $1\frac{1}{8}$ раза менше, ніж у третьому. Скільки кілограмів яблук у трьох ящиках разом?



418. Один з робітників може виконати замовлення за 30 год, а другий — за 45 год. За скільки годин вони виконають замовлення, працюючи разом?

Розв'язання. Оскільки перший робітник виконує замовлення за 30 год, то за одну годину він виконує $\frac{1}{30}$ замовлення. Аналогічно, другий робітник виконує за одну годину $\frac{1}{45}$ замовлення. Працюючи разом, вони виконують за одну годину таку частину замовлення:

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{45} = \frac{3+2}{90} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}.$$

Тому обсяг виконаної роботи (який приймаємо за 1) робітники, працюючи разом, виконають за

$$1 : \frac{1}{18} = 1 \cdot \frac{18}{1} = 18 \text{ (год)}.$$

Відповідь. 18 год.

419. Через одну трубу басейн можна наповнити за 6 год, а через другу — за 12 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо обидві труби відкрити одночасно?

420. Розв'язки рівняння:

$$1) 2\frac{1}{14} - 1\frac{2}{3}x = 1\frac{5}{21}; \quad 2) \left(\frac{8}{15} + \frac{2}{9}x\right) : \frac{3}{5} = 2;$$

$$3) \frac{2}{5}y + \frac{3}{10}y - \frac{2}{15}y = \frac{1}{6}; \quad 4) y - \frac{8}{15}y = \frac{1}{3}.$$

421. Розв'язки рівняння:

$$1) 3\frac{1}{15} - 1\frac{14}{15}y = \frac{1}{6}; \quad 2) \left(\frac{7}{18} + \frac{5}{24}y\right) : 3\frac{2}{3} = \frac{1}{3};$$

Звичайні дроби

$$3) \frac{4}{7}x + \frac{5}{14}x - \frac{10}{21}x = \frac{1}{7}; \quad 4) x - \frac{5}{12}x = \frac{1}{4}.$$

422. Два велосипедисти виїхали одночасно з одного пункту у протилежних напрямах. Швидкість одного з них 15 км/год, а другого — в $1\frac{1}{4}$ раза менша. Через скільки годин відстань між ними буде 72 км?

423. Автобус і легковий автомобіль рухаються назустріч один одному. Швидкість легкового автомобіля 90 км/год, а швидкість автобуса — у $1\frac{2}{3}$ раза менша. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо зараз між ними 168 км?

424. Знайди значення виразу:

$$1) \left(6\frac{1}{7} - 5\frac{3}{4}\right) : \frac{11}{14} + \left(3\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}\right) : \frac{1}{6};$$

$$2) 5\frac{4}{19} \cdot 3\frac{4}{7} + 1\frac{15}{19} : \frac{7}{25} - 1\frac{2}{3}.$$

425. Обчисли значення виразу:

$$1) \left(9\frac{1}{4} - 8\frac{2}{3}\right) \cdot 1\frac{5}{7} + \left(4\frac{2}{9} - 2\frac{5}{6}\right) : 1\frac{1}{9};$$

$$2) 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{9} + 6\frac{8}{11} : 1\frac{2}{7} - 1\frac{1}{8}.$$

426. Човен проплив $42\frac{2}{3}$ км за течією річки за $2\frac{2}{3}$ год. На скільки більше часу буде тривати зворотний шлях, якщо швидкість течії становить $1\frac{1}{3}$ км/год?

427. У двох цистернах 120 т нафти. В одній з них нафти в $1\frac{2}{9}$ раза менше, ніж у другій. Скільки тонн нафти в кожній цистерні?

428. Батько старший за сина в $5\frac{1}{3}$ раза, а син молодший за батька на 26 років. Скільки років батькові і скільки сину?

Розділ 2

429. Двоє братів збирали гриби, причому старший брат зібрав у $2\frac{1}{2}$ раза більше грибів, ніж молодший. Скільки грибів зібрав кожен з братів, якщо молодший брат зібрав на 30 грибів менше, ніж старший?



430.  Порівняй:

1) $\frac{2}{5}$ від 2 ц і $\frac{3}{50}$ від 1 т;

2) 15 % від 6 дм і 4 % від 3 м.

431.  За три дні зорали 288 га землі. Першого дня зорали 62,5 % цієї площини, а другого — $\frac{2}{3}$ решти. Скільки гектарів землі зорали третього дня?

432.  З цифр 0, 1, 5, 7 утвори всі можливі чотирицифрові числа, кратні числу 5 (цифри у запису числа не повторюються). Які з цих чисел кратні числу 2?



433. У скільки разів сходи на 6-й поверх довші від сходів на 2-й поверх цього самого будинку?



§ 18. Знаходження числа за його дробом

Розглянемо задачу, що зводиться до *знаходження числа за його дробом*.

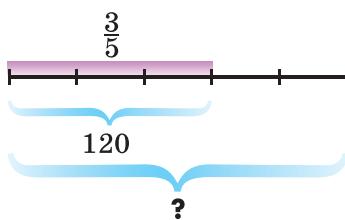
Задача 1. Сергій прочитав 120 сторінок. Це становить $\frac{3}{5}$ книжки. Скільки сторінок у книжці?

Розв'язання. Умову задачі зображенено на малюнку 4.

1) $120 : 3 = 40$ (с.) — припадає на $\frac{1}{5}$ книжки;

2) $40 \cdot 5 = 200$ (с.) — усього сторінок.

Отже, у книжці 200 сторінок.
Розв'язання цієї задачі можна записати інакше:



Мал. 4

Звичайні дроби

$$(120 : 3) \cdot 5 = \frac{120}{3} \cdot 5 = \frac{120}{1} \cdot \frac{5}{3} = 120 : \frac{3}{5} = 200 \text{ (с.)}.$$

Отже, кількість сторінок у книжці можна знайти, якщо поділити число 120 на дріб $\frac{3}{5}$.

У задачі відомо, що $\frac{3}{5}$ книжки — це 120 сторінок, а треба знайти загальну кількість сторінок. Тобто відомо, скільки становить дріб від числа, а треба знайти саме число. Отже, маємо задачу на *знаходження числа за його дробом*. Розв'язують її дією ділення.



Щоб знайти число за його дробом, достатньо на цей дріб поділити число, яке йому відповідає.

Задача 2. За першу годину велосипедист проїхав 16,8 км, що становить $\frac{3}{5}$ відстані від села до міста. Яка відстань від села до міста?

Розв'язання. Відстань від села до міста дорівнює

$$16,8 : \frac{3}{5} = 16\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{84 \cdot 5}{5 \cdot 3} = 28 \text{ (км)}.$$

Задача 3. Житом засіяно 1800 га, що становить 0,9 поля. Знайти площину всього поля.

Розв'язання. Оскільки $0,9 = \frac{9}{10}$, то для розв'язання задачі необхідно поділити 1800 на $\frac{9}{10}$. Отримаємо:

$$1800 : \frac{9}{10} = \frac{1800 \cdot 10}{9} = 2000.$$

Отже, площа всього поля 2000 га. Якщо 1800 поділимо на 0,9, отримаємо той самий результат:

$$1800 : 0,9 = 18\ 000 : 9 = 2000.$$

Розглянемо, як можна застосувати це правило для *знаходження числа за його відсотками*.

Задача 4. У шкільній математичній олімпіаді взяли участь 12 учнів 6-го класу, що становить 40 % від усіх учнів класу. Скільки учнів у класі?

Розділ 2

Розв'язання. Щоб відповісти на запитання задачі, треба знайти таке число, 40 % якого дорівнюють 12. Запишемо 40 % десятковим дробом і звичайним дробом:

$$40\% = 0,4 = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}.$$

Поділимо на цей дріб число, яке йому відповідає:

$$12 : 0,4 = 30, \text{ або } 12 : \frac{2}{5} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30.$$

Отже, у класі 30 учнів.



Сформулюй правило знаходження числа за його дробом. ● Як можна знайти число за десятковим дробом і за його відсотками?

1 434. (Усно) Знайди число, якщо:

1) $\frac{1}{2}$ якого дорівнює 8; 2) $\frac{1}{3}$ якого дорівнює 7.

435. Яка довжина відрізка, якщо $\frac{1}{5}$ його дорівнює 8 см?

436. Бригада за перший день зорала 120 га, що становить $\frac{1}{3}$ поля. Знайди площину поля.

2 437. Знайди число:

- 1) $\frac{6}{11}$ якого дорівнюють 72;
- 2) $1\frac{7}{8}$ якого дорівнюють 4,5;
- 3) 0,9 якого дорівнюють 216;
- 4) $\frac{3}{14}$ якого дорівнюють 8,4;
- 5) 36 % якого дорівнюють 27;
- 6) $5\frac{4}{7}$ % якого дорівнюють 11,7.

438. Знайди число:

- 1) $\frac{3}{7}$ якого дорівнюють 42;

Звичайні дроби

- 2) $2\frac{2}{9}$ якого дорівнюють 1,8;
- 3) 0,8 якого дорівнюють 60;
- 4) $\frac{5}{9}$ якого дорівнюють 3,5;
- 5) 17 % якого дорівнюють 153;
- 6) $7\frac{5}{6}$ % якого дорівнюють 9,4.

439. У класі 12 хлопців. Це становить $\frac{3}{8}$ від усіх учнів класу. Скільки учнів у класі?

440. Ширина прямокутника дорівнює 24 см, що становить $\frac{2}{3}$ його довжини. Знайди периметр та площину прямокутника.

441. Маса борошна, використаного для випікання хліба, становить 75 % від загальної маси випеченого хліба. Скільки кілограмів хліба можна випекти з 486 кг борошна?

442. Вихід борошна під час помелу пшениці складає 80 %. Скільки пшениці треба змолоти, щоб отримати 40 ц пшеничного борошна?

443. Тарасику 6 років, що становить 0,2 від віку його батька. Скільки років батькові?

444. Маса товару, запакованого в ящику, 20 кг, що становить $\frac{10}{11}$ від маси ящика з товаром. Обчисли масу порожнього ящика.

445. Одна сторона трикутника дорівнює 18 см і становить $\frac{3}{5}$ від кожної з двох інших сторін трикутника. Знайди периметр трикутника.

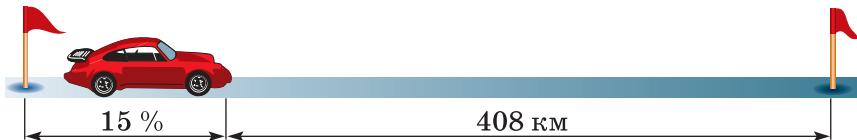
446. У першому ящику 16 кг яблук, що становить $\frac{4}{5}$ маси яблук, які знаходяться у другому ящику, і $\frac{8}{9}$ маси яблук, які знаходяться у третьому ящику. Скільки кілограмів яблук у трьох ящиках разом?

447. Один з доданків дорівнює 3,6, що становить 0,3 від їх суми. Знайди другий доданок.

Розділ 2

448. На маршрут вийшло 63 автобуси, що становить 0,9 від усіх автобусів автопарку. Скільки автобусів не вийшло на маршрут?

449. У першу годину автомобіль проїхав 15 % від усього шляху, після чого йому залишилося проїхати 408 км. Яка довжина всього шляху?



450. За перший день турист пройшов $\frac{4}{9}$ усього шляху, а за другий — решту $16\frac{4}{9}$ км. Яку відстань пройшов турист за два дні?

451. За першу годину майстер виконав 0,2 усього замовлення, після чого йому ще залишилося виготовити 56 деталей. Скільки деталей становило замовлення?

452. Три заводи отримали замовлення на виготовлення моторів. Перший завод виконав $\frac{8}{25}$ усього замовлення, другий — 0,4 усього замовлення, а третій — решту 280 моторів. Скільки моторів було замовлено трьом заводам разом?

453. Оператор комп'ютерного набору першого дня набрав $\frac{5}{12}$ рукопису, після чого йому залишилося набрати на 10 сторінок більше, ніж він уже набрав. Скільки сторінок містить рукопис?

454. Після того як учень прочитав $\frac{8}{13}$ книжки, виявилося, що йому залишилося прочитати на 60 сторінок менше, ніж він прочитав. Скільки сторінок у книжці?

455. Першого дня олійня переробила $\frac{3}{8}$ отриманого насіння соняшнику, другого дня — $\frac{3}{5}$ решти, після чого тре-

Звичайні дроби

того дня залишилося переробити 7,8 т. Скільки тонн насіння соняшнику необхідно було переробити за 3 дні?

456. Першого дня туристи пройшли $\frac{1}{3}$ всього шляху, а другого дня — 60 % решти. Третього дня залишилося пройти останні 12 км. Скільки кілометрів повинні були пройти туристи за ці три дні?

 **457.**  Знайди деяке трицифрове число, яке кратне числам 3 і 7 і не кратне числу 6.

458.  Знайди значення виразу:

$$1) \left(2\frac{5}{24} - 1\frac{7}{32} \right) \cdot 2\frac{10}{19} - 2\frac{1}{4}; \quad 2) \frac{71}{96} : \left(2\frac{7}{8} \cdot \frac{9}{46} + \frac{11}{12} \right).$$

 **459.** Гроші, вкладені в акції фірми «Альфа», приносять 20 % щорічного прибутку. За скільки років вкладена сума подвоється?

§ 19. Розв'язування вправ на всі дії зі звичайними та десятковими дробами

 **460.** (Усно) Збільши на $\frac{1}{4}$ кожне із чисел:

$$1) \frac{1}{4}; \quad 2) \frac{1}{2}; \quad 3) 1\frac{3}{4}; \quad 4) 7\frac{1}{2}; \quad 5) 9; \quad 6) 10\frac{1}{8}.$$

461. (Усно) Зменши на $\frac{1}{6}$ кожне із чисел:

$$1) \frac{5}{6}; \quad 2) 1\frac{1}{6}; \quad 3) \frac{1}{2}; \quad 4) \frac{1}{3}; \quad 5) 7\frac{1}{2}; \quad 6) 2.$$

462. Запиши звичайним нескоротним дробом:

$$1) 0,13; \quad 2) 0,2; \quad 3) 1,5; \quad 4) 1\%; \quad 5) 7\%; \quad 6) 40\%.$$

463. (Усно) Збільши у 2 рази кожне із чисел:

$$1) \frac{1}{5}; \quad 2) \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{1}{6}; \quad 4) \frac{5}{8}; \quad 5) 1\frac{1}{2}; \quad 6) 6\frac{1}{5}.$$

Розділ 2

464. (Усно) Сторона квадрата дорівнює $\frac{2}{5}$ м. Знайди його периметр.

465. Число $4\frac{4}{5}$ збільши: 1) на $3\frac{1}{6}$; 2) у 2 рази.

466. Число $4\frac{2}{3}$ зменши: 1) на $2\frac{1}{12}$; 2) у 2 рази.

467. Число $7\frac{1}{3}$:

1) збільши на $\frac{1}{2}$; 2) зменши на $\frac{1}{6}$;

3) збільши у 3 рази; 4) зменши у 2 рази.

468. Розв'яжи рівняння:

$$1) 3,5 + x = 8\frac{1}{3}; \quad 2) 3,9 - x = 2\frac{2}{3}; \quad 3) x - 3\frac{3}{4} = 10\frac{17}{20}.$$

469. Розв'яжи рівняння:

$$1) x + 3\frac{2}{5} = 7\frac{2}{3}; \quad 2) x - 5\frac{3}{5} = 1,8; \quad 3) 4,2 - x = 3\frac{1}{6}.$$

470. Купили $2\frac{1}{2}$ кг апельсинів по $15\frac{2}{5}$ грн за кілограм і кавун за $26\frac{3}{4}$ грн. Скільки всього заплатили за покупку?

471. Обчисли швидкість автомобіля (у км/год), який за 36 хв проїхав 42 км.

472. Швидкість автомобіля 80 км/год. Яку відстань пройде автомобіль за 45 хв?

473. Обчисли: 1) $\left(12\frac{3}{10} - 10\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9}$; 2) $\frac{1}{36} : \left(1\frac{11}{12} - 1\frac{5}{9}\right)$.

474. Обчисли: 1) $\left(\frac{2}{3} + 1\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{18}\right) : 5$; 2) $\left(\frac{13}{50} - 0,05\right) \cdot 3\frac{4}{7}$.

475. Вертоліт зробив першу посадку на відстані 92 км від злітної площасти, пролетівши $\frac{5}{12}$ наміченого маршруту. Обчисли довжину всього маршруту.

Звичайні дроби

476. Розв'яжи рівняння: 1) $3\frac{2}{5} \cdot x = 28,9$; 2) $x : 2,5 = 3\frac{13}{25}$.

477. Розв'яжи рівняння: 1) $x : 1\frac{1}{2} = 5\frac{3}{5}$; 2) $2,75 : x = 1\frac{2}{3}$.

478. Обчисли значення виразу $1\frac{5}{8} : a + \frac{3}{4}b$, якщо $a = 6\frac{1}{2}$, $b = \frac{8}{15}$.

479. Знайди значення виразу $x : 1\frac{1}{7} - \frac{3}{8}y$, якщо $x = 2\frac{2}{7}$, $y = 1\frac{5}{9}$.

480. Знайди об'єм і поверхню куба, ребро якого дорівнює $\frac{2}{5}$ дм.

481. У магазин привезли 30 ящиків з бананами. 12 ящики містили по $12\frac{1}{2}$ кг бананів у кожному, а решта — по 10,4 кг. Скільки кілограмів бананів привезли в магазин?

482. У магазин завезли 24 ящики з цитрусовими фруктами: 10 ящиків з апельсинами по $16\frac{4}{5}$ кг у кожному, решта ящиків — з мандаринами по $10\frac{2}{5}$ кг у кожному. Чого більше — апельсинів чи мандаринів — завезли у магазин? На скільки кілограмів?

483. Знак якої дії можна поставити замість зірочки, щоб нерівність була правильною: $2\frac{1}{6} * \frac{4}{5} > 2\frac{1}{2}$?

484. Знайди масу скла, якщо його довжина 80 см, ширина становить 75 % довжини, а товщина 0,6 см. Маса 1 дм^3 скла дорівнює $2\frac{1}{2}$ кг.

485. Довжина кімнати 6 м, ширина становить 60 % довжини, а висота — $\frac{25}{36}$ ширини. Знайди масу повітря в цій кімнаті, якщо маса 1 м^3 повітря дорівнює 1,29 кг.



Rозділ 2

486. Поле прямокутної форми має довжину 900 м, а ширина дорівнює $\frac{3}{5}$ довжини. Пшеницею засіяно $\frac{5}{6}$ поля. Скільки гектарів поля засіяно пшеницею?

487. Довжина річки Південний Буг 806 км, що становить $\frac{26}{71}$ від довжини Дніпра. На скільки кілометрів довжина Дніпра більша за довжину Південного Бугу? У скільки разів довжина Дніпра більша за довжину Південного Бугу? (Відповідь округли до сотих).

488. Сторони прямокутника дорівнюють 0,8 м і $\frac{3}{5}$ м. Знайди сторону квадрата, периметр якого дорівнює периметру прямокутника, і обчисли його площину.

489. Велосипедист 2 год рухався зі швидкістю $12\frac{1}{2}$ км/год, а потім ще 3 год зі швидкістю $14\frac{1}{6}$ км/год. Знайди середню швидкість руху велосипедиста на всьому шляху.

490. Обчисли двома способами (перетворивши десятковий дріб у мішане число або перетворивши мішане число у десятковий дріб):

$$1) 12,25 + 1\frac{1}{50}; \quad 2) 3\frac{7}{25} - 2,8; \quad 3) 8,125 \cdot 1\frac{3}{5}; \quad 4) 8\frac{5}{8} : 1,2.$$

491. Обчисли двома способами (перетворенням у мішане число або перетворенням у десятковий дріб):

$$1) 2\frac{1}{4} + 4,375; \quad 2) 3,48 - 1\frac{17}{20}; \quad 3) 4,24 \cdot 1\frac{1}{2}; \quad 4) 3,76 : 1\frac{7}{40}.$$

492. (Із книги Адама Різе XVI ст.) Троє осіб виграли деяку суму грошей. На долю першого припадала $\frac{1}{4}$ цієї суми, на долю другого — $\frac{1}{7}$, а на долю третього — 17 флонтирів. Яким був увесь виграній?

493. Обчисли:

$$1) 2\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} \cdot (4,2 - 3,5) \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2; \quad 2) \left(1\frac{1}{2}\right)^2 : \left(14\frac{2}{5} - 4\frac{1}{2}\right) \cdot 15,4.$$



Звичайні дроби

494. Обчисли:

$$1) 2,375 : \left(\frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{19} \right); \quad 2) \left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot 1\frac{11}{16} + \left(4\frac{9}{25} - 3\frac{13}{20} \right).$$

495. Із двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два автобуси і зустрілися через $3\frac{3}{4}$ год. Один з них рухався зі швидкістю $52\frac{4}{5}$ км/год, а швидкість другого була в $1\frac{1}{5}$ раза менша від швидкості першого. Знайди відстань між містами.

496. Розв'яжи рівняння:

$$1) 2\frac{7}{10} \left(5\frac{1}{6} - x \right) - 3\frac{2}{7} = 1\frac{3}{14}; \quad 2) 9\frac{2}{15} - \left(3\frac{5}{14} + x \right) : 5\frac{5}{8} = 8\frac{1}{3}.$$

497. Виконай дії: $\frac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}} + 1\frac{2}{5} : 0,1.$

498. (Брахмагупта, Індія, бл. 598—660.) Слон, слониха та слоненя підійшли до озера, щоб напитися води. Слон може випити озеро за 3 год, слониха — за 5 год, а слоненя — за 6 год. За скільки годин вони разом вип'ють озеро?

499. (Стародавня Греція, Герон Александрійський, I ст. до н. е.) Басейн може заповнитися через чотири фонтани. Якщо відкрити тільки перший фонтан, басейн заповниться за добу, тільки другий — за дві доби, третій — за три доби, тільки четвертий — за чотири доби. За який час заповниться басейн, якщо відкрити всі чотири фонтани?

500. Якщо невідоме число збільшити у $2\frac{1}{5}$ раза, а потім до утвореного числа додати $5\frac{1}{14}$, то отримаємо $14\frac{1}{2}$. Знайди невідоме число.

501. Якщо невідоме число зменшити в $1\frac{5}{7}$ раза, а потім від утвореного числа відняти $2\frac{5}{6}$, то отримаємо $1\frac{2}{3}$. Знайди невідоме число.

Розділ 2

502. У двох мішках разом було 96 кг картоплі. Коли з обох мішків продали картоплі порівну, то в першому мішку залишилося $38\frac{4}{5}$ кг, а в другому — $32\frac{1}{2}$ кг. Скільки картоплі було спочатку в кожному мішку?

503. (З Акмимського папірусу VI ст.) Дехто взяв із скарбниці $\frac{1}{13}$ її вмісту. З того, що залишилося, другий взяв $\frac{1}{17}$. Після цього у скарбниці залишилося 192 коштовності. Скільки коштовностей було у скарбниці спочатку?

 504.  Знайди найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел 660 і 528.

505.  Скільки різних трицифрових чисел можна утворити, використовуючи цифри 3 і 7, якщо цифри в числі можуть повторюватися?

506.  Обчисли зручним способом:

$$1) 2000 \frac{1}{2014} \cdot 2014; \quad 2) 999 \frac{2014}{2015} \cdot 2015.$$

507.  Скільки існує дванадцятицифрових чисел, сума цифр кожного з яких дорівнює 2?

 508. Деяке число збільшили на 25 %. На скільки відсотків потрібно зменшити одержане число, щоб отримати початкове?

Завдання для перевірки знань № 3 (§ 14 — § 19)

1.  Виконай множення: 1) $\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{9}$; 2) $\frac{7}{30} \cdot 3$.

2.  Виконай ділення: 1) $\frac{4}{9} : \frac{16}{27}$; 2) $5 : \frac{5}{11}$.

3.  Від мотузки завдовжки 12 м відрізали $\frac{2}{3}$ її довжини.
Скільки метрів мотузки відрізали?

4.  Знайди добуток: 1) $\frac{4}{7} \cdot 1\frac{2}{5}$; 2) $7\frac{1}{12} \cdot 1\frac{1}{5}$.

Звичайні дроби

5. Знайди частку:

1) $4\frac{2}{3} : \frac{8}{9};$ 2) $3\frac{1}{3} : 2\frac{6}{7}.$

6. Човен проплив 32 км, що становить $\frac{8}{11}$ від довжини маршруту. Яка довжина маршруту?

7. Знайди значення виразу $1\frac{5}{16} : \left(9 - 6\frac{1}{8} \cdot 1\frac{2}{7} \right).$

8. Розв'яжи рівняння $2\frac{9}{14}x - 1\frac{17}{21}x = 1\frac{1}{9}.$

9. З двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі. Швидкість одного з них 72 км/год, а швидкість другого — в $1\frac{1}{8}$ раза менша. Якою буде відстань між автомобілями через $1\frac{3}{10}$ год після початку руху, якщо відстань між містами 272 км?

Додаткові вправи

10. Знайди таке значення a , щоб були взаємно оберненими числа:

1) $\frac{a}{6} \text{ і } \frac{2}{7};$ 2) $1 \text{ і } \frac{11}{a};$ 3) $0,4 \text{ і } \frac{a}{4}.$

11. Андрій, Петро і Сергій разом купили м'яч. Андрій заплатив $\frac{7}{16}$ вартості м'яча. Петро — $\frac{8}{15}$ решти, а Сергій — 10,5 грн. Скільки коштував м'яч?

12. Знайди два таких нескоротних дроби, щоб їхня різниця дорівнювала їхньому добутку.



Розділ 3

Відношення і пропорції

У цьому розділі ви:

- **згадаєте** про коло, круг та відсotки;
- **ознайомитеся** з поняттями відношення та пропорції, масштабу, випадкової події;
- **дізнаєтесь** про стовпчасті та кругові діаграми, циліндр, конус, кул;
- **навчитеся** розв'язувати рівняння на основі властивості пропорції, знаходити ймовірність випадкової події, здійснювати відсоткові розрахунки, розв'язувати задачі на пряму та обернену пропорційні залежності величин та на поділ числа у заданому відношенні.

§ 20. Відношення. Основна властивість відношення

Розглянемо задачу.

Задача. Довжина дороги між селами дорівнює 10 км. Заасфальтовано 8 км цієї дороги. У скільки разів довжина всієї дороги більша за її заасфальтовану частину? Яку частину дороги заасфальтовано?

Розв'язання. 1) Щоб знайти, у скільки разів довжина всієї дороги більша за її заасфальтовану частину, треба

$$10 \text{ поділити на } 8, \text{ тобто } 10 : 8 = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1,25.$$

Отже, довжина всієї дороги в 1,25 раза більша за її заасфальтовану частину.

2) Оскільки довжина дороги 10 км, то 1 км становить $\frac{1}{10}$ дороги, а тому 8 км становлять $\frac{8}{10}$ дороги, або (після



Відношення і пропорції

скорочення) $\frac{4}{5}$ дороги. Той самий результат отримали б, поділивши 8 на 10.

$$8 : 10 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

При розв'язуванні задачі ми знайшли частки двох чисел. Такі частки називають *відношенням* *цих чисел*.

Частку двох чисел називають *відношеннем цих чисел*.

Відношення показує, у скільки разів перше число більше за друге або яку частину перше число складає від другого.

Якщо дві величини вимірюються однією й тією самою одиницею, то відношення їх числових значень називають *відношеннем цих величин* (відношення довжин, відношення мас, відношення площ тощо). Наприклад, відношення 3 кг до 8 кг дорівнює $3 : 8 = \frac{3}{8}$. Щоб знайти відношення 1 год до

25 хв, необхідно представити 1 год у хвилинах: 1 год = 60 хв; тоді шукане відношення дорівнює

$$60 : 25 = \frac{60}{25} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2,4.$$

Оскільки відношення двох чисел можна записати дробом, а значення дробу не змінюється, якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля, то



відношення двох чисел не зміниться, якщо кожне із чисел відношення помножити або поділити на одне й те саме, відмінне від нуля, число.

Маємо основну властивість відношення.

Приклад 1. $20 : 16 = 5 : 4$ (поділили кожне із чисел відношення на 4).

Приклад 2. Замінити відношення $2 : \frac{3}{7}$ відношенням натуральних чисел.

I спосіб. $2 : \frac{3}{7} = (2 \cdot 7) : \left(\frac{3}{7} \cdot 7\right) = 14 : 3.$

Розділ 3

ІІ спосіб. $2 : \frac{3}{7} = \frac{2}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 3} = \frac{14}{3} = 14 : 3.$

Для дробу $\frac{a}{b}$ оберненим є дріб $\frac{b}{a}$. Тому для відношення $a : b$ (або дробу $\frac{a}{b}$) відношення $b : a$ (або дріб $\frac{b}{a}$) називають **оберненим**. Наприклад, для відношення $\frac{3}{7}$ оберненим є відношення $\frac{7}{3}$, а для відношення $19 : 12$ оберненим є відношення $12 : 19$.



Що називають відношенням двох чисел? • Що показує відношення двох чисел? • Як знайти відношення величин, які вимірюються однією і тією самою одиницею? • Сформулуй основну властивість відношення.



509. Запиши відношення:

- 1) числа 2 до числа 7; 2) числа 15 до числа 8.

510. Запиши відношення:

- 1) числа 8 до числа 13; 2) числа 17 до числа 9.

511. (Усно) Сторони трикутника дорівнюють 4 см, 6 см і 7 см. Знайдіть відношення найменшої сторони до найбільшої. Знайдіть відношення найбільшої сторони до середньої за значенням сторони.



512. Знайди відношення чисел:

- 1) 12 до 9; 2) 40 до 105; 3) 4,2 до 3,5; 4) $\frac{1}{4}$ до $\frac{1}{12}$.

513. Знайди відношення чисел:

- 1) 15 до 9; 2) 70 до 90; 3) 7,2 до 6,4; 4) $\frac{2}{7}$ до $\frac{2}{14}$.

514. Знайди відношення величин:

- 1) 5 дм до 4 дм; 2) 20 кг до 12 кг;
3) 42 хв до 1 год; 4) 4 см до 12 мм;
5) 800 г до 2 кг; 6) 1 м² до 25 дм².

Відношення і пропорції

515. Знайди відношення величин:

- 1) 3 км до 4 км; 2) 18 ц до 6 ц;
- 3) 100 м до 1 км; 4) 1 год до 10 хв;
- 5) 15 кг до 250 г; 6) 20 см^2 до 1 дм^2 .

516. У супермаркет привезли 2,4 ц груш та 3,6 ц яблук. У скільки разів більше привезли яблук, ніж груш? Яку частину привезених фруктів складають груші; яблука?

517. За книжку заплатили 12 грн, а за блокнот — 4 грн. У скільки разів книжка дорожча за блокнот? Яку частину вартості покупки складають вартість книжки; вартість блокнота?

518. Скороти відношення: 1) $25 : 35$; 2) $50 : 40$; 3) $\frac{102}{40}$.

519. Знайди відношення, обернене до даного:

- 1) $6 : 12$; 2) $15 : 6$; 3) $\frac{4}{14}$; 4) $\frac{18}{12}$.

520. Заміни відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

- 1) $3 : \frac{2}{5}$; 2) $\frac{5}{11} : \frac{7}{11}$; 3) $0,2 : 1,2$; 4) $1\frac{2}{9} : 1\frac{17}{27}$.

521. Заміни відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

- 1) $4 : \frac{3}{5}$; 2) $\frac{4}{9} : \frac{5}{9}$; 3) $1,8 : 0,4$; 4) $\frac{3}{14} : 1\frac{2}{7}$.

522. Відношення числа x до числа 16 дорівнює $\frac{3}{4}$. Знайди число x .

523. Відношення числа 20 до числа a дорівнює $\frac{4}{5}$. Знайди число a .

524. Як зміниться відношення $a : b$, якщо число:

- 1) a збільшити у 2 рази; 2) a зменшити у 3 рази;
- 3) b збільшити у 1,5 раза; 4) b зменшити у 5 разів?

525. Розв'яжи рівняння:

- 1) $2\frac{2}{3} + x = 4\frac{5}{12}$; 2) $x : 2\frac{1}{3} = 2\frac{5}{14}$; 3) $1\frac{4}{5}x = 2\frac{7}{10}$.

Розділ 3

 **526.** У коробці лежать 3 білі і 5 чорних кульок. Яку найменшу кількість кульок треба витягнути навміння з коробки, щоб серед них обов'язково було:

- 1) дві білі кульки;
- 2) одна біла і одна чорна кульки;
- 3) дві чорні кульки;
- 4) дві кульки одного кольору?



21. Пропорція. Основна властивість пропорції

Відношення $12 : 3$ і $20 : 5$ рівні, оскільки їх значення дорівнюють 4. Тому можна записати рівність

$$12 : 3 = 20 : 5, \text{ або } \frac{12}{3} = \frac{20}{5}.$$



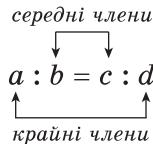
Рівність двох відношень називають пропорцією.

Слово «пропорція» походить від латинського *proportio*, що означає «співрозмірність», тобто певне відношення частин між собою. За допомогою букв пропорцію записують так:

$$a : b = c : d, \text{ або } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Ці пропорції можна прочитати так: « a , поділене на b , дорівнює c , поділеному на d », або: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d », або: « a відноситься до b , як c відноситься до d ».

У пропорції $a : b = c : d$, або $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, a і d називають **крайніми членами пропорції**, а b і c — **середніми членами пропорції**:



Надалі будемо вважати, що всі члени пропорції відмінні від нуля: $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$.

Відношення і пропорції

Розглянемо пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Використаємо основну властивість дробу: помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{a}{b}$ на d , а чисельник і знаменник дробу $\frac{c}{d}$ на b . Маємо:

$$\frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{c \cdot b}{d \cdot b}.$$

Отримані дроби є рівними, вони мають рівні знаменники, тому рівними будуть і їх чисельники: $a \cdot d = c \cdot b$.

Зауважимо, що $a \cdot d$ — це добуток крайніх членів, а $c \cdot b$ — добуток середніх членів пропорції. Прийшли до основної властивості пропорції:



у пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ добуток крайніх її членів дорівнює добутку середніх:
 $ad = bc$.

Приклад 1. Перевірити, чи є рівність $\frac{1,8}{2} = \frac{4,5}{5}$ пропорцією.

Розв'язання. I способ (за означенням пропорції). Оскільки $1,8 : 2 = 0,9$ і $4,5 : 5 = 0,9$, то рівність є пропорцією.

II способ (за основною властивістю пропорції). Оскільки $1,8 \cdot 5 = 9$ і $2 \cdot 4,5 = 9$, то рівність є пропорцією.

Приклад 2. Перевірити, чи можна з відношень $\frac{7}{2}$ і $\frac{13}{4}$ скласти пропорцію.

Розв'язання. Оскільки $7 \cdot 4 = 28$, $2 \cdot 13 = 26$, а $28 \neq 26$, то скласти пропорцію з даних відношень не можна.

Використовуючи основну властивість пропорції, можна знайти її невідомий член, якщо всі інші члени відомі.

Приклад 3. Знайти a з пропорції $4 : a = 5 : 12$.

Розв'язання. Використовуючи основну властивість пропорції, маємо: $a \cdot 5 = 4 \cdot 12$, $5a = 48$, $a = 48 : 5$, $a = 9,6$.

Приклад 4. Розв'язати рівняння $\frac{2x}{3,5} = \frac{4}{5}$.

Розділ 3

Розв'язання. Використовуючи основну властивість пропорції, маємо: $2x \cdot 5 = 4 \cdot 3,5$; $10x = 14$; $x = 14 : 10$; $x = 1,4$.

Розглянемо пропорцію $\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$, звідки $4 \cdot 12 = 8 \cdot 6$.

Останню рівність можна одержати, очевидно, і з таких пропорцій:

$\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ (поміняли місцями середні члени заданої пропорції);

$\frac{12}{8} = \frac{6}{4}$ (поміняли місцями крайні члени заданої пропорції);

$\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$ (поміняли місцями середні та крайні члени заданої пропорції).

Звідси випливає, що *середні члени або (та) крайні члени пропорції можна міняти місцями*.

А ще раніше...

У IV ст. до н. е. загальну теорію пропорційності розглянули давньогрецькі вчені, зокрема Тестет та Евдокс. Цю теорію було детально викладено у п'ятій книзі «Начал» Евкліда.

У сьомій книзі «Начал» Евклід виклав теорію відношень та пропорцій для цілих чисел. Так, зокрема, у її 19-му реченні Евклід доводить основну властивість пропорції.

Також з пропорції $a : b = c : d$ Евклід виводить такі:

$$b : a = d : c; \quad (a + b) : b = (c + d) : d;$$

$$a : c = b : d; \quad (a - b) : b = (c - d) : d;$$

$$a : (a - b) = c : (c - d).$$



Що таке пропорція? • У пропорції $m : n = p : k$ назви крайні члени, середні члени. • Сформулуй основну властивість пропорції. • Які перестановки членів пропорції можна виконувати?

527. (Усно) Чому рівність $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ є пропорцією? Назви її крайні члени і середні члени.

100

Відношення і пропорції

528. (Усно) Чому з відношень $\frac{8}{2}$ і $\frac{9}{3}$ не можна скласти пропорцію?

529. У пропорції $25 : 5 = 60 : 12$ вкажи крайні члени, середні члени.

530. Запиши у вигляді пропорції твердження:

- 1) 7, поділене на 2, дорівнює 14, поділеному на 4;
- 2) 2 відноситься до 3, як 10 відноситься до 15;
- 3) відношення a до 2 дорівнює відношенню 3 до 7.

531. Запиши у вигляді пропорції твердження:

- 1) 2, поділене на 5, дорівнює 8, поділеному на 20;
- 2) відношення 4 до 2 дорівнює відношенню 6 до 3;
- 3) x відноситься до 5, як y відноситься до 7.

532. Перевір, користуючись означенням, чи можна з даних відношень скласти пропорцію:

$$1) 11,2 : 3,2 \text{ і } 15,75 : 4,5; \quad 2) \frac{1}{3} : 8 \text{ і } \frac{1}{7} : \frac{3}{7}.$$

533. Перевір, користуючись означенням, чи можна з даних відношень скласти пропорцію:

$$1) 0,7 : 0,1 \text{ і } 0,8 : 0,2; \quad 2) 4\frac{4}{7} : 2 \text{ і } 2 : \frac{7}{8}.$$

534. Перевір, користуючись основною властивістю пропорції, чи можна з даних відношень скласти пропорцію:

$$1) \frac{0,6}{0,5} \text{ і } \frac{0,3}{0,2}; \quad 2) 1\frac{7}{9} : 2\frac{4}{7} \text{ і } 1\frac{5}{9} : 2\frac{1}{4}.$$

535. Перевір, користуючись основною властивістю пропорції, чи можна з даних відношень скласти пропорцію:

$$1) \frac{1,5}{1,8} \text{ і } \frac{2}{2,4}; \quad 2) 2\frac{1}{7} : 6\frac{1}{4} \text{ і } 1\frac{3}{5} : 2\frac{1}{3}.$$

536. Знайди рівні між собою відношення і склади з них пропорції:

$$27 : 9; \quad 5 : 15; \quad 28 : 4; \quad 4 : 12; \quad 1 : \frac{1}{7}; \quad 3 : 1.$$

537. Знайди рівні між собою відношення і склади з них пропорції:

$$0,4 : 0,2; \quad \frac{2}{25} : \frac{4}{5}; \quad 7 : 70; \quad 2\frac{1}{4} : 1\frac{1}{8}.$$



Розділ 3

538. Знайди невідомий член пропорції:

$$1) x : 6 = 2 : 3; \quad 2) \frac{4}{x} = \frac{20}{7}.$$

539. Знайди невідомий член пропорції:

$$1) x : 4 = 5 : 25; \quad 2) \frac{3}{8} = \frac{15}{x}.$$

540. З пропорції:

1) $\frac{16}{3} = \frac{48}{9}$ утвори нову, помінявши місцями крайні члени;

2) $\frac{10}{13} = \frac{40}{52}$ утвори нову, помінявши місцями середні члени.

541. З пропорції $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$ утвори нові, переставивши місцями крайні або середні члени.

542. Розв'яжи рівняння:

$$1) x : \frac{1}{6} = \frac{3}{8} : 0,5; \quad 2) \frac{0,35}{x} = \frac{0,42}{6}; \quad 3) 7\frac{3}{4} : \frac{1}{3} = x : 1\frac{5}{31}.$$

543. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{39,1}{x} = \frac{2,3}{5}; \quad 2) 1\frac{7}{9} : 1\frac{7}{27} = x : 5\frac{2}{3}.$$

544. Використовуючи рівність $4 \cdot 5 = 2 \cdot 10$, запиши усі можливі пропорції.

545. З чисел 8, 4, 3 і 6 склади пропорцію.

546. Знайди відношення x до y , якщо: 1) $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{x}{8} = \frac{y}{7}$.

547. Склади дві пропорції, добуток крайніх членів яких дорівнює 16.

548. При якому значенні y є правильною пропорцією:

$$1) \frac{2y-1}{4} = \frac{5}{2}; \quad 2) 1\frac{1}{8} : 3\frac{3}{4} = \frac{3}{10}y : 2\frac{1}{3}?$$

549. Розв'яжи рівняння:

$$1) 2\frac{3}{5} : 7\frac{4}{5} = 5x : 4\frac{1}{2}; \quad 2) \frac{4+x}{7} = \frac{9}{10}.$$

550. Відомо, що $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Доведи, що:

$$1) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad 2) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$



Відношення і пропорції

Розв'язання. 1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Віднімемо одиницю від обох частин рівності: $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$; $\frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{d} - \frac{d}{d}$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$.

Рівність доведено.

551. До чисел 10, 5 і 4 добери четверте так, щоб можна було скласти пропорцію (розглянь усі випадки).

 **552.** Велосипедист, що рухається зі швидкістю 12 км/год, подолав відстань між двома селами за 0,75 год. За який час подолає цю відстань пішохід, що рухається зі швидкістю 5 км/год?

 **553.** Заповни таку таблицю в зошиті за зразком:

Відсотки	Десяtkовий дріб	Звичайний дріб
25 %	0,25	$\frac{1}{4}$
75 %		
	0,8	
		$\frac{1}{2}$
150 %		
		$\frac{5}{4}$
	2,4	

 **554.** 96 команд грають у баскетбольному турнірі за олімпійською системою, тобто нічий немає, команда, що програє матч, – зі змагань вибуває. Скільки буде проведено матчів, щоб виявити переможця?

§ 22. Пряма пропорційна залежність

Нехай 1 кг товару коштує 8 грн. Визначимо вартість, наприклад, 2 кг, 4 кг, 5 кг, 0,5 кг, 10 кг цього товару:

Кількість товару, кг	1	2	4	5	0,5	10
Вартість товару, грн	8	16	32	40	4	80



Розділ 3

Кожного разу маємо різну вартість товару, вона залежить від кількості придбаного товару, а відношення вартості товару до його кількості є число стало. Воно дорівнює вартості 1 кг цього товару (у гривнях), тобто 8:

$$\frac{8}{1} = \frac{16}{2} = \frac{32}{4} = \frac{40}{5} = \frac{4}{0,5} = \frac{80}{10} = 8.$$



Дві величини, відношення відповідних значень яких є стало, називають прямо пропорційними.

З відповідних значень прямо пропорційних величин можна скласти пропорцію, наприклад $\frac{16}{2} = \frac{4}{0,5}$. Прямо пропорційними величинами є: вартість товару і його кількість; шлях, пройдений тілом із сталою швидкістю, і час; периметр квадрата і довжина його сторони тощо.

Оскільки 1 кг товару коштує 8 грн, а 2 кг коштують 16 грн, то помічаємо, що вдвічі більшій кількості товару відповідає удвічі більша його вартість. Тому прямо пропорційні величини мають таку властивість:



із збільшенням (зменшенням) значень однієї з прямо пропорційних величин у кілька разів значення другої величини збільшується (зменшується) у стільки ж разів.

Задачі на пряму пропорційні величини можна розв'язувати за допомогою пропорції.

Задача. За 2,5 год автомобіль проїхав 170 км. Яку відстань проїде автомобіль за 3,5 год, якщо швидкість його руху є сталою?

Розв'язання. Нехай за 3,5 год автомобіль проїхав x км. Запишемо умову задачі схематично:

$$\begin{aligned} 2,5 \text{ год} &- 170 \text{ км;} \\ 3,5 \text{ год} &- x \text{ км.} \end{aligned}$$

Цю схему розумітимемо так: 2,5 год відповідають 170 км, а 3,5 год відповідають x км. Відстань, яку проїхав автомобіль зі сталою швидкістю, і час є величинами пряму пропорційними: із збільшенням у певну кількість



Відношення і пропорції

разів часу руху у стільки ж разів збільшиться відстань, яку проїхав автомобіль. Тому можна записати пропорцію:

$$\frac{2,5}{3,5} = \frac{170}{x}.$$

Маємо $2,5x = 170 \cdot 3,5$; $x = \frac{170 \cdot 3,5}{2,5}$; $x = 238$ (км).

Відповідь. 238 км.



Які величини називають прямо пропорційними?

- Наведи приклади прямо пропорційних величин.
- Яку властивість мають прямо пропорційні величини?

555. (Усно) Значення однієї з двох прямо пропорційних величин збільшилося втрічі. Як змінилося значення другої величини?

556. Значення однієї з двох прямо пропорційних величин зменшилося удвічі. Як змінилося значення другої величини?

557. (Усно) За кілька однакових зошитів заплатили 12 грн. Скільки треба заплатити за такі самі зошити, якщо їх буде: 1) у 2 рази більше; 2) у 2 рази менше?

558. (Усно) За кілька однакових блокнотів заплатили 16 грн. Скільки треба заплатити за таку саму кількість блокнотів, кожний з яких:

- 1) удвічі дорожчий; 2) удвічі дешевший?

559. (Усно) Які з величин є прямо пропорційними:

- 1) кількість проданих квитків і виручка каси, якщо ціна квитка є сталою;
- 2) маса сталевого бруска і його об'єм;
- 3) площа квадрата і довжина його сторони;
- 4) маса одного цвяха та їх кількість в одному кілограмі;
- 5) кількість робітників і обсяг виконаної роботи, якщо продуктивність праці всіх робітників є однаковою;
- 6) довжина і ширина прямокутника, площа якого 100 см^2 ?

560. Які з величин є прямо пропорційними:

- 1) відстань, яку проїшов турист, і час руху при сталій швидкості;
- 2) об'єм куба і довжина його ребра;

Розділ 3

3) кількість однакових деталей та їх маса при сталій масі однієї деталі;

4) кількість робітників, що виконують певну роботу, і час виконання роботи?

561. (Усно) Визначте, у яких таблицях записано прямо пропорційні величини x і y .

1)

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

2)

x	8	10	16	20
y	4	5	8	12

3)

x	10	15	0,1	0,25
y	1	1,5	0,01	0,025

4)

x	2	4	3	10
y	10	20	27	90

562. Щоб пошити 15 костюмів, витрачають 51 м тканини. Скільки потрібно тканини, щоб пошити 26 таких самих костюмів?

563. За 2 год млин змолол 13 т зерна. Скільки тонн зерна можна змолоти за 6 год, якщо продуктивність млина є сталою?

564. Сталева кулька об'ємом 4 см³ має масу 31,2 г. Яка маса кульки з такої сталі, якщо її об'єм 6 см³?

565. За 1,5 год туристи пройшли 5,1 км. Яку відстань пройдуть туристи за 2,5 год, якщо швидкість їх руху є сталою?

566. За 0,5 л олії заплатили 7,6 грн. Скільки треба заплатити за 1,25 л олії? Скільки олії можна купити на 22,8 грн?

567. За 0,4 кг ковбаси заплатили 19,2 грн. Скільки треба заплатити за 0,6 кг такої ковбаси? Скільки кілограмів такої ковбаси можна купити на 36 грн?

568. З 10 кг морської води можна видобути 0,7 кг солі. Скільки можна видобути солі з 1 т води?

569. Площа прямокутника 40 см². Якою стане площа, якщо ширина прямокутника залишиться без змін, а довжину: 1) збільшити в 2,5 раза; 2) зменшити в 5 разів?

Відношення і пропорції

570. Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 60 см^3 . Яким стане об'єм цього паралелепіпеда, якщо його довжину і ширину залишити без змін, а висоту:

- 1) збільшити вдвічі; 2) зменшити втрічі?

571. Маса 10 м^3 повітря дорівнює 13 кг . Знайди масу повітря в кімнаті, довжина якої 5 м , ширина — 4 м , а висота — $2,5 \text{ м}$.

572. Залізна кулька, об'єм якої 10 см^3 , має масу 79 г . Визнач масу куба, ребро якого дорівнює 5 см , який виготовлено з такого самого заліза.

573. За три дні зібрали врожай з 15% усієї площи поля. Скільки днів треба працювати ще, щоб зібрати врожай з 55% поля, якщо продуктивність праці є сталою?

574. Розфасували $0,9 \text{ ц}$ крупи, що становить $46,8\%$ усієї крупи, що завезли до магазину. Скільки крупи треба ще розфасувати, щоб вона становила 65% привезеної крупи?

575. Заповни в зошиті таку таблицю, якщо між величинами a і b існує пряма пропорційність:

a	9	10,2	4,2		99	
b			1,4	4,5		19,7

576. За n кг деякого товару заплатили c грн. Визнач ціну кілограма товару та заповни в зошиті таку таблицю:

n , кг	7	10	3		
c , грн	31,5			67,5	54

577. Протягом трьох годин 7 насосів викачали 882 відра води. Скільки відер води викачають 4 таких насоси за 5 год?

578. Для восьми коней на 12 днів заготовили 576 кг вівса. Скільки кілограмів вівса слід заготовити для дев'яти коней на 10 днів за такої самої норми споживання?

579. Знайди відношення:

- 1) 2 хв до 15 с ; 2) 300 м до 12 км ;
3) $0,2 \text{ кг}$ до 300 г ; 4) $0,8 \text{ м}^2$ до 12 см^2 .

Розділ 3

580. **3** Розв'яжи рівняння:

$$1) (x - 2,1) : 3\frac{3}{5} = 2\frac{1}{12}; \quad 2) 4\frac{5}{7} \cdot (x + 0,28) = 1\frac{4}{7}.$$

581. **4** 25 % одного числа дорівнюють 40 % другого. Знайдіть відношення цих чисел.

 582. Є олівці п'яти кольорів. Скільки різних наборів, що містять лише три олівці різних кольорів, можна з них скласти?

§ 23. Масштаб. Знаходження відстаней на карті

Припустимо, що нам необхідно розглянути *карту* (чи *план*) деякої місцевості (або будівлі чи предмета). На карті (мал. 5) всі розміри зменшено в одну й ту саму кількість разів. У скільки разів насправді розміри більші, ніж на карті, показує *масштаб карти*.

На малюнку 5 карту виконано в масштабі $1 : 100\,000$. Це означає, що всі розміри насправді в $100\,000$ разів більші, ніж відповідні розміри на карті. Наприклад, якщо на карті відстань між селами Калинівка і Яблуневе дорівнює 4 см, то насправді ця відстань становить $4 \cdot 100\,000 = 400\,000$ см, тобто 4000 м, або 4 км.



Мал. 5

Відношення і пропорції



Відношення довжини відрізка на карті (чи плані) до довжини відповідного відрізка на місцевості називають **масштабом карти** (чи плана).

Отже, масштаб записується як частка (наприклад, $1 : 100$, $1 : 2000$, $1 : 1\,000\,000$), діленим якого є одиниця, а дільник показує, у скільки разів реальні розміри більші, ніж розміри на карті (або плані). Так, масштаб $1 : 2000$ означає, що одному сантиметру на плані відповідає 2000 см, тобто 20 м на місцевості.

Задачі, пов'язані з масштабом, розв'язують не тільки у математиці, а й у географії, геодезії тощо. Ці задачі можна розв'язувати на основі означення масштабу.

Приклад 1. Відомо, що 100 м — це 1 см на карті. Який масштаб цієї карти?

Розв'язання. $100 \text{ м} = 10\,000 \text{ см}$. Тому масштаб $1 : 10\,000$.

Приклад 2. Масштаб карти $1 : 100\,000$. Між селами Вишневе та Яблуневе відстань 6 км. Яка відстань між зображеннями цих сіл на карті?

Розв'язання. Оскільки $100\,000 \text{ см} = 1 \text{ км}$, то 1 км — це 1 см на карті, тому відстань 6 км — це 6 см на карті (мал. 5).

Приклад 3. Відстань між двома містами 400 км, а на карті цій відстані відповідає відстань 10 см. Який масштаб цієї карти?

Розв'язання. Одному сантиметру на карті відповідають $400 : 10 = 40$ км, тобто $4\,000\,000$ см. Тому масштаб карти $1 : 4\,000\,000$.

Оскільки відношення довжини відрізка на карті (чи плані) до довжини відповідного відрізка на місцевості є числом сталим, то ці величини — прямо пропорційними. Тому задачі, пов'язані з масштабом, можна також розв'язувати за допомогою пропорції.

Задача. Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 280 км. Яка відстань між цими містами на карті, масштаб якої $1 : 4\,000\,000$?

Розв'язання. Оскільки масштаб карти $1 : 4\,000\,000$, то 1 см на карті — це $4\,000\,000 \text{ см} = 40\,000 \text{ м} = 40 \text{ км}$ на місцевості. Нехай відстань між містами на карті дорівнює x см. Запишемо дані задачі схематично:

Rозділ 3

$$1 \text{ см} = 40 \text{ км}; \\ x \text{ см} = 280 \text{ км.}$$

Відстань на місцевості прямо пропорційна відстані на карті. Маємо пропорцію:

$$\frac{1}{x} = \frac{40}{280}, \text{ звідси } 40x = 280, x = 7 \text{ (см).}$$

Відповідь. 7 см.



Що називають масштабом карти (чи плана)? • Як записують масштаб? • Що означає масштаб, записаний на карті $1 : 10\,000$; записаний на плані земельної ділянки $1 : 2000$? • Якими способами можна розв'язувати задачі, пов'язані з масштабом?

583. У скільки разів відстань на карті менша від відстані на місцевості, якщо масштаб карти:

- 1) $1 : 10\,000$; 2) $1 : 200\,000$; 3) $1 : 1\,000\,000$?

584. Скільком кілометрам на місцевості відповідає 1 см на карті з масштабом:

- 1) $1 : 100\,000$; 2) $1 : 500\,000$; 3) $1 : 3\,000\,000$?

585. Визнач масштаб карти (плану, схеми), якщо:

- 1) 1 см на схемі — 50 м на місцевості;
2) 1 см на плані — 1 км на місцевості;
3) 1 см на карті — 120 км на місцевості.

586. Визнач масштаб карти (плану), якщо:

- 1) 1 см на плані — 25 м на місцевості;
2) 1 см на карті — 3 км на місцевості.

587. На плані земельної ділянки вказано масштаб $1 : 1000$. Відомо, що відстань між точками на плані:

- 1) 1 см; 2) 2 см; 3) 4,5 см; 4) 13,7 см.

Обчисли відповідні відстані на місцевості.

588. На плані земельної ділянки вказано масштаб $1 : 2000$. Відомо, що відстань між точками на плані:

- 1) 1 см; 2) 2,6 см.

Обчисли відповідні відстані на місцевості.

Відношення і пропорції

589. Відстань між двома містами на карті, масштаб якої $1 : 400\,000$, дорівнює 3,7 см. Обчисли відстань між цими містами на місцевості.

590. Визнач за картою (мал. 6) приблизну відстань між містами:

- 1) Вінниця і Київ;
- 2) Ужгород і Харків;
- 3) Чернігів і Сімферополь;
- 4) Луцьк і Донецьк.

591. Виконай необхідні вимірювання і знайди за малюнком 5:

- 1) відстань між селищами Калинівка і Соснівка;
- 2) відстань між селищами Соснівка та Яблуневе;
- 3) відстань від селища Вишневе до станції.



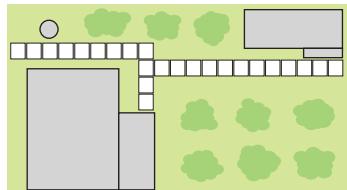
Мал. 6

592. Довжина кабінету математики 8 м, а ширина 5 м. Накресли план кабінету в масштабі $1 : 100$.

593. Виміряй лінійкою розміри обкладинки цього підручника і накресли її в зошиті, зменшивши розміри в 5 разів. Яким буде масштаб цього малюнка?

Розділ 3

594. На малюнку 7 зображені план земельної ділянки прямокутної форми. Виконай необхідні вимірювання та знайди периметр і площину ділянки.



595. Відстань між двома містами дорівнює 120 км. Якою буде відстань між зображеннями цих міст на карті з масштабом 1 : 800 000?

Масштаб 1 : 2000

Мал. 7

596. Відстань між містами Чернігів і Суми дорівнює 240 км. Якою буде відстань між зображеннями цих міст на карті з масштабом 1 : 3 000 000?

597. Пішохід вирушив із селища Калинівка до залізничної станції (карта місцевості на мал. 5). Швидкість пішохода дорівнює 80 м/хв. За скільки хвилин пішохід дійде до станції?

598. Використовуючи карту (мал. 6), знайди відстань від Житомира до Полтави та визнач, за скільки приблизно годин проїде цю відстань автомобіль, що рухається зі швидкістю 70 км/год.

599. Сергій, що мешкає в селищі Вишневе, йде по дорозі до бабусі в селище Калинівка (див. карту на мал. 5). Швидкість Сергія дорівнює 5 км/год. Підійшовши до станції, Сергій був вимушений чекати 5 хв, поки пройде потяг. Скільки приблизно часу був у дорозі Сергій?

600. Довжина газопроводу 360 км. Зобрази відрізком цей газопровід у масштабі 1 : 10 000 000.

601. Довжина залізниці 480 км. Зобрази відрізком цю залізницю в масштабі 1 : 8 000 000.

602. Відстань між двома містами на місцевості 126 км, а на карті 10,5 см. Знайди масштаб карти.

603. Заповни таблицю.

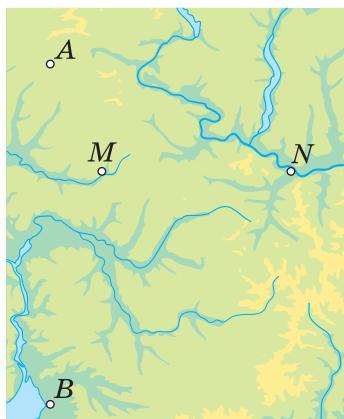
	Рівне – Житомир		
Масштаб	1 : 4 000 000	1 : 5 000 000	
Відстань на карті, см	4,5		9
Відстань на місцевості, км		180	180

Відношення і пропорції

604. Пройшовши від дому до школи, Буратіно зробив 500 кроків. Довжина кроку Буратіно становить 0,7 м. Зобрази відрізком відстань від дому до школи в масштабі 1 : 10 000.

605. Рухаючись зі швидкістю 80 км/год, автомобіль проїхав відстань між містами A і B за 1,5 год. Зобрази відрізком цю відстань у масштабі 1 : 5 000 000.

606. Відстань між містами M і N на місцевості дорівнює 150 км, а на карті — 2,5 см. Знайди відстань на місцевості між містами A і B , якщо відстань між ними на цій самій карті дорівнює 4,5 см.



607. Відстань між містами K і L на місцевості дорівнює 160 км, а на карті — 3,2 см. Визнач відстань на карті між містами C і D , якщо відстань між ними на місцевості дорівнює 240 км.

608. Розміри ділянки прямокутної форми 16 м і 10 м. Накресли план ділянки в масштабі 1 : 200. Знайди площину ділянки та площину плану ділянки. У скільки разів площа ділянки більша за площину плану? Зроби висновки.

609. Класну кімнату на плані з масштабом 1 : 50 зображене прямокутником з розмірами 8 см і 12 см. Скільки кілограмів фарби необхідно для того, щоб пофарбувати підлогу цієї кімнати, якщо на 1 м² підлоги йде 0,2 кг фарби?

610. Відстань на карті між пунктами A і B дорівнює 8,4 см, а між пунктами B і C — 7,2 см. На місцевості відстань між A і B дорівнює 21 км. Знайди масштаб карти та відстань між B і C на місцевості.

611. Відстань на місцевості між пунктами A і B дорівнює 6,4 км, а між пунктами B і C — 4,8 км. При цьому на карті відстань між A і B дорівнює 1,6 см. Знайди масштаб карти та відстань між B і C на карті.

612. Норми висіву пшениці — 0,175 т на 1 га. Скільки пшениці потрібно для засіву прямокутної ділянки, розміри якої на плані з масштабом 1 : 20 000 дорівнюють 8 см і 6 см?

Розділ 3

613. Відстань між двома містами на одній карті дорівнює 6,4 см, а на іншій — 12,8 см. Масштаб першої карти 1 : 3 000 000. Знайди масштаб другої карти. Зроби висновок.

614. Відстань між двома селищами на карті з масштабом 1 : 20 000 дорівнює 8 см. Якою буде відстань між цими селищами на іншій карті з масштабом 1 : 10 000? Зроби висновок.

615. Що означає масштаб: 1) 10 : 1; 2) 100 : 1? У яких випадках застосовують цей масштаб?

616. Довжина крила комахи, яку намальовано в масштабі 50 : 1, дорівнює 20 см. Знайди дійсну довжину крила.

617. Побудуй кут MKN , що дорівнює 80° . Познач на стороні KM точку D , а на стороні KN — точку C . Сполучи точки D і C . Виміряй сторони трикутника, що утворився, та знайди його периметр.

618. Скількома способами можна вишикувати в один ряд чотирьох учнів?

619. Знайди прізвище видатного українського письменника:

$$1) \left(6\frac{1}{5} - 2\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{4}{7} + \frac{3}{7}\right) = \frac{\square}{\text{P}} \frac{\square}{\text{K}}$$

$$2) \left(4\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3}\right) - \left(4\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8}\right) = \frac{\square}{\text{O}} \frac{\square}{\text{A}}$$

1	2	3	4	5	6

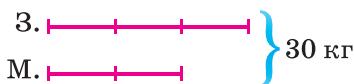
§ 24. Поділ числа у даному відношенні

Розглянемо задачі, в яких вимагається поділити число або значення величини у даному відношенні, тобто на частини, пропорційні деяким числам. Такі задачі називають *задачами на поділ числа у даному відношенні* або *задачами на пропорційний поділ*.

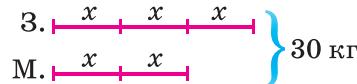
Задача 1. Сплав масою 30 кг складається із заліза і міді, які взято у відношенні 3 : 2. Скільки у сплаві заліза і скільки міді?

Відношення і пропорції

Розв'язання. І спосіб. (Мал. 8). Маси заліза і міді відносяться як $3 : 2$, тобто до сплаву входить 3 частини заліза і 2 частини міді. Всього маємо $3 + 2 = 5$ (частин). Оскільки п'яти частинам відповідає 30 кг , то на одну частину припадає $30 : 5 = 6 \text{ (кг)}$. Тоді заліза у сплаві $6 \cdot 3 = 18 \text{ (кг)}$, а міді $6 \cdot 2 = 12 \text{ (кг)}$.



Мал. 8



Мал. 9

ІІ спосіб. (Мал. 9). Позначимо масу однієї частини буквою x . Оскільки заліза взято три частини, то його у сплаві $x + x + x = 3x \text{ (кг)}$, а міді взято дві частини, тому її у сплаві $x + x = 2x \text{ (кг)}$.

За умовою маємо рівняння $3x + 2x = 30$. Тоді $5x = 30$. Отже, $x = 6 \text{ (кг)}$ — маса однієї частини, тобто $6 \cdot 3 = 18 \text{ (кг)}$ — взято заліза, $6 \cdot 2 = 12 \text{ (кг)}$ — міді.

Відповідь. 18 кг заліза і 12 кг міді.

Часто число або значення величини необхідно поділити на три і більше частин. Так, наприклад, якщо число треба поділити на три частини, пропорційно числам 2, 3 і 4, то кажуть, що число треба поділити у відношенні $2 : 3 : 4$; якщо відрізок треба поділити пропорційно числам 3, 7, 5 і 1, то кажуть, що відрізок треба поділити у відношенні $3 : 7 : 5 : 1$.

Задача 2. Між мамою, татом і їхнім сином поділили яблука у відношенні $2 : 1 : 3$. Скільки яблук отримала мама і скільки тато, якщо син отримав 12 яблук?

Розв'язання. Оскільки трьом частинам відповідають 12 яблук, то на одну частину припадає $12 : 3 = 4$ (яблука). Отже, тато отримав 4 яблука, а мама — $4 \cdot 2 = 8$ (яблук).

Відповідь. 4 яблука — тато, 8 яблук — мама.



Поясни хід розв'язування задачі 1 (І спосіб і ІІ спосіб) та задачі 2.

620. (Усно) Шапокляк і крокодил Гена грали в теніс. Кількість партій, які виграла Шапокляк, відноситься до кількості партій, які виграв Гена, як $1 : 3$. Скільки партій виграла Шапокляк, якщо Гена виграв 6 партій?

Розділ 3

621. Кількість задач, які розв'язав Юрко, відноситься до кількості задач, які він не розв'язав, як $1 : 2$. Скільки задач розв'язав Юрко, якщо йому залишилося розв'язати 4 задачі?

2 **622.** Поділи:

- 1) число 21 на дві частини у відношенні $2 : 5$;
- 2) число 48 на три частини у відношенні $3 : 7 : 2$.

623. Поділи:

- 1) число 210 на дві частини у відношенні $7 : 3$;
- 2) число 104 на три частини у відношенні $2 : 5 : 6$.

624. Латунь — це сплав міді і цинку, маси яких відносяться як $3 : 2$. Для виготовлення шматка латуні потрібно 240 г міді. Скільки треба взяти цинку, щоб виплавити такий шматок латуні?

625. Сплав містить 3 частини цинку і 4 частини заліза. Скільки треба взяти цинку для такого сплаву, якщо заліза взято 240 кг?

626. Для виготовлення соку беруть 3 частини фруктів і 5 частин води. Скільки фруктів треба взяти, щоб отримати 96 кг соку?



3 **627.** Периметр трикутника дорівнює 60 дм, а довжини сторін відносяться як $6 : 5 : 4$. Знайди сторони трикутника.

628. Сторони трикутника відносяться як $4 : 7 : 8$. Сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 36 см. Знайди довжину середньої сторони.

629. Сторони трикутника відносяться як $2 : 3 : 4$. Різниця найбільшої і найменшої сторін дорівнює 12 см. Знайди сторони трикутника.

4 **630.** Три будівельники, які мають однакову продуктивність праці, встановлювали паркан у заміському будинку. Перший працював 5 днів по 6 год щодня, другий — 8 днів по 5 год щодня, третій — 4 дні по 7 год щодня. За встановлений паркан їм заплатили 3430 грн. По скільки гривень отримав кожен будівельник?

631. На спорудженні будинку працювало три бригади. У першій бригаді 8 робітників працювало 10 днів, у другій 10 робітників працювало 9 днів, у третій 6 робітни-

Відношення і пропорції

ків працювало 12 днів. За роботу всі три бригади разом отримали 31 460 грн. По скільки гривень отримала кожна бригада, якщо продуктивність праці всіх робітників одна-кова?

632. Поділи число 182 на три частини x , y і z так, щоб $x : y = 2 : 1$, $y : z = 3 : 4$.

633. Із 25 л молока отримують 3 л вершків. Скільки вершків отримають з 35 л молока? Скільки треба молока, щоб отримати 7,5 л вершків?

634. Спрости відношення: 1) $875 : 1125$; 2) $\frac{840}{1400}$.

635. Однією з робіт відомого українського майстра мікромініатюр Миколи Сергійовича Сядристого, є найменша у світі скрипка, довжина якої 3,45 мм. Справжня довжина скрипки дорівнює 58—59 см. В якому масштабі (приблизно) майстер виконав свою мікромініатюру?

§ 25. Ймовірність випадкової події

Ми часто говоримо: «це можливо», «це неможливо», «це малоямовірно», «це досить імовірно», «це обов'язково відбудеться», «циого ніколи не буде». Усі ці твердження найчастіше вживають, коли мова йде про можливість здійснення певних *подій*.

Про події «після 9 грудня настане 10 грудня» і «після нагрівання води до 100 °C вона кипітиме» можна сказати, що вони відбудуться закономірно. Події «при підкиданні грального кубика випаде 6 очок», «при підкиданні монети випаде герб», «у поштову скриньку прийде 2 листи» можуть відбутися, а можуть і не відбутися. Такі події називають *випадковими*.



Випадкова подія — подія, яка за одних і тих самих умов може відбутися, а може не відбутися.

Приклад. У ящику знаходяться лише 5 білих і 5 чорних кульок. З нього навмання виймають одну кульку. Які з подій A , B , C , D при цьому можуть відбутися:

A — вийнято білу кульку; B — вийнято чорну кульку;
 C — вийнято зелену кульку; D — вийнято кульку?



Розділ 3

Оскільки з ящика можна вийняти лише те, що в ньому знаходиться, то вийняти білу або чорну кульку можна, а зелену – ні. Можна також стверджувати, що будь-який предмет, який навмання виймають з ящика, буде кулькою, бо там, крім кульок, нічого немає. Отже, у вищепередованому прикладі події A і B можуть відбутися, подія C не може відбутися, а подія D обов'язково відбудеться.



Подію, яка за даних умов обов'язково відбудеться, називають вірогідною.

Подію, яка за даних умов не може відбутися, називають неможливою.

У розглянутому прикладі: подія D — вірогідна, а подія C — неможлива.

Якщо всі кульки в розглянутому прикладі однакові, то ймовірність вийняти будь-яку з них така сама, як і ймовірність вийняти іншу. Такі ситуації будемо розглядати й надалі.

Оскільки в ящику однакова кількість білих і чорних кульок, то маємо рівні шанси навмання витягнути білу або чорну кульку. Ніяких інших кульок у ящику немає, тому якщо витягувати кульки велику кількість разів, після кожного з яких повернати кульку в ящик, то можна сказати, що приблизно в половині випадків буде витягнуто білу кульку і в половині випадків — чорну.

Число 0,5 (половина) — це **ймовірність випадкової події** «вийнято білу кульку». Ймовірність події A позначають $P(A)$ або $p(A)$ (перша буква французького слова *probabilite*, що перекладається як *можливість, ймовірність*). Отже, можна записати: $P(A) = 0,5$ або $p(A) = 0,5$ (читають: «ймовірність події A дорівнює 0,5»). Якщо у задачі розглядають лише одну подію, то її ймовірність можна позначати P або p .

Цю ймовірність можна одержати, якщо кількість білих кульок, тобто 5, поділити на кількість усіх кульок, тобто 10. Маємо $\frac{5}{10} = 5 : 10 = 0,5$. Можна сформулювати **означення ймовірності:**



ймовірністю випадкової події A називають відношення кількості випадків, що сприяють появі події A , до кількості всіх рівноможливих випадків.



Відношення і пропорції

Це можна записати формулою так:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

де m — кількість випадків, що сприяють появлі події A , а n — кількість всіх можливих випадків.

Розглянуте означення ще прийнято називати *класичним означенням ймовірності*.

Іноді ймовірність виражають у відсотках, тоді у наведеному прикладі $P(A) = 50\%$.

Задача 1. У лотереї 100 білетів, з них 7 — виграшні. Знайди ймовірність виграншу (подія A); програшу (подія B) при купівлі одного білета.

Розв'язання. 1) $P(A) = \frac{7}{100} = 0,07$. 2) Невиграшних білетів: $100 - 7 = 93$. Тому ймовірність програшу $P(B) = \frac{93}{100} = 0,93$.

Задача 2. З коробки, у якій знаходяться тільки 6 червоних олівців, навмання витягують олівець. Знайди ймовірність таких подій:

A — витягнуто червоний олівець;

B — витягнуто синій олівець.

Розв'язання. Подія A є вірогідною в даних умовах, оскільки в коробці лише червоні олівці. Знайдемо її ймовірність: $P(A) = \frac{6}{6} = 1$. Подія B в даних умовах неможлива, оскільки в коробці немає синіх олівців (їх кількість дорівнює нуль). Знайдемо ймовірність події B :

$$P(B) = \frac{0}{6} = 0.$$

Приходимо до висновку, що *ймовірність вірогідної події дорівнює 1, а ймовірність неможливої події дорівнює 0*.



Яку подію називають випадковою? • Наведи приклад випадкової події. • Яку подію називають вірогідною, яку — неможливою? • Як знайти ймовірність випадкової події? • Чому дорівнює ймовірність вірогідної події; неможливої події?

Rозділ 3

1 636. Серед таких подій назви випадкові:

- 1) «при підкиданні грального кубика випаде 5 очок»;
- 2) «при температурі, нижчій від 0°C , вода замерзне»;
- 3) «купивши лотерейний білет, виграють 5 грн»;
- 4) «ім'я навмання вибраного шестикласника починається з літери А»;
- 5) «після 31 грудня настане 1 січня».

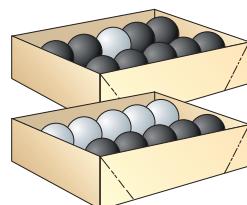
637. (Усно) Які з таких подій — випадкові, вірогідні, неможливі:

- 1) «виграєте партію в теніс»;
- 2) «слон навчиться розмовляти»;
- 3) «потяг Київ—Львів запізниться»;
- 4) «поява кількості очок, що в сумі менша від 13, при одночасному підкиданні двох гральних кубиків»;
- 5) «при натисканні кнопки дзвінка він не спрацює»;
- 6) «після понеділка настане вівторок»;
- 7) «після вівторка настане понеділок»;
- 8) «людина, яку ви зустрінете сьогодні, народилася 29 вересня»?

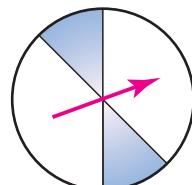
638. Які з таких подій — випадкові, вірогідні, неможливі:

- 1) «два попадання при трьох пострілах»;
- 2) «навмання выбране трицифрове число менше від 1000»;
- 3) «завтра буде дощ»;
- 4) «сьогодні 30 лютого»;
- 5) «навмання взята з полиці книжка — «Математика, 6»;
- 6) «при підкиданні монети випаде герб або цифра»?

2 639. В одному ящику знаходиться 1 біла кулька і 9 чорних, а в другому — 5 білих і 5 чорних. З якого ящика більш імовірно навмання витягнути білу кульку; чорну кульку?



640. В одному пакеті 20 цукерок, з яких 3 шоколадні, а в другому — 50 цукерок, з яких 25 шоколадних. З якого пакета слід навмання взяти цукерку, якщо ви хочете, щоб вона була шоколадною?



Мал. 10

641. Малюк і Карлсон домовилися: якщо стрілка вертушки (мал. 10) зупиниться на

Відношення і пропорції

білому полі, торт з'їдає Карлсон, якщо на зафарбованому — Малюк. У кого більше шансів поласувати тортом?

642. Чи є ймовірності подій рівними:

- 1) подія A — з двадцяти п'яти білетів з номерами від 1 до 25 витягнуто білет № 1 і подія B — з двадцяти п'яти білетів з номерами від 1 до 25 витягнуто білет № 13?
- 2) подія C — при підкиданні грального кубика випаде парна кількість очок і подія D — при підкиданні грального кубика випаде непарна кількість очок?
- 3) подія M — виграти у лотерею, купивши один квиток, у якій зі ста білетів — 5 виграшних, і подія N — не виграти в лотерею, купивши один квиток, у якій зі ста білетів — 5 виграшних?

643. Чи рівні ймовірності подій:

- 1) подія A — при підкиданні монети випаде герб і подія B — при підкиданні монети випаде цифра?
- 2) подія C — витягнути білу кульку з ящика, у якому 7 білих і 3 чорні кульки, і подія D — витягнути чорну кульку з ящика, у якому 7 білих і 3 чорні кульки?
- 3) подія M — у майбутньому ти станеш космонавтом і подія N — у майбутньому ти не станеш космонавтом?

644. У кожній зі скринь (мал. 11) є по одній золотій монеті. З якої скрині навмання треба витягнути монету, щоб можливість взяти саме золоту була найбільшою?



Мал. 11

645. У кожній зі скляних кульок (мал. 12) є по одному виграшному лотерейному білету. З якої кульки треба навмання взяти білет, щоб можливість виграти була найбільшою?

Розділ 3



20 білетів



50 білетів



5 білетів

Мал. 12

646. На запитання вікторини було отримано 120 правильних відповідей, у тому числі і твоя. Для визначення єдиного переможця ведучий навмання витягує картку. Яка ймовірність того, що саме ти отримаєш приз?

647. У збірнику завдань ДПА з математики запропоновано 25 варіантів. Сергій не розв'язав лише один варіант. Яка ймовірність того, що саме цей варіант йому дістанеться під час державної підсумкової атестації?

648. З класу, у якому навчаються 25 учнів, навмання вибирають одного. Яка ймовірність того, що це буде хлопець, якщо хлопців у класі 12?

649. У ящику — 1000 деталей, з яких 3 браковані. Яка ймовірність того, що навмання витягнута деталь бракована; не бракована?

650. На складі — 1000 калькуляторів, з яких 7 бракованих. Яка ймовірність того, що навмання вибраний калькулятор є бракованим; є якісним?

651. У лотереї 25 виграшних білетів і 175 білетів без виграшу. Яка ймовірність виграти в цю лотерею, придбавши лише один білет?

652. У ящику 15 зелених і 25 червоних кульок. Яка ймовірність події:

- 1) A — навмання витягнута з ящика кулька є зеленою;
- 2) B — навмання витягнута з ящика кулька є червоною?

653. Учень має 7 монет (мал. 13). Він навмання бере монету. Яка ймовірність події:

- 1) A — взято монету номіналом 5 коп.;
- 2) B — взято монету номіналом, меншим від 25 коп.;
- 3) C — взято монету номіналом, більшим за 25 коп.?

Відношення і пропорції



Мал. 13

654. У гаманці дядечка Скруджа вісім купюр: по одній номіналом 1 грн, 2 грн, 5 грн, 10 грн, 20 грн, 50 грн, 100 грн, 200 грн. Він навмання виймає одну купюру. Яка ймовірність події:

- 1) A — вийнято купюру номіналом 200 грн;
- 2) B — вийнято купюру номіналом, меншим від 10 грн;
- 3) C — вийнято купюру номіналом, більшим за 10 грн;
- 4) D — вийнято купюру з парним числом гривень?

655. Наведи по два приклади випадкових, вірогідних, неможливих подій.

656. Троє друзів прийшли в гості і повісили свої капелюхи на вішалку. Коли вони розходилися по домівках, то кожний взяв один капелюх навмання. Які з таких подій випадкові, неможливі, вірогідні:

- 1) A — кожен взяв свій капелюх;
- 2) B — кожен вийшов з капелюхом;
- 3) C — всі одягли чужі капелюхи;
- 4) D — двоє одягли чужі капелюхи, а один — свій;
- 5) E — один одягнув чужий капелюх, а двоє — свої?

657. Марія запропонувала Петру такі правила гри: «При підкиданні грального кубика виграє Марія, якщо кількість очок, які випали, є дільником числа 6, і виграє Петро, якщо кількість очок, які випали, не є дільником числа 6». У кого більше шансів на виграш?

658. Складено таблицю суми очок, що випала на двох гральних кубиках при їх одночасному підкиданні. Знайди ймовірність події:

- 1) A — сума очок на кубиках дорівнюватиме 4;
- 2) B — сума очок на кубиках дорівнюватиме 11;
- 3) C — сума очок на кубиках буде меншою від 4;
- 4) D — сума очок на кубиках буде найбільшою з усіх можливих.

Rозділ 3

II I\II	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Розв'язання. 1) Оскільки кількість усіх можливих випадків 36 ($n = 36$), а кількість випадків, при яких сума очок дорівнює 4, всього 3 ($m = 3$), то $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

659. Використовуючи таблицю до № 658, знайди ймовірність подій:

- 1) A — сума очок на кубиках дорівнюватиме 5;
- 2) B — сума очок на кубиках буде більшою за 9;
- 3) C — сума очок на кубиках буде непарним числом.

660. У кошику лежать 18 червоних, 8 зелених і 4 жовтих яблука. Навмання вибирають одне яблуко. Знайди ймовірність подій:

- 1) A — яблуко зелене;
- 2) B — яблуко жовте;
- 3) C — яблуко червоне або зелене;
- 4) D — яблуко не червоне.

661. У класі 9 учнів — брюнети, 14 — шатени, 7 — блондини. Навмання вибирається один учень. Знайди ймовірність події:

- 1) A — вибраний учень — шатен;
- 2) B — вибраний учень — блондин або шатен;
- 3) C — вибраний учень — не блондин;
- 4) D — вибраний учень — рудий.

662. Гральний кубик підкидають один раз. Яка ймовірність події:

- 1) A — з'явиться число, що є дільником числа 8;
- 2) B — з'явиться не менше ніж 5 очок;
- 3) C — з'явиться не більше як 5 очок;

Відношення і пропорції

4) D — з'явиться число, що буде квадратом натурального числа?

663. Задача Даламбера. Яка ймовірність того, що при двох послідовних підкиданнях монети хоча б один раз випаде герб?

4 664. З натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?

665. Яка ймовірність того, що навмання вибране натуральне число від 1 до 12, буде дільником числа 12 або простим числом?

666. Ти виграєш, якщо навмання взята з коробки кулька — біла. Яку з коробок вигідніше вибрати для гри, щоб ймовірність виграти була більшою:

першу — у якій 12 білих кульок і 36 чорних;

другу — у якій 8 білих кульок і 12 жовтих;

третю — у якій порівну білих, чорних та жовтих кульок;

четверту — у якій 7 білих кульок, 4 жовті і 3 чорні?

667. Одночасно підкидають три монети. Знайди ймовірність подій:

1) A — тільки на двох монетах випаде герб;

2) B — на трьох монетах випаде герб;

3) C — тільки на одній монеті випаде герб;

4) D — не випаде жодного герба.

668. Знайди невідомий член пропорції:

1) $x : 8 = 3 : 12$;

2) $\frac{20}{x} = \frac{5}{7}$.

669. За 1,4 кг цукерок заплатили 23,1 грн. Скільки потрібно заплатити за 1,6 кг таких цукерок?

670. Накресли розгорнутий кут ABC і проведи промінь BM так, щоб градусні міри кутів ABM і MBC відносились як $11 : 7$.

671. Намалюйте замкнену ламану лінію із шести ланок, таку, що кожну свою ланку вона перетинає один раз. Чи існує така ламана із семи ланок?

Розділ 3

Завдання для перевірки знань № 4 (§ 20 — § 25)

1. Перевір, користуючись означенням, чи можна з відношень $8 : 4$ і $12 : 6$ скласти пропорцію.
2. Перевір, користуючись основною властивістю пропорції, чи можна з відношень $\frac{7}{3}$ і $\frac{6}{2}$ скласти пропорцію.
3. За кілька однакових блокнотів заплатили 16 грн. Скільки треба заплатити за такі самі блокноти, якщо їх буде:
 - 1) у 3 рази більше;
 - 2) у 2 рази менше?
4. Знайди відношення: 1) 120 до 80; 2) 250 м до 1 км.
5. 10 л гасу мають масу 8,1 кг. Яку масу мають 25 л гасу?
6. Відстань між двома містами на карті, масштаб якої $1 : 8\,000\,000$, дорівнює 2,5 см. Обчисли відстань між цими містами на місцевості.
7. Периметр трикутника дорівнює 150 дм, а довжини сторін його відносяться як $7 : 8 : 10$. Знайди довжини сторін трикутника.
8. У ящику 7 білих, 10 чорних і 3 зелені кульки. Навмання виймають одну кульку. Знайди ймовірність події:
 - 1) A — витягнута кулька — зелена;
 - 2) B — витягнута кулька — не чорна.
9. Розв'яжи рівняння $\frac{7x - 1}{6} = \frac{10}{3}$.

Додаткові вправи

10. Відстань між двома селищами на одній карті дорівнює 10 см, а на іншій — 4 см. Масштаб першої карти $1 : 50\,000$. Знайди масштаб другої карти.
11. Яка ймовірність того, що навмання выбране натуральне число від 1 до 18 буде дільником числа 18 або простим числом?
12. Знайди числа a , b і c , якщо відомо, що $a : b = 2 : 3$, $a : c = 1 : \frac{7}{4}$, а сума чисел b і c дорівнює 26.

§ 26. Обернена пропорційна залежність

Нехай площа прямокутника дорівнює 36 см^2 , а довжина і ширина прямокутника є натуральними числами. Деякі з можливих значень довжини a і ширини b подано у таблиці.

a , см	36	18	12	9	6
b , см	1	2	3	4	6

Кожного разу маємо різні значення довжини і ширини прямокутника, проте добуток цих значень є сталою числом. Воно дорівнює площі прямокутника (у см^2), тобто числу 36:

$$36 \cdot 1 = 18 \cdot 2 = 12 \cdot 3 = 9 \cdot 4 = 6 \cdot 6 = 36.$$



Дві величини, добуток відповідних значень яких є сталою, називають **обернено пропорційними**.

Зауважимо, що з відповідних значень однієї з двох обернено пропорційних величин і значення, оберненого до другої величини, можна скласти пропорцію. Дійсно, виходячи, наприклад, з умови $12 \cdot 3 = 9 \cdot 4$, можна скласти пропорцію $\frac{12}{3} = \frac{9}{4}$. Цим і пояснюється назва обернено пропорційних величин.

Обернено пропорційними величинами є довжина і ширина прямокутника при сталій площі прямокутника; швидкість тіла і час при сталому шляху; кількість робітників і час виконання роботи, якщо обсяг роботи є сталою тощо.

Розглянемо два значення довжини прямокутника $a = 18 \text{ см}$ і $a = 9 \text{ см}$ та відповідні їм значення ширини $b = 2 \text{ см}$ і $b = 4 \text{ см}$. Удвічі більшому значенню довжини прямокутника відповідає вдвічі менше значення його ширини. Можна зробити висновок про те, що обернено пропорційні величини мають таку властивість:



Розділ 3



із збільшенням (зменшенням) значення однієї з обернено пропорційних величин у кілька разів значення другої величини зменшується (збільшується) в таку саму кількість разів.

Звідси можна зробити висновок, що якщо величини обернено пропорційні, то відношення значень однієї величини дорівнює оберненому відношенню відповідних значень іншої величини.

Дійсно, у розглянутому вище прикладі відношення значень $a = 18$ см і $a = 9$ см дорівнює оберненому відношенню відповідних значень $b = 2$ см і $b = 4$ см:

$$\frac{18}{9} = \frac{4}{2}.$$

Отже, задачі, пов'язані з оберненою пропорційною залежністю, як і задачі, пов'язані із прямою пропорційною залежністю, можна розв'язувати за допомогою пропорції.

Задача. 10 робітників виконують певну роботу за 12 годин. Скільки часу знадобиться для виконання такої роботи шести робітникам, якщо продуктивність праці всіх робітників однаакова?

Розв'язання. Число робітників і час виконання даної роботи є величинами обернено пропорційними (при однааковій продуктивності праці всіх робітників).

Нехай 6 робітників виконують роботу за x год. Запишемо умову задачі схематично:

$$\begin{array}{rcl} 10 \text{ роб} & - & 12 \text{ год} \\ 6 \text{ роб} & - & x \text{ год} \end{array}$$

Двонапрямлена стрілка праворуч означає, що величини у задачі обернено (а не прямо) пропорційні, і «підказує», що при складанні відповідного рівняння 12 і x треба поміняти місцями. Отже, маємо рівняння

$$\frac{10}{6} = \frac{x}{12}.$$

Звідси $6x = 10 \cdot 12$; $6x = 120$; $x = 20$ (год).

Відповідь. 20 год.

Не будь-які дві величини є прямо пропорційними чи обернено пропорційними. Наприклад, маса дитини збіль-



Відношення і пропорції

шується при збільшенні її віку. Але ці величини не є пропорційними, оскільки при збільшенні удвічі віку дитини її маса удвічі не збільшується.



Які величини називають обернено пропорційними?

- Наведи приклади обернено пропорційних величин.
- Яку властивість мають обернено пропорційні величини?

1 672. (Усно) Значення однієї з двох обернено пропорційних величин зменшилося в 6 разів. Як змінилося значення другої величини?

673. Значення однієї з двох обернено пропорційних величин збільшилося в 10 разів. Як змінилося значення другої величини?

674. (Усно) Учень мав деяку суму коштів і витратив усю на 6 однакових зошитів. Скільки зошитів на ці гроші зміг би купити учень, якби ціна зошита була:

- 1) удвічі меншою; 2) удвічі більшою?

2 675. (Усно) Визнач, які з величин є прямо пропорційними, які – обернено пропорційними, а також величини, які не є прямо пропорційними чи обернено пропорційними:

- 1) кількість одноманітного краму та його вартість;
- 2) ціна краму та його вартість;
- 3) ціна краму та його кількість при сталій вартості;
- 4) продуктивність праці робітників та тривалість роботи при сталій кількості роботи;
- 5) кількість робітників та кількість виконаної роботи при сталій продуктивності;
- 6) вік дитини та її зріст.

676. Визнач, які з величин є прямо пропорційними, а які – обернено пропорційними:

- 1) швидкість рівномірного руху та його тривалість при сталій довжині шляху;
- 2) швидкість руху та довжина пройденого шляху;
- 3) чисельник та значення дробу при сталому знаменнику;
- 4) знаменник та значення дробу при сталому чисельнику.

Розділ 3

677. (Усно) Визнач, в яких таблицях величини x і y є обернено пропорційними.

1)	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>1,5</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	6	3	2	1,5
x	1	2	3	4							
y	6	3	2	1,5							

2)	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	10	20	30	40
x	1	2	3	4							
y	10	20	30	40							

3)	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>6</td><td>3</td><td>12</td><td>10</td></tr> <tr> <td>y</td><td>4</td><td>8</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	x	6	3	12	10	y	4	8	2	3
x	6	3	12	10							
y	4	8	2	3							

4)	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0,25</td><td>0,1</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>8</td><td>20</td><td>1</td><td>0,5</td></tr> </table>	x	0,25	0,1	2	4	y	8	20	1	0,5
x	0,25	0,1	2	4							
y	8	20	1	0,5							

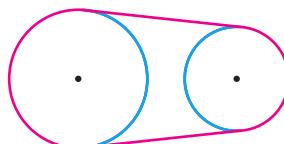
678. Якщо вантажівка перевозитиме за годину по 4 т зерна, то все зерно зможе перевезти за 10 год. Проте вантажівка за годину перевозила по 5 т зерна. За скільки годин було перевезено все зерно?

679. Два прямокутники мають однакову площину. Довжина одного прямокутника 8 см, а ширина 3 см. Знайдіть довжину другого прямокутника, якщо його ширина дорівнює 4 см.

680. Пішохід пройшов відстань між двома селами за 1,5 год зі швидкістю 3,6 км/год, а на зворотний шлях витратив 2,4 год. З якою швидкістю він повертається?

681. Є два сувої тканини однакової вартості. У першому сувої 60 м тканини за ціною 64,8 грн за 1 м. Скільки коштує 1 м тканини у другому сувої, якщо в ньому 40 м тканини?

682. Два шківи з'єднано приводним пасом (мал. 14). Довжина ободу першого шківа 21 см, а другого – 14 см. Скільки обертів за хвилину робить перший шків, якщо другий обертається 600 разів за хвилину?



Мал. 14

683. Заповни в зошиті таку таблицю, якщо величини a і b є обернено пропорційними.

a		0,4		25	0,04	0,25		0,01
b	0,2		20	4			10	

684. Літак за кожні $\frac{3}{4}$ години пролітає 270 км, а всю відстань між містами долає за 4,5 години. Назад літак повертається.

Відношення і пропорції

тається зі швидкістю 405 км/год. За скільки годин літак долає зворотний шлях?

685. Велосипедист за кожні $\frac{2}{3}$ години проїжджає 12 км, а всю відстань між селами проїхав за 3,5 год. Повертався велосипедист зі швидкістю 15 км/год. Скільки годин велосипедист повертає назад?

4 686. Для перевезення деякого вантажу 3 машини вантажопідйомністю 7,5 т здійснили по 8 рейсів. Скільки треба машин вантажопідйомністю 4,5 т, щоб на перевезення вантажу знадобилося 10 рейсів?

687. Наявного запасу пального вистачить на 10 днів для 9 тракторів при роботі по 7 годин на день. На скільки днів вистачить цього запасу пального для 14 таких тракторів, якщо вони працюватимуть по 9 годин на день?

688. Запиши звичайні дроби у вигляді десяткових, а потім у вигляді відсотків:

$$1) \frac{2}{5}; \quad 2) \frac{13}{20}; \quad 3) \frac{14}{25}; \quad 4) \frac{27}{50}.$$

689. Оператор комп'ютерного набору планував за день набрати 20 сторінок тексту, але перевиконав план на 15 %. Скільки сторінок набрав оператор за день?

690. Поясни, чому число $1,6(36^n - 1)$ є натуральним при будь-якому натуральному значенні n .

§ 27. Відсоткове відношення двох чисел. Зміна величини у відсотках

Ми знаємо два види задач на відсотки: знаходження відсотків від числа та знаходження числа за його відсотками. Розглянемо ще задачі, у яких треба знайти, скільки відсотків складає одне число від іншого, тобто *відсоткове відношення двох чисел*.

Ми вміємо знаходити відношення двох чисел або величин. Наприклад, відношення числа 8 до числа 16 дорівнює $8 : 16 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, а відношення 9 кг до 5 кг дорівнює



Розділ 3

$9 : 5 = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$. Оскільки відношення чисел або величин є дробом, його можна виразити у відсотках, а саме:

$$8 : 16 = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5 = 0,5 \cdot 100 \% = 50 \%;$$

$$9 : 5 = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} = 1,8 = 1,8 \cdot 100 \% = 180 \%.$$

Кажуть, що число 8 складає 50 % числа 16, а 9 кг складає 180 % від 5 кг.



Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, достатньо знайти відношення цих чисел і помножити його на 100 %.

Щоб дізнатися, скільки відсотків одне число складає від іншого, достатньо перше число поділити на друге і знайдену частку помножити на 100 %.

Задача 1. У класі 30 учнів, з них 27 відвідали театр. Скільки відсотків від учнів класу відвідали театр?

Розв'язання. $\frac{27}{30} \cdot 100 \% = 90 \%$.

Зміну величини часто характеризують за допомогою відсотків. Розглянемо дві задачі економічного змісту.

Задача 2. До зниження цін* MP3-плеєр коштував 400 грн, а після зниження став коштувати 360 грн. На скільки відсотків знизилася ціна MP3-плеєра?

Розв'язання. Знайдемо спочатку, на скільки грошей зменшилася ціна MP3-плеєра: $400 - 360 = 40$ (грн). Визначимо, скільки відсотків ця різниця складає від початкової ціни MP3-плеєра:

$$\frac{40}{400} \cdot 100 \% = 10 \%$$

Отже, ціна MP3-плеєра знизилася на 10 %.

Задача 3. Вкладник поклав до банку 800 грн, а через рік забрав 944 грн. Скільки відсотків річних нараховує банк?

* Поняття ціна і вартість, які трапляються у деяких задачах, сприймай як умовні величини, зручні для виконання математичних обчислень.



Відношення і пропорції

Розв'язання. Прибуток дорівнює $944 - 800 = 144$ (грн). Знайдемо, скільки відсотків це становить від вкладу: $\frac{144}{800} \cdot 100\% = 18\%$. Отже, банк нараховує 18 % річних.



Щоб дізнатися, на скільки збільшилась або зменшилась певна величина, достатньо знайти:

- 1) на скільки одиниць збільшилась або зменшилась ця величина;
- 2) скільки відсотків становить знайдена різниця від початкового значення величини.



Як знайти відсоткове відношення двох чисел? • Як дізнатися, скільки відсотків одне число складає від іншого? • Як дізнатися, на скільки відсотків збільшилась або зменшилась певна величина?



691. (Усно) Поясни обчислення:

$$1) 8 : 10 = 0,8 = 80\%; \quad 2) 125 : 100 = 1,25 = 125\%.$$

Що показує відповідь?

692. (Усно) Скільки відсотків від числа 100 складає число:

$$1) 13; \quad 2) 37; \quad 3) 100; \quad 4) 173?$$

693. Скільки відсотків числа 1000 складає число:

$$1) 150; \quad 2) 100; \quad 3) 250; \quad 4) 1800?$$

694. Скільки відсотків числа складає його:

$$\begin{array}{ll} 1) \text{половина}; & 2) \text{чверть}; \\ 3) \text{п'ята частина}; & 4) \text{двадцята частина}? \end{array}$$

695. Скільки відсотків числа складає його:

$$1) \text{десята частина}; \quad 2) \text{двадцять п'ята частина}?$$



696. Скільки відсотків становить число 60 від числа:

$$1) 100; \quad 2) 120; \quad 3) 300; \quad 4) 20; \quad 5) 48; \quad 6) 5?$$

697. Скільки відсотків число 40 становить від числа:

$$1) 80; \quad 2) 100; \quad 3) 120; \quad 4) 25; \quad 5) 8?$$

698. Скільки відсотків становить:

$$1) 3 \text{ від } 5; \quad 2) 12 \text{ від } 8; \quad 3) 4,5 \text{ від } 22,5; \quad 4) \frac{1}{4} \text{ від } \frac{1}{2}?$$

Розділ 3

699. Скільки відсотків становить:

- 1) 12 від 16; 2) 10 від 8; 3) 1,6 від 2,5; 4) $\frac{1}{6}$ від $\frac{1}{3}$?

700. Скільки відсотків становить:

- 1) 1 м від 5 м; 2) 250 г від 1 кг;
3) 72° від розгорнутого кута?

701. Скільки відсотків становить:

- 1) 4 кг від 5 кг; 2) 3 км від 2000 м;
3) 18° від прямого кута?

702. У кінотеатрі 480 місць. Під час демонстрації фільму було заповнено 456 місць. Який відсоток місць було заповнено?

703. Контрольну роботу писали 25 учнів. Три роботи вчитель оцінив на «12». Скільки відсотків складають 12-балльні роботи від загальної кількості робіт?

704. Робінзон Крузо прочитав 90 сторінок книжки, у якій всього 250 сторінок. Скільки відсотків книжки прочитав Робінзон Крузо? Який відсоток книжки йому залишилося прочитати?

705. У класі 32 учні, з яких 4 були відсутні у школі через хворобу. Скільки відсотків учнів були відсутні у школі і скільки відсотків були присутні?

706. Визнач відсоток вмісту солі в розчині, якщо в 700 г розчину міститься 56 г солі.

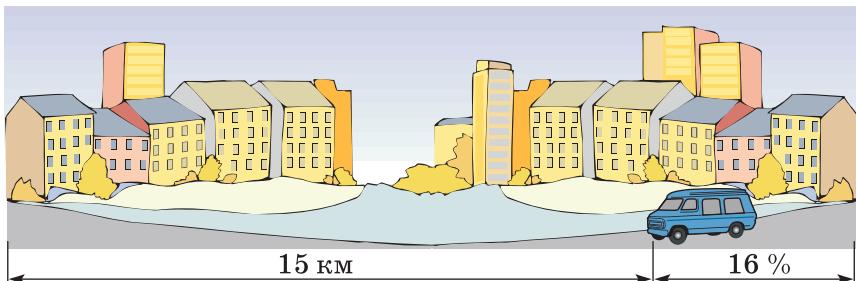
707. Знайди відсоток вмісту заліза в руді, якщо 40 т цієї руди містить 2,8 т заліза.

708. Магазин за день продав 280 кг яблук і 120 кг груш. Скільки відсотків становить маса проданих яблук від загальної маси проданих яблук і груш?

709. На тренуванні під час виконання штрафних кидків баскетболіст 32 рази влучив у кошик і 4 рази не влучив. Скільки відсотків становить кількість влучень від усієї кількості штрафних кидків (відповідь округли до десятих відсотка)?

710. У зв'язку з будівництвом нового мікрорайону маршрут автобуса став довшим на 16 %. Знайди довжину нового маршруту, якщо довжина попереднього була 15 км.

Відношення і пропорції



711. Кількість населення містечка за рік зросла на 5 %. Скільки населення стало в містечку, якщо рік тому в ньому мешкало 32 500 осіб?

712. (Усно) Знайди зміну величини у відсотках:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1) від 4 ц до 6 ц; | 2) від 10 кг до 12 кг; |
| 3) від 10 хв до 7 хв; | 4) від 100 г до 30 г; |
| 5) від 200 м до 180 м; | 6) від 30 с до 36 с. |

713. Знайди у відсотках зміну величини:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) від 45 г до 54 г; | 2) від 4,8 км до 3,6 км; |
| 3) від 1 грн до 70 коп.; | 4) від 4000 кг до 5 т; |
| 5) від 1 год до 30 хв; | 6) від 15 ц до 3 т. |

714. Знайди у відсотках зміну величини:

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1) від 24 г до 18 г; | 2) від 3,2 ц до 4,8 ц; |
| 3) від 1 кг до 1400 г; | 4) від 15 хв до 1 год; |
| 5) від 1 т до 1 ц; | 6) від 1 м 20 см до 90 см. |

715. Заповни в зошиті таку таблицю щодо вивезення овочів з поля протягом чотирьох днів:

Дні	Пн	Вт	Ср	Чт	Усього
Маса овочів, т	60		42		240
Відсоток від загальної маси, %		20			100

716. При обробці заготовки її маса зменшилася від 1,2 кг до 1,14 кг. На скільки відсотків зменшилася маса заготовки?

717. 1) Ціна деякого товару зросла від 64 грн до 80 грн. На скільки відсотків підвищилася ціна?

- 2) Ціна деякого товару знизилася від 80 грн до 64 грн. На скільки відсотків знизилася ціна?

Розділ 3

718. 1) Першого дня робітник виготовив 120 деталей, а другого дня — 150 деталей. На скільки відсотків збільшилася продуктивність праці робітника?

2) Першого дня робітник виготовив 150 деталей, а другого дня — 120 деталей. На скільки відсотків зменшилася продуктивність праці робітника?

719. До 160 г 15-відсоткового розчину солі додали 40 г води. Яким став відсотковий вміст солі в новому розчині?

720. До сплаву масою 350 г, що містить 60 % олова, додали 150 г олова. Яким став відсотковий вміст олова в новому сплаві?

721. До зниження цін товар коштував 240 грн. Обчисли ціну товару після двох послідовних знижень, якщо перше було на 10 %, а друге — на 5 %. На скільки відсотків зменшилася початкова ціна товару?

722. Ціна товару була 400 грн. Спочатку вона була підвищена на 15 %, а потім знижена на 15 %. Чи змінилася при цьому ціна товару? Якщо змінилася, то як і на скільки відсотків?

723. Ціну на товар, що коштував 200 грн, знизили на 20 %. На скільки відсотків треба підняти нову ціну, щоб одержати початкову?

724. Хлопчик купив дві книжки, перша з яких на 10 % дешевша від другої. На скільки відсотків друга книжка дорожча за першу?

725. Під час сушіння гриби втрачають 89 % своєї маси. Скільки сухих грибів отримаємо із 70 кг свіжих?

726. До оператора довідкового центру банку надійшла деяка кількість звернень. Після того як він опрацював 14 % від усієї кількості, йому залишилося опрацювати ще 129. Скільки всього звернень надійшло до оператора?

727. Яка ймовірність того, що сума очок на двох гральних кубиках, підкинутих одночасно, буде дорівнювати 8?

728. Розв'яжи рівняння $(7 - x) : 2\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$.



Відношення і пропорції

 **729.** Порівняй значення таких виразів: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20$ і $1 + 2 + 3 + \dots + 1\,000\,000$.

§ 28. Відсоткові розрахунки

Нагадаємо, що відсотки можна записувати у вигляді десяткових дробів:

$$12 \% = 0,12; 37 \% = 0,37; 119 \% = 1,19,$$

або у вигляді звичайних дробів:

$$27 \% = \frac{27}{100}; \quad 32 \% = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}; \quad 115 \% = \frac{115}{100} = 1\frac{3}{20}.$$

Пригадаємо, як розв'язується кожна з трьох типів задач на відсотки.

Задача 1 (знаходження відсотків від числа). Вкладник поклав до банку 2500 грн. Банк нараховує 12 % річних. Який прибуток матиме вкладник через рік?

Розв'язання. I спосіб.

- 1) $2500 : 100 = 25$ (грн) — це 1 %;
- 2) $25 \cdot 12 = 300$ (грн) — прибуток вкладника.

II спосіб. Оскільки $12 \% = 0,12$, то прибуток вкладника можна знайти як дріб від числа: $2500 \cdot 0,12 = 300$ (грн).

Задача 2 (знаходження числа за його відсотками). Учень прочитав 63 сторінки, що складає 35 % обсягу книжки. Скільки сторінок у книжці?

Розв'язання. I спосіб.

- 1) $63 : 35 = 1,8$ (с.) — це 1 %;
- 2) $1,8 \cdot 100 = 180$ (с.) — у книжці.

II спосіб. $35 \% = 0,35$, то кількість сторінок можна знайти як число за його дробом: $63 : 0,35 = 180$ (с.).

Задача 3 (відсоткове відношення двох чисел). Відстань між містами дорівнює 65 км. Велосипедист подолав 39 км цієї відстані. Скільки відсотків відстані між містами проїхав велосипедист?

Розв'язання. $\frac{39}{65} \cdot 100 \% = 60 \%$.

Розглянемо більш складні задачі.

Задача 4. Перший сміттєвоз вивіз 32 % сміття, другий — 35 %, а третій — решту 2,64 т. Скільки тонн сміття вивіз перший сміттєвоз і скільки другий?

Розділ 3

Розв'язання. Оскільки весь обсяг вивезеного сміття складає 100 %, то $100\% - (32\% + 35\%) = 33\%$ — вивіз третій сміттєвоз, що складає 2,64 т. Тому загальний обсяг вивезеного сміття знайдемо як число за його дробом, тобто дією ділення: $2,64 : 0,33 = 8$ (т). Отже, перший сміттєвоз вивіз $8 \cdot 0,32 = 2,56$ (т), а другий $8 \cdot 0,35 = 2,8$ (т).

Задача 5. Маса двох кавунів разом 27 кг, причому маса другого становить 80 % від маси першого. Знайти масу кожного з кавунів.

Розв'язання. Нехай маса першого кавуна x кг, тоді маса другого — $x \cdot 0,8 = 0,8x$ (кг). За умовою задачі:

$$x + 0,8x = 27.$$

Розв'яжемо це рівняння:

$$\begin{aligned}x(1 + 0,8) &= 27; \\1,8x &= 27; \\x &= 27 : 1,8; \\x &= 15.\end{aligned}$$

Отже, маса першого кавуна 15 кг.

$0,8 \cdot 15 = 12$ (кг) — маса другого.



Які три типи задач на відсотки ти знаєш?

- Поясни розв'язування задачі 1 двома способами.
- Поясни розв'язування задачі 2 двома способами.
- Поясни розв'язування задачі 3.



730. Запиши відсотки у вигляді звичайних дробів:

1) 5 %; 2) 10 %; 3) 24 %; 4) 60 %; 5) 100 %; 6) 140 %.

731. Запиши відсотки у вигляді десяткових дробів:

1) 7 %; 2) 15 %; 3) 30 %; 4) 100 %; 5) 170 %; 6) 380 %.

732. Запиши відсотки у вигляді звичайних та десяткових дробів:

1) 6 %; 2) 20 %; 3) 25 %; 4) 120 %; 5) 200 %; 6) 320 %.

733. Знайди: 1) 15,5 % від 40; 2) 16 % від $17\frac{1}{4}$.

734. Знайди: 1) 27,5 % від 60; 2) 35 % від $4\frac{2}{7}$.

735. Купуючи в кредит телевізор, що коштує 1400 грн, покупець має заплатити перший внесок у розмірі 30 % від вартості. Скільки гривень становитиме перший внесок?

Відношення і пропорції

736. Магазин встановлює торговельну надбавку в 15 %. Скільки гривень становитиме торговельна надбавка на товар, який коштує 80 грн?

737. Знайди число, якщо: 1) 3,8 % його дорівнюють 76;

2) 45 % його дорівнюють $56\frac{1}{4}$.

738. Знайди число, якщо: 1) 8,5 % його дорівнюють 13,6;

2) 25 % його дорівнюють $62\frac{1}{2}$.

739. Банк нараховує 18 % річних. Поклавши до банку деяку суму коштів, вкладник через рік отримав 2160 грн прибутку. Знайди розмір вкладу.

740. Руда містить 60 % заліза. Скільки треба добути руди, щоб отримати 3 т заліза?

741. Знайди відсоток вмісту цукру у розчині, якщо 10 кг розчину містить 0,8 кг цукру.

742. Вкладник поклав до банку 6000 грн на 1 рік, і отримав прибуток у розмірі 1020 грн. Скільки відсотків річних нараховує банк?

743. У січні робітник одержав зарплату 1800 грн, а в лютому — на 8 % більше, ніж у січні. Зарплата лютого становила 90 % від зарплати березня. Скільки грошей одержав робітник за ці три місяці?

744. Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см, ширина становить 60 % довжини і 80 % висоти. Знайди об'єм прямокутного паралелепіпеда.

745. Магазин продав першого дня 30 % усієї картоплі, другого — 34 %, а третього — решту 288 кг. Скільки кілограмів картоплі продав магазин першого і скільки другого дня?

746. Сплав олова та свинцю містить 58 % олова. Скільки потрібно взяти олова, щоб виготовити сплав, який містить 3,36 кг свинцю?

747. Для приготування 13-відсоткового розчину солі взяли 39 г солі. У скількох грамах води необхідно розчинити цю сіль?



Розділ 3

4 748. Сума двох чисел дорівнює 400, причому одне з них складає 60 % від другого. Знайди ці числа.

749. Сума трьох чисел становить 460, причому друге число складає 50 % від першого, а третє — 80 % від першого. Знайди ці числа.

750. Свіжі гриби містять 90 % води. Для сушіння взяли 12 кг грибів. Через деякий час вміст води в них складав 70 %. Якою стала маса грибів?

751. Сторону квадрата збільшили на 30 %.

- 1) На скільки відсотків збільшився периметр квадрата?
- 2) На скільки відсотків збільшилася площа квадрата?

752. Знайди: 1) $\frac{8}{9}$ від $3\frac{3}{7}$; 2) 0,15 від $1\frac{2}{3}$.

753. Знайди число, якщо:

1) $\frac{7}{12}$ його дорівнюють 31,5;

2) 0,45 від нього дорівнюють $2\frac{7}{10}$.

754. Заміни відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

1) $1,6 : 0,5$; 2) $7\frac{1}{7} : 3\frac{1}{3}$; 3) $4\frac{1}{5} : 3,25$.

755. Чи можна число 36 подати у вигляді добутку кількох натуральних чисел так, щоб сума квадратів цих чисел також дорівнювала 36?

§ 29. Коло. Довжина кола

Дуже давно люди винайшли колесо та побачили його корисні в побуті властивості. Геометричними фігурами, які дають уявлення про колесо, є *коло і круг*.

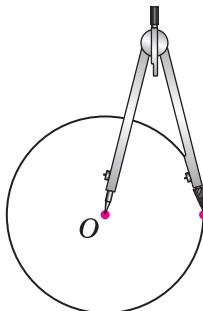
На малюнку 15 зображено креслярський інструмент — циркуль. На одній його ніжці — вістря, а на другій — грифель. Якщо поставити ніжку з вістрям на папір у точку O , то друга ніжка (з грифелем) під час обертання описе *коло*. Точку O називають *центром кола*. Усі точки кола лежать в одній площині і на однаковій відстані від центра O .



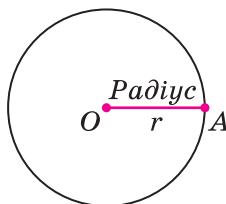
Відношення і пропорції

Цю відстань називають *радіусом кола*. Наприклад, на малюнку 16 це відрізок OA , що сполучає центр кола — точку O — з довільною точкою A цього кола. Радіус кола прийнято позначати буквою r . Відрізок CD , який сполучає дві точки кола і проходить через його центр (мал. 17), називають *діаметром кола*. Діаметр кола прийнято позначати буквою d . Він складається з двох радіусів: OC і OD . Тому діаметр кола удвічі більший за радіус:

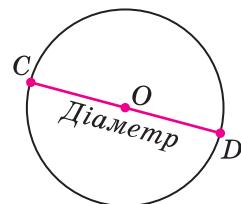
$$d = 2r.$$



Мал. 15

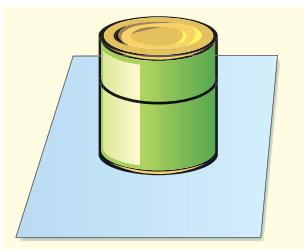


Мал. 16

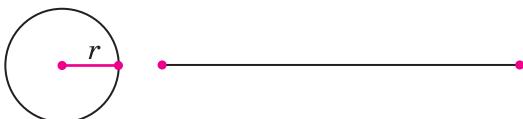


Мал. 17

Візьмемо консервну банку (круглу склянку тощо), поставимо її на аркуш паперу і обведемо олівцем (мал. 18). На аркуші отримаємо коло. Якщо взяти нитку та обвити нею банку, а потім випрямити цю нитку, то довжина нитки буде приблизно дорівнювати довжині намальованого кола (мал. 19).



Мал. 18



Мал. 19

Вимірюємо діаметр кола та знайдемо відношення довжини кола до його діаметра. Якщо виміри зроблено досить ретельно, то виявиться, що це відношення трішки більше за 3.

Для всіх кіл відношення довжини кола до довжини його діаметра є одним і тим самим числом. Це число по-

Розділ 3

значають грецькою буквою π (читається: «пі»), його записують нескінченним десятковим дробом: $\pi = 3,14159265\dots$

Надалі для зручності обчислень будемо використовувати наближене значення π : $\pi \approx 3,14$, або $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Якщо довжину кола позначити буквою C , то $\frac{C}{d} = \pi$.

Звідси

$$C = \pi d.$$



Довжина кола дорівнює добутку числа π на діаметр кола.

Оскільки $d = 2r$, то формулу для обчислення довжини кола можна записати і так:

$$C = 2\pi r.$$

Задача 1. Знайти довжину кола, радіус якого 3 см.

Розв'язання. $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84$ (см).

Задача 2. Знайти діаметр кола, довжина якого дорівнює 44 дм.

Розв'язання. $C = \pi d$, тому $d = C : \pi$.

Доцільно взяти $\pi \approx \frac{22}{7}$. Маємо

$$d \approx 44 : \frac{22}{7} = \frac{244 \cdot 7}{22} = 14 \text{ (дм).}$$

А ще раніше...

У далекому минулому людям доводилося розв'язувати задачі на обчислення довжини кола. Відношення довжини кола до довжини його діаметра у різні часи вважали різним.

У Стародавньому Єгипті (бл. 3500 років тому) це відношення дорівнювало 3,16; стародавні римляни вважали, що воно дорівнює 3,12. Досить точно визначив значення числа π давньогрецький учений Архімед (бл. 287—212 до н. е.). Він довів, що $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$, або $3,1408\dots < \pi < 3,1428\dots$

Першим використовувати букву π для позначення відношення довжини кола до його діаметра запропонував англійський математик Джонс у 1706 р., але загальновживаним це позначення стало завдяки працям великого математика Л. Ейлера (1707—1783).

Відношення і пропорції

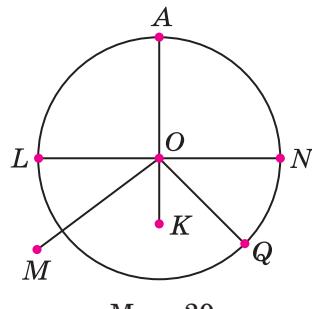
Він обчислив 153 десяткових знаки для числа π . У наш час за допомогою сучасних потужних комп'ютерів для π обчислено понад 200 мільярдів десяткових знаків.



- Як за допомогою циркуля будують коло? • Який відрізок називають радіусом кола; діаметром кола?
• У скільки разів діаметр кола довший за радіус?
• Як обчислити довжину кола, якщо відомо діаметр кола; радіус кола?

1 756. (Усно) На малюнку 20 зображене коло з центром у точці O , радіус якого 1,5 см.

- 1) Назви відрізки, які є радіусами кола.
- 2) Назви відрізок, який є діаметром кола. Знайди його довжину.
- 3) Порівняй з довжиною радіуса кола довжини відрізків OK , OM , OQ .



757. Накресли довільне коло. Виміряй його радіус і діаметр.

758. Накресли коло, радіус якого дорівнює 3 см.

759. Знайди діаметр кола, радіус якого дорівнює:

- 1) 2 см;
- 2) 3,2 дм;
- 3) 4,1 дм;
- 4) $2\frac{1}{7}$ м.

760. Знайди діаметр кола, радіус якого дорівнює:

- 1) 4 см;
- 2) 5,6 см;
- 3) 4,7 дм;
- 4) $3\frac{1}{4}$ дм.

761. Знайди радіус кола, діаметр якого дорівнює:

- 1) 4 дм;
- 2) 5,6 см;
- 3) 4,7 см;
- 4) $6\frac{1}{2}$ м.

762. Знайди радіус кола, діаметр якого дорівнює:

- 1) 18 см;
- 2) 4,2 дм;
- 3) 5,9 см;
- 4) $7\frac{1}{8}$ дм.

2 763. Виміряй радіус кола, зображеного на малюнку 16, та знайди довжину цього кола.

Розділ 3

764. Накресли відрізок AB довжиною 6 см. Узявши точки A і B за центри, проведи два кола, одне з яких (із центром у точці A) радіуса 4 см, друге (із центром у точці B) радіуса 3 см. Знайди точки перетину цих кіл і познач їх точками C і D . Визнач відстань від точки A до точки C ; від точки B до точки D .

765. Обчисли довжину кола, якщо його діаметр дорівнює:

- 1) 1 см; 2) 2 дм; 3) 4,2 см; 4) $1\frac{3}{11}$ м.

766. Знайди довжину кола, якщо його радіус дорівнює:

- 1) 1 дм; 2) 3 см; 3) 4,5 дм; 4) $1\frac{13}{22}$ м.

767. Знайди довжину кола, якщо його:

- 1) діаметр дорівнює: 4 см; $2\frac{5}{22}$ дм; 3,8 см;

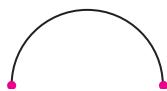
- 2) радіус дорівнює: 6 см; 1,5 дм; 4,2 см.

768. Кай проїхав на ковзанах 6 кіл з діаметром 10 м. Яку відстань проїхав Кай? (Відповідь округли до одиниць метра.)

769. Під час змагань велосипедист проїхав 3 кола радіуса 20 м. Яку відстань проїхав велосипедист? (Відповідь округли до одиниць метра.)

770. Накресли коло довільного радіуса. Проведи в ньому діаметр AB . Познач на колі точку C . Виміряй кут ACB .

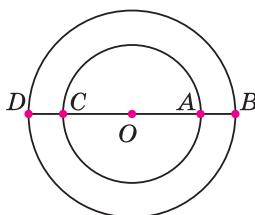
771. Виконай необхідні вимірювання та знайди довжину половини кола, зображеного на малюнку 21.



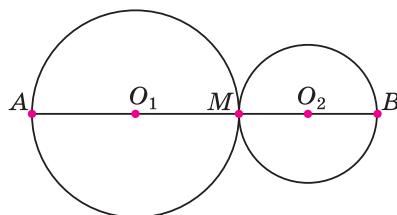
Мал. 21

772. На малюнку 22 два кола зі спільним центром — точкою O — мають радіуси 7 см і 5 см. Знайди довжини відрізків BD , AB , CB .

773. На малюнку 23 радіус більшого кола 5 см, меншого — 3 см. Знайди відстань між центрами кіл та довжину відрізка AB .



Мал. 22



Мал. 23

Відношення і пропорції

774. Довжина кола дорівнює 31,4 м. Знайди радіус кола.
 $(\pi \approx 3,14.)$

775. Довжина кола дорівнює $4\frac{4}{21}$ см. Знайди діаметр кола.
 $(\pi \approx \frac{22}{7}.)$

4 776. Діаметр колеса тепловоза дорівнює 160 см. За 1,5 хв колесо робить 300 обертів. Знайди швидкість тепловоза в кілометрах за годину. Відповідь округли до десятих.

777. Колесо автомобіля має діаметр 90 см. Він рухається з такою швидкістю, що колеса роблять 7 обертів щосекунди. Знайди швидкість автомобіля в кілометрах за годину. Відповідь округли до десятих.

778. Кінець хвилинної стрілки годинника за 15 хв проходить відстань 6,28 см. Знайди довжину стрілки годинника.

5 779. 6 кг рису містять 4,5 кг крохмалю. Знайди відсотковий вміст крохмалю в рисі. Скільки крохмалю містить 9 кг рису?

780. 2 Поділи число 290 на три частини у відношенні $5 : 6 : 9$.

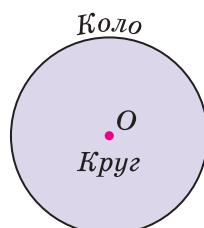
781. 4 Гроші, вкладені в акції фірми «Поле чудес», приносять щорічно 30 % від ціни на акції за попередній рік. Чи подвоїться вкладена сума через три роки?

6 782. Доведіть, що $\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} > \frac{1}{2}$.

30. Круг. Площа круга. Круговий сектор

Коло ділить площину на дві частини. Частина площини, яка лежить усередині кола, разом із колом утворюють *круг* (мал. 24). Центр, радіус і діаметр кола одночасно є центром, радіусом і діаметром круга. Відстань від центра до будь-якої точки круга не перевищує радіуса круга.

Як знайти площу круга? У старших класах буде доведено, що



Мал. 24

Розділ 3



площа круга дорівнює добутку числа π на квадрат радіуса:

$$S = \pi r^2,$$

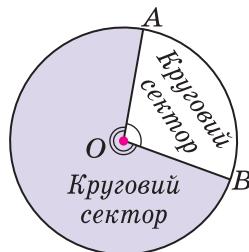
де r — радіус круга.

Задача 1. Знайти площину круга, радіус якого дорівнює 2,5 см.

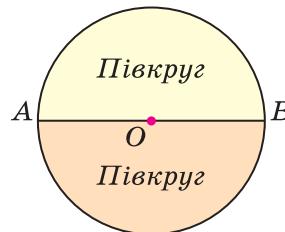
Розв'язання.

$$S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 2,5^2 = 3,14 \cdot 6,25 = 19,625 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Проведемо два радіуси OA і OB круга (мал. 25). Вони розбивають круг на дві частини, кожну з яких називають **круговим сектором**. Незафарбованому сектору відповідає кут AOB , який менший від розгорнутого кута. Кут зафарбованого сектора більший за розгорнутий кут, тому його градусна міра більша за 180° .



Мал. 25



Мал. 26

На малюнку 26 діаметр AB розбиває круг на два **півкруги**. Кут кожного з них дорівнює 180° . Сума цих кутів утворює **повний кут**. Оскільки $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$, то приходимо до висновку, що



градусна міра повного кута дорівнює 360° .

Задача 2. Кут незафарбованого сектора на малюнку 25 дорівнює 100° . Знайти кут зафарбованого сектора.

Розв'язання. Для знаходження кута зафарбованого сектора віднімемо від міри повного кута міру кута незафарбованого сектора: $360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$. Отже, шуканий кут дорівнює 260° .

Відношення і пропорції

Задача 3. Марійка намалювала коло, радіус якого дорівнює 6 см. Потім вона зафарбувала сектор круга, обмеженого цим колом, кут якого дорівнює 90° . Знайти площину зафарбованого сектора.

Розв'язання. Оскільки $360^\circ : 90^\circ = 4$, то 90° — це $\frac{1}{4}$ повного кута 360° . Тому Марійка зафарбувала $\frac{1}{4}$ круга.

Площа круга $S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 6^2 = 3,14 \cdot 36 = 113,04$ (см^2).

Площа зафарбованого сектора: $113,04 : 4 = 28,26$ (см^2).

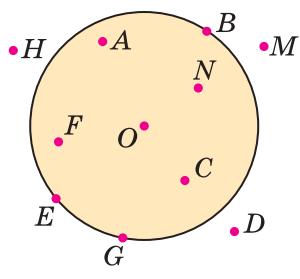


Яку фігуру називають кругом? • Як знайти площину круга? • Як утворюється круговий сектор? • Якою є градусна міра повного круга?

1 783. На малюнку 27 зображеного круга із центром O . Назви точки, які:

- 1) належать колу, що обмежує круг;
- 2) належать кругу;
- 3) не належать кругу.

784. Накресли круг із центром у точці O , радіус якого 25 мм. Познач точку A , що належить кругу і не лежить на колі, яке обмежує круг, і точку B , яка не належить кругу. Виміряй відстані OA і OB та порівняй їх з радіусом. Чи перетинає відрізок AB коло?



Мал. 27

2 785. Обчисли площину круга, радіус якого дорівнює:

- 1) 4 см;
- 2) 2,5 дм.

786. Обчисли площину круга, радіус якого дорівнює:

- 1) 10 м;
- 2) 1,2 дм.

787. Обчисли площину круга, діаметр якого дорівнює:

- 1) 2 дм;
- 2) 3,6 см.

788. Обчисли площину круга, діаметр якого дорівнює:

- 1) 40 см;
- 2) 1,6 дм.

789. Зроби необхідні вимірювання та знайди площину круга на малюнку 27.

Розділ 3

790. Виміряй кути AOB і BOC (мал. 28) і обчисли міру кута AOC . Перевір обчислення за допомогою транспортира.

791. Поділи круг на чотири сектори так, щоб кути трьох з них дорівнювали 70° , 80° і 100° . Зафарбуй ці три сектори різними кольорами. Знайди градусну міру кута незафарбованого сектора. Перевір обчислення за допомогою транспортира.

792. Обчисли кут сектора, який від повного кута складає:

- 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) 5 %; 5) 10 %; 6) 50 %.

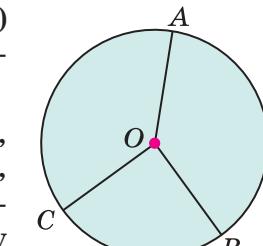
793. Під час реставрації двоповерхової круглої башти всю підлогу покрили плиткою. Скільки квадратних метрів плитки було використано, якщо внутрішній діаметр башти 6 м?

В 794. Довжина кола 47,1 м. Знайди площину круга, обмеженого цим колом.

795. Довжина кола 50,24 см. Знайди площину круга, обмеженого цим колом.

796. Радіус одного кола, зображеного на малюнку 29, дорівнює 6 см, а другого — 4 см. Обчисли площину кільця, утвореного цими колами.

797. Знайди площину $\frac{5}{7}$ круга, радіус якого 7 м.



Мал. 28

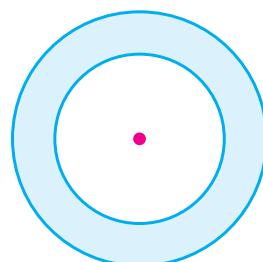
798. Знайди площину $\frac{2}{9}$ круга, радіус якого 8,1 дм.

799. Знайди радіус круга, площа якого дорівнює 314 см^2 .

800. Знайди радіус круга, площа якого дорівнює $50,24 \text{ дм}^2$.

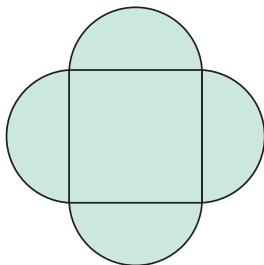
801. На кожній стороні квадрата побудовано півкруг (мал. 30). Зроби необхідні вимірювання і обчисли площину утвореної фігури.

802. Обчисли площи зафарбованих фігур (мал. 31–33).

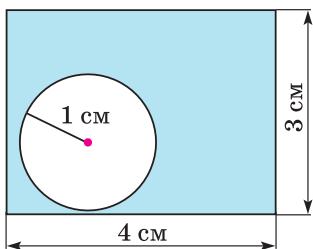


Мал. 29

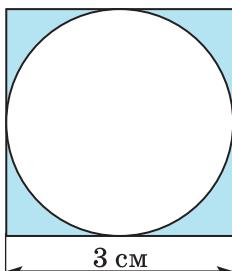
Відношення і пропорції



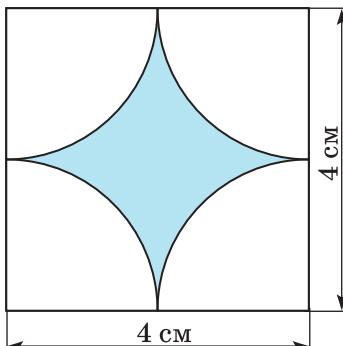
Мал. 30



Мал. 31



Мал. 32



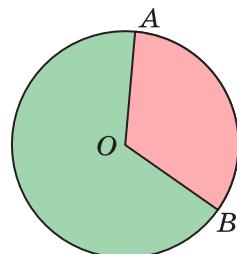
Мал. 33

4 803. Радіус першого круга 12 дм, а другого — 4 дм. У скільки разів радіус першого круга більший за радіус другого? У скільки разів площа першого круга більша за площею другого круга? Зроби висновки.

804. Круг, радіус якого 3 м, поділено на два сектори (мал. 34). $\angle AOB = 120^\circ$. Скільки витратили фарби кожного кольору, якщо на один квадратний метр площи потрібно 0,2 кг фарби?

5 805. **2** Автомобіль проїхав 28 % відстані між містами. Скільки кілометрів потрібно ще проїхати автомобілю, щоб дістатися пункта призначення, якщо відстань між містами 450 км?

3 806. За першу годину автомобіль проїхав 70 км, після чого йому залишилося проїхати ще 80 % від усієї відстані. Скільки всього кілометрів мав проїхати автомобіль?



Мал. 34

Розділ 3

807. Товар коштував 100 грн. Спочатку ціну на товар підвищили на 20 %, а потімдвічі знижували, причому кожного разу на 10 %. Скільки став після цього коштувати товар?

808. Чи можна трикутник розрізати так, щоб отримати три чотирикутники?

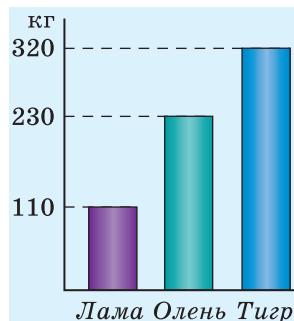
§ 31. Стовпчасті і кругові діаграми

Графічна інформація є досить наочною і запам'ятоується краще, ніж слова і цифри.

Діаграма — це один із графічних засобів зображення співвідношення між величинами, які порівнюють.

Розглянемо приклад побудови *стовпчастої діаграми*.

Приклад 1. Максимальна маса тварин: лами — 110 кг, оленя — 230 кг, тигра — 320 кг. Побудуємо стовпчасту діаграму за цими даними: зобразимо маси тварин за допомогою стовпчиків. Ширину цих стовпчиків вибираємо однакову (наприклад, 7 мм), а їх висоти мають відповідати масі кожної з тварин. Щоб зобразити 10 кг візьмемо 1 мм. Тоді висота стовпчика, що зображує масу лами, буде $110 : 10 = 11$ (мм), оленя — $230 : 10 = 23$ (мм), тигра — $320 : 10 = 32$ (мм). Отримали стовпчасту діаграму (мал. 35).



Мал. 35

Іноді співвідношення між величинами зручно зображувати за допомогою *кругових діаграм*.

Приклад 2. Протягом тижня бібліотеку відвідали 27 шестикласників: 9 — із 6-А класу, 12 — із 6-Б і 6 — із 6-В.

Знайдемо, яку частину кількості всіх шестикласників, що відвідали бібліотеку, складає кількість учнів з кожного класу: $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ (для 6-А), $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$ (для 6-Б), $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$ (для 6-В).

Нехай кількість усіх шестикласників, які відвідали бібліотеку, зображену у вигляді круга. Поділимо цей круг на

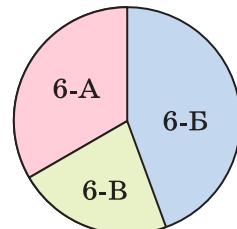
Відношення і пропорції

сектори, які відповідають дробам $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$ і $\frac{2}{9}$. Оскільки повний кут становить 360° , то кількість учнів 6-А класу, що відвідали бібліотеку, буде зображене сектором, кут якого дорівнює $360^\circ \cdot \frac{1}{3} = 120^\circ$, 6-Б класу — сектором, кут якого дорівнює $360^\circ \cdot \frac{4}{9} = 160^\circ$, а 6-В — сектором, кут якого дорівнює $360^\circ \cdot \frac{2}{9} = 80^\circ$.

Будуємо кругову діаграму (мал. 36).

Діаграми використовують для наочного зображення і аналізу даних у багатьох науках: історії, географії, біології тощо.

У старших класах на уроках інформатики розглядається різні способи побудови діаграм з використанням програмних засобів.

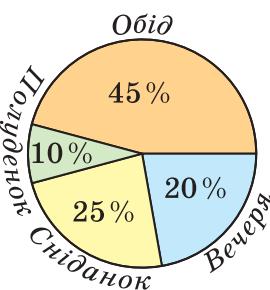


Мал. 36

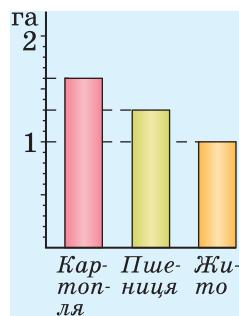


Для чого використовують діаграми? • Як будують стовпчасті та кругові діаграми?

1 809. Кругова діаграма (мал. 37) показує розподіл денної норми харчування людини. Поясни, як розподіляється денна норма харчування людини.



Мал. 37

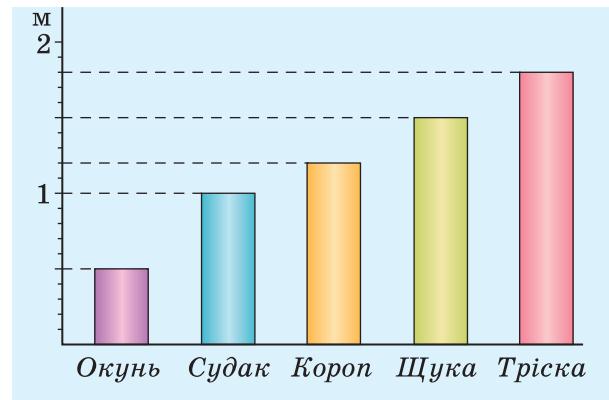


Мал. 38

810. Користуючись стовпчастою діаграмою (мал. 38), визнач площу ділянок, відведеніх під різні сільськогосподарські культури у фермерському господарстві.

Розділ 3

811. Користуючись стовпчастою діаграмою (мал. 39), назви максимальну довжину зазначених на діаграмі риб.



Мал. 39

12 **812.** У Сергія 29 наліпок, у Івана — 42, у Петра — 38. За цими даними побудуй стовпчасту діаграму розподілу кількості наліпок між хлопцями, взявши за зображення однієї наліпки прямокутник, висота якого 1 мм.

813. Побудуй стовпчасту діаграму розподілу хлопців і дівчат у твоєму класі.

814. У класі 14 хлопців і 16 дівчат. Побудуй кругову діаграму за цими даними.

815. Накресли кругову діаграму розподілу кількості м'ячів, забитих командою «Динамо»: у ворота команди «Арсенал» — 3 м'ячі, «Барселона» — 4 м'ячі, «Ювентус» — 1 м'яч, «Фейеноорд» — 2 м'ячі.

13 **816.** Від Києва до Дніпропетровська 552 км, до Житомира — 131 км, до Сімферополя — 957 км, до Львова — 549 км.

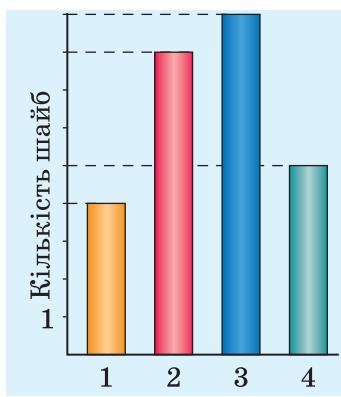
1) Округли дані до десятків.

2) Візьми для зображення 10 км відстані прямокутник, висота якого 1 мм, та накресли стовпчасту діаграму відстаней від Києва до вказаних міст.

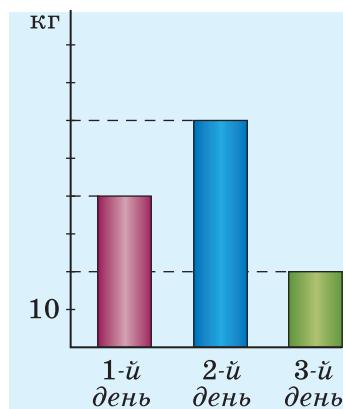
817. За три дні подорожі турист пройшов 60 км. У перший день він йшов 4 год зі швидкістю 5 км/год, у другий —

Відношення і пропорції

6 год зі швидкістю 4 км/год, а решту відстані пройшов за третій день. Накресли кругову діаграму співвідношення відстаней, які долав турист щодня.



Мал. 40



Мал. 41

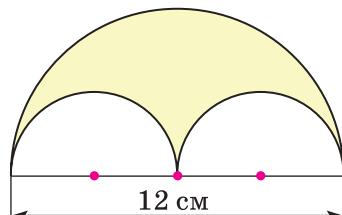
818. Діаграма (мал. 40) показує розподіл кількості шайб, закинутих хокейною командою «Сокіл» протягом перших чотирьох матчів чемпіонату України. Скільки в середньому шайб закидувала команда «Сокіл» за матч? (Результат округли до натурального числа.)

819. На діаграмі (мал. 41) зображені дані продажів цукерок магазином протягом трьох днів. Скільки в середньому кілограмів цукерок продавали в магазині щодня?

820. У класі 12 хлопців і 14 дівчат. Скількома способами можна вибрати пару (хлопець і дівчина) для привітання ветеранів?

821. До 160 г 5-відсоткового розчину солі додали 20 г солі. Знайди у відсотках вміст солі у новому розчині.

822. Знайди площину зафарбованої фігури, зображеній на малюнку 42.



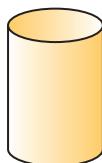
Мал. 42

823. Дано n точок, жодні три з яких не лежать на одній прямій. Скільки прямих можна провести через кожні дві з цих n даних точок?

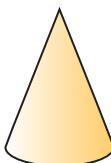
Розділ 3

§ 32. Циліндр. Конус. Куля

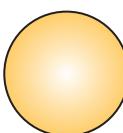
Форми предметів, які нас оточують, досить різноманітні. Серед них зустрічаються предмети, що мають форму циліндра, конуса й кулі (мал. 43).



Циліндр



Конус



Куля

Мал. 43



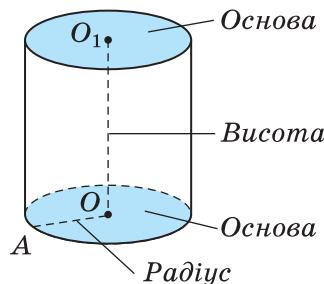
Мал. 44

Такі предмети, як склянка, колода, консервна банка, мають форму циліндра (мал. 44).

Слово «циліндр» прийшло до нас із Давньої Греції і перекладається як «валик». Колони багатьох будівель, побудованих у ті часи, мали форму циліндра (мал. 45).



Мал. 45



Мал. 46

Поверхня циліндра складається з двох *основ* і *бічної поверхні* (мал. 46). Основи циліндра – рівні між собою круги. На малюнку ці круги зображені у вигляді еліпсів (овалів). Радіуси цих кругів називають *радіусами основ циліндра* (або просто *радіусами циліндра*). Відрізок, який сполучає центри основ і утворює з будь-яким радіусом кут 90° , називається *висотою циліндра*.

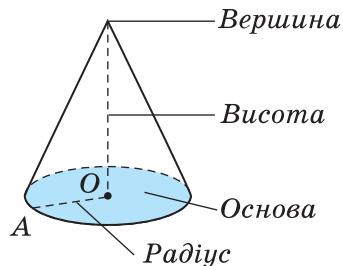
Про предмети, зображені на малюнку 47, кажуть, що вони мають форму конуса. Слово «конус» перекладається

Відношення і пропорції

з давньогрецької як «шишка» або «верхівка шолома». Конус певною мірою схожий на піраміду. У конуса також, як і в піраміди, є *вершина* і *основа*. Поверхня конуса складається з основи і *бічної поверхні* (мал. 48). Якщо основою піраміди є многокутник, то основою конуса є круг. Радіус цього круга називають *радіусом основи конуса* (або *радіусом конуса*).



Мал. 47



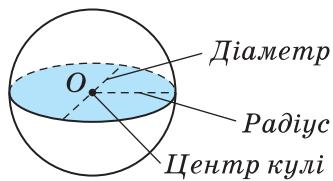
Мал. 48

Відрізок, який сполучає вершину конуса із центром основи і утворює з будь-яким радіусом кут 90° , називають *висотою конуса*.

Такі предмети, як м'яч, кулька, кавун, глобус мають форму *кулі* (мал. 49). Поверхню кулі називають *сферою*. Форму, близьку до форми кулі, мають Земля, Місяць, Сонце тощо.



Мал. 49



Мал. 50

У кулі (сфери), так само як і у круга (кола), є *центр*, *радіус* і *діаметр*.

Радіус кулі (сфери), так само як і радіус круга (кола), прийнято позначати буквою r , а діаметр – буквою d . Зрозуміло, що діаметр кулі (сфери) удвічі більший за радіус кулі (сфери):

$$d = 2r.$$

Розділ 3



Які з оточуючих нас предметів мають форму циліндра, конуса, кулі? • З чого складається поверхня циліндра? • Поясни, що таке радіус циліндра, висота циліндра. • З чого складається поверхня конуса? • Поясни, що таке вершина конуса, радіус конуса, висота конуса. • Поясни, що таке центр кулі, радіус кулі, діаметр кулі. • Яким співвідношенням пов'язані довжини діаметра і радіуса кулі?

824. Знайди діаметр кулі, радіус якої дорівнює:

- 1) 3 см; 2) 2,5 дм.

825. Знайди діаметр кулі, радіус якої дорівнює:

- 1) 4 дм; 2) 9,5 см.

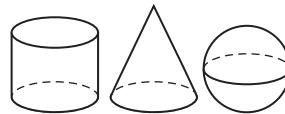
826. Знайди радіус кулі, діаметр якої дорівнює:

- 1) 8 дм; 2) 7,6 см.

827. Знайди радіус кулі, діаметр якої дорівнює:

- 1) 10 см; 2) 5,4 дм.

828. Перемалюй у зошит зображення циліндра, конуса і кулі (мал. 51).



Мал. 51

829. Практичне завдання.

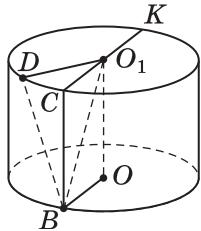
- 1) Візьми аркуш паперу і згорни його у формі циліндра. Визнач висоту цього циліндра.
- 2) Згорни той самий аркуш паперу у формі циліндра з іншою висотою.

830. Практичне завдання.

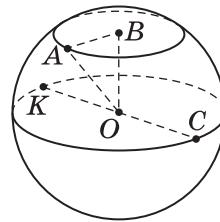
- 1) Намалюй на аркуші паперу круг, радіус якого дорівнює 8 см. Виріж із круга два нерівних між собою сектори.
- 2) Згорни кожний із секторів в конічну поверхню.
- 3) Який із конусів має більшу висоту: той, що згорнуто з більшого сектора, чи той, що згорнуто з меншого сектора?

831. Точки O і O_1 – центри основ циліндра (мал. 52). Радіус основи циліндра дорівнює 5 см, а висота – 7 см. Довжини яких відрізків на цьому малюнку можна знайти?

Відношення і пропорції



Мал. 52



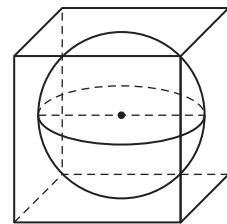
Мал. 53

832. Точка O – центр кулі, радіус якої дорівнює 6 см (мал. 53), точка B не належить поверхні кулі. Довжини яких відрізків на цьому малюнку можна знайти?

3 **833. Практичне завдання.** Продемонструй, як за допомогою шести–семи олівців циліндричної форми однакового діаметра можна перемістити невеличкий предмет.

834. Кулю помістили у куб так, що вона торкається усіх його граней (мал. 54). Ребро куба дорівнює 8 см.

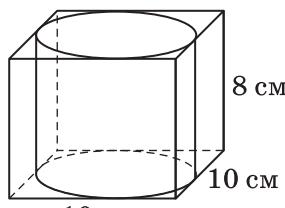
- 1) Скільки точок дотику мають куля і куб?
- 2) Знайди діаметр кулі, радіус кулі.
- 3) Чи можна у куб з ребром 10 см помістити кулю, радіус якої дорівнює 5,5 см?



Мал. 54

835. Циліндр помістили у прямокутний паралелепіпед так, як показано на малюнку 55.

- 1) Знайди висоту циліндра.
- 2) Знайди діаметр основи циліндра, радіус основи циліндра.



Мал. 55

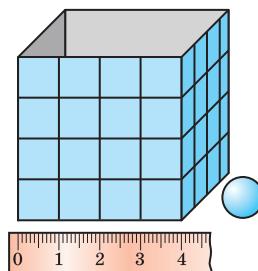
836. Діаметр земної кулі приблизно дорівнює 12,7 тис. км. Скільком тисячам кілометрів дорівнює радіус земної кулі та довжина екватора земної кулі?

4 **837. 1)** Яка найбільша кількість кульок, діаметр яких 1 см, поміститься у коробці форми куба з ребром 4 см (мал. 56), якщо кожна кулька дотикається не більше шести інших кульок?

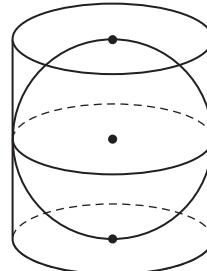
- 2) Скільки кульок, радіус яких дорівнює 1 см, поміститься в такій самій коробці? Зроби висновки.

Розділ 3

838. Яку найбільшу кількість кульок, радіус кожної з яких дорівнює 1 см, можна помістити у коробку, що має форму куба з ребром 6 см? Розташування кульок таке, як у № 837.



Мал. 56



Мал. 57

839. Куля розміщена у циліндрі так, що вона дотикається основ циліндра та його бічної поверхні (мал. 57). Радіус кулі дорівнює 5 см. Знайди радіус основи, діаметр основи та висоту циліндра.



840. Скільки відсотків складають:

- 1) 5 кг від 1 ц;
- 2) 12 см від 2 м;
- 3) 24 хв від 1 год;
- 4) 36 с від 1 хв?

841. Робітник виготовив деяку кількість деталей за 21 годину. За скільки годин робітник виготовить таку саму кількість деталей, якщо підвищить продуктивність праці на 5 %?



842. Чи може квадрат різниці двох чисел бути меншим, ніж різниця їх квадратів?

Завдання для перевірки знань № 5 (§ 26 — § 32)

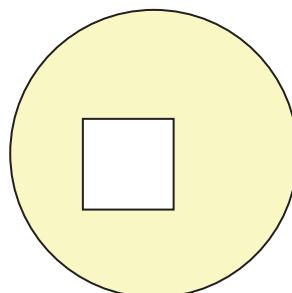
1. Значення однієї з двох обернено пропорційних величин збільшилося у 6 разів. Як зміниться значення другої величини?

2. Запиши відсотки у вигляді звичайних і десяткових дробів: 1) 29 %; 2) 140 %.

3. Радіус кулі дорівнює 4,8 см. Знайди діаметр цієї кулі.

Відношення і пропорції

4. **2** 8 робітників виконали деяку роботу за 12 годин. За скільки часу 6 робітників виконають таку саму роботу, якщо продуктивність праці у всіх робітників однакова?
5. **2** Накресли коло, радіус якого дорівнює 4 см. Знайди довжину кола і площину круга, обмеженого цим колом.
6. **2** У Сергія 5 моделей літаків і 7 моделей автомобілів. Побудуй кругову діаграму розподілу кількості літаків та автомобілів, що відповідає цим даним.
7. **3** Велосипедист спочатку рухався зі швидкістю 18 км/год, а потім збільшив її до 22,5 км/год. На скільки відсотків він збільшив свою швидкість?
8. **3** Визнач площину зафарбованої на малюнку 58 фігури, якщо діаметр круга дорівнює 3,8 см, а сторона квадрата 1,2 см.
9. **4** Товар коштував 350 грн. Скільки коштуватиме товар після двох послідовних знижень, якщо перше зниження буде на 10 %, а друге — на 15 %?



Мал. 58

Додаткові вправи

10. **4** До 400 г 15-відсоткового розчину солі долили 100 г води. Знайди відсотковий вміст солі в новому розчині.
11. **4** Радіус круга дорівнює 6 дм. Знайди площину сектора цього круга, якщо кут цього сектора дорівнює 30° .
12. **5** На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо його довжину збільшити на 20 %, а ширину — на 30 %?



Розділ 4

Раціональні числа і дії над ними

У цьому розділі ви:

- **згадаєте** поняття рівняння;
- **ознайомитеся** з поняттями додатного, від'ємного та раціонального чисел;
- **дізнаєтесь** про координатну пряму, модуль числа;
- **навчитесь** порівнювати та виконувати дії з додатними та від'ємними числами, розв'язувати нові види рівнянь.

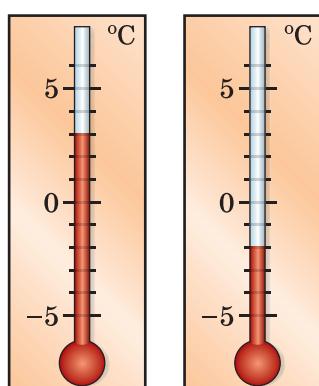
§ 33. Додатні та від'ємні числа. Число 0

З повідомлень про погоду можна дізнатися, що температура повітря була -5 градусів за Цельсієм (або скорочено: -5°C). На географічній карті можна побачити відмітку -2210 (у метрах) для глибини Чорного моря. Числа зі знаком «мінус» потрібні в тих випадках, коли зміна величини може відбутися у двох протилежних напрямах (підвищитися або знизитися) відносно деякої початкової, нульової відмітки.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. При вимірюванні температури за початкову відмітку приймають температуру замерзання води (або танення льоду). Цю відмітку позначають числом 0, а температуру вимірюють у градусах.

Термометр, розміщений на малюнку 59 ліворуч, показує 3 вище нуля, тобто 3°C тепла. Тому температуру записують зі знаком «+», а саме $+3^{\circ}\text{C}$ (читають: «плюс три градуси за Цельсієм»). Термометр,



Мал. 59

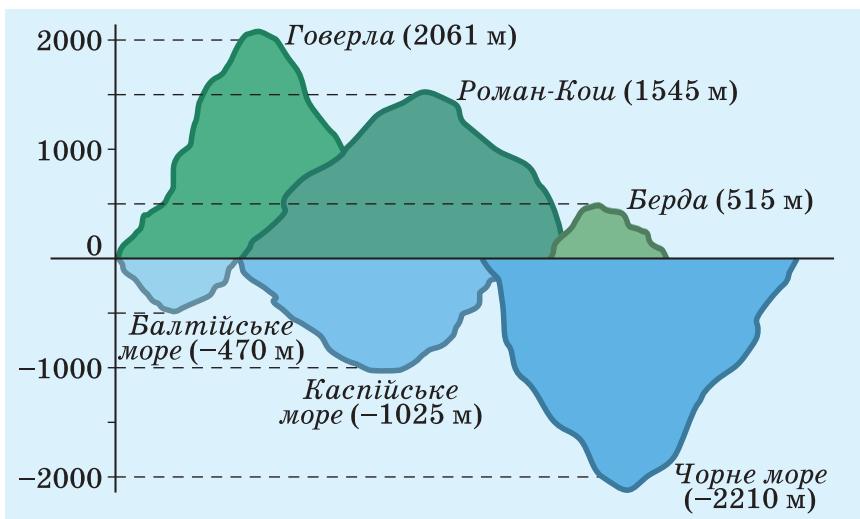


Раціональні числа і дії над ними

розміщений на малюнку 59 праворуч, показує 2 градуси нижче нуля, тобто 2°C морозу. Таку температуру записують зі знаком « $-$ », а саме -2°C (читають: «мінус два градуси за Цельсієм»).

Приклад 2. Щоб задати положення деякого місця земної поверхні, за початкову відмітку приймають рівень моря. Його позначають числом 0.

Вершина найвищої гори Українських Карпат Говерли лежить на висоті 2061 м вище від рівня моря, вершина найвищої гори Кримських гір Роман-Кош — на 1545 м вище від рівня моря, вершина найвищої гори рівнинної частини України Берди — на 515 м вище від рівня моря. Найглибше місце Балтійського моря — на 470 м нижче від рівня моря, Каспійського моря — на 1025 м нижче від рівня моря, Чорного моря — на 2210 м нижче від рівня моря (мал. 60).



Мал. 60

Положення деякої точки, розташованої нижче від рівня моря, позначають числами із знаком « $-$ », а положення деякої точки, розташованої вище від рівня моря, із знаком « $+$ ». Отже, можна сказати, що висота гори Говерла дорівнює $+2061$ м, а глибина Чорного моря в найглибшому місці дорівнює -2210 м.

Розділ 4

Числа зі знаком «-», наприклад $-2; -1,5; -\frac{3}{4}; -5\frac{1}{6}$, називають **від'ємними числами**. Числа зі знаком «+», наприклад $+5; +4,7; +\frac{1}{7}; +4\frac{9}{13}$, називають **додатнimi числами**. Число 0 не є ані додатним, ані від'ємним.

У запису додатних чисел знак «+», як правило, не пишуть, наприклад, замість $+6$ записують 6 . Отже, числа $+6$ і 6 не відрізняються одне від одного: $+6 = 6$. Так само $+\frac{1}{3} = \frac{1}{3}; +4,7 = 4,7$ тощо.

А ще раніше...

Від'ємні числа з'явилися у Стародавньому Китаї приблизно у II ст. до н. е. Під час розв'язування багатьох задач, особливо за допомогою рівнянь, необхідно було від меншого числа віднімати більше. Це стало причиною введення нових видів чисел.

Також у Стародавньому Китаї уміли додавати і віднімати додатні та від'ємні числа. Від'ємні числа тоді тлумачили як борг, а додатні як майно. В Індії в VII ст. ці числа розуміли так само, але вже знали і правила множення та ділення додатних і від'ємних чисел.

У Європі від'ємні числа почали використовувати приблизно у XII ст. Спочатку до них ставилися з недовірою: їх вважали не зовсім реальними, називаючи «фіктивними», «хибними», «абсурдними». «Справжніми» вважали лише додатні числа. Від'ємні числа були повністю визнані в Європі лише у XVII ст. завдяки працям видатного французького математика Рене Декарта (1596—1650).



Наведи приклади, у яких використовуються числа зі знаками «+» та «-». ● Наведи приклади додатних чисел, від'ємних чисел. ● Яке число не є ані додатним, ані від'ємним?

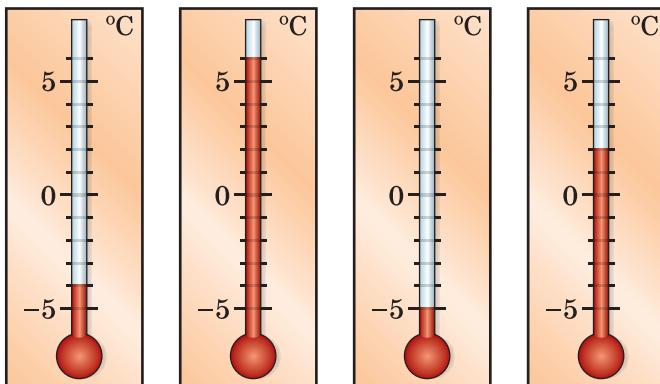
843. Прочитай числа: $-3,2; 4\frac{1}{7}; -12; -4\frac{5}{6}; 7,2; 0; -0,29$.

844. (Усно) Які з наведених чисел є додатними, а які — від'ємнimi: $-12; 12,3; -4\frac{1}{3}; -5,2; 0; 17\frac{1}{3}; -14,598$?

Рациональні числа і дії над ними

845. Із чисел $-1,5$; $4\frac{2}{3}$; $-5\frac{7}{9}$; 0 ; $5,7$; -3 ; $-7,9$; $4,9$ випиши спочатку всі від'ємні числа, а потім — усі додатні числа.

846. Назви покази термометрів на малюнку 61.



Мал. 61

847. Запиши за допомогою знаків «+» і «-» повідомлення служби погоди:

- 1) 18 градусів тепла;
- 2) 5 градусів морозу;
- 3) 3 градуси морозу;
- 4) 7 градусів тепла.

848. Запиши за допомогою знаків «+» і «-» висоти гір і глибини морів:

- 1) висота гори Ай-Петрі 1234 м;
- 2) найбільша глибина Азовського моря 15 м;
- 3) висота Тарасової гори 198 м;
- 4) найбільша глибина Білого моря 350 м.

849. Сергій зайшов у ліфт шістнадцятитповерхового будинку на 9-му поверсі, проіхав чотири поверхи і вийшов з ліфта. На якому поверсі він вийшов? Розглянь усі можливі випадки.

850. Дарина живе на 5-му поверсі дев'ятитповерхового будинку. Вона вийшла зі своєї квартири, пройшла 2 поверхи і зайшла у гості до своєї подруги Іванни. На якому поверсі живе Іванна? Скільки є можливостей?

851. Позначимо додатним числом суму наявних грошей, а від'ємним — борг. Якого значення набувають твердження:

Розділ 4

- 1) У Івана -8 грн; 2) У Петра 0 грн;
3) У Марії 5 грн; 4) У Степана -12 грн?

852. В ігрових видах спорту різницю забитих і пропущених м'ячів прийнято позначати так: якщо команда більше забила, аніж пропустила, то різницю позначають зі знаком «+», якщо більше пропустила, аніж забила, то зі знаком «-». За даними таблиці знайди різницю забитих і пропущених м'ячів кожної команди:

Команда	Кількість забитих м'ячів	Кількість пропущених м'ячів	Різниця забитих і пропущених м'ячів
«Авангард»	12	6	
«Сокіл»	10	7	
«Нива»	6	6	
«Альфа»	7	8	
«Локомотив»	6	9	
«Зірка»	5	10	

853. (Усно) У кого з дітей (задача 851) найбільше грошей? У кого найбільший борг?

854. Яку температуру покаже кожний з термометрів на малюнку 61, якщо:

- 1) температура підвищиться на 2 °C;
- 2) температура знизиться на 3 °C?

855. Яку температуру покаже кожний з термометрів на малюнку 61, якщо:

- 1) температура підвищиться на 3 °C;
- 2) температура знизиться на 2 °C?

856. Познач на координатному промені точки $A(4)$,

$$B\left(2\frac{1}{2}\right), C(5,5), D\left(3\frac{1}{4}\right), E(4,75).$$

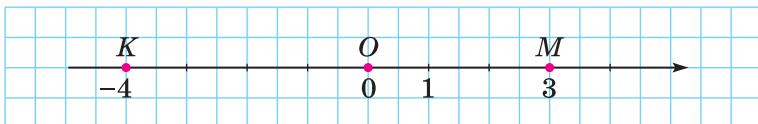
857. У скільки разів збільшиться площа круга, якщо його радіус збільшили у 3 рази?

858. До числа 10 допиши ліворуч і праворуч по одній цифрі так, щоб отримане число було кратним числу 72.

Раціональні числа і дії над ними

§ 34. Координатна пряма

Додатні і від'ємні числа та число 0 можна зобразити точками на прямій. Для цього накреслимо горизонтальну пряму і позначимо на ній точку O — **початок відліку** (мал. 62). Точка O ділить пряму на два промені. Додатні числа прийнято позначати праворуч від точки O , а від'ємні — ліворуч. Саме тому напрям праворуч від точки відліку називають **додатним напрямом**, а напрям ліворуч — **від'ємним напрямом**. Додатний напрям позначають стрілкою.



Мал. 62

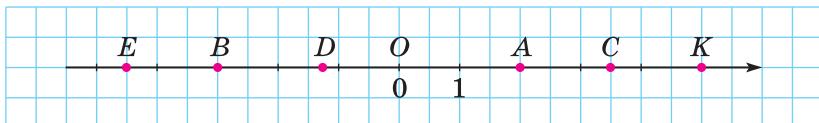
Виберемо на додатному напрямі одиничний відрізок. Тепер на цій прямій позначимо числа (або точки, що відповідають цим числам). Щоб позначити, наприклад, число 3, треба від точки O відкласти три одиничних відрізки праворуч. Щоб позначити число -4 , треба від точки O відкласти чотири одиничних відрізки ліворуч.



Пряму з вибраними на ній початком відліку, одиничним відрізком і вказаним додатним напрямом називають **координатною прямою**.

Число, якому відповідає певна точка на координатній прямій, називають **координатою** цієї точки. На малюнку 62 точка M має координату 3, а точка K має координату -4 . Це записують так: $M(3)$ (читають: «точка M з координатою 3») і $K(-4)$ (читають: «точка K з координатою -4 »).

Приклад 1. Записати координати точок A, B, C, D, E, K , зображених на малюнку 63.



Мал. 63

Розділ 4

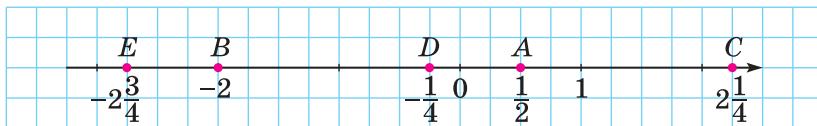
Розв'язання. $A(2)$, $B(-3)$, $C(3,5)$, $D\left(-1\frac{1}{4}\right)$, $E(-4,5)$, $K(5)$.

Якщо координата точки відома, то цю точку можна позначити на координатній прямій.

Приклад 2. Накреслити координатну пряму, взявши за одиничний відрізок чотири клітинки. Позначити точки:

$$A\left(\frac{1}{2}\right), B(-2), C\left(2\frac{1}{4}\right), D\left(-\frac{1}{4}\right), E\left(-2\frac{3}{4}\right).$$

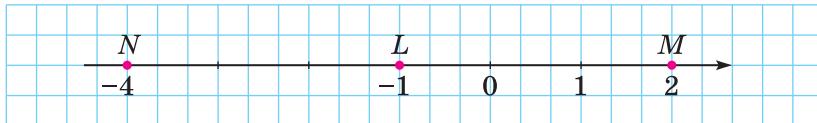
Розв'язання. (Мал. 64.)



Мал. 64

Приклад 3. Накреслити координатну пряму, позначити на ній точку $L(-1)$. Позначити на цій прямій точки, віддалені від точки L на 3 одиниці.

Розв'язання. Точка, віддалена від точки $L(-1)$ на 3 одиниці і розміщена праворуч від неї, має координату 2: $M(2)$, а точка, віддалена на 3 одиниці і розміщена ліворуч від $L(-1)$, має координату -4: $N(-4)$ (мал. 65).



Мал. 65



Що називають координатною прямою? • Який напрям на координатній прямій називають додатним напрямом, який — від'ємним? • Що таке координата точки?

859. (Усно) Які з точок, зображених на координатній прямій (мал. 64), розміщені праворуч від початку відліку, а які — ліворуч?



Раціональні числа і дії над ними

860. (Усно) Де відносно початку відліку (ліворуч чи право-
руч) розміщено точки: $M(5)$, $K(-17)$, $D(-17,292)$, $P(0,01)$,
 $T(-9,999)$, $N(2014)$?

861. Випиши точки, які на малюнку 64 розміщено право-
руч від початку відліку, і точки, які розміщено ліворуч
від початку відліку.

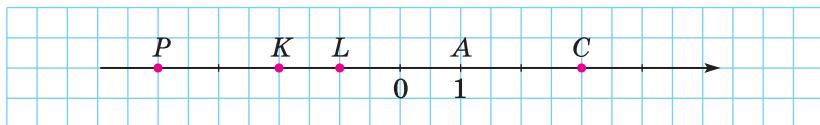
862. Назви координату точки M , якщо вона лежить на
координатній прямій:

- 1) праворуч від початку відліку на відстані довжиною
2 одиничних відрізки;
- 2) ліворуч від початку відліку на відстані довжиною
7 одиничних відрізків.

863. Яка координата точки, що знаходитьться на відстані:

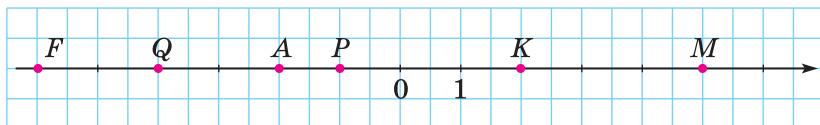
- 1) 3 одиничних відрізки ліворуч від початку відліку;
- 2) 5 одиничних відрізків праворуч від початку відліку?

864. Запиши координати точок, зображених на малюн-
ку 66.



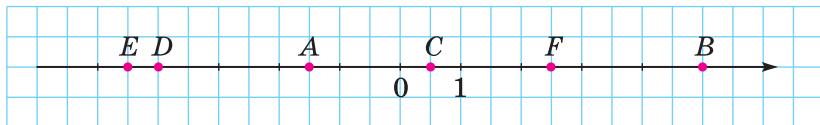
Мал. 66

865. Запиши координати точок, зображених на малюн-
ку 67.



Мал. 67

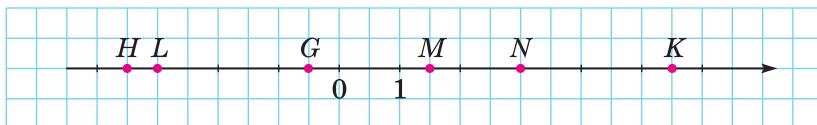
866. Запиши координати точок A , B , C , D , E і F , зо-
бражених на малюнку 68.



Мал. 68

Розділ 4

867. Запиши координати точок G , H , K , L , M , N , зображеніх на малюнку 69.



Мал. 69

868. Запиши деякі два числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа 0;
- 2) ліворуч від числа -5 ;
- 3) праворуч від числа 10;
- 4) праворуч від числа -2 .

869. Запиши деякі два числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа 7;
- 2) ліворуч від числа -2 ;
- 3) праворуч від числа 0;
- 4) праворуч від числа -4 .

870. Накресли координатну пряму і познач на ній точки, що відповідають числам: 0 ; 1 ; 2 ; -1 ; $3,5$; $-2\frac{1}{2}$; -6 .

871. Накресли координатну пряму та познач на ній точки, що відповідають числам 0 ; 1 ; -2 ; 3 ; $-3\frac{1}{2}$; $4,5$; -5 .

872. Накресли координатну пряму, взявши за одиничний відрізок дві клітинки. Познач на ній точки: $P(3)$, $M(-2)$, $T\left(1\frac{1}{2}\right)$, $Q(-3,5)$, $N(0)$, $S\left(-4\frac{1}{4}\right)$.

873. Накресли координатну пряму, взявши за одиничний відрізок дві клітинки. Познач на ній точки: $A(4)$, $M(-3)$, $B(0,5)$, $T\left(-3\frac{1}{2}\right)$, $P(0)$, $C(-1,5)$.

874. На скільки одиниць від початку відліку віддалені точки: $A(3)$, $B(-2)$, $C(1)$, $D(-3,5)$?

875. Накресли координатну пряму, познач на ній точку $M(-3)$. Познач на цій прямій точку, віддалену від точки M :

- 1) на 3 одиниці в додатному напрямі;
- 2) на 2 одиниці у від'ємному напрямі;



Раціональні числа і дії над ними

- 3) на 4,5 одиниці в додатному напрямі;
 4) на 3,5 одиниці у від'ємному напрямі.

876. Накресли координатну пряму, познач на ній точку $P(-2)$. Познач на цій прямій точку, віддалену від точки P :

- 1) на 3 одиниці в додатному напрямі;
 2) на 1,5 одиниці у від'ємному напрямі.

877. Запиши числа, віддалені на 3 одиниці від числа:

- 1) 0; 2) 3; 3) -3; 4) -5.

878. Запиши числа, віддалені на 2 одиниці від числа:

- 1) 0; 2) 2; 3) -2; 4) -4.

879. На координатній прямій познач точки: $A(3)$, $B(1)$, $C(-2)$, $D(4,5)$, $E(-0,5)$. Знайди в одиничних відрізках відстань від точки B до інших точок.

4 880. Яка з двох точок розміщена лівіше:

- 1) $A(x)$ чи $B(x + 2)$; 2) $M(x)$ чи $N(x - 3)$;
 3) $P(x + 1)$ чи $Q(x - 2)$?

881. На малюнку 70 точка A має координату -2, а B — координату 3. Знайди і познач початок відліку і одиничний відрізок. Які координати мають точки C , D і M ?



Мал. 70

882. Накресли горизонтальну пряму і познач на ній точки A та B , щоб точка B була праворуч від точки A і $AB = 7$ см. Познач точку O — початок відліку, якщо $A(-4)$ і $B(3)$.

883. Обчисли: 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$; 3) $\left(1\frac{4}{7}\right)^2$; 4) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$.

884. Спрости вираз $\frac{2}{7}x + \frac{3}{14}x - \frac{1}{21}x$ та знайди його значення, якщо $x = \frac{14}{19}; 1\frac{2}{19}$.



Розділ 4

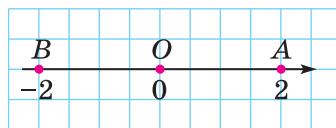
885. Число x становить 1 % від числа y . У скільки разів треба збільшити або зменшити число y , щоб число x становило 3 % від числа y ?

886. На папері в клітинку намальовано квадрат, сторона якого дорівнює 7 клітинок. Чи можна його поділити на дві рівні фігури так, щоб лінії поділу проходили по сторонах клітинок?



35. Протилежні числа. Цілі числа. Раціональні числа

Точки A і B з відповідними координатами 2 і -2 однаково віддалені від початку відрізку — точки O і знаходяться по різні боки від неї (мал. 71). Щоб потрапити з точки O в точки $A(2)$ і $B(-2)$, треба відкласти однакові відстані, що дорівнюють двом одиничним відрізкам, але у протилежних напрямах. Числа 2 і -2 називають **протилежними числами**.



Мал. 71



Два числа, що відрізняються одне від одного лише знаками, називають **протилежними числами**.

Число 2 протилежне числу -2 і, навпаки, число -2 протилежне числу 2. Протилежними є також числа -3 і 3; $4,7$ і $-4,7$; $\frac{1}{8}$ і $-\frac{1}{8}$; $-4\frac{8}{9}$ і $4\frac{8}{9}$ тощо.

Число 0 вважають протилежним самому собі.

Число, протилежне числу a , позначають $-a$. Наприклад, якщо $a = 7$, то $-a = -7$; якщо $a = -8,5$, то $-a = -(-8,5) = 8,5$ (бо число, протилежне числу $-8,5$, дорівнює 8,5). Так само $-(-5) = 5$, $-(-7) = 7$, $-0 = 0$, взагалі $-(-a) = a$. Якщо a число додатне, то $-a$ — число від'ємне, а якщо a — від'ємне число, то $-a$ — число додатнє.

Приклад. Знайти x , якщо: 1) $-x = 5$; 2) $-x = -2$.

Розв'язання. Число x протилежне числу $-x$.

- 1) Оскільки протилежним числу 5 є число -5 , то $x = -5$.
- 2) Протилежним числу -2 є число 2, тому $x = 2$.





Раціональні числа і дії над ними



Натуральні числа, протилежні їм числа і число 0 називають цілими числами.

Цілі числа: ...; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; ...



Цілі числа (додатні, від'ємні і число 0) та дробові числа (додатні і від'ємні) називають раціональними числами.

Наприклад, раціональними є числа: 37; -28; 4,5; -5,17; $\frac{1}{8}$; $-14\frac{5}{13}$; 0.



Які два числа називають протилежними? • Число m протилежне числу n ; яке число протилежне числу n ? • Яке число протилежне до нуля? • Які числа називають цілими; раціональними?



887. Із чисел -5 ; $2,7$; 4 ; $-4\frac{1}{3}$; -18 ; 0 ; 6 ; -9 назви:

- 1) цілі числа;
- 2) додатні цілі числа;
- 3) від'ємні цілі числа.



888. Запиши числа, протилежні до чисел:

$$-4; 3; -2,5; -4\frac{1}{3}; 5\frac{3}{4}; 0; 0,8; 1,4.$$



889. Запиши числа, протилежні до чисел:

$$-8; -7,5; 4\frac{1}{3}; -2\frac{7}{8}; 5,42; -4,3.$$



890. Заповни в зошиті таку таблицю (у разі позитивної відповіді постав знак «+», негативної — знак «-»):

Число	7	-4,2	0	-8	$4\frac{1}{3}$
Додатне число					
Від'ємне число					
Натуральне число					
Ціле число					
Раціональне число					



Rозділ 4

891. Заповни в зошиті таку таблицю:

x	8	-5			$5\frac{1}{3}$		-7,3	
$-x$			-4,5	7		-2,4		$4\frac{5}{9}$

892. Заповни в зошиті таку таблицю:

a	-8		7,3		$-5\frac{1}{3}$	
$-a$		5		-4,2		$14\frac{1}{9}$

893. Познач на координатній прямій точки з координатами $2; -1,5; 3,5; -3$ та точки, координатами яких є числа, протилежні даним.

894. Познач на координатній прямій точки, координати яких — натуральні числа, менші від 6, і точки, координатами яких є числа, до них протилежні.

895. (Усно) Які з рівностей є правильними:

1) $-(-12) = 12$; 2) $-8 = -(-8)$; 3) $1,4 = -(-1,4)$?

896. Які з рівностей є правильними:

1) $8 = -(-8)$; 2) $-(-1,5) = -1,5$; 3) $-\left(-1\frac{2}{7}\right) = 1\frac{2}{7}$?

897. Знайди значення x , якщо:

1) $-x = 20$; 2) $-x = -8$; 3) $-x = 0$.

898. Знайди y , якщо: 1) $-y = 15$; 2) $-y = -18,7$.

899. Знайди значення $-b$, якщо:

1) $b = 4,5$; 2) $b = 0$; 3) $b = -0,8$.

900. Знайди $-m$, якщо: 1) $m = 4,9$; 2) $m = -29,13$.

901. Знайди значення виразу $-(-b)$, якщо:

1) $b = 8$; 2) $b = -1,3$; 3) $b = 0$.

902. Яке число треба вписати у клітинку, щоб рівність була правильною: 1) $-(-8) = \square$; 2) $7 = -\square$?

903. Розв'яжи рівняння:

1) $-x = 15$; 2) $-y = -1,7$; 3) $-b = -(-8)$; 4) $-m = 0$.



Раціональні числа і дії над ними

904. Розв'яжи рівняння:

$$1) -y = 4,7; \quad 2) -b = -8,9; \quad 3) -x = -\left(-1\frac{2}{3}\right).$$

905. (Усно) Яким числом є число $-p$, якщо:

- 1) p — додатне число; 2) $p = 0$; 3) p — від'ємне число?

906. Запиши всі цілі числа, розміщені на координатній прямій між числами:

$$1) 0,2 \text{ i } 4,9; \quad 2) -12,5 \text{ i } -8\frac{1}{5}; \quad 3) -4,2 \text{ i } 2\frac{7}{9}.$$

907. Між якими двома сусідніми цілими числами на координатній прямій розміщене число:

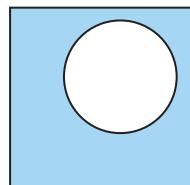
$$1) 2,5; \quad 2) -\frac{1}{8}; \quad 3) -9,13; \quad 4) \frac{1}{101}?$$

4 908. Скільки цілих чисел розміщено на координатній прямій між числами $-2014,1$ і $2013,7$?

909. Запиши число, що дорівнює числу:

$$1) -(-(-3)); \quad 2) -(-(-(-5))).$$

5 910. 2 У коробці є 24 цукерки, 8 з яких — шоколадні. Навмання виймають одну цукерку. Знайди ймовірність того, що вона шоколадна.



Мал. 72

911. 3 Знайди площину зафарбованої фігури (мал. 72), якщо сторона квадрата дорівнює 35 мм, а діаметр круга 22 мм.

912. 4 Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 33,6, причому одне з них складає 40 % від другого. Знайди ці числа.

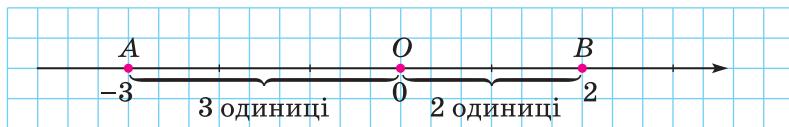
5 913. Маємо чотири ключі від чотирьох різних номерів готелю. Скільки спроб у найгіршому випадку потрібно зробити, щоб до кожного номеру підібрати ключ?

§ 36. Модуль числа

Відстань від точки $A(-3)$ до початку відліку точки — O дорівнює 3 одиниці (мал. 73). Число 3 називають **модулем**

Розділ 4

лем числа -3 . Пишуть: $|-3| = 3$ (читають: «модуль числа -3 дорівнює 3 »).



Мал. 73



Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, що зображує це число на координатній прямій.

Відстань від початку відліку до точки $B(2)$ на координатній прямій дорівнює 2 одиниці (мал. 74), тому модулем числа 2 є саме число 2 . Пишуть: $|2| = 2$. Модуль числа нуль дорівнює нулю: $|0| = 0$. Отже,



модулем додатного числа і числа 0 є саме це число, а модулем від'ємного числа — протилежне йому число.

Це правило можна записати за допомогою фігурної дужки:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0; \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

Приклад 1. $|6,5| = 6,5$; $\left| -\frac{4}{7} \right| = \frac{4}{7}$; $|-2,73| = 2,73$; $\left| \frac{1}{8} \right| = \frac{1}{8}$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння:

$$1) |x| = 4; \quad 2) |x| = 0; \quad 3) |x| = -2.$$

Розв'язання.

- 1) Існують два числа, модулі яких дорівнюють 4 ; це числа 4 і -4 . Отже, $x = 4$ або $x = -4$.
- 2) Існує одне число, модуль якого дорівнює нулю; це число 0 . Тому $x = 0$.
- 3) Рівняння не має розв'язків, оскільки модуль будь-якого числа завжди є числом додатним або нулем, тобто модуль числа є невід'ємним числом.



Раціональні числа і дії над ними

Властивості модуля:



1) Модуль числа є завжди додатним числом або нулем: $|a| \geq 0$ для будь-якого числа a .

2) Протилежні числа мають рівні модулі:

$$|-a| = |a|.$$

Приклад 3. Знайти цілі числа, при яких нерівність $|x| < 3,1$ буде правильною.

Розв'язання. Необхідно знайти цілі числа, відстані від яких до початку відліку менші від 3,1. Такими цілими числами є: $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$.



Що називають модулем числа? • Як позначають модуль числа? • Як знайти модуль додатного числа або нуля; від'ємного числа? • Чи може модуль деякого числа бути від'ємним числом?

1 914. Назви відстань від початку відліку до кожної з точок: $M(4)$, $N(-3,8)$, $P\left(-2\frac{1}{7}\right)$, $Q(1,3)$.

915. Знайди модуль кожного із чисел: $3; -5,1; 7,8; 14,5; -12\frac{1}{3}; -42; 0; 7\frac{1}{13}; -2015$. Запиши відповідні рівності.

916. Знайди $|a|$, якщо $a = -5; 7; 2,3; -4,1$.

917. (Усно) Які з рівностей є правильними:

- 1) $|-7| = 7$; 2) $|-5| = -5$; 3) $|12| = 12$; 4) $|37| = -37$?

2 918. (Усно) Із даних чисел вибери число, що має найбільший модуль, і число, що має найменший модуль:

- 1) $-5,7; 4,8; -2,9; 17,3$; 2) $14,5; -27,2; 21,9; -13,4$.

919. Із даних чисел вибери число, модуль якого є найбільшим, і число, модуль якого є найменшим:

- 1) $4,7; -6,3; -14,5; 12,3$; 2) $1,8; 0; -7,3; -4,5$.

920. Запиши усі числа, модуль яких дорівнює: 1) 11; 2) 0,3.

921. Запиши усі числа, модуль яких дорівнює: 1) 8,3; 2) $2\frac{1}{7}$.

922. Знайди значення виразу:

- 1) $|2,7| + |-1,8|$; 2) $|-3,9| - |-0,9|$; 3) $|-2,5| \cdot |4,2|$;



Розділ 4

$$4) |7,2| : |-0,6|; \quad 5) \left| -\frac{3}{7} \right| + \left| -\frac{1}{14} \right|; \quad 6) \left| -\frac{5}{9} \right| \cdot \left| \frac{3}{5} \right|.$$

923. Знайди значення виразу:

$$1) |-8,2| + |-3,1|; \quad 2) |-4,75| - |3,38|; \quad 3) |-8,4| \cdot |-1,5|;$$

$$4) |-2,73| : |1,3|; \quad 5) \left| -\frac{5}{9} \right| - \left| \frac{1}{6} \right|; \quad 6) \left| -1\frac{1}{7} \right| : \left| -\frac{4}{7} \right|.$$

924. Розв'яжи рівняння: 1) $|x| = 8$; 2) $|x| = -7$.

925. Розв'яжи рівняння: 1) $|y| = -9$; 2) $|y| = 1$.

926. 1) Відомо, що $|a| = 5$. Знайди $|-a|$.

2) Відомо, що $|-b| = 7$. Знайди $|b|$.

927. Обчисли значення виразу $2|a| - |b|$, якщо:

$$1) a = -1,8; b = -1,2; \quad 2) a = 1\frac{3}{8}; b = -\frac{7}{8}.$$

928. Обчисли значення виразу $|m| + 3|n|$, якщо:

$$1) m = -4,5; n = 1,2; \quad 2) m = -1\frac{2}{9}; n = -\frac{26}{27}.$$

929. Познач на координатній прямій числа, модуль яких дорівнює $2; 7; 3,5; 0; 5\frac{1}{2}$.

930. Розв'яжи рівняння:

$$1) |x| - 2 = 3; \quad 2) 5 - |x| = 5;$$

$$3) 2|x| - 3 = 4; \quad 4) |x| \cdot 5\frac{1}{3} = |-8|.$$

931. Розв'яжи рівняння:

$$1) |x| + 7 = 18; \quad 2) 7 - 4|x| = 3.$$

932. Знайди x , якщо:

$$1) |-x| = 5; \quad 2) |-x| = -3; \quad 3) -|x| = -6; \quad 4) -|x| = 0.$$

933. Знайди y , якщо:

$$1) |-y| = 8; \quad 2) |-y| = -17; \quad 3) -|y| = -4; \quad 4) -|y| = 8.$$

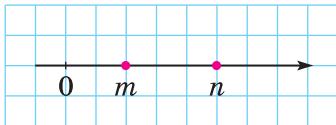
934. Знайди всі цілі числа, при яких нерівність буде правильною: 1) $|x| < 3$; 2) $|x| < 4,7$; 3) $|x| < 0,8$; 4) $|x| < -3$.

935. Запиши три від'ємних числа, що задовільняють нерівність: 1) $|x| < 5$; 2) $|x| < 1,8$; 3) $|x| > 1,9$.

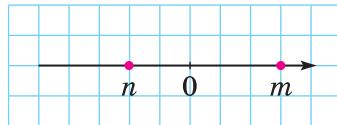
936. На координатній прямій (мал. 74–77) зображені числа m і n . Порівняй модулі цих чисел.



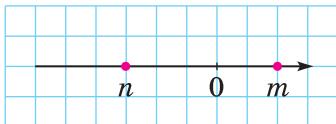
Рациональні числа і дії над ними



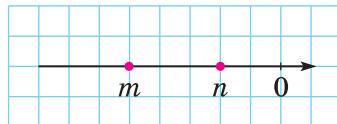
Мал. 74



Мал. 75



Мал. 76



Мал. 77

937. (Усно) Чи є правильним твердження? Чому?

- 1) Якщо два числа рівні, то їх модулі теж рівні;
- 2) якщо модулі двох чисел рівні, то ці числа рівні.

938. Чи є правильним твердження:

- 1) модулі протилежних чисел рівні;
- 2) якщо модулі двох чисел рівні, то ці числа протилежні?

939. На координатній прямій познач усі цілі недодатні числа, у яких модуль менший за 6.

940. Скільки існує цілих чисел, при яких буде правильною нерівність: 1) $|x| < 200$; 2) $|x| < 200,1$?

941. Розв'яжи рівняння:

- 1) $|x - 1| = 0$;
- 2) $|x + 2| = -7$;
- 3) $|4 - x| + 3 = 3$;
- 4) $\|x\| - 1 = 0$.

942. Розв'яжи рівняння:

- 1) $|5 - x| = 0$;
- 2) $|2x - 4| = 0$;
- 3) $|x - 3| = -3$;
- 4) $\|x\| - 2 = 0$.

943. Познач на координатній прямій всі цілі числа, при яких буде правильною нерівність:

- 1) $|x| < 4,13$;
- 2) $1,2 < |x| < 3,8$.

944. Познач на координатній прямій всі цілі числа, при яких буде правильною нерівність:

- 1) $|x| < 2,7$;
- 2) $1,8 < |x| < 4,9$.

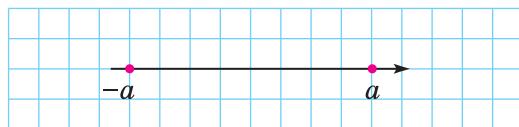
945. Порівняй числа:

- 1) $0,8$ і $\frac{7}{8}$;
- 2) $1\frac{2}{5}$ і $1\frac{1}{3}$;
- 3) $7\frac{5}{8}$ і $7\frac{5}{9}$;
- 4) $1,33$ і $1\frac{1}{3}$.



Розділ 4

946. Знайди початок відліку зображененої на малюнку 78 координатної прямої.



Мал. 78

947. Чи є правильним твердження:

- 1) якщо $x = -y$, то $y = -x$;
- 2) якщо $m = -n$, $m = p$, то $n = p$, де n — відмінне від нуля число?

948. Усі числа від 1 до 100 вписані поспіль. Як з утвореного числа викреслити п'ятдесят цифр так, щоб утворене після цього числа було найбільшим з усіх можливих?

§ 37. Порівняння раціональних чисел

Ми вже вміємо порівнювати додатні числа. Наприклад, $3 < 5$; $7,2 > 7,1$; $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$; $\frac{2}{5} > \frac{1}{8}$. Відомо, що число нуль менше від будь-якого додатного числа. А як порівнювати числа, якщо серед них є від'ємні?

З 5-го класу відомо, що з двох додатних чисел меншим є те, яке на координатному промені розміщено лівіше. Якщо будь-які два числа позначити на координатній прямій, то отримаємо аналогічний висновок:



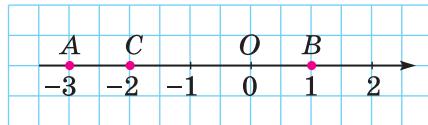
з двох чисел меншим є те, яке на координатній прямій розміщено лівіше, а більшим — те, яке на координатній прямій розміщено правіше.

На координатній прямій (мал. 79) точка $C(-2)$ лежить лівіше від точки $O(0)$. Тому $-2 < 0$. І це є природним: адже, якщо вранці температура була -2°C , а вдень стала 0°C , то ми кажемо, що температура підвищилася, тобто збільшилася.

Оскільки точка $A(-3)$ лежить лівіше, ніж точка $B(1)$, то $-3 < 1$.



Рациональні числа і дії над ними



Мал. 79



Будь-яке від'ємне число менше за нуль і менше за будь-яке додатне число.

Точка $C(-2)$ лежить праворуч від точки $A(-3)$, тому $-2 > -3$. Зазначимо, що -2 лежить ближче до нуля, ніж -3 , тому $| -2 | < | -3 |$. Маємо $-2 > -3$, але $| -2 | < | -3 |$. Отже,



з двох від'ємних чисел більшим є те, модуль якого менший, і меншим є те, модуль якого більший.

Наприклад, $-5 > -100$; $-1,2 < -1,1$; $-4\frac{1}{7} > -4\frac{3}{7}$; $-\frac{5}{9} < -\frac{1}{3}$ (оскільки $\left| -\frac{5}{9} \right| = \frac{5}{9}$; $\left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ і $\frac{5}{9} > \frac{3}{9}$).

Приклад 1. Записати за допомогою нерівності твердження:

- 1) x — додатне число;
- 2) a — від'ємне число;
- 3) m — невід'ємне число;
- 4) y — недодатне число.

Розв'язання. 1) $x > 0$; 2) $a < 0$; 3) якщо число m невід'ємне, то воно може бути додатним або дорівнювати нулю. Це записують так: $m \geq 0$. Знак \geq означає: «більше або дорівнює». Останню нерівність читають так: « m більше або дорівнює нулю»; 4) якщо число y недодатне число, то воно може бути від'ємним або дорівнювати нулю. Це записують так: $y \leq 0$. Знак \leq означає «менше або дорівнює». Останню нерівність читають так: « y менше або дорівнює нулю».

Приклад 2. Знайти найбільше ціле число, що задовольняє нерівність: 1) $a \leq -5$; 2) $b \leq -12,3$.

Відповідь. 1) $a = -5$; 2) $b = -13$.



Як на координатній прямій розміщаються точки $A(a)$ і $B(b)$, якщо $a > b$? • Що більше: додатне число чи від'ємне; від'ємне чи нуль? • Сформулюй правило порівняння від'ємних чисел.



Розділ 4

1 **949.** (Усно) Які з нерівностей є правильними:

- 1) $4 > 0$;
- 2) $-5 < 0$;
- 3) $-7 > 2$;
- 4) $-13 > 0$;
- 5) $9 > -3$;
- 6) $1 < -5$?

950. (Усно) Яка з двох точок розміщена ліворуч від іншої:

- 1) $B (0)$ чи $A (-3)$;
- 2) $M (0)$ чи $N (2,5)$;
- 3) $C (1)$ чи $P (-2)$?

951. Яка з двох точок розміщена праворуч від іншої:

- 1) $M (0)$ чи $P (-2)$;
- 2) $A (7)$ чи $B (0)$;
- 3) $T (-5)$ чи $F (3)$?

952. Порівняй числа:

- 1) $18 \text{ i } -27$;
- 2) $0 \text{ i } -129$;
- 3) $137 \text{ i } 0$;
- 4) $-1,6 \text{ i } 1,5$.

953. Постав замість зірочки знак $>$ або $<$ так, щоб утворилася правильна нерівність:

- 1) $-37 * 12$;
- 2) $-18 * 0$;
- 3) $13 * 0$;
- 4) $14 * -2$.

2 **954.** Запиши твердження у вигляді нерівності:

- 1) -2 — від'ємне число;
- 2) $7,8$ — додатне число;
- 3) x — від'ємне число;
- 4) y — додатне число;
- 5) a — менше за 7 ;
- 6) b — не більше за -2 .

955. Запиши твердження у вигляді нерівності:

- 1) $4,5$ — додатне число;
- 2) $-3,8$ — від'ємне число;
- 3) b — більше за -2 ;
- 4) c — не менше за $9,5$.

956. Постав замість зірочки знак $>$, $<$ або $=$ так, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $-52 * -58$;
- 2) $-8,4 * -8,3$;
- 3) $-4,18 * -4,81$;
- 4) $-3\frac{2}{5} * -3\frac{1}{5}$;
- 5) $-5,01 * -5,001$;
- 6) $-6,1 * -6\frac{1}{10}$;
- 7) $-\frac{3}{8} * -\frac{1}{6}$;
- 8) $-\frac{9}{16} * -\frac{7}{12}$;
- 9) $-\frac{5}{14} * -\frac{8}{21}$.

957. Порівняй числа:

- 1) $-63 \text{ i } -64$;
- 2) $-5,4 \text{ i } -5,7$;
- 3) $-7,16 \text{ i } -7,61$;
- 4) $-4,02 \text{ i } -4,002$;
- 5) $-\frac{2}{7} \text{ i } -\frac{5}{14}$;
- 6) $-\frac{9}{20} \text{ i } \frac{7}{16}$.

958. Познач на координатній прямій числа: $-3,5$; 1 ; $2,5$; -4 ; 0 ; -2 ; 5 і випиши їх у порядку зростання.

959. Познач на координатній прямій числа: 2 ; $-4,5$; 4 ; -5 ; 0 ; -3 ; $5,5$ та випиши їх у порядку спадання.





Раціональні числа і дії над ними

960. Запиши в порядку спадання числа: 3,8; $-5,2$; 4,7; $-3,8$; 0,6; $-0,3$.

961. Запиши в порядку зростання числа: 7,8; $-8,7$; 8,1; $-7,6$; 0,3; $-0,2$.

962. Запиши всі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами: 1) $-5,6$ і 2; 2) $-8,9$ і $-3,7$.

963. Запиши всі цілі числа, що містяться між числами:

1) $-2,9$ і 4,1; 2) $-10,1$ і $-5,6$.

964. Між якими двома сусідніми цілими числами міститься число: 1) $-6,5$; 2) 4,6; 3) $-3\frac{1}{7}$; 4) $-0,2$; 5) 0,99? Запиши відповідь за допомогою подвійної нерівності, наприклад: $-3 < -2,5 < -2$.

965. Між якими послідовними цілими числами міститься число: 1) $-5,7$; 2) $-2\frac{1}{19}$; 3) 6,7; 4) $-0,19$; 5) $\frac{1}{7}$? Запиши відповідь за допомогою подвійної нерівності.

966. (Усно) 1) У Києві та Львові вимірювали температуру повітря 1, 6, 11, 16, 21 та 26 грудня о 12 год дня. Результати подано в таблиці. Порівняй температуру в Києві та Львові в один і той самий час:

Число	01.12	06.12	11.12	16.12	21.12	26.12
Київ	4,7	2,1	-3,2	-14,7	-8,9	-2,7
Львів	3,8	0	-2,1	-13,9	-10,1	1,3

2) У який із цих днів у Києві була найвища температура, а у Львові найнижча?

967. Запиши чотири послідовних цілих числа:

- 1) менше з яких дорівнює -2 ;
- 2) більше з яких дорівнює -1 .

968. Запиши три послідовних цілих числа:

- 1) більше з яких дорівнює 0;
- 2) менше з яких дорівнює -5 .

969. Познач на координатній прямій усі від'ємні цілі числа, більші за $-6,17$.

970. Познач на координатній прямій усі від'ємні цілі числа, більші за $-4,99$.



Розділ 4

971. Запиши всі цілі числа, що задовольняють нерівність: 1) $-2,17 < x < 3,8$; 2) $-0,5 < x < 1,01$; 3) $-5 \leq x \leq -1$.

972. Знайди всі цілі числа, що задовольняють нерівність:

1) $-2,7 < y < 3,7$; 2) $-3 \leq y < 4,001$.

973. Скільки є цілих чисел, які менші від 15,6, але більші за $-16,7$?

974. (Усно) Числа a і b — від'ємні.

1) $|a| > |b|$. Порівняй a і b ; 2) $a > b$. Порівняй $|a|$ і $|b|$.

975. Знайди найбільше ціле число, що задовольняє нерівність: 1) $a \leq -13,4$; 2) $a \leq -12$.

976. Знайди найменше ціле число, що задовольняє нерівність: 1) $m \geq -18$; 2) $m \geq -12,3$.

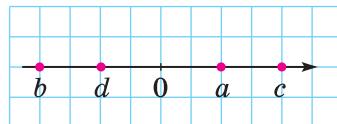
977. Знайди:

1) найбільше ціле число, що задовольняє нерівність $x \leq -5$;

2) найменше ціле число, що задовольняє нерівність $x \geq -14\frac{1}{3}$.

978. (Усно) На координатній прямій (мал. 80) позначили числа a, b, c, d . Порівняй:

- 1) $d \leq b$; 2) $c \leq d$;
3) $d \leq 0$; 4) $-b \leq d$;
5) $-a \leq 0$; 6) $-b \leq -c$.



Мал. 80

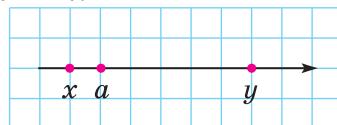
979. Відомо, що a і b — додатні числа, x і y — від'ємні числа. Порівняй:

- 1) $0 < x$; 2) $a < 0$; 3) $-b < 0$; 4) $0 < -y$;
5) $a < y$; 6) $x < b$; 7) $-a < b$; 8) $-x < y$.

980. Відомо, що m — додатне число, а n — від'ємне. Порівняй:

- 1) $0 < m$; 2) $n < 0$; 3) $m < n$;
4) $-m < m$; 5) $n < -n$; 6) $-m < -n$.

981. (Усно) На координатній прямій (мал. 81) числа x і y — протилежні. Яким (додатним чи від'ємним) є число a ?



Мал. 81



Раціональні числа і дії над ними

4 **982.** Замість зірочки підстав цифру так, щоб утворилася правильна нерівність (розглянь усі можливі випадки):

- 1) $-4,03 < -4, *1$; 2) $-0,3 * 7 > -0,316$;
- 3) $-7,3 * 9 < -7,379$; 4) $-42,1 * < -42,16$;
- 5) $-4,4 * 4 > -4,442$; 6) $-3 * ,05 < -32,1$.

983. Запиши всі цілі значення змінної x , які одночасно задовольняють нерівності:

- 1) $-5 \leq x < 6$ і $-7 < x \leq 2$;
- 2) $-8,3 < x < -1,2$ і $|x| \leq 3$.

984. Запиши всі цілі значення змінної y , які одночасно задовольняють нерівності

$$-8,9 < y < 0,2 \text{ і } -5 \leq y \leq 3.$$

985. Запиши три дроби, які задовольняють нерівність

$$-\frac{4}{5} < x < -\frac{3}{5}.$$

986. Порівняй x і $-x$.

Розв'язання. Якщо $x > 0$, то $x > -x$; якщо $x = 0$, то $x = -x$; якщо $x < 0$, то $x < -x$.

987. Чи є правильними твердження:

- 1) якщо $x > 2$, то x — додатне число;
- 2) якщо $x > -1$, то x — додатне число;
- 3) якщо $y < -1$, то y — від'ємне число;
- 4) якщо $y < 2$, то y — від'ємне число?

 **988.**  Знайди число, протилежне:

- 1) сумі чисел $2,4$ і $8\frac{3}{5}$;
- 2) різниці чисел 4 і $1\frac{4}{7}$.

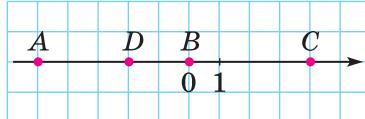
989.  У коробці 20 олівців, з яких 4 — зелених. Навмання виймають один олівець. Яка ймовірність того, що він не зелений?

 **990. Задача-дослідження.** Знайди всі двоцифрові натуральні числа, які кратні добутку своїх цифр.

Розділ 4

Завдання для перевірки знань № 6 (§ 33 — § 37)

1.  Запиши координати точок A , B , C і D , зображеніх на малюнку 83.



Мал. 83

2.  Запиши числа, протилежні до чисел:

1) -3 ; 2) 7 ; 3) 0 ; 4) $-2\frac{1}{3}$.

3.  Яка з точок розміщена праворуч від іншої:

- 1) $A(0)$ чи $B(3)$; 2) $N(0)$ чи $M(-2)$;
3) $P(-2)$ чи $Q(2)$; 4) $D(1)$ чи $C(-3)$?

4.  Накресли координатну пряму, взявши за одиничний відрізок дві клітинки. Познач на ній точки $E(2)$, $F(-3)$, $K\left(-1\frac{1}{2}\right)$, $L(3,5)$.

5.  Порівняй числа: 1) $-4,19$ і $-4,2$; 2) $-\frac{3}{4}$ і $-\frac{5}{6}$.

6.  Обчисли: 1) $\left|-\frac{3}{8}\right| + \left|\frac{5}{6}\right|$; 2) $|-2,8| \cdot |1,25|$.

7.  Розв'яжи рівняння:

1) $-x = 18$; 2) $-x = -7$; 3) $|x| - 4 = 5$; 4) $-|x| = 3$.

8.  Знайди всі цілі числа, при яких буде правильною нерівність $|x| < 2,5$.

9.  Заміни зірочку цифрою так, щоб утворилася правильна нерівність (розглянь всі можливі випадки):

1) $-5,07 < -5, * 5$; 2) $-0,2 * 6 > -0,217$.

Додаткові вправи

10.  Скільки цілих чисел на координатній прямій лежить між числами $-25,9$ і $37,8$?

11.  Запиши три дроби, які задовольняють нерівність $-\frac{3}{7} < x < -\frac{2}{7}$.



Раціональні числа і дії над ними

- 12.** При якому значенні x дріб $\frac{8}{5 - \frac{|x|}{3}}$ дорівнює 2?

38. Додавання від'ємних чисел

Нехай у понеділок Іван узяв у Сергія в борг 2 грн, а у вівторок — ще 3 грн. Тоді за два дні разом борг складає $2 + 3 = 5$ (грн). Борг можна тлумачити як від'ємні числа. Тому суму боргу за два дні можна подати так:

$$(-2) + (-3) = -5.$$

У запису дій з від'ємними числами перший компонент, як правило, записують без дужок: $-2 + (-3)$.

Помічаємо, що в даному випадку *модуль суми дорівнює сумі модулів доданків*: $|-2| + |-3| = |-5|$. Знаходження суми чисел -2 і -3 можна записати так:

$$\begin{aligned} -2 + (-3) &= -(|-2| + |-3|) = -(2 + 3) = -5, \text{ або скорочено:} \\ &-2 + (-3) = -(2 + 3) = -5. \end{aligned}$$

Маємо правило додавання двох від'ємних чисел:



щоб додати два від'ємних числа, достатньо додати їх модулі і перед отриманим числом записати знак «-».

Приклад. 1) $-5,2 + (-4,8) = -(5,2 + 4,8) = -10$;

2) $-7\frac{1}{3} + \left(-2\frac{5}{6}\right) = -\left(7\frac{1}{3} + 2\frac{5}{6}\right) = -9\frac{2+5}{6} = -10\frac{1}{6}$.



Сформулюй правило додавання двох від'ємних чисел. • Чи можна при додаванні двох від'ємних чисел отримати додатне число; нуль; від'ємне число?

- 1** **991. (Усно)** Яким буде результат гри, якщо за 2 партії нараховано:

1) -1 очко і -3 очки; 2) -7 очок і -2 очки.

- 992. (Усно)** Обчисли:

1) $-4 + (-2)$; 2) $-8 + (-1,8)$;

3) $-0,3 + (-3,7)$; 4) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right)$.





Rозділ 4

993. Знайди значення суми:

- 1) $-78 + (-2)$;
- 2) $-2,5 + (-1)$;
- 3) $-0,6 + (-0,2)$;
- 4) $-1,8 + (-12)$;
- 5) $-1,7 + (-2,3)$;
- 6) $-13,8 + (-77,7)$;
- 7) $-3011 + (-4192)$;
- 8) $-6,17 + (-7,9)$.

994. Обчисли:

- 1) $-13 + (-5)$;
- 2) $-3,2 + (-2)$;
- 3) $-0,7 + (-0,3)$;
- 4) $-13 + (-1,5)$;
- 5) $-1,2 + (-1,8)$;
- 6) $-14,2 + (-25,9)$;
- 7) $-5017 + (-4291)$;
- 8) $-2,8 + (-3,21)$.

995. (Усно) За першу половину ночі температура змінилася на -3°C , а за другу — на -2°C . На скільки градусів змінилася температура за ніч?

996. Обчисли:

$$\begin{array}{ll} 1) -\frac{1}{8} + \left(-1\frac{5}{8}\right); & 2) -\frac{4}{9} + \left(-\frac{3}{5}\right); \\ 3) -8\frac{9}{11} + \left(-3\frac{7}{11}\right); & 4) -\frac{11}{25} + \left(-\frac{13}{30}\right). \end{array}$$

997. Знайди значення суми:

$$\begin{array}{ll} 1) -\frac{3}{16} + \left(-2\frac{5}{16}\right); & 2) -\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{6}\right); \\ 3) -3\frac{7}{9} + \left(-2\frac{5}{9}\right); & 4) -\frac{5}{12} + \left(-\frac{2}{15}\right). \end{array}$$

998. Заповни у зошиті таблицю:

a	$-4,7$	$-1\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{8}{9}$	$-\frac{5}{8}$	$-\frac{17}{27}$
b	$-3,92$	-7	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{9}$	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{2}{3}$
$a + b$						

999. Заповни у зошиті таблицю:

x	$-8,37$	-13	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{7}{9}$
y	$-9,8$	$-1\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{10}$	$-\frac{5}{12}$	$-\frac{11}{15}$
$x + y$					





Рациональні числа і дії над ними

1000. Знайди значення виразу:

- 1) $(-3,17 + (-8,92)) + (-5,27)$;
- 2) $-4,13 + (-209,6 + (-13,19))$.

1001. Обчисли:

- 1) $-5,79 + (-27,5 + (-36,17))$;
- 2) $(-8,25 + (-7,13)) + (-1,49)$.

1002. Постав замість * знак $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $-27 + (-37) * -37$;
- 2) $-39 + (-21) * -72$;
- 3) $-82 + (-11) * -83$;
- 4) $-37 + (-42) * -47 + (-32)$.

1003. Постав замість * знак $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $-71 + (-19) * -71$;
- 2) $-94 + (-47) * -139$;
- 3) $-87 + (-13) * -100$;
- 4) $-95 + (-13) * -87 + (-24)$.

1004. Знайди значення виразу $-a + (-b)$, якщо:

- 1) $a = 12,7$; $b = 13,48$;
- 2) $a = 1\frac{1}{2}$; $b = \frac{5}{16}$.

1005. Знайди значення виразу $x + y + (-17,2)$, якщо:

- 1) $x = -19$; $y = -27,5$;
- 2) $x = -23,9$; $y = -37,14$.

3 **1006.** Обчисли:

- 1) $-1\frac{7}{8} + \left(-7\frac{5}{9}\right)$;
- 2) $-4\frac{11}{12} + \left(-8\frac{9}{16}\right)$;
- 3) $-1\frac{3}{14} + \left(-2\frac{4}{63}\right)$;
- 4) $-2\frac{1}{2} + (-0,65)$;
- 5) $-3\frac{1}{7} + (-2,8)$;
- 6) $-3\frac{2}{3} + (-0,6)$.

1007. Обчисли суму:

- 1) $-1\frac{3}{5} + \left(-2\frac{5}{6}\right)$;
- 2) $-5\frac{7}{15} + \left(-8\frac{3}{10}\right)$;
- 3) $-4\frac{9}{14} + \left(-2\frac{4}{21}\right)$;
- 4) $-0,85 + \left(-4\frac{1}{2}\right)$;
- 5) $-4\frac{3}{10} + (-1,2)$;
- 6) $-5,15 + \left(-2\frac{1}{4}\right)$.

1008. До суми чисел $-7\frac{3}{4}$ і $-5\frac{5}{6}$ додай число, протилежне числу $\frac{1}{3}$.

1009. До числа, протилежного числу 3,5, додай суму чисел $-1\frac{3}{14}$ і $-1\frac{2}{7}$.



Розділ 4

1010. Знайди значення виразу

$$\left(-2\frac{3}{8} + \left(-2\frac{1}{4} \right) \right) + \left(-7\frac{5}{6} + \left(-2\frac{5}{12} \right) \right).$$

1011. Добери таке число, щоб утворилася правильна рівність:

- 1) $-2 + \dots = -13$; 2) $\dots + (-0,8) = -1,89$;
3) $-\frac{1}{4} + \dots = -\frac{5}{12}$; 4) $\dots + \left(-1\frac{3}{8} \right) = -5\frac{7}{12}$.

1012. Добери число так, щоб утворилася правильна рівність: 1) $\dots + (-13,2) = -15,2$; 2) $-\frac{5}{9} + \dots = -\frac{11}{12}$.

1013. Подай у вигляді суми двох рівних доданків число:

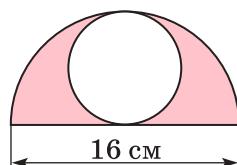
- 1) -18 ; 2) -7 ; 3) $-4,7$; 4) $-5\frac{1}{2}$.

1014. Порівняй значення виразів $a + b$ та $x + y$, якщо $a = -2\frac{2}{5}$; $b = -3,8$; $x = -5\frac{1}{4}$; $y = -0,95$.

1015. Порівняй значення виразів $m + n$ та $p + q$, якщо $m = -3\frac{1}{4}$; $n = -1,8$; $p = -2\frac{3}{4}$; $q = -2,2$.

1016. Накресли координатну пряму, взявши за одиничний відрізок п'ять клітинок. Познач на ній точки $A(-1,2)$, $B(-0,8)$, $C(2,2)$, $D\left(\frac{1}{5}\right)$ і $E\left(-\frac{2}{5}\right)$.

1017. Яйця в середньому містять 12,5 % білків і 12 % жирів. Скільки грамів білків і скільки грамів жирів міститься в п'яти яйцях, якщо маса одного яйця 60 г?



Мал. 84

1018. Знайди площину зафарбованої фігури (мал. 84).

1019. Головка сиру має форму циліндра. Продавець трьома прямими розрізами поділив її на 8 частин. Як він це зробив?



Рациональні числа і дії над ними



39. Додавання двох чисел з різними знаками

Припустимо, що в понеділок Іван заборгував Сергію 3 грн, а у вівторок повернув борг, тобто віддав Сергію 3 грн. Оскільки борг можна тлумачити як від'ємні числа, а майно — як додатні, то розрахунок між хlopцями можна подати так:

$$-3 + 3 = 0.$$

Числа -3 і 3 — протилежні, їх сума дорівнює нулю.



Сума двох протилежніх чисел дорівнює нулю.

Приклад 1. 1) $5 + (-5) = 0$; 2) $-2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} = 0$; 3) $1,23 + (-1,23) = 0$.

Якщо у понеділок Іван заборгував Сергію 3 грн, а у вівторок повернув 2 грн, то борг Івана Сергію становить 1 грн. Це можна записати так: $-3 + 2 = -1$.

У цій рівності модулі доданків дорівнюють 3 і 2, а модуль суми дорівнює 1, тобто модуль суми дорівнює різниці більшого і меншого модулів. Знак, який стоїть перед знайденим числом (мінус), збігається зі знаком доданка, модуль якого є більшим (числа -3).

Нехай у понеділок Іван заборгував Сергію 3 грн, а ввечері отримав від батьків 5 грн. Коли Іван віддасть борг, то в нього ще залишиться 2 грн. Тоді маємо: $-3 + 5 = 2$.

У цій рівності модулі доданків дорівнюють 3 і 5, а модуль суми 2, тобто модуль суму знову дорівнює різниці більшого і меншого модулів. Знак, який стоїть перед знайденим числом (плюс), знову збігається зі знаком доданка, модуль якого є більшим (числа 5).

Маємо правило додавання двох чисел з різними знаками:



щоб додати два числа з різними знаками, достатньо від більшого модуля доданків відняти менший модуль і записати перед знайденим числом знак того доданка, модуль якого більший.





Розділ 4

Виконуючи обчислення, зручно спочатку визначити і записати знак суми, а потім у дужках записати різницю модулів.

Приклад 2. 1) $-12 + 8 = -(12 - 8) = -4$;

2) $10 + (-13) = -(13 - 10) = -3$;

3) $13 + (-7) = +(13 - 7) = 6$, або $13 + (-7) = 13 - 7 = 6$;

4) $-8 + 15 = +(15 - 8) = 7$, або $-8 + 15 = 15 - 8 = 7$.

Розглянемо приклад додавання звичайних дробів з різними знаками, в якому спочатку треба порівняти модулі доданків і, лише після цього, застосувати правило.

Приклад 3.
$$-\frac{7}{12} + \frac{5}{9} = -\frac{21}{36} + \frac{20}{36} = -\left(\frac{21}{36} - \frac{20}{36}\right) = -\frac{1}{36}$$
.

Якщо до числа a додати додатне число, то отримана сума буде більшою за a ; якщо додати від'ємне число, то отримана сума буде меншою від a . Справді:

$$\begin{array}{lll} 5 + 7 = 12 > 5; & 5 + 3 = 8 > 5; & 5 + 19 = 24 > 5; \\ 5 + (-2) = 3 < 5; & 5 + (-5) = 0 < 5; & 5 + (-8) = -3 < 5. \end{array}$$



Якому числу дорівнює сума протилежних чисел?

- Сформулюй правило додавання двох чисел з різними знаками.
- Наведи приклад, у якому сумаю двох чисел з різними знаками є число додатне; нуль; число від'ємне.

1020. Назви знак суми:

1) $-2 + 3$; 2) $4 + (-5)$; 3) $8 + (-8)$; 4) $-17 + 1$.

1021. (Усно) Яка сума дорівнює нулю:

$$\begin{array}{ll} 1) 2,1 + (-2); & 2) 9 + (-9); \\ 3) -8,5 + 1,2; & 4) -4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} \end{array}$$

1022. (Усно) Обчисли:

$$\begin{array}{ll} 1) -40 + 20; & 2) 18 + (-7); \\ 3) 500 + (-600); & 4) -20 + 32. \end{array}$$

1023. Знайди суму чисел:

$$\begin{array}{ll} 1) 25 + (-15); & 2) -110 + 37; \\ 3) 4,9 + (-5); & 4) -2,3 + 2,5. \end{array}$$

1024. Знайди суму чисел:

$$\begin{array}{ll} 1) 32 + (-12); & 2) -115 + 15; \\ 3) 4,2 + (-8,2); & 4) -7,3 + 7,9. \end{array}$$





Раціональні числа і дії над ними

1025. (Усно) Обчисли остаточний результат гри, якщо за дві партії нараховано:

- 1) -2 очки і $+3$ очки; 2) $+5$ очок і -7 очок;
 3) -4 очки і $+4$ очки.

1026. Виконай додавання:

$$\begin{array}{lll} 1) -4,254 + 6,44; & 2) -6,7 + 5,9; & 3) -4,8 + 4,8; \\ 4) 0,8957 + (-1); & 5) \frac{5}{12} + \left(-\frac{7}{9}\right); & 6) -\frac{11}{42} + \frac{5}{28}; \\ 7) 1 + \left(-\frac{11}{38}\right); & 8) \frac{7}{10} + \left(-\frac{9}{14}\right); & 9) -\frac{4}{25} + \frac{7}{15}. \end{array}$$

1027. Виконай додавання:

$$\begin{array}{lll} 1) 5,75 + (-3,83); & 2) -5,5 + 7,23; & 3) -1 + 1,138; \\ 4) 5,9 + (-5,9); & 5) \frac{3}{4} + \frac{1}{6}; & 6) \frac{5}{18} + \left(-\frac{7}{24}\right); \\ 7) -\frac{7}{13} + 1; & 8) \frac{5}{42} + \left(-\frac{11}{63}\right); & 9) -\frac{17}{18} + \frac{13}{24}. \end{array}$$

1028. Знайди значення виразу $x + (-4,5)$, якщо $x = 0,92$; $-0,8$; $4,5$; $5,2$.

1029. Знайди значення виразу $-5,2 + y$, якщо $y = 8,3$; $5,2$; $-2,3$; $0,8$.

1030. (Усно) Які з нерівностей (рівностей) правильні, а які — ні:

- 1) $200 + (-40) > 0$; 2) $7,39 + (-8,32) > 0$;
 3) $29,7 + (-29,7) < 0$; 4) $-14,7 + 14,7 = 0$;
 5) $-82 + 81 < 0$; 6) $-20 + 2 < -20$;
 7) $28 + (-13) > 28$; 8) $-29 + (-29) < -29$;
 9) $-8 + 0 = 0$?

1031. Обчисли:

1) $(8,23 + (-5,47)) + (-3,84)$; 2) $4,47 + (-2,98 + 0,47)$.

1032. Обчисли:

1) $(4,42 + (-10,8)) + 17,3$; 2) $-8,13 + (-3,42 + 4,59)$.

1033. Додай:

- 1) до суми чисел -56 і 37 число -19 ;
 2) до числа 12 суму чисел -39 і 15 .

Розділ 4

1034. Додай до суми чисел -12 і 14 суму чисел 18 і -25 .

1035. За даними таблиці знайди суму:

m	$-3,75$	$2,6$	$-\frac{2}{7}$	$4,2$	$\frac{3}{14}$	-1
n	$0,785$	$-1,94$	1	$-4,2$	$-\frac{11}{21}$	$\frac{5}{9}$
$m + n$						

1036. За даними таблиці знайди суму:

a	$4,61$	$-3,08$	$-\frac{3}{10}$	$7,9$	$\frac{1}{30}$	-1
b	$-3,29$	$0,69$	1	$-7,9$	$-\frac{1}{20}$	$\frac{4}{7}$
$a + b$						

1037. Знайди значення виразу:

- 1) $(-8,92 + 7,39) + (4,82 + (-3,17))$;
- 2) $(4,39 + (-5,19)) + (-8,13 + 9,42)$.

1038. Знайди значення виразу:

- 1) $(-5,17 + 4,92) + (7,42 + (-6,59))$;
- 2) $(3,48 + (-2,17)) + (-7,18 + 4,49)$.

1039. Серед чисел $-1,8; 1,7; 1,26; -2,5; 2,5; 1,59$ знайди ті, які задовольняють нерівність $x + (-4,2) > -2,6$.

1040. Серед чисел $-0,8; 4,7; 5; -0,41; 6,7; -0,9$ знайди ті, які задовольняють нерівність $-5,8 + y < -6,2$.

1041. Постав замість $*$ знак $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $200 + (-300) * 0$;
- 2) $0 * -150 + 200$;
- 3) $423 + (-423) * 0$;
- 4) $-8,2 + 13 * 5$;
- 5) $19 + (-20,7) * -2$;
- 6) $-18 * -29 + 11$.

1042. Постав замість $*$ знак $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $-180 + 270 * 0$;
- 2) $0 * 130 + (-150)$;
- 3) $1,17 + (-1,17) * 0$;
- 4) $4,8 + (-3,7) * 1$;
- 5) $-14,7 + 9,8 * -5$;
- 6) $-17,8 * -18 + 1,2$.



Раціональні числа і дії над ними

1043. Знайди значення виразу:

- 1) $-3\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6}$;
- 2) $7\frac{2}{9} + \left(-2\frac{3}{4}\right)$;
- 3) $-4\frac{5}{6} + \left(-5\frac{3}{5}\right)$;
- 4) $-7\frac{3}{8} + 4\frac{7}{10}$;
- 5) $-10 + 8\frac{7}{13}$;
- 6) $7\frac{5}{9} + \left(-6\frac{11}{12}\right)$;
- 7) $-\frac{3}{4} + 3,6$;
- 8) $2,05 + \left(-3\frac{2}{5}\right)$;
- 9) $-0,45 + \left(-2\frac{1}{4}\right)$;
- 10) $-0,4 + 1\frac{4}{15}$;
- 11) $4\frac{2}{3} + (-5,1)$;
- 12) $2\frac{1}{6} + (-1,12)$.

1044. Знайди значення виразу:

- 1) $4\frac{7}{8} + \left(-3\frac{1}{9}\right)$;
- 2) $-4\frac{2}{7} + \left(-5\frac{1}{3}\right)$;
- 3) $-7\frac{2}{9} + 3\frac{5}{6}$;
- 4) $-12 + 9\frac{8}{11}$;
- 5) $-1\frac{3}{10} + 2,7$;
- 6) $-5,25 + 4\frac{3}{4}$;
- 7) $2,81 + \left(-1\frac{7}{10}\right)$;
- 8) $1\frac{8}{9} + (-2,05)$.

1045. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

- 1) до числа $3\frac{1}{2}$ додали суму чисел $-7\frac{2}{3}$ і $5\frac{1}{6}$;
- 2) до суми чисел $-12,42$ і $13,67$ додали число $-2\frac{1}{5}$.

1046. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

до числа $5\frac{7}{8}$ додали суму чисел $-9\frac{1}{8}$ і $4\frac{5}{6}$.

1047. Виконай дії: $\left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) + 0,45$.

1048. Виконай дії: $-0,55 + \left(\frac{13}{28} + \left(-\frac{2}{7}\right)\right)$.

1049. Добери корінь рівняння і виконай перевірку:

- 1) $y + (-3) = 5$;
- 2) $-8 + x = -3$;
- 3) $a + 8 = -3$;
- 4) $7 + b = 2$.

1050. Замість $*$ постав знак $+$ або $-$, щоб була правильною рівність:

- 1) $(*)20 + (*)15 = -5$;
- 2) $(*)15 + (*)17 = -32$;
- 3) $(*)7 + (*)9 = 2$;
- 4) $(*)11 + (*)11 = 0$;





Rозділ 4

5) $(-29) + (-11) = 40$; 6) $(-19) + (-19) = -38$.

1051. Замість $*$ постав знак $+$ або $-$, щоб була правильною рівність:

1) $(-10) + (-15) = 5$;	2) $(-13) + (-12) = 25$;
3) $(-10) + (-10) = -20$;	4) $(-5) + (-7) = -2$;
5) $(-1) + (-1) = 0$;	6) $(-3) + (-2) = 1$.

1052. До суми чисел $2,25$ і $-3\frac{3}{4}$ додай число, взаємно обернене з числом $1\frac{1}{5}$.

1053. Знайди суму, доданками якої є числа: обернене і протилежне до числа $7,5$.

1054. Яка з нерівностей, де $x < 0$, є правильною, а яка — ні:

1) $x + 3 > 3$;	2) $-5 + x < -5$;	3) $x + 7,6 < 7,6$;
4) $-5 + x > 0$;	5) $x + x > 0$;	6) $x + x < x$?

1055. Яка з нерівностей, де $y > 0$, є правильною, а яка — ні:

1) $-8 + y > -8$;	2) $y + (-2,8) < -2,8$;	3) $y + 7 < 0$;
4) $y + (-0,7) > -0,7$;	5) $y + y < 0$;	6) $y + y > y$?

1056. Знайди значення виразу $|a + b| + a$, якщо:

1) $a = -2,5$; $b = 1,7$; 2) $a = -3\frac{1}{4}$; $b = 2\frac{5}{6}$.

1057. Знайди у відсотках зміну величини:

- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| 1) від 5 т до 7 т; | 2) від 10 см до 7 см; |
| 3) від 40 г до 48 г; | 4) від 1 ц до 90 кг; |
| 5) від 80 коп. до 1 грн; | 6) від 1 год до 45 хв. |

1058. Швидкість велосипедиста 18 км/год. Вирази її у метрах за хвилину.

1059. Периметр прямокутника дорівнює 70 см. Знайди площину цього прямокутника, якщо його сторони відносяться як $3 : 4$.

1060. Прямокутник з довжинами сторін 4 см і 9 см розріж на дві частини так, щоб з них можна було скласти квадрат.





Раціональні числа і дії над ними

§ 40. Властивості додавання

Для додавання раціональних чисел, як і для додавання додатних чисел, справдіжаються переставна і сполучна властивості.

Переставна властивість додавання.



Для будь-яких раціональних чисел a і b виконується рівність

$$a + b = b + a.$$

Перевіримо цю властивість на прикладах.

Приклад 1. $-8 + (-3) = -11$; $-3 + (-8) = -11$, тому $-8 + (-3) = -3 + (-8)$.

Приклад 2. $-2 + 5 = 3$; $5 + (-2) = 3$, тому $-2 + 5 = 5 + (-2)$.

Сполучна властивість додавання.



Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Перевіримо цю властивість на прикладі.

Приклад 3. $(-2 + 7) + (-8) = 5 + (-8) = -3$;

$-2 + (7 + (-8)) = -2 + (-1) = -3$, тому

$(-2 + 7) + (-8) = -2 + (7 + (-8))$.



Для будь-якого раціонального числа a виконуються рівності:

$$a + 0 = 0 + a = a; \quad a + (-a) = -a + a = 0.$$

Властивості додавання дають можливість спростити процес обчислення суми кількох доданків, обираючи зручний порядок обчислень. Якщо необхідно додати кілька чисел, серед яких є додатні і від'ємні числа, то можна окремо додати всі додатні числа і окремо всі від'ємні, а потім до суми додатних чисел додати суму від'ємних. Якщо серед доданків є протилежні числа, то сума цих доданків дорівнює нулю. Такі доданки можна закреслити (кажуть, що доданки взаємно знишилися).

Приклад 4. Обчислити суму:

$$-7 + (-4) + 11 + (-5) + 7 + (-12) + 8 + 1.$$





Розділ 4

Розв'язання. Зазначимо, що серед доданків є протилежні числа: -7 і 7 , сума яких дорівнює нулю. Їх можна закреслити. Далі згрупуємо числа з однаковими знаками:

$$\cancel{7} + (-4) + 11 + (-5) + \cancel{7} + (-12) + 8 + 1 = \\ = (-4 + (-5) + (-12)) + (11 + 8 + 1) = -21 + 20 = -1.$$



У чому полягають переставна та сполучна властивості додавання? • Чому дорівнює $x + 0$; $x + (-x)$?

1061. (Усно) Обчисли, враховуючи, що $a + (-a) = 0$:

- 1) $7 + (-7) + 8$; 2) $-11 + (-9) + 9$; 3) $-2 + 9 + 2$.

1062. Знайди суму:

- 1) $4 + (-4)$; 2) $-17 + 17 + (-2)$; 3) $-4 + (-8) + 4$.

1063. Перевір переставну властивість додавання $a + b = b + a$, якщо:

- 1) $a = -5$; $b = 7$; 2) $a = 4$; $b = -8$; 3) $a = -4$; $b = -7$.

1064. (Усно) Обчисли:

- 1) $5 + (-3) + 2$; 2) $-7 + 2 + (-1)$;
3) $-4 + (-2) + 5$; 4) $6 + (-3) + (-5) + 2$.

1065. Виконай додавання, обираючи зручну послідовність обчислень:

- 1) $-8 + 7 + (-7) + 8$;
2) $43 + (-20) + (-37) + 20$;
3) $-3,63 + 4,28 + 2,72 + (-7,37)$;
4) $-1,48 + 5 + 1,48 + (-7) + 2$.

1066. Виконай додавання, обираючи зручну послідовність обчислень:

- 1) $-19 + 11 + (-11) + 19$;
2) $-41 + (-17) + 37 + 17$;
3) $3,47 + (-1,11) + (-8,89) + 5,53$;
4) $1,5 + (-8) + (-1,5) + 7 + (-2)$.

1067. Перевір сполучну властивість додавання $(a + b) + c = a + (b + c)$, якщо:

- 1) $a = -5$; $b = 7$; $c = -9$; 2) $a = 11$; $b = -7$; $c = -3$.

1068. Перевір сполучну властивість додавання $(a + b) + c = a + (b + c)$, якщо:

- 1) $a = -8$; $b = -7$; $c = 19$; 2) $a = 14$; $b = 17$; $c = -40$.





Раціональні числа і дії над ними

1069. Знайди значення виразу:

- 1) $\frac{4}{17} + \left(-\frac{3}{17} \right) + \left(-\frac{5}{17} \right) + \frac{6}{17};$
- 2) $\frac{3}{20} + \left(-\frac{7}{20} \right) + \frac{9}{20} + \left(-\frac{11}{20} \right);$
- 3) $-\frac{4}{7} + \frac{13}{19} + \left(-\frac{3}{7} \right) + 2\frac{6}{19};$
- 4) $-2\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3} + 7\frac{1}{3} + \left(-9\frac{1}{3} \right);$
- 5) $4\frac{1}{7} + 2\frac{5}{9} + \left(-4\frac{7}{9} \right) + \left(-4\frac{1}{7} \right);$
- 6) $-\frac{1}{2} + \left(-1\frac{1}{2} \right) + \left(-2\frac{1}{2} \right) + 5 + \left(-3\frac{1}{2} \right).$

1070. Обчисли:

- 1) $\frac{4}{19} + \left(-\frac{5}{19} \right) + \frac{7}{19} + \left(-\frac{13}{19} \right);$
- 2) $1\frac{2}{3} + \left(-\frac{8}{17} \right) + 5\frac{1}{3} + \left(-\frac{9}{17} \right);$
- 3) $-5\frac{1}{7} + 4\frac{4}{7} + 2\frac{6}{7} + \left(-1\frac{2}{7} \right);$
- 4) $9\frac{1}{11} + 5\frac{7}{13} + \left(-8\frac{3}{11} \right) + \left(-5\frac{7}{13} \right).$

1071. Обчисли значення виразу $x + (-3) + y$, якщо:

- 1) $x = -8,5; y = 7,9;$
- 2) $x = 4; y = 1,2.$

1072. Виконай додавання:

- 1) $12 + 15 + (-17) + (-18) + 19 + (-1);$
- 2) $-23 + 28 + (-11) + (-34) + 29 + 11;$
- 3) $-44,03 + (-62,07) + 92,13 + 1,05;$
- 4) $-1592,69 + (-29,47) + 113,92 + (-18,01).$

1073. Виконай додавання:

- 1) $-18 + (-7) + 14 + 25 + 13 + (-10);$
- 2) $37 + (-18) + 23 + 1 + (-42) + (-5);$
- 3) $15,7 + 16,3 + (-8,13) + (-18,5);$
- 4) $14,5 + (-18,3) + (-17,1) + (-8,9).$

1074. Заміни зірочку знаком $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна рівність або нерівність:

- 1) $2 + (-7) + (-2) * 8 + (-8) + 3;$
- 2) $14 + (-2) + (-3) * (-3) + 14 + (-2);$
- 3) $0 + 9 + (-8) * 0 + 8 + (-9);$
- 4) $4 + (-7) + (-4) + 7 * 11 + 1 + (-11).$

1075. У касі було 1000 грн. Протягом дня касир кілька разів приймав і видавав гроші та занотував це так:

Розділ 4

-140 грн; 300 грн; -500 грн; -120 грн; 180 грн; 320 грн.
Скільки гривень стало в касі в кінці дня?

1076. На складі було 45 банок з фарбою. Протягом дня комірник кілька разів приймав і видавав банки з фарбою та зробив такі записи: 12 банок; -18 банок; 7 банок; -8 банок; -11 банок. Скільки банок з фарбою стало на складі в кінці дня?

1077. Знайди суму всіх цілих чисел, що розміщені на координатній прямій між числами:

1) $-5,1$ і $3,8$; 2) $-12,3$ і $14,5$; 3) $-2013\frac{1}{2013}$ і $2012\frac{1}{2012}$.

1078. Знайди суму всіх цілих чисел, що задовольняють нерівність:

1) $-4,17 < x < 5,91$; 2) $-12,5 < x < 10,7$.

1079. Виконай дії:

1) $1\frac{5}{6} + \left(-2\frac{4}{9}\right) + \left(-\frac{5}{8}\right) + 2\frac{7}{12}$; 2) $-7\frac{4}{9} + 6\frac{3}{4} + \left(-2\frac{5}{12}\right)$;
3) $-2\frac{1}{5} + 9\frac{21}{25} + \left(-5\frac{7}{10}\right)$; 4) $-42,08 + \left(-6\frac{2}{5}\right) + \left(-7\frac{3}{4}\right)$;
5) $-5,1 + \left(-3\frac{3}{10}\right) + 5\frac{1}{3} + (-0,7)$;
6) $-3\frac{2}{5} + (-8,75) + 15\frac{3}{10} + \left(-6\frac{8}{15}\right)$.

1080. Знайди значення виразу:

1) $1\frac{2}{3} + \left(-1\frac{7}{8}\right) + \frac{5}{6} + \left(-2\frac{7}{12}\right)$; 2) $1\frac{1}{2} + \left(-17\frac{2}{5}\right) + 12\frac{3}{4}$;
3) $-3\frac{3}{7} + 7\frac{9}{14} + \left(-4\frac{5}{21}\right)$; 4) $-1,3 + \left(-1\frac{7}{10}\right) + 3\frac{2}{3}$;
5) $-2,5 + 1\frac{5}{6} + \left(-2\frac{1}{6}\right) + (-3,7)$;
6) $5,2 + \left(-4\frac{7}{16}\right) + 5\frac{3}{80} + (-4,7)$.

1081. Спрости вираз і знайди його значення:

1) $-9,6 + x + 4,42 + (-1,8) + 1,13$, якщо $x = 5; -1,7$;

Раціональні числа і дії над ними

- 2) $4,31 + (-2,42) + a + (-1,17) + (-1,18)$, якщо $a = -0,8$;
 $0,47$;
- 3) $5,42 + x + (-2,17) + (-2,38) + y + 1,18$, якщо $x = -1,13$;
 $y = 1,19$.

1082. Спрости вираз і знайди його значення:

- 1) $5,7 + (-4,8) + a + 1,17 + (-3,92)$, якщо $a = 1,19$;
 $-2,32$;
- 2) $4,47 + m + (-2,37) + n + (-0,32) + 1,12$, якщо $m = -3,17$;
 $n = 0,27$.

4 1083. Дано числа $9; -8; 7,3; -6,7; -5$ і $1,4$. Знайди:

- 1) число, протилежне до суми цих чисел;
- 2) суму чисел, протилежних до даних чисел;
- 3) суму модулів цих чисел;
- 4) модуль суми цих чисел.

1084. Дано числа $1,8; -2,3; 4,7; -5,8; -4,1$. Знайди:

- 1) число, протилежне до суми цих чисел;
- 2) суму чисел, протилежних до даних чисел.

1085. За якої умови рівність $a + b + c + d = 0$ буде правильною, якщо a і d — протилежні числа?

 **1086.**  За $0,8$ кг печива заплатили $23,04$ грн. Скільки треба заплатити за $1,5$ кг такого печива?

 **1087.**  Андрій під час канікул мав розв'язати 28 задач, а розв'язав 35 задач. Скільки відсотків завдання він виконав і на скільки відсотків перевиконав?

 **1088.** Три однакових за вагою яблука важчі, ніж чотири однакові груші. Що важче: 4 яблука чи 5 груш?

§ 41. Віднімання раціональних чисел

Віднімання — це дія, за допомогою якої за даною сумою двох доданків і одним з них знаходять другий доданок.

Наприклад, $-4 + 7 = 3$, тому $3 - 7 = -4$. Такий самий результат отримаємо, якщо до числа 3 додамо число, протилежне числу 7 , тобто число -7 . Справді, $3 + (-7) = -4$. Тому різницю $3 - 7$ можна подати сумою $3 + (-7)$,



Розділ 4

у якій до зменшуваного додається число, протилежне від'ємнику: $3 - 7 = 3 + (-7)$.

Маємо правило віднімання раціональних чисел:



Щоб від одного числа відняти друге, достатньо до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

Запишемо у вигляді формулі (a і b — будь-які раціональні числа):

$$a - b = a + (-b).$$

Коли зменшуване більше за від'ємник, то різниця додатна (наприклад, $5 - 3 = 2$; $-5 - (-7) = -5 + 7 = 2$). Коли зменшуване менше за від'ємник, то різниця від'ємна (наприклад, $3 - 9 = 3 + (-9) = -6$; $-4 - 2 = -4 + (-2) = -6$). Різниця дорівнює нулю, коли зменшуване і від'ємник між собою рівні (наприклад, $7 - 7 = 0$, $-5 - (-5) = -5 + 5 = 0$).

Оскільки віднімання можна замінити додаванням протилежного до від'ємника числа, то будь-яку різницю можна подати у вигляді суми.

Приклад 1. Обчислити: $-12 + 7 - 9 - (-8) + 5$.

Розв'язання. $-12 + 7 - 9 - (-8) + 5 = -12 + 7 + (-9) + 8 + 5 = (-12 + (-9)) + (7 + 8 + 5) = -21 + 20 = -1$.

Приклад 2. Спростити: $-1 + m - 5 + 7 - m - (-2)$.

Розв'язання. $-1 + m - 5 + 7 - m - (-2) = -1 + m + (-5) + 7 + (-m) + 2 = (-1 + (-5)) + (7 + 2) + (m + (-m)) = -6 + 9 + 0 = 3$.



Сформулюй правило віднімання раціональних чисел. ● Як можна записати це правило у вигляді буквенного виразу? ● У якому випадку різниця двох чисел є додатною; є від'ємною; дорівнює нулю?

1089. Заміни віднімання додаванням:

- 1) $-8,2 - 5,7$;
- 2) $14 - 21,5$;
- 3) $-9 - (-17)$;
- 4) $19 - (-13,1)$.

1090. Заміни різницю на суму:

- 1) $12 - 14$;
- 2) $-18,7 - 5$;
- 3) $17 - (-18,2)$;
- 4) $-5 - (-8)$.





Раціональні числа і дії над ними

1091. (Усно) Обчисли:

$$\begin{array}{lll} 1) 0 - 8; & 2) 2 - 4; & 3) -2 - 3; \\ 4) -2 - (-5); & 5) 7 - (-1); & 6) -5 - (-5). \end{array}$$

1092. Обчисли різницю:

$$\begin{array}{lll} 1) 7 - 13; & 2) -5 - 3; & 3) 13 - (-7); \\ 4) -12 - (-5); & 5) 0 - 12; & 6) -5 - (-9); \\ 7) 0 - (-18); & 8) -8 - (-8). \end{array}$$

1093. Виконай віднімання:

$$\begin{array}{lll} 1) 4 - 5; & 2) -4 - 7; & 3) 12 - (-8); \\ 4) -17 - (-18); & 5) 0 - (-15); & 6) -3 - (-2); \\ 7) 0 - 5; & 8) -4 - (-4). \end{array}$$

1094. Виконай віднімання:

$$\begin{array}{lll} 1) 3,4 - 6,7; & 2) 12,7 - (-8); & 3) -14,7 - 17,4; \\ 4) -18,9 - (-19,2); & 5) \frac{3}{7} - 1; & 6) -\frac{2}{7} - 4; \\ 7) -5\frac{1}{2} - \left(-4\frac{1}{2}\right); & 8) 4\frac{1}{7} - \left(-3\frac{2}{7}\right). \end{array}$$

1095. Обчисли різницю:

$$\begin{array}{lll} 1) 14,9 - 15,1; & 2) 32,5 - (-7); & 3) -12,3 - 13,2; \\ 4) -12,9 - (-8,9); & 5) \frac{7}{8} - 1; & 6) -\frac{2}{9} - 3; \\ 7) -4\frac{1}{3} - \left(-5\frac{1}{3}\right); & 8) 2\frac{5}{9} - \left(-1\frac{4}{9}\right). \end{array}$$

1096. За даними таблиці знайди різниці:

a	4,7	5,2	0	-2,7	-4,2	2,9	-9	$-\frac{3}{8}$
b	3,1	9,4	8	3,2	-5,8	-5,4	0	$\frac{5}{8}$
$a - b$								
$b - a$								

Яку закономірність можна помітити?

1097. Виконай віднімання:

$$1) \frac{2}{9} - \left(-\frac{1}{6}\right); \quad 2) -\frac{3}{8} - \left(-\frac{7}{10}\right); \quad 3) \frac{7}{12} - \frac{13}{18}; \quad 4) -\frac{11}{12} - \frac{8}{9}.$$



Rозділ 4

1098. Обчисли:

$$1) -\frac{1}{2} - \left(-\frac{7}{18} \right); \quad 2) \frac{3}{4} - \left(-\frac{7}{8} \right); \quad 3) -\frac{5}{16} - \frac{7}{12}; \quad 4) -\frac{7}{12} - \left(-\frac{8}{15} \right).$$

1099. Перевір рівність $a - (-b) = a + b$, якщо:

- 1) $a = 7; b = 9$; 2) $a = -0,8; b = 0,6$;
3) $a = 3; b = -5$; 4) $a = -2,7; b = -3,1$.

1100. Перевір рівність $x - (-y) = x + y$, якщо:

- 1) $x = 4; y = 8$; 2) $x = -0,5; y = 0,9$;
3) $x = 4; y = -7$; 4) $x = -5,1; y = -4,9$.

1101. Знайди значення виразу $-4,8 - t$, якщо $t = 2,8; -2,9$.

1102. Знайди значення виразу $-a - 2,5$, якщо $a = 4,2; -1,3$.

1103. Заміни віднімання додаванням і обчисли:

- 1) $-42 + 87 - 56 + 13$; 2) $-1 + 7 - (-13)$;
3) $4,17 - 5,2 - 1,8$; 4) $5,7 + (-1,4) - (-8,9)$;
5) $-4,9 + (-5,4) - 10,2$; 6) $-8,92 - 7,13 - 5,8$.

1104. Заміни віднімання додаванням і обчисли:

- 1) $47 - 82 - 11 + 27$; 2) $-5 - (-8) + 11$;
3) $5,92 - 6,92 - 1,9$; 4) $-5,3 + (-3,9) - 8,7$;
5) $9,2 - 1,9 - (-5,8)$; 6) $-4,1 - 4,2 - 4,3$.

1105. Зменш число -2 на кожне із чисел:

- 1) 8; 2) 3; 3) 1; 4) -2 ; 5) -7 ; 6) $-11,2$.

1106. Знайди значення виразу:

$$1) \frac{1}{8} - \frac{5}{12} - \left(-\frac{1}{4} \right); \quad 2) -\frac{2}{9} - \frac{7}{18} - \left(-\frac{1}{6} \right); \quad 3) \frac{1}{12} - \frac{7}{18} - \frac{4}{9} + \frac{5}{6}.$$

1107. Обчисли:

$$1) \frac{2}{9} - \left(-\frac{1}{18} \right) + \frac{1}{2}; \quad 2) -\frac{4}{7} + \frac{3}{14} - \frac{1}{21}; \quad 3) \frac{1}{6} - \frac{3}{8} - \frac{5}{12} + \frac{2}{3}.$$

1108. Розв'яжи рівняння і зроби перевірку:

- 1) $-5 + x = 6$; 2) $x + 7 = -9$; 3) $4 - x = 8$.

1109. Розв'яжи рівняння і зроби перевірку:

- 1) $x + (-7) = 13$; 2) $5 - x = 13$; 3) $9 + x = -8$.

1110. На скільки градусів знизилася (підвищилася) температура, якщо покази термометра змінилися від:

- 1) 4°C до 7°C ; 2) 5°C до 2°C ; 3) 0°C до -2°C ;
4) -2°C до 4°C ; 5) -1°C до -8°C ; 6) -3°C до 4°C ?





Раціональні числа і дії над ними

1111. Склади числовий вираз і обчисли його значення:

- 1) від числа $5,7$ відняли суму чисел $-12,4$ і $3,2$;
- 2) до числа $-1,8$ додали різницю чисел $3,7$ і $4,9$.

1112. Обчисли різницю:

- 1) $4\frac{1}{3} - 5\frac{2}{7}$;
- 2) $-3\frac{3}{28} - 2\frac{5}{12}$;
- 3) $8\frac{7}{12} - \left(-2\frac{5}{8}\right)$;
- 4) $-1\frac{5}{24} - \left(-2\frac{13}{30}\right)$.

1113. Виконай дію:

- 1) $5\frac{5}{8} - 6\frac{2}{9}$;
- 2) $-4\frac{3}{10} - \left(-1\frac{5}{8}\right)$;
- 3) $-3\frac{5}{6} - 10\frac{3}{8}$;
- 4) $8\frac{3}{22} - \left(-4\frac{7}{11}\right)$.

1114. Обчисли:

- 1) $2\frac{3}{7} + \left(-3\frac{1}{2}\right) - 5\frac{9}{14}$;
- 2) $4\frac{2}{9} - 5\frac{1}{18} - \left(-1\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$;
- 3) $-3\frac{1}{2} + 4,8 - 8,7 - \left(-5\frac{1}{5}\right)$;
- 4) $7,8 - 9\frac{1}{4} - 4\frac{7}{10} - (-3,4)$.

1115. Обчисли:

- 1) $3\frac{2}{5} + \left(-4\frac{1}{3}\right) - 2\frac{7}{15}$;
- 2) $2\frac{5}{24} - 4\frac{5}{8} - \left(-3\frac{5}{12}\right) + \left(-\frac{1}{6}\right)$;
- 3) $-2\frac{1}{4} + 3,7 - 2,9 - \left(-3\frac{2}{5}\right)$;
- 4) $4,9 - 7\frac{3}{10} - 8\frac{3}{4} - (-8,2)$.

1116. Яке число треба вписати у віконечко, щоб отримати правильну рівність?

- 1) $0 - \square = -7$;
- 2) $4 - \square = -5$;
- 3) $\square - 5 = -1$;
- 4) $\square - 9 = -2$.

1117. Спрости вираз:

- 1) $m + 2 - 13 - m + 24$;
- 2) $-19 - x + 28 - (-5) + x - 12$.

1118. Спрости вираз:

- 1) $9 + a - (-13) - a - 8$;
- 2) $-25 - b + 12 - (-6) + b + 9$.

1119. Чи може різниця двох чисел бути більшою за зменшуване? Наведи приклади.





Rозділ 4

1120. Розв'яжи рівняння:

$$1) (x - 5,1) + 18,2 = -7,3; \quad 2) 17,9 - (2,7 + x) = 20,3.$$

1121. Розв'яжи рівняння:

$$1) (4,7 - x) - 5,2 = -6,3; \quad 2) 7,2 + (3,7 + x) = -12,3.$$

 **1122.** Розв'яжи рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) |x| + 4 = -5; & 2) 5 - |x| = -2; & 3) |x| - 4 = -8; \\ 4) |x + 7| = 2; & 5) |x - 5| = 4; & 6) |6 - x| = 2. \end{array}$$

Розв'язання. 4) Якщо модуль числа дорівнює 2, то цим числом є 2 або -2. Тому $x + 7 = 2$ або $x + 7 = -2$.

$$x + 7 = 2, \quad x + 7 = -2,$$

$$x = 2 - 7, \quad x = -2 - 7,$$

$$x = -5, \quad x = -9.$$

Отже, $x = -5$ або $x = -9$. Відповідь. $-5; -9$.

1123. Розв'яжи рівняння:

$$1) 7 + |x| = -2; \quad 2) |x| - 9 = -5; \quad 3) 8 - |x| = -2.$$

1124. Які з поданих нижче нерівностей є правильними, якщо $x > 0$:

$$1) 4 - x < 4; \quad 2) -7,2 - x > -7,2;$$

$$3) x - 5 > -5; \quad 4) -x - 2 > -2?$$

1125. Постав замість * знак + або -, щоб виконувалася рівність: $35 + (*25) - (*15) - (*45) = 40$.

 **1126.** Скільки розв'язків має рівняння $|x| + 5 = 7$?

 **1127.**  Знайди значення виразу: $(4,9 - 4,5)^3 \cdot 25^2 + 0,4^2$.

1128.  Правильний дріб $\frac{x}{15}$ скоротили на деяке число й отримали дріб $\frac{4}{y}$. Знайди значення x і y .

 **1129.** Чи є число $11^{11} + 12^{12} + 13^{13}$ кратним числу 10?

§ 42. Розкриття дужок

Згадаємо, як до числа a додати суму чисел b і c . Можна спочатку до a додати b , а потім до отриманого результату додати c :

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

204





Раціональні числа і дії над ними

Ми записали вираз $a + (b + c)$ без дужок. Таке перетворення виразу називають **розкриттям дужок**.

Приклад 1. Розкрити дужки у виразі $a + (b - c)$.

Розв'язання. $a + (b - c) = a + (b + (-c)) = a + b + (-c) = a + b - c$.

Приклад 2. Розкрити дужки у виразі $a + (-b - c)$.

Розв'язання. $a + (-b - c) = a + ((-b) + (-c)) = a + (-b) + (-c) = a - b - c$.

Вираз $a + b - c$ можна отримати з виразу $a + (b - c)$, а вираз $a - b - c$ з виразу $a + (-b - c)$, якщо не писати дужки та знак «+» та записати всі доданки, які були в дужках, зі своїми знаками. Маємо **правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «+»**:



щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «+», треба не писати дужки і знак «+», що стоїть перед ними, та записати всі доданки зі своїми знаками.

Приклад 3. Розкрити дужки і знайти значення виразу $5,2 + (-7,2 + 3)$.

Розв'язання. $5,2 + (-7,2 + 3) = 5,2 - 7,2 + 3 = 1$.

Згадаємо і запишемо правило віднімання від числа a суми чисел b і c : $a - (b + c) = a - b - c$.

Ми записали вираз $a - (b + c)$ без дужок. Розглянемо ще приклад розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-».

Приклад 4. Розкрити дужки у виразі $a - (b - c)$.

Розв'язання. $a - (b - c) = a - (b + (-c)) = a - b - (-c) = a - b + c$.

Вираз $a - b - c$ можна отримати з виразу $a - (b + c)$, а вираз $a - b + c$ — з виразу $a - (b - c)$, якщо не писати дужки і знак «-» та записати всі доданки, які були в дужках, з протилежними знаками. Маємо **правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-»**:



щоб розкрити дужки, перед якими стоїть знак «-», треба не писати дужки і знак «-», що стоїть перед ними, та записати всі доданки з протилежними знаками.

Приклад 5. Розкрити дужки і знайти значення виразу $-4,9 - (5,2 - 8,1)$.





Rозділ 4

Розв'язання. $-4,9 - (5,2 - 8,1) = -4,9 - 5,2 + 8,1 = -10,1 + 8,1 = -2$.

Приклад 6. Спростити вираз:

$$1) 7 - (a - 8); \quad 2) (x - 5) - (x + 8).$$

Розв'язання. 1) $7 - (a - 8) = 7 - a + 8 = (7 + 8) - a = 15 - a$.

2) Як відомо, при запису додатних чисел знак «+», як правило, не пишуть. Так само знак «+» не пишуть на початку прикладу перед дужками. Отже, замість $+(x - 5)$ пишуть $(x - 5)$. Маємо:

$$(x - 5) - (x + 8) = x - 5 - x - 8 = x + (-x) + (-5 - 8) = 0 + (-13) = -13.$$



Сформуллю правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «+». Сформуллю правила розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-».

1130. (Усно) Який знак стоїть перед дужками у виразі:

- 1) $(42 + x) - 5$;
- 2) $37 - (x - 2)$;
- 3) $-(x + 7) - 8$;
- 4) $13 + (x - 8)$?

1131. (Усно) Чи правильно розкрито дужки:

- 1) $(a - 5) + 2 = a - 5 + 2$;
- 2) $(m + 3) - (k - 5) = m + 3 - k - 5$;
- 3) $4 + (b - 7) = 4 - b - 7$;
- 4) $-(a + b - c) = -a - b + c$?

1132. Розкрий дужки:

- 1) $a + (b - 5)$;
- 2) $(c + 1) + d$;
- 3) $-(m - 5)$;
- 4) $4 - (m - p)$.

1133. Розкрий дужки:

- 1) $m + (4 - c)$;
- 2) $(a - 5) + b$;
- 3) $-(9 - n)$;
- 4) $5 - (-t + p)$.

1134. Розкрий дужки і обчисли:

- 1) $7,3 + (3,5 - 6,3)$;
- 2) $3,1 - (5,6 - 6,9)$;
- 3) $1,2 - (-1,3 + 1,5)$;
- 4) $-(7,4 - 10,8) + 1,3$;
- 5) $-\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right)$;
- 6) $\frac{4}{9} - \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{9} \right)$.

1135. Розкрий дужки і обчисли:

- 1) $-0,5 + (-4,2 + 3,9)$;
- 2) $1,8 - (2,9 - 4,8)$;





Рациональні числа і дії над ними

- 3) $1,7 - (-2,9 + 0,4)$; 4) $-(-2,9 + 5,2) - 1,8$;
 5) $\frac{1}{10} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$; 6) $\frac{4}{5} - \left(\frac{1}{10} - \frac{2}{5} \right)$.

1136. Розкрий дужки і спрости вираз:

- 1) $0,2 + (a + 2,8)$; 2) $(5 - x) + \frac{1}{8}$;
 3) $-(y - 0,8) + 2$; 4) $1,2 - (x + 1,6)$;
 5) $(a - 7) - (b + 8)$; 6) $-(a - 5) + (x + 8)$.

1137. Розкрий дужки і спрости вираз:

- 1) $1,9 + (3,7 - a)$; 2) $(4 + b) - 3,2$;
 3) $-(p - 4,9) + 0,1$; 4) $4 - (m - 3)$;
 5) $(m + 1,2) - (n - 1,8)$; 6) $-(x - 2,9) + (y + 5)$.

1138. Розкрий дужки і спрости вираз:

- 1) $c - (c + m)$; 2) $-(a - b) - b$;
 3) $a + (-a + 5)$; 4) $(m + 9) - (m + 5)$;
 5) $-(4 - p) + (-p + 7)$; 6) $-(d - 1,2 + k) - (1,8 - d)$.

1139. Розкрий дужки і спрости вираз:

- 1) $p - (p - a)$; 2) $-t - (-t + m)$;
 3) $c + (d - c)$; 4) $(x - 2) - (x + 3)$;
 5) $-(a - 4) + (4 - a)$; 6) $-(m - 1,8 - p) + (1,9 - p)$.

1140. Запиши суму двох виразів і спрости її:

- 1) $-5 - x$ і $x + 5$; 2) $1,9 + p$ і $-3,8 - p$;
 3) $a - b + c$ і $-a + b + 5$;
 4) $-4,2 + 9,8 - x$ і $x - 5,4 + 19,2$.

1141. Запиши суму двох виразів і спрости її:

- 1) $2 + a$ і $-2,8 - a$; 2) $m - n + 6$ і $-m - 7 + n$.

1142. Запиши різницю двох виразів і спрости її:

- 1) $-4,8 + x$ і $x + 3,2$; 2) $4,7 - x$ і $-y + 2,9$;
 3) $a - b$ і $-b + p + a$; 4) $5 - 9,2 + m$ і $4,7 + m - 5,9$.

1143. Запиши різницю двох виразів і спрости її:

- 1) $5 - a$ і $4,8 - a + b$; 2) $4,5 + m - 9,2$ і $7,19 + m$.

1144. Розкрий дужки і знайди значення виразу:

- 1) $0,3 + \left(4,7 - 5\frac{1}{9} \right)$; 2) $-\left(4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{9} \right) - 3\frac{1}{9}$;





Розділ 4

3) $-\left(1,76 + 4\frac{1}{2}\right) + \left(1,76 - 5\frac{2}{9}\right);$ 4) $2\frac{5}{14} - \left(7\frac{2}{11} - 3\frac{9}{14}\right);$

5) $-\left(2\frac{1}{3} - 3\frac{2}{9}\right) + 4\frac{1}{18};$ 6) $\left(1,8 - 2\frac{2}{3}\right) - \left(1,2 - 4\frac{5}{6}\right).$

1145. Розкрий дужки і обчисли:

1) $0,7 + \left(5,3 - 4\frac{2}{3}\right);$ 2) $-\left(4\frac{5}{12} - 2\frac{5}{6}\right) + 1\frac{5}{12};$

3) $\left(1,8 - 4\frac{1}{2}\right) - \left(5\frac{1}{2} + 1,8\right);$ 4) $3\frac{2}{7} - \left(4\frac{1}{3} - 6\frac{5}{7}\right);$

5) $-\left(5\frac{5}{6} - 2\frac{2}{3}\right) + 3\frac{1}{9};$ 6) $-\left(1,9 - 2\frac{1}{3}\right) + \left(3\frac{2}{3} - 1,1\right).$

1146. Спрости вираз $(x + y) - (x - z) + (p - y)$ і знайди його значення, якщо $x = 2\frac{1}{3}; y = 7\frac{1}{8}; z = -2,19; p = 3,89.$

1147. Спрости вираз $(a - b) - (a - c) + (b - d)$ і знайди його значення, якщо $a = 7\frac{1}{13}; b = 4\frac{2}{19}; c = 1,37; d = -2,37.$

1148. Розв'яжи рівняння, спростиши спочатку вираз у його лівій частині:

1) $7,4 - (x - 2,6) = 19;$ 2) $4,3 + (3,1 - x) = 12,7;$

3) $7,2 - (2,9 + x) = -1,9;$ 4) $-5,2 + (y - 4,2) = -9,4;$

5) $\frac{2}{9} - \left(\frac{1}{9} - x\right) = 4\frac{1}{9};$ 6) $\left(x + \frac{7}{15}\right) - \frac{2}{15} = 4\frac{1}{15}.$

1149. Розв'яжи рівняння, спочатку спростиши вираз у його лівій частині:

1) $4,9 - (5,2 - x) = -1,8;$ 2) $1,93 + (x - 3,93) = -4,01;$

3) $-\left(x - 2\frac{1}{9}\right) - 1\frac{1}{9} = 4\frac{2}{5}.$

1150. Візьми в дужки три останніх доданки, записавши перед дужками знак «+»:

1) $-2 + 3 - 7 + 9;$ 2) $a - b + c - d,$

3) $-p - 2,5 - c + d;$ 4) $7,2 - a - b - c.$

1151. Візьми в дужки три останніх доданки, записавши перед дужками знак «-»:





Раціональні числа і дії над ними

- 1) $5 - 7 + 8 - 18$; 2) $p - t - a + 9$;
 3) $-a - b - c + d$; 4) $t - p + 2,9 - a$.

Розв'язання. 4) $t - p + 2,9 - a = t - (p - 2,9 + a)$.

1152. Візьми в дужки два останніх доданки, один раз записавши перед дужками знак «+», а другий — знак «-»:

- 1) $-4 + 5 - 9$; 2) $p - a + 7$; 3) $9 - a - b$; 4) $a + t + m$.

1153. У сумі $a + b$ доданок a зменшили на m , а доданок b збільшили на m . Доведи, що сума залишилася незмінною.

1154. Чи є взаємно простими числа 3927 і 2210?

1155. У магазині за три дні продали 1200 зошитів. За перший день продали 28 % усіх зошитів, а за другий — удвічі більше, ніж за третій. По скільки зошитів продавали кожного дня?

1156. Записано чотири числа 2014, 2015, 2017, 2019. За один хід дозволяється додати одиницю до будь-яких двох з них. Чи можна через кілька ходів отримати чотири однакових числа?

Завдання для перевірки знань № 7 (§ 38 — § 42)

1. Виконай додавання: 1) $-2 + (-7)$; 2) $-3,1 + (-4,5)$.
2. Знайди значення суми: 1) $-5 + 3$; 2) $7,1 + (-3,2)$.
3. Виконай віднімання: 1) $4 - 7$; 2) $5,2 - (-4,7)$.
4. Виконай дії:

$$1) -\frac{11}{36} + \left(-\frac{17}{24}\right); 2) \frac{7}{10} + \left(-\frac{13}{15}\right); 3) -\frac{2}{9} - \frac{5}{18}; 4) -\frac{1}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right).$$

5. Виконай додавання зручним способом:
 $-2,1 + 4,7 + (-3,8) + 2,1 + (-7,3) + 4,9 + (-2,8)$.
6. Розкрий дужки і знайди значення виразу:
 1) $4,1 - (5,9 - 0,8)$; 2) $-4,7 + (-5,7 + 1,9)$.
7. Спрости вираз $-(a + 9) + (m - 7) - (n - a)$ і знайди його значення, якщо $a = 2\frac{1}{3}$; $m = 38$; $n = 22$.



Розділ 4

8. Розв'яжи рівняння, спростивши спочатку вираз у його лівій частині: $4,9 - (x - 5,1) = -13,2$.

9. Знайди суму, доданками якої є числа: обернене і протилежне до числа 6,5.

Додаткові вправи

10. Запиши число $-7\frac{1}{2}$ у вигляді суми трьох рівних доданків.

11. Постав замість * знаки «+» або «-», щоб виконувалася рівність $*15 + (*25) * (-30) * (-45) = -55$.

12. Візьми в дужки три останніх доданки, один раз постав перед дужками знак «+», а другий — знак «-»:

$$1) 4 - 5 + 9 - 11; \quad 2) -m + a - 14 - p.$$

§ 43. Множення раціональних чисел

Розглянемо суму $-5 + (-5) + (-5) + (-5)$. Ця сума дорівнює числу -20 . З іншого боку, $-5 + (-5) + (-5) + (-5) = = (-5) \cdot 4$. Від'ємний множник, що стоїть на першому місці, записувати в дужках не обов'язково; можна писати так: $-5 \cdot 4$. Отже, $-5 \cdot 4 = -20$. Числа -5 і 4 мають протилежні знаки, їх добуток є числом від'ємним, а модуль їх добутку (числа -20) дорівнює добутку модулів множників (чисел -5 і 4).

Справді, $|-5| \cdot |4| = |-20|$.

Маємо правило множення двох чисел з різними знаками:

добротком двох чисел з різними знаками є число від'ємне, модуль якого дорівнює добутку модулів множників.

Приклад 1. $-1,8 \cdot 0,3 = -(1,8 \cdot 0,3) = -0,54$; $\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) = = -\left(\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{12}\right) = -\frac{1}{3}$.



Рациональні числа і дії над ними

Порівнюючи добутки $5 \cdot 4 = 20$ і $-5 \cdot 4 = -20$, приходимо до висновку: при зміні знака одного з множників знак добутку змінюється, а його модуль залишається таким самим.

Якщо ж змінити знаки обох множників, то добуток змінить знак двічі і в результаті знак добутку не зміниться:

$$5 \cdot 4 = 20; -5 \cdot 4 = -20; -5 \cdot (-4) = -(-20) = 20.$$

Отже, добутком двох від'ємних чисел є число додатне. Маємо правило множення двох від'ємних чисел:



добутком двох від'ємних чисел є число додатне, модуль якого дорівнює добутку модулів множників.

Приклад 2. $-2,5 \cdot (-3,4) = 2,5 \cdot 3,4 = 8,5; -2\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{7} = 3.$

Якщо число a — додатне, від'ємне або нуль, то $a \cdot 0 = 0$. Отже,



якщо хоча б один із множників дорівнює нулю, то й добуток дорівнює нулю. Навпаки: якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює нулю.

Приклад 3. $-2,8 \cdot 3,7 \cdot 0 = 0; -\frac{4}{7} \cdot 0 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) = 0.$

Приклад 4. Розв'язати рівняння $(x + 7)(x - 6) = 0$.

Розв'язання. Оскільки добуток $(x + 7)(x - 6) = 0$, то $x + 7 = 0$ або $x - 6 = 0$. Тому маємо $x = -7$ або $x = 6$.

Відповідь. $-7; 6$.

A ще раніше...

У XVIII ст. видатний вчений, математик і механік Леонард Ейлер пояснив правило множення від'ємних чисел приблизно так. Зрозуміло, що $-5 \cdot 4 = -20$. Тому добуток $-5 \cdot (-4)$ не може дорівнювати -20 , але цей добуток якось повинен бути пов'язаний із числом 20. Залишається одна можливість: $-5 \cdot (-4) = 20$.





Rозділ 4



Сформулюй правило множення двох чисел з різними знаками. ● Сформулюй правило множення двох від'ємних чисел. ● Чому дорівнює добуток чисел, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю?

1157. (Усно) Який знак має добуток:

- 1) $-2 \cdot 3$; 2) $7 \cdot 8,1$; 3) $-4 \cdot (-5)$; 4) $13 \cdot (-9,8)$?

1158. (Усно) Знайди добуток:

- 1) $4 \cdot 6$; 2) $-5 \cdot 6$; 3) $-7 \cdot (-3)$;
4) $0 \cdot (-12)$; 5) $7 \cdot (-8)$; 6) $-193 \cdot 0$.

1159. Виконай множення:

- 1) $13 \cdot 19$; 2) $-13 \cdot 19$; 3) $-13 \cdot (-19)$; 4) $13 \cdot (-19)$.

1160. Знайди добуток:

- 1) $18 \cdot 35$; 2) $-18 \cdot 35$; 3) $-18 \cdot (-35)$; 4) $18 \cdot (-35)$.

1161. Знайди добуток:

- 1) $42 \cdot (-3)$; 2) $-27 \cdot 13$;
3) $-5,7 \cdot (-2,4)$; 4) $8,05 \cdot (-4,2)$.

1162. Виконай множення:

- 1) $52 \cdot (-5)$; 2) $-37 \cdot 12$;
3) $-4,9 \cdot (-5,6)$; 4) $4,01 \cdot (-3,2)$.

1163. (Усно) Обчисли:

$$1) -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}; \quad 2) -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right); \quad 3) -\frac{4}{7} \cdot 0; \quad 4) \frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right).$$

1164. Обчисли значення виразу $-16y$, якщо $y = 2,5$; $-3,4$; $-2,5$; $3,4$.

1165. За даними таблиці знайди добуток:

a	-25	-18	-12	0	0,7	-1,4	-1,6	-1,7
b	14	27	-35	-12	-0,05	-2,5	3,7	-2,4
$a \cdot b$								

1166. За даними таблиці знайди добуток:

x	-3,2	2,5	0	4,7	-2,3	-7,5
$-5 \cdot x$						

1167. Обчисли:

$$1) -\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{5}; \quad 2) -\frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{5}{17}\right); \quad 3) \frac{2}{9} \cdot \frac{27}{50}; \quad 4) 12 \cdot \left(-\frac{7}{36}\right);$$





Рациональні числа і дії над ними

5) $-24 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)$; 6) $-\frac{21}{32} \cdot \left(-\frac{16}{35}\right)$; 7) $\frac{15}{22} \cdot \left(-\frac{44}{45}\right)$; 8) $-\frac{15}{17} \cdot \frac{34}{45}$.

1168. Обчисли:

$$\begin{array}{ll} 1) -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}; & 2) -\frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{6}{17}\right); \\ 3) \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right); & 4) -11 \cdot \frac{15}{22}; \\ 5) -\frac{17}{26} \cdot (-13); & 6) -\frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{26}{27}\right); \\ 7) \frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{25}{36}\right); & 8) \frac{13}{24} \cdot \left(-\frac{16}{39}\right). \end{array}$$

1169. (Усно) Який знак має добуток xy , якщо:

- 1) $x > 0, y < 0$; 2) $x < 0, y < 0$; 3) $x > 0, y > 0$;
4) $x < 0, y > 0$; 5) $x = 0, y > 0$; 6) $x < 0, y = 0$?

1170. Не виконуючи множення, порівняй:

- 1) $-4,5 \cdot 9$ і 0; 2) $-9,2 \cdot (-4,5)$ і 0; 3) $0 \cdot (-27)$ і 0;
4) $7,2 \cdot 5,2$ і 0; 5) $-25 \cdot 37$ і 42; 6) $-29 \cdot (-37)$ і -4 .

1171. Який знак $>$, $<$ або $=$ треба поставити замість $*$, щоб отримати правильну нерівність або рівність:

- 1) $-2,9 \cdot (-3,7) * 0$; 2) $0 \cdot (-1,89) * 0$;
3) $4,45 \cdot 5,32 * 0$; 4) $-5,9 \cdot 3,7 * 0$;
5) $-13 \cdot (-28) * -15$; 6) $-3,7 \cdot 5,2 * 5,7$?

1172. Знайди значення добутку:

1) $-\frac{16}{17} \cdot 6\frac{3}{8}$; 2) $-1\frac{3}{8} \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right)$; 3) $1\frac{11}{24} \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right)$; 4) $-2\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$.

1173. Знайди добуток:

1) $-\frac{12}{13} \cdot 1\frac{5}{8}$; 2) $-5\frac{1}{4} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$; 3) $-1\frac{5}{7} \cdot \left(-6\frac{1}{8}\right)$; 4) $3\frac{3}{5} \cdot \left(-2\frac{7}{9}\right)$.

1174. (Усно) Обчисли:

- 1) $5,42 \cdot (-10)$; 2) $-0,1 \cdot (-3,72)$;
3) $-1,2 \cdot (-100)$; 4) $32,7 \cdot (-0,01)$.

1175. Знайди значення виразу:

$$\begin{array}{lll} 1) (-2,1)^2; & 2) (-4)^3; & 3) \left(-\frac{3}{7}\right)^2; \\ 4) (-0,1)^3; & 5) (-1)^2; & 6) (-1)^3. \end{array}$$

1176. Обчисли:

1) x^2 , якщо $x = -0,8$; 5) $-\frac{2}{3}$;



Розділ 4

2) y^3 , якщо $y = -0,2; -3; -\frac{1}{7}$.

1177. Знайди значення виразу:

1) $x^2 - \frac{4}{5}$, якщо $x = -1; \frac{2}{5}$; 2) $0,7 - y^3$, якщо $y = -1; 0,2$.

1178. Знайди значення виразу:

1) $\frac{2}{3} - m^2$, якщо $m = -\frac{1}{3}; -\frac{2}{9}$;

2) $n^3 - 1,2$, якщо $n = -3; -0,6$.

1179. (Усно) Яким числом — додатним, від'ємним або нулем — є добуток трьох чисел, якщо:

- 1) два з них — додатні, а одне — від'ємне;
- 2) два з них — від'ємні, а одне — додатне;
- 3) три з них — від'ємні;
- 4) два з них — від'ємні, а одне — нуль?

1180. Порівняй:

- 1) $-3,8 \cdot 4,5$ і -17 ;
- 2) $-3,8 \cdot (-2,6)$ і 10 ;
- 3) $-3,6 \cdot 0,45$ і $-1,62$.

1181. Знайди значення виразу:

- 1) $-2 \cdot (-4,2 + 5,9)$;
- 2) $(-0,42 - 0,15) \cdot 6,2$;
- 3) $(4,7 - 9,6) \cdot (-3,1) - 4,09$;
- 4) $4,02 \cdot (-3,5) - (-0,5) \cdot (-0,4)$.

1182. Знайди значення виразу:

- 1) $-5 \cdot (4,7 - 4,9)$;
- 2) $(-0,4 - 0,8) \cdot 1,5$;
- 3) $(2,7 - 2,9) \cdot (-4,5) - 3,02$;
- 4) $-2,8 \cdot 5 - 4 \cdot (-0,7)$.

1183. Порівняй, не виконуючи обчислень:

- 1) $(-2,4)^2$ і 0 ;
- 2) 0 і $(-3,7)^3$;
- 3) $(-4,7)^4$ і $-3,2$;
- 4) $1,2$ і $(-2,1)^3$;
- 5) $(-57)^2$ і $(-57)^5$;
- 6) $-3,1^2$ і $(-3,1)^2$.

1184. Порівняй, не виконуючи обчислень:

- 1) $(-1,7)^3$ і 0 ;
- 2) 0 і $(-1,8)^2$;
- 3) $-4,9$ і $(-1,2)^4$;
- 4) $(-1,8)^3$ і $2,9$;
- 5) $(-47)^5$ і $(-47)^2$;
- 6) $(-2,9)^3$ і $-2,9^3$.

1185. Виконай дії:

- 1) $-\frac{7}{18} \cdot 1\frac{4}{7} - \left(-\frac{4}{21}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{6}\right)$;
- 2) $\left(1\frac{7}{8} \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right) + \frac{9}{16}\right) \cdot \left(-\frac{8}{9}\right)$;
- 3) $\left(-\frac{19}{25} + 0,4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)\right) \cdot 0,8$;
- 4) $-9,6 \cdot \frac{5}{16} + 9,06 - (-3,4)^2$.



Рациональні числа і дії над ними

1186. Виконай дії:

$$\begin{array}{ll} 1) -\frac{9}{14} \cdot 2\frac{1}{3} + \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot 3\frac{3}{4}; & 2) \left(1\frac{5}{9} \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right) + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right); \\ 3) 0,9 \cdot \left(0,8 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{21}{25}\right); & 4) 15,3 - (-8,4) \cdot \left(-\frac{7}{12}\right) - (-3,5)^2. \end{array}$$

1187. Добери корінь рівняння:

$$1) -5 \cdot x = -35; \quad 2) -7 \cdot x = 42; \quad 3) 4 \cdot x = -3,6.$$

1188. Добери корінь рівняння:

$$1) x \cdot (-6) = 30; \quad 2) -8 \cdot x = -40; \quad 3) 5 \cdot x = -4,5.$$

4 **1189.** Розв'яжи рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) -\frac{1}{7} \cdot (x + 3) = 0; & 2) x(x - 3) = 0; \\ 3) (x - 7)(x + 18) = 0; & 4) |x - 1|(x + 2) = 0. \end{array}$$

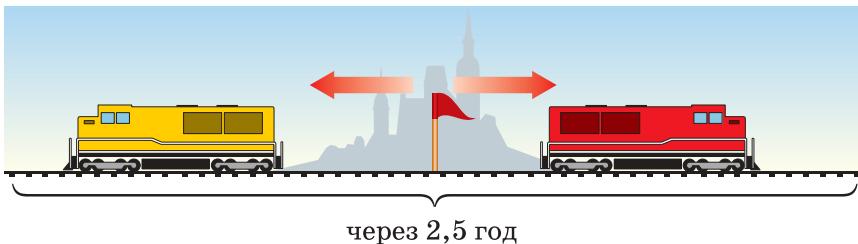
1190. Знайди корені рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) -5(x - 8) = 0; & 2) (x + 2)x = 0; \\ 3) (x + 5)(x - 7) = 0; & 4) (x - 8)|x + 3| = 0. \end{array}$$

1191. Про числа x , y і z відомо, що $xy > 0$, $xz < 0$. Чи може добуток yz дорівнювати: 1) -7 ; 2) 0 ; 3) 7 ?

1192. **★** Якого найбільшого значення може набувати вираз $13 - (a + 6)^2$ і при якому значенні a це відбувається?

1193. **3** З однієї станції у протилежних напрямках одночасно вирушили два потяги. Перший рухався зі швидкістю $62\frac{3}{5}$ км/год, а другий — $60\frac{4}{5}$ км/год. Знайди відстань між потягами через $2,5$ год.



1194. **4** При яких значеннях x дріб $\frac{10}{|x| - 7}$ дорівнює 2?

Розділ 4

1195.  З квадрата, сторона якого дорівнює 10 см, вирізали круг найбільшої площини. Знайди площину цього круга і довжину його кола. На скільки площа квадрата більша за площину круга?

 **1196.** Знайдіть третю від кінця цифру у добутку всіх натуральних чисел від 1 до 10.



§ 44. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт буквенного виразу

Для множення раціональних чисел, як і для множення додатних чисел, справджаються переставна і сполучна властивості.

Переставна властивість множення.



Для будь-яких раціональних чисел a і b виконується рівність

$$ab = ba.$$

Перевіримо цю властивість на прикладах.

Приклад 1. $-3 \cdot 2 = -6$; $2 \cdot (-3) = -6$, тому $-3 \cdot 2 = 2 \cdot (-3)$.

Приклад 2. $-4 \cdot (-7) = 28$; $-7 \cdot (-4) = 28$, тому $-4 \cdot (-7) = -7 \cdot (-4)$.

Сполучна властивість множення.



Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність

$$(ab)c = a(bc).$$

Перевіримо цю властивість на прикладі.

Приклад 3. $(-2 \cdot 3) \cdot (-4) = -6 \cdot (-4) = 24$; $-2 \cdot (3 \cdot (-4)) = -2 \cdot (-12) = 24$, тому $(-2 \cdot 3) \cdot (-4) = -2 \cdot (3 \cdot (-4))$.

Зауважимо також, що для будь-якого раціонального числа a виконуються рівності:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \quad a \cdot (-1) = -1 \cdot a = -a; \quad a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Властивості множення дають можливість спростити процес обчислення добутку кількох множників, обираючи зручний порядок обчислень.



Раціональні числа і дії над ними

Приклад 4. $-25 \cdot \frac{7}{8} \cdot (-4) \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right) = (-25 \cdot (-4)) \cdot \left(\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right)\right) = 100 \cdot (-1) = -100.$

Зауважимо, що добуток кількох чисел, відмінних від нуля, — число від'ємне, якщо кількість від'ємних множників непарна. Якщо кількість від'ємних множників парна, то добуток — число додатне. Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.

Властивості множення дають можливість спрощувати вирази.

Приклад 5. Спростити вираз $-2a \cdot 3b \cdot (-5)$.

Розв'язання. $-2a \cdot 3b \cdot (-5) = -2 \cdot a \cdot 3 \cdot b \cdot (-5) = (-2 \cdot 3 \cdot (-5)) \cdot (a \cdot b) = 30ab.$

Число 30 називають **коєфіцієнтом** отриманого буквено-го виразу $30ab$. Наприклад, вираз $-4x$ має коефіцієнт -4 .



Якщо вираз є добутком числа і однієї або кількох букв, то це число називають **числовим коефіцієнтом** (або просто **коефіцієнтом**).

Зазвичай коефіцієнт записують перед буквеним множником, а коефіцієнт 1 не пишуть. Отже, $1 \cdot mn = mn$, буквений вираз mn має коефіцієнт 1. Замість коефіцієнта -1 пишуть тільки знак « $-$ ». Наприклад, замість $-1 \cdot xy$ пишуть $-xy$, тобто $-1 \cdot xy = -xy$, буквений вираз $-xy$ має коефіцієнт -1 .



Сформулювати переставну і сполучну властивості множення. • Чому дорівнює $x \cdot 1$; $x \cdot (-1)$; $x \cdot 0$?
• Що називають коефіцієнтом буквенного виразу?

1197. (Усно) Визнач знак добутку:

- 1) $-2 \cdot 7 \cdot (-3) \cdot 4$;
- 2) $4 \cdot (-9) \cdot (-8) \cdot (-7)$;
- 3) $3 \cdot 0 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$;
- 4) $-1 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4)$.

1198. (Усно) Назви коефіцієнт буквенного виразу:

- 1) $2a$;
- 2) $-3b$;
- 3) $0,4xy$;
- 4) $-\frac{1}{7}mp$;
- 5) abc ;
- 6) $-nd$.





Rозділ 4

1199. Запиши коефіцієнт буквеного виразу:

- 1) $7x$; 2) $-9y$; 3) $\frac{1}{8}ab$; 4) $-0,14mp$; 5) cd ; 6) $-t$.

1200. Виконай множення зручним способом:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $-0,5 \cdot 27 \cdot (-2)$; | 2) $4 \cdot (-11) \cdot (-0,5)$; |
| 3) $-0,4 \cdot (-117) \cdot 5$; | 4) $1,25 \cdot (-3,4) \cdot (-8)$; |
| 5) $-47,2 \cdot 50 \cdot (-2)$; | 6) $11 \cdot (-4) \cdot (-9) \cdot (-25)$. |

1201. Виконай множення зручним способом:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $-0,2 \cdot 34 \cdot (-5)$; | 2) $-2 \cdot (-0,5) \cdot 113$; |
| 3) $0,25 \cdot (-17) \cdot (-40)$; | 4) $-0,125 \cdot (-4,2) \cdot (-80)$; |
| 5) $-20 \cdot (-14,2) \cdot (-5)$; | 6) $-500 \cdot 14 \cdot 0,02 \cdot (-2)$. |

1202. Обчисли, використовуючи властивості множення:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{5}{9} \cdot (-2,5) \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right) \cdot 0,8$; | 2) $\frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{2}{23}\right) \cdot 1\frac{1}{4} \cdot (-46)$; |
| 3) $-6,5 \cdot \frac{6}{13} \cdot (-2) \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right)$; | 4) $-\frac{7}{18} \cdot (-39) \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \frac{9}{14}$; |
| 5) $-\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{7}{22}\right) \cdot 2\frac{1}{4} \cdot \left(-1\frac{4}{7}\right)$; | 6) $\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{4}{15}$. |

1203. Обчисли, використовуючи властивості множення:

- | | |
|---|--|
| 1) $\frac{4}{7} \cdot (-1,2) \cdot 1\frac{3}{4} \cdot (-0,5)$; | 2) $\frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right) \cdot (-36)$; |
| 3) $-\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{4}$; | 4) $\frac{5}{7} \cdot \left(-2\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{3}$. |

1204. Знайди значення виразу $-0,5xy$, якщо:

- 1) $x = -19$; $y = -8$; 2) $x = 0,4$; $y = -4,5$.

1205. Знайди значення виразу $-1,2mn$, якщо:

- 1) $m = -5$; $n = -4,2$; 2) $m = 5,5$; $n = -10$.

1206. Не обчислюючи, заміни зірочку знаком $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна рівність або нерівність:

- 1) $32 \cdot (-7) \cdot (-8) \cdot (-11) * 0$;
- 2) $0 * -13 \cdot (-5) \cdot (-7) \cdot (-19) \cdot 25$;
- 3) $14 \cdot (-5) \cdot (-12) * -9 \cdot 8 \cdot 11$;
- 4) $11 \cdot (-12) \cdot 13 \cdot 0 * 14 \cdot (-15) \cdot (-16) \cdot 0$.

1207. Порівняй, не виконуючи обчислень:

- 1) 0 та $4 \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1)$;





Рациональні числа і дії над ними

- 2) $-5 \cdot (-13) \cdot (-12) \cdot (-17)$ та 0;
- 3) $-19 \cdot (-18)$ та $-5 \cdot (-7) \cdot 8 \cdot (-113)$;
- 4) $9 \cdot 0 \cdot 8 \cdot (-171)$ та $-185 \cdot (-13) \cdot 0 \cdot 1295$.

1208. (Усно) Визнач знак коефіцієнта, який отримаєш після спрощення виразу:

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1) $-a \cdot (-b) \cdot (-c)$; | 2) $1,2a \cdot (-1,3b)$; |
| 3) $m \cdot (-n) \cdot (-p)$; | 4) $\frac{1}{8}a \cdot \left(-\frac{1}{7}b\right) \cdot \frac{1}{3}c$. |

1209. Спрости вираз та випиши окремо його коефіцієнт:

- | | |
|---|--------------------------------|
| 1) $-2 \cdot a \cdot 5$; | 2) $-5a \cdot 0,2b$; |
| 3) $7,2 \cdot x \cdot (-3) \cdot y$; | 4) $-2,7m \cdot (-2n)$; |
| 5) $4,7 \cdot 5,2 \cdot m \cdot (-1)$; | 6) $7a \cdot (-8b) \cdot 3c$. |

1210. Спрости вираз та випиши окремо його коефіцієнт:

- | | |
|--|--|
| 1) $-4 \cdot m \cdot 7$; | 2) $-0,2m \cdot (-5a)$; |
| 3) $4,9p \cdot (-2b)$; | 4) $5,9 \cdot a \cdot 1,2 \cdot b \cdot (-10)$; |
| 5) $7,9 \cdot (-1) \cdot a \cdot 8c$; | 6) $-8x \cdot (-9y) \cdot (-0,01p)$. |

1211. Обчисли:

- | | |
|--|--|
| 1) $-6,3 \cdot \frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{1}{12}\right) \cdot 8,4$; | 2) $-1\frac{13}{15} \cdot (-0,625) \cdot \left(-5\frac{2}{5}\right)$; |
| 3) $2,5 \cdot (-4,2) \cdot 3\frac{1}{3} \cdot \frac{8}{35}$; | 4) $-1,8 \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-4\frac{2}{3}\right)$. |

1212. Знайди значення виразу:

- | | |
|--|--|
| 1) $-6,8 \cdot \frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot (-2,7)$; | 2) $\left(-2\frac{2}{3}\right) \cdot (-0,4) \cdot 0,75 \cdot 1\frac{3}{4}$; |
| 3) $0,375 \cdot \left(-1\frac{5}{7}\right) \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{3}$; | 4) $-1\frac{2}{11} \cdot \left(-18\frac{1}{3}\right) \cdot (-1,8) \cdot \left(-\frac{12}{13}\right)$. |

1213. Спрости вираз та знайди його значення:

- 1) $-4 \cdot x \cdot (-8) \cdot (-0,1)$, якщо $x = 2,5$;
- 2) $-0,4a \cdot 12,5 \cdot (-0,7)$, якщо $a = 1\frac{1}{14}$;
- 3) $-\frac{2}{3}x \cdot 1\frac{13}{14}y$, якщо $x = -1\frac{1}{6}$; $y = -30$;
- 4) $-100m \cdot \left(-\frac{1}{8}n\right) \cdot 0,25$, якщо $m = -3,2$; $n = \frac{1}{5}$.

Розділ 4

1214. Спрости вираз та знайди його значення:

1) $-2,1 \cdot a \cdot (-10) \cdot 2\frac{1}{3}$, якщо $a = -1\frac{1}{7}$;

2) $-2\frac{2}{5}x \cdot \frac{3}{7}y$, якщо $x = -7$; $y = 1\frac{1}{4}$.

1215. Розв'яжи рівняння:

1) $-0,2x \cdot (-0,7) = 0,84$; 2) $-2\frac{1}{3} \cdot x \cdot \left(-1\frac{1}{7}\right) = 4\frac{1}{2}$.

1216. Розв'яжи рівняння:

1) $-0,4x \cdot (-2) = 0,08$; 2) $-\frac{8}{15} \cdot x \cdot \left(-3\frac{1}{4}\right) = 2$.

1217. Знайди добуток усіх цілих чисел, які задовольняють подвійну нерівність:

1) $-5 \leq x \leq 11$; 2) $-2011,7 < x < 1995,7$.

1218. Зведи дроби $\frac{1}{8}; \frac{5}{18}; \frac{7}{48}$ до найменшого спільного знаменника та розташуй їх у порядку зростання.

1219. Яким числом, додатним чи від'ємним, є значення виразу:

- 1) $x^4 - y^3$, якщо x — додатне число, y — від'ємне;
2) $a^5 + b^2$, якщо a — додатне число, b — від'ємне?

1220. Потяг проходить по мосту завдовжки 450 м за 45 с, а повз нерухомого спостерігача — за 15 с. Знайдіть довжину потяга та його швидкість.

§ 45. Розподільна властивість множення

Для раціональних чисел, як і для додатних чисел, справджується *розподільна властивість множення відносно додавання*:

 *для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність*

$$(a + b)c = ac + bc.$$



Раціональні числа і дії над ними

Перевіримо цю властивість на прикладі:

Приклад 1. $(-3 + 7) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8$; $(-3 + 7) \cdot (-2) = -3 \cdot (-2) + 7 \cdot (-2) = 6 + (-14) = -8$, тому $(-3 + 7) \cdot (-2) = -3 \cdot (-2) + 7 \cdot (-2)$.

Розподільна властивість множення спрощується незалежно від кількості доданків у дужках. Заміна виразу $(a + b)c$ на вираз $ac + bc$ (або виразу $c(a + b)$ на вираз $ca + cb$) також називають *розкриттям дужок*.

Приклад 2. Розкрити дужки:

$$1) -4(-5a + 7); \quad 2) 7a(-5b + 3 - 2m).$$

Розв'язання.

$$1) -4(-5a + 7) = -4 \cdot (-5a) + (-4) \cdot 7 = 20a + (-28) = 20a - 28.$$

Запишемо розв'язання коротше, враховуючи знаки множників: $-4(-5a + 7) = 4 \cdot 5a - 4 \cdot 7 = 20a - 28$;

$$2) 7a(-5b + 3 - 2m) = 7a \cdot (-5b) + 7a \cdot 3 + 7a(-2m) = -35ab + 21a - 14am, \text{ або коротше: } 7a(-5b + 3 - 2m) = -7a \cdot 5b + 7a \cdot 3 - 7a \cdot 2m = -35ab + 21a - 14am.$$

Рівність, що виражає розподільну властивість множення, можна записати, помінявши місцями ліву і праву частини:

$$ac + bc = (a + b)c.$$

Ця рівність означає: якщо добутки $(ac$ і $bc)$ мають спільний множник (у нашому випадку c), то під час додавання цих добутків спільний множник можна записати за дужками. У дужках залишається сума інших множників (a і b). Заміна виразу $ac + bc$ на вираз $(a + b)c$ (або виразу $ca + cb$ на вираз $c(a + b)$) називають *винесенням спільного множника за дужки*.

Приклад 3. Винести за дужки спільний множник:

$$1) 7m - 7n; \quad 2) 4a + 8b - 4.$$

Розв'язання. Зауважимо, що спільний множник доцільно підкреслювати.

$$1) 7m - 7n = \underline{7} \cdot m + \underline{7} \cdot (-1) \cdot n = 7(m + (-n)) = 7(m - n), \text{ або коротше: } \underline{7}m - \underline{7}n = 7(m - n);$$

$$2) 4a + 8b - 4 = \underline{4} \cdot a + \underline{4} \cdot 2b - \underline{4} \cdot 1 = 4(a + 2b - 1).$$

Чи правильно винесено спільний множник за дужки, можна перевірити, розкривши дужки, а саме:

$$4(a + 2b - 1) = 4a + 8b - 4.$$

Розподільну властивість множення можна використовувати для спрощення обчислень.





Розділ 4

Приклад 4. Обчисли: 1) $-49 \cdot 1,72 - 51 \cdot 1,72$; 2) $-98 \cdot 25$.

Розв'язання. 1) $-49 \cdot \underline{1,72} - 51 \cdot \underline{1,72} = (-49 - 51) \cdot 1,72 = -100 \cdot 1,72 = -172$;

2) $-98 \cdot 25 = (-100 + 2) \cdot 25 = -100 \cdot 25 + 2 \cdot 25 = -2500 + + 50 = -2450$.



У чому полягає розподільна властивість множення?

- Що означає «розкрити дужки»? • Що означає «винести спільний множник за дужки»?

1221. (Усно) Чи правильно розкрито дужки:

- 1) $4 \cdot (5 + a) = 4 \cdot 5 + a$;
- 2) $-9(c + d) = -9c - 9d$;
- 3) $-2(a - b) = -2a - 2b$?

1222. Назви спільний множник у виразі:

- 1) $2a + 2b$;
- 2) $13a - 19a$;
- 3) $mx + my$;
- 4) $7ab - 4bc$.

1223. Перепиши та підкresли спільний множник:

- 1) $7m - 7n$;
- 2) $17x + 9x$;
- 3) $ap - ab$;
- 4) $5mx + 9mb$.

1224. (Усно) Чи правильно винесено спільний множник за дужки:

- 1) $2x + 2y = 2(x + y)$;
- 2) $3m - 4m = (3 + 4)m$;
- 3) $7xy - 8xm = 7x(y - m)$?

1225. Перевір справедливість розподільної властивості множення відносно додавання $(a + b)c = ac + bc$, якщо:

- 1) $a = -2,7$; $b = 3,2$; $c = 2,4$;
- 2) $a = 4,2$; $b = -5$; $c = -0,2$.

1226. Перевір справедливість розподільної властивості множення відносно віднімання $(a - b)c = ac - bc$, якщо:

- 1) $a = -4,2$; $b = -0,8$; $c = 4,5$;
- 2) $a = 2,7$; $b = -0,8$; $c = 0,6$.

1227. Перевір справедливість розподільних властивостей множення відносно додавання $(a + b)c = ac + bc$ та віднімання $(a - b)c = ac - bc$, якщо $a = -4,7$; $b = -5,3$; $c = 4$.

1228. Розкрий дужки:

- 1) $2(a + 1)$;
- 2) $3(b - 4)$;
- 3) $-2(3a + 1)$;
- 4) $5(-1,2x + 3)$;
- 5) $(-3,5x + 2) \cdot 4$;
- 6) $(x - 1) \cdot (-2,5)$;
- 7) $(-a + b) \cdot (-1,2)$;
- 8) $(6a - 5b) \cdot 7$.

1229. Розкрий дужки:

- 1) $4(m + 1)$;
- 2) $5(x - 2)$;
- 3) $-3(2b + 1)$;

222





Рациональні числа і дії над ними

- 4) $(-1,8a + 3) \cdot (-5)$; 5) $(-2m - n) \cdot 3$; 6) $-7(b - 1)$;
 7) $(x - y) \cdot (-5)$; 8) $(-4x + 3y) \cdot 2$.

1230. Винеси за дужки спільний множник:

- 1) $9m - 9n$; 2) $-5a - 5b$; 3) $7a + 7b$; 4) $ma + mb$;
 5) $10x - yx$; 6) $3m + 3$; 7) $6ma + 6mb$; 8) $7ap - 7ax$.

1231. Винеси за дужки спільний множник:

- 1) $6a + 6m$; 2) $-2x + 2y$; 3) $-3p - 3x$; 4) $mx + nx$;
 5) $8m - am$; 6) $4p - 4$; 7) $2ab + 2ac$; 8) $9ak - 9bk$.

1232. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $12 \cdot 17 - 7 \cdot 12$; 2) $-12 \cdot 45 - 15 \cdot (-12)$;
 3) $1,85 \cdot 47 - 2,85 \cdot 47$; 4) $-0,2 \cdot 3,8 - 3,7 \cdot (-0,2)$;
 5) $\frac{2}{3} \cdot (-1,57) + \frac{2}{3} \cdot (-1,43)$; 6) $-\frac{6}{3} \cdot \frac{4}{7} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7}$.

1233. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $14 \cdot 38 - 38 \cdot 24$; 2) $-8 \cdot 13 - 2 \cdot (-8)$;
 3) $1,12 \cdot 37 - 3,12 \cdot 37$; 4) $-4,8 \cdot (-2,3) + 5,8 \cdot (-2,3)$;
 5) $-\frac{3}{8} \cdot (-6,81) + (-3,19) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$; 6) $\frac{3}{10} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) + \frac{3}{10} \cdot 1\frac{1}{3}$.

1234. Розкрий дужки та обчисли:

- 1) $4\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)$; 2) $\left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{14} - \frac{1}{42}\right) \cdot 42$;
 3) $21\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{3} - 1\right)$; 4) $-12\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$;
 5) $18\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$; 6) $\left(\frac{1}{25} - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot (-100)$.

1235. Розкрий дужки та обчисли:

- 1) $\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right) \cdot 8$; 2) $-15\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$;
 3) $9\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 1\right)$; 4) $\left(-\frac{1}{17} + \frac{1}{34}\right) \cdot 34$;
 5) $\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right) \cdot (-20)$; 6) $15\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{15}\right)$.





Розділ 4

1236. Розкрий дужки:

- 1) $-0,8a(-4b + 3c - 0,9d)$;
- 2) $(0,7x - 2,5y - 3,8z) \cdot (-0,4)$;
- 3) $-12\left(1\frac{5}{6}t - 1\frac{1}{3}b + 2\frac{1}{2}z\right)$;
- 4) $\left(-\frac{1}{7}y + 1\frac{1}{2}z - 2\frac{1}{14}t\right) \cdot 14x$.

1237. Розкрий дужки:

- 1) $-0,7(-2b + 3c - 5a)$;
- 2) $(0,8p + 2,7a - 3,9b) \cdot (-2x)$;
- 3) $\left(-1\frac{1}{3}a - 2\frac{1}{5}b + \frac{1}{15}c\right) \cdot 15$;
- 4) $10a\left(-\frac{1}{5}b + 1\frac{1}{2}c - 3\frac{4}{5}y\right)$.

1238. Обчисли найзручнішим способом:

- 1) $16\left(-1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{16} - 3\frac{1}{2}\right)$;
- 2) $\left(-\frac{5}{12} + \frac{3}{7} + 1\right) \cdot (-8,4)$;
- 3) $-6 \cdot 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} \cdot (-6)$;
- 4) $11 \cdot \left(-3\frac{1}{7}\right) + 2\frac{1}{7} \cdot 11 + 11$.

1239. Обчисли зручним способом:

- 1) $\left(-\frac{2}{9} + 3\frac{1}{18} + \frac{1}{2}\right) \cdot 18$;
- 2) $\left(-\frac{3}{25} + 1\frac{1}{3} - 1\right) \cdot (-7,5)$;
- 3) $-12 \cdot 1\frac{3}{4} + (-12) \cdot 2\frac{1}{3}$;
- 4) $-2\frac{1}{9} \cdot 13 + 3\frac{1}{9} \cdot 13 + 13$.

1240. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $-12 \cdot (-99)$;
- 2) $999 \cdot (-17)$;
- 3) $-101 \cdot 125$;
- 4) $1001 \cdot (-217)$.

1241. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $-99 \cdot 17$;
- 2) $-12 \cdot 101$;
- 3) $-999 \cdot (-13)$;
- 4) $-1001 \cdot 29$.

1242. Винеси за дужки спільний множник:

- 1) $3m - 6p + 9t$;
- 2) $5a + 5b - 5$;
- 3) $10m + 15c - 25x$;
- 4) $8bx - 16by + 12b$;
- 5) $21ab - 35ac - 7ad$;
- 6) $12ax + 18xm - 24bx$.

1243. Винеси за дужки спільний множник:

- 1) $2a + 4b - 8c$;
- 2) $7x - 7y + 7$;
- 3) $12m + 18n - 15t$;
- 4) $9a - 12ab + 6ac$;
- 5) $3ax + 6ay - 12ap$;
- 6) $14mn + 21mx - 35am$.



Рациональні числа і дії над ними

 **1244.** Обчисли зручним способом:

- 1) $32,7 \cdot 3\frac{5}{12} - 9\frac{7}{12} \cdot (-32,7) + 32,7;$
- 2) $-14,9 \cdot 2\frac{1}{7} + 3\frac{1}{6} \cdot (-14,9) + 5\frac{13}{42} \cdot 13,9.$

 **1245.**  Знайди значення виразу:

- 1) $4x^2$, якщо $x = 8; -8;$
- 2) $7a^3$, якщо $a = -2; 2.$

1246.  Порівняй дроби:

- 1) $\frac{17}{25}$ і $\frac{1717}{2525};$
- 2) $\frac{17}{25}$ і $\frac{171717}{252525}.$

 **1247.** Велосипедист проїхав відстань від міста до села зі швидкістю 15 км/год, а повертається назад зі швидкістю 10 км/год. Якою була середня швидкість руху велосипедиста?

§ 46. Подібні доданки та їх зведення

Розподільна властивість множення дає можливість виносити спільний множник за дужки.

Приклад 1. Спрости вираз $7x - 6x + 3x.$

Розв'язання. Усі доданки мають спільний множник $x.$ Маємо: $7x - 6x + 3x = (7 - 6 + 3) \cdot x.$ У дужках записано суму коефіцієнтів усіх доданків, вона дорівнює 4.

Тому $7x - 6x + 3x = 4x.$

У виразі $7x - 6x + 3x$ доданки $7x, -6x, 3x$ мають спільну буквену частину і відрізняються один від одного лише коефіцієнтами. Такі доданки називають *подібними*.

 Доданки, що мають однакову буквену частину, називають *подібними доданками.*

Додавання подібних доданків називають *зведенням подібних доданків.*

 Щоб звести подібні доданки, достатньо додати їх коефіцієнти і знайдений результат помножити на спільну буквену частину.



Розділ 4

Приклад 2. Звести подібні доданки: 1) $4a + a - 6a$; 2) $7b - 3b - 4b$.

Розв'язання. 1) У цьому прикладі всі доданки подібні, оскільки в них спільна частина a . Додаючи коефіцієнти, маємо: $4 + 1 - 6 = -1$. Отже, $4a + a - 6a = -1 \cdot a = -a$; 2) $7b - 3b - 4b = 0 \cdot b = 0$.

Вираз може містити доданки з різними буквеними частинами. Тоді доданки можна об'єднати у групи з однаковою буквену частиною. Доданки з різних груп доцільно підкреслювати по-різному.

Приклад 3. Спростити вираз $4a + 5b - 7a + 4 + 3b$.

Розв'язання. $\underline{4a} + \underline{5b} - \underline{7a} + 4 + \underline{3b} = -3a + 8b + 4$.

Приклад 4. Розв'язати рівняння $4(x + 2) - (x - 2) = 13$.

Розв'язання. Розкриємо дужки: $4x + 8 - x + 2 = 13$. Зведемо подібні доданки $3x + 10 = 13$. Далі $3x = 13 - 10$; $3x = 3$; $x = 3 : 3$; $x = 1$.



Які доданки називають подібними? • Як звести подібні доданки?

1248. Назви подібні доданки у виразі:

- 1) $3a + 2a - 4$; 2) $7b + 9 - 9b$; 3) $3x + y - y$.

1249. Перепиши та підкресли подібні доданки:

- 1) $7m + 2m - 5$; 2) $4p - 3 - 2p$; 3) $7t + 9k - 7t$.

1250. (Усно) Зведи подібні доданки:

- 1) $7x - 3x$; 2) $9b + 7b$; 3) $9y - 9y$; 4) $-5m + 4m$.

1251. Зведи подібні доданки:

- 1) $5x + 4x$; 2) $3y - y$; 3) $7m + m$; 4) $4b + b - 2b$;
5) $-2a - 3a$; 6) $2p + 2p$; 7) $-2n + n$; 8) $7m - 2m - 5m$.

1252. Зведи подібні доданки:

- 1) $7y + 3y$; 2) $5m - m$; 3) $2t + t$; 4) $7y + y - 6y$;
5) $-3p - 5p$; 6) $3b + 3b$; 7) $-3a + a$; 8) $4x - x - 3x$.

1253. (Усно) Спрости вираз та знайди його значення:

- 1) $-2x - 8x$, якщо $x = 1,3$; 2) $4m - 5m$, якщо $m = -2$.

1254. Спрости вираз та обчисли його значення:

- 1) $4x - 2x$, якщо $x = -2,7$; 2) $-6m + 9m$, якщо $m = -4$;
3) $-8y - 6y$, якщо $y = -\frac{1}{14}$; 4) $9p - 8p$, якщо $p = \frac{12}{317}$.



Рациональні числа і дії над ними

1255. Спрости вираз та знайди його значення:

1) $9a - 6a$, якщо $a = -3,4$; 2) $-7p - 9p$, якщо $p = -\frac{3}{16}$.

1256. (Усно) Зведи подібні доданки:

1) $4m + a - 2m + 3a$; 2) $-5b + 9 + 4b$;
3) $-3x + 2y - 3y + 4x$; 4) $7 - 2m + 3m$.

1257. Зведи подібні доданки:

1) $7a - 3b - 5a + 4b$; 2) $\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}a$;
3) $-5x + 9y - 7x - 8y$; 4) $0,47m - 0,49m - 0,52m$;
5) $18,2p + 9,2x - 9,7p$; 6) $a + b + a - b$.

1258. Зведи подібні доданки:

1) $5m - 4n - 3m + 2n$; 2) $\frac{1}{12}p - \frac{1}{3}p - \frac{1}{4}p$;
3) $-2x + 3y - 3x + 5y$; 4) $0,12a - 0,48a - 0,37a$;
5) $12,9b + 13,7c - 4,5b$; 6) $m + t - m + t$.

1259. На малюнку 85 $AB = 3a$;

$BC = 2a$. Склади вираз для обчислен-



Мал. 85

ня довжини відрізка AC . Спрости цей

вираз та знайди його значення, якщо:

1) $a = 3$ см; 2) $a = 8$ дм.

1260. На малюнку 85 $AC = 7m$; $BC = 3m$. Склади вираз для обчислення довжини відрізка AB . Спрости цей вираз та знайди його значення, якщо: 1) $m = 4$ см; 2) $m = 5$ дм.

1261. Розкрий дужки і зведи подібні доданки:

1) $2(3x - 5) + 4x$; 2) $-(7a + 8) + 3a$;
3) $7x + (x - 3)$; 4) $2y - 3(y - 5)$.

1262. Розкрий дужки і зведи подібні доданки:

1) $-2(3x - 5) + 8(2 - 4x)$; 2) $-9(4a + m) + 5(m - 9a)$;
3) $(4x - 0,5) \cdot 0,2 + (2x + 0,3) \cdot (-0,5)$;
4) $3,2(4b - 3a) - 2,8(b + 2a)$.

1263. Розкрий дужки і зведи подібні доданки:

1) $-4(7 - 2x) + 6(3x - 5)$; 2) $2(a - 2b) - 7(2a + 3b)$;
3) $(3m - 2) \cdot (-0,7) + (4 - 2m) \cdot 0,5$;
4) $4,2(5x - 2y) - 2,7(3x - y)$.

1264. Спрости вираз та знайди його значення:

1) $-(2m - 0,2) + 2(4m - 0,1)$, якщо $m = 0,7$;
2) $3(2x - 0,8) - (6x + 0,4)$, якщо $x = 1,83$.



Rозділ 4

1265. Спрости вираз та знайди його значення:

- 1) $-(3a - 1,2) + 3(2a - 0,4)$, якщо $a = 0,2$;
- 2) $4(2m - 0,9) - (8m - 0,2)$, якщо $m = 0,132$.

1266. Спрости вираз:

- 1) $2,7x - 1\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{3}x$;
- 2) $-3\frac{1}{3}x + 5\frac{1}{6}y - 2\frac{7}{8}x - 2\frac{7}{12}y$;
- 3) $1\frac{4}{7}m - 2\frac{3}{14}m + \frac{17}{42}m$;
- 4) $-2\frac{5}{9}p + 1\frac{4}{9}b + 4\frac{7}{18}p - 3\frac{11}{27}b$.

1267. Спрости вираз:

- 1) $4,7a - 1\frac{5}{6}a + 2\frac{1}{2}a$;
- 2) $-2\frac{1}{3}b + 3\frac{5}{6}b - 4\frac{1}{2}b$;
- 3) $-1\frac{5}{6}x + 2\frac{4}{9}y + \frac{3}{4}x - \frac{7}{12}y$;
- 4) $-4\frac{2}{7}c + 2\frac{1}{3}m + 9\frac{9}{14}c - 5\frac{4}{9}m$.

1268. Спрости вираз:

- 1) $(-1,8a + 2,5b) \cdot 4 - 3(3,2a + 0,9b - 2) - (2,8a - 7)$;
- 2) $\frac{2}{3}\left(1,8 - 1\frac{1}{4}m\right) - 2\frac{1}{3}\left(1,2 - \frac{5}{14}m\right)$.

1269. Спрости вираз:

- 1) $(-0,7x + 0,6y) \cdot 5 - 3(0,4y - 1,5x - 1) - (2,7x - 8)$;
- 2) $\frac{2}{9}\left(2,7 - 1\frac{1}{2}x\right) - 1\frac{1}{6}\left(1,8 - \frac{2}{7}x\right)$.

1270. Розв'яжи рівняння:

$$1) 0,6x + 0,4x - 0,84x = 0,832; \quad 2) \frac{5}{9}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = \frac{7}{12}.$$

1271. Розв'яжи рівняння:

$$1) 0,47x - 0,5x + 1,3x = 15,24; \quad 2) \frac{1}{9}x - \frac{1}{12}x + \frac{1}{4}x = 1\frac{2}{3}.$$

1272. Доведи, що значення виразу

$$(2x - 3) \cdot 0,2 - (3x - 4) \cdot 0,5 - (2,6 - 1,1x)$$

не залежить від значення змінної.

1273. Доведи, що значення виразу

$$(3y - 0,8) \cdot 0,4 - 0,2(5 - 2y) - (1,6y - 0,8)$$

не залежить від значення змінної.

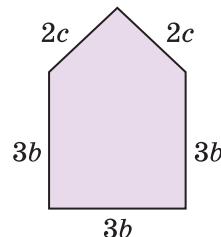
1274. Знайди периметр многокутника, зображеного на малюнку 86. Спрости отриманий вираз та знайди його значення, якщо $b = 8$ см, $c = 9$ см.



Раціональні числа і дії над ними

1275. Доведи, що значення виразу $4(0,3x - 5,1) - 0,3(4x - 2,5)$ при будь-якому значенні змінної набуває від'ємного значення.

1276. Доведи, що значення виразу $0,6(18x - 7) - 1,8(6x - 4)$ при будь-якому значенні змінної набуває додатного значення.



Мал. 86

4 **1277.** Доведи, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу $4(6n - 4,5) - 9\left(\frac{1}{3}n - 2\right)$ кратне числу 7.

1278. Доведи, що при будь-якому натуральному значенні m значення виразу $9(3m - 8) + 2(25 - 11m) + 23$ не ділиться на 5.

1279. Знайди значення виразу $9a - (3a + 2b)$, якщо $3a - b = 0,9$.

1280. Знайди значення виразу $-2x - (6y - 5x)$, якщо $x - 2y = 0,4$.

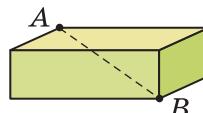
1281. **2** Запиши три дроби, що дорівнюють дробу $\frac{6}{9}$.

1282. **3** Порівняй числа:

1) $0,375$ і $\frac{5}{12}$; 2) $0,42$ і $\frac{12}{25}$; 3) $1,75$ і $1\frac{4}{5}$; 4) $2,125$ і $2\frac{2}{9}$.

1283. **4** Яка ймовірність того, що навмання вибране від 1 до 25 натуральне число буде простим?

1284. На малюнку 87 зображені цеглини. Як за допомогою трьох таких цеглин і лінійки (або рулетки) виміряти довжину відрізка AB ?



Мал. 87

Завдання для перевірки знань № 8 (§ 43 — § 46)

1. **1** Знайди добуток: 1) $37 \cdot (-5)$; 2) $-25 \cdot (-9)$.

2. **1** Назви коефіцієнт буквенного виразу:

- 1) $7b$; 2) $-5a$; 3) $-0,8t$; 4) p .

Розділ 4

3. **1** Зведи подібні доданки: 1) $4m - 5m$; 2) $2y + 3y - 9y$.
4. **2** Виконай дії зручним способом:
1) $-0,2 \cdot 39 \cdot (-5)$; 2) $4 \cdot 29 - 14 \cdot 29$.
5. **2** Обчисли: 1) $(-4,2)^2$; 2) $(-0,8)^3$.
6. **2** Спрости: 1) $-1,5a \cdot (-2b)$; 2) $-5x + 3y + 7x - 9y$.
7. **3** Доведи, що значення виразу $-0,6(x - 3,7) + 0,2(3x - 5)$ не залежить від значення змінної.
8. **3** Розв'яжи рівняння $\frac{4}{5}x - \frac{1}{10}x + \frac{1}{2}x = 2\frac{2}{5}$.
9. **4** Знайди значення виразу $-8a - (4a - 6b)$, якщо $b - 2a = -4$.

Додаткові вправи

10. **4** Розв'яжи рівняння $(x - 1)(x + 2) = 0$.
11. **4** Знайди корінь рівняння $-\frac{4}{15}x \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{7}$.
12. **4** Обчисли зручним способом $3,2 \cdot 2\frac{5}{7} - 3\frac{2}{7} \cdot (-3,2) + 3,2$.

§ 47. Ділення раціональних чисел

Ділення — це дія, під час виконання якої за даним добутком і одним із множників знаходять другий множник.

Оскільки $2 \cdot (-5) = -10$, то $-10 : (-5) = 2$. В останній рівності -10 — ділене, (-5) — дільник, 2 — частка; ділене і дільник — числа від'ємні, частка — число додатне. *Модуль частки дорівнює модулю діленого, що ділиться на модуль дільника.* Справді, $|-10| : |-5| = |2|$.

Маємо правило ділення двох від'ємних чисел:

 частка від ділення двох від'ємних чисел є числом додатним; щоб знайти модуль частки, треба модуль діленого поділити на модуль дільника.

Приклад 1. $-2,8 : (-0,7) = 2,8 : 0,7 = 4$;

$$-\frac{5}{6} : \left(-\frac{35}{48}\right) = \frac{5}{6} : \frac{35}{48} = \frac{5 \cdot 48}{6 \cdot 35} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$



Раціональні числа і дії над ними

Оскільки $-3 \cdot 4 = -12$, то $-12 : 4 = -3$, а $-2 \cdot (-3) = 6$, то $6 : (-3) = -2$. Якщо ділене і дільник — числа різних знаків, то частка — число від'ємне, а модуль частки дорівнює модулю діленого, що ділиться на модуль дільника. Справді, $|-12| : |4| = |-3|$ і $|6| : |-3| = |-2|$. Маємо правило ділення двох чисел з різними знаками:



частка від ділення двох чисел з різними знаками є числом від'ємним; щоб знайти модуль частки, треба модуль діленого поділити на модуль дільника.

Приклад 2. 1) $-3,8 : 2 = -(3,8 : 2) = -1,9$;

$$2) 2\frac{2}{5} : \left(-1\frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{12}{5} : \frac{4}{3}\right) = -\frac{12 \cdot 3}{5 \cdot 4} = -\frac{9}{5} = -1\frac{4}{5}.$$

Приклад 3. Розв'язати рівняння $2(3x - 2) - (4x + 3) = -19$.

Розв'язання. Розкриємо дужки: $6x - 4 - 4x - 3 = -19$; $2x - 7 = -19$; $2x = -19 + 7$; $2x = -12$; $x = -12 : 2$; $x = -6$.

Якщо a — будь-яке раціональне число, то $a : 1 = a$.

Якщо a — будь-яке раціональне число, відмінне від нуля, то $a : a = 1$ і $0 : a = 0$.

Нагадаємо, що **на нуль ділити не можна**: $\cancel{a : 0}$.



Сформулуй правило ділення від'ємних чисел.

- Сформулуй правило ділення двох чисел з різними знаками.

1285. (Усно) Знайди знак частки:

1) $-14 : 12$; 2) $-8 : (-16)$; 3) $37 : (-4)$; 4) $0 : (-2)$.

1286. Який знак (+ чи -) має частка:

1) $-18 : (-16)$;	2) $20 : (-32)$;	3) $-14 : 5$;
4) $-8 : (-128)$;	5) $-12 : 0,1$;	6) $14 : (-8)$?

1287. (Усно) Чи правильно виконано ділення:

1) $-4 : 2 = -2$;	2) $-8 : (-2) = -4$;	3) $5 : (-1) = -5$;
4) $17 : (-1) = 17$?		

1288. (Усно) Виконай ділення:

1) $-20 : (-2)$; 2) $14 : (-7)$; 3) $-44 : 11$; 4) $-13 : (-1)$.



Rозділ 4

1289. Виконай ділення:

$$\begin{array}{lll} 1) -12 : 2; & 2) -14 : (-2); & 3) 8 : (-4); \\ 4) 1,8 : (-2); & 5) 7 : (-1); & 6) -5 : (-1). \end{array}$$

1290. Виконай ділення:

$$\begin{array}{lll} 1) -14 : (-7); & 2) 15 : (-3); & 3) -10 : (-2); \\ 4) -4,7 : 1; & 5) 19 : (-1); & 6) -8 : (-1). \end{array}$$

1291. (Усно) Яким, додатним чи від'ємним, є корінь рівняння:

$$1) -4x = -179; \quad 2) 5x = -1392; \quad 3) 14,2 : x = -0,8?$$

1292. (Усно) Знайди корінь рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) 4x = -8; & 2) -7x = -14; \\ 3) -4 : x = 1; & 4) -18 : x = -2. \end{array}$$

1293. За даними таблиці знайди частку:

a	20	-143	-152	-129	13	0	137	-19
b	-2	-11	8	-129	-13	-2015	-1	-1
$a : b$								

1294. Виконай ділення:

$$\begin{array}{lll} 1) -3,6 : 9; & 2) 10,32 : (-2,5); & 3) -11,7 : (-1,8); \\ 4) -0,45 : 0,09; & 5) -\frac{1}{2} : \left(-\frac{1}{6}\right); & 6) -\frac{4}{9} : \frac{5}{3}; \\ 7) 18 : \left(-\frac{6}{7}\right); & 8) -\frac{10}{17} : (-5). \end{array}$$

1295. За даними таблиці знайди частку:

x	-8,4	8,88	-3,289	$-\frac{5}{6}$	15	$-\frac{6}{7}$
y	-0,7	-2,4	1,3	$-\frac{5}{12}$	$-\frac{5}{7}$	12
$x : y$						

1296. Знайди значення виразу $-15 : x - 3,6$, якщо $x = -0,3; -5$.

1297. Знайди значення виразу $-12 : a - 4,8$, якщо $a = -4; 0,3$.

1298. Обчисли:

$$1) 1\frac{1}{4} : \left(-5\frac{5}{7}\right); \quad 2) -3\frac{1}{9} : \left(-2\frac{1}{3}\right);$$





Рациональні числа і дії над ними

3) $-7\frac{6}{7} : \left(-9\frac{3}{7}\right)$; 4) $1\frac{5}{9} : \left(-2\frac{13}{18}\right)$.

1299. Обчисли частку:

1) $-2\frac{1}{8} : 4\frac{1}{4}$; 2) $1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;

3) $-11\frac{2}{5} : \left(-3\frac{4}{5}\right)$; 4) $-4\frac{2}{7} : 1\frac{19}{21}$.

1300. Розв'яжи рівняння:

1) $-2,6x = -3,51$; 2) $10,64 : x = -1,4$;

3) $-0,18x = 1,17$; 4) $-18,06 : x = 4,2$;

5) $\frac{5}{24}x = -\frac{7}{48}$; 6) $-\frac{14}{15} : x = -7$.

1301. Знайди корінь рівняння:

1) $-3,6x = 7,2$; 2) $-1 : x = -0,01$;

3) $0,18 \cdot x = -0,099$; 4) $-7,5 : x = -0,5$;

5) $-\frac{5}{9}x = \frac{10}{27}$; 6) $-\frac{6}{7} : x = 3$.

1302. Розв'яжи рівняння:

1) $-\frac{9}{44}x = -2\frac{5}{11}$; 2) $1\frac{1}{5}x = -2\frac{7}{10}$; 3) $1\frac{1}{63} : x = -\frac{8}{21}$;

4) $\frac{8}{21}x = -3\frac{3}{7}$; 5) $-2\frac{5}{6} : x = -\frac{17}{18}$; 6) $1\frac{11}{14} : x = -2\frac{1}{7}$.

1303. Розв'яжи рівняння:

1) $-\frac{5}{24}x = -1\frac{7}{48}$; 2) $8\frac{1}{3} : x = -2\frac{2}{3}$; 3) $1\frac{1}{4}x = -3\frac{7}{12}$.

1304. Виконай дії:

1) $-280 : (-4) + 7 \cdot (-3)$; 2) $120 : (-6) - (-18) : 2$.

1305. Заповни в зошиті таку таблицю:

x	-2	4	$-\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{4}$	-2,5	1,6
$x : (-4)$						
$-5 : x$						

1306. Знайди значення виразів $a : (-5)$ та $-4 : a$, якщо $a = -20; -0,4; 0,8; 1,6$.

Розділ 4

1307. Знайди корінь рівняння: 1) $2x - 5x = 0,57$;
2) $14x - 5x = -11,7$; 3) $1,7x - 0,2x - 1,8x = -4,5$.

1308. Розв'яжи рівняння: 1) $7x - 9x = 0,38$;
2) $14x - 8x = -7,2$; 3) $1,9x - 0,2x - 2,4x = -1,12$.

1309. Знайди значення виразу:

- 1) $(4,08 : (-1,7) - 0,6) : 0,15 + 37,8$;
- 2) $(-48,75 : 3,9 + 8,2) \cdot (-4) : (-0,2)$.

1310. Обчисли:

- 1) $-2,8 \cdot 35 : (-0,49) + (-13,25) : (-5,3)$;
- 2) $9,6 : (8,9 - 11,3) - (-4,64) : (-5,8)$.

1311. Виконай дії:

$$\begin{array}{ll} 1) 3\frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{3}{4} : 5\frac{1}{2} \right); & 2) 2\frac{2}{5} : \left(1\frac{11}{15} - 3\frac{2}{5} \right) \cdot \left(-\frac{5}{6} \right); \\ 3) (63,45 : (-4,7) + 9,3) : \left(-4\frac{1}{5} \right); & \\ 4) \left(-50\frac{2}{5} : (-5,6) + 6,4 \right) : \left(-1\frac{2}{5} \right). & \end{array}$$

1312. Виконай дії:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(-3\frac{1}{3} \right) : \left(-1\frac{1}{4} \right) : \frac{8}{25}; & 2) 1\frac{8}{9} : \left(1\frac{3}{4} - 3\frac{1}{6} \right) \cdot \left(-\frac{9}{16} \right); \\ 3) \left(-48,75 : 3,9 + 8\frac{1}{5} \right) \cdot (-6,1); & 4) \left(-15\frac{16}{25} : 4,6 + 7,1 \right) : (-0,37). \end{array}$$

1313. Розв'яжи рівняння, спростиши спочатку ліву частину:

$$1) -0,8x \cdot (-0,4) = -0,96; \quad 2) -\frac{8}{9} \cdot 2,1x = -20,16.$$

1314. Спростиши спочатку ліву частину рівняння, розв'яжи його:

$$1) -0,2x \cdot 4 = -0,104; \quad 2) -\frac{3}{7} \cdot (-0,6x) = -1,44.$$

1315. Розв'яжи рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{5}{21}x - 2 = -3\frac{1}{14}; & 2) -0,8(x - 2,5) = -6,4; \\ 3) 4,3(1 - x) = -10,75; & 4) \frac{7}{9}y + \frac{11}{12} = \frac{13}{18}; \end{array}$$



Рациональні числа і дії над ними

5) $36,18 : (x + 2,8) = -4,5$; 6) $-12,6 : (x + 32,7) = -0,63$.

1316. Знайди корінь рівняння:

1) $\frac{11}{15}x + \frac{9}{10} = \frac{8}{15}$;

2) $-0,4(2 - x) = -2,4$;

3) $3,9 : (x + 0,13) = -2,6$.

4 **1317.** Порівняй значення виразів $\frac{2-a}{a-3}$ і $\frac{3-a}{a-4}$, якщо $a = -1$.

1318. Порівняй значення виразів $\frac{3+b}{b-2}$ і $\frac{4+b}{b-3}$, якщо $b = -2$.

1319. Розв'яжи рівняння:

1) $-2\frac{3}{7}x + 3\frac{5}{6}x - 1\frac{8}{21}x = -\frac{1}{2}$;

2) $-4(2x - 5) + 3(5x - 7) = -15$;

3) $|4x| + 7 = 9$; 4) $|2x - 3| = 5$.

1320. **2** Запиши всі дільники числа: 1) 25; 2) 48; 3) 60.

1321. **2** Запиши три числа, які кратні числу: 1) 7; 2) 13; 3) 18.

1322. **3** За три дні в супермаркеті продали 252 кг картоплі. Першого дня продали $\frac{5}{21}$ цієї кількості, а другого — $\frac{11}{28}$ цієї кількості. Скільки кілограмів картоплі продали третього дня?

1323. Чи існує квадрат, довжина сторони якого в сантиметрах є цілим числом, а площа при цьому дорівнює 501 501 501 501 см²?

§ 48. Розв'язування рівнянь. Основні властивості рівняння

До цього часу ми розв'язували рівняння, використовуючи залежності між компонентами дій. Розглянемо основні властивості рівняння, що нададуть можливість значно спростити процес розв'язування знайомих нам видів рівнянь та навчитися розв'язувати нові види рівнянь.



Розділ 4

Приклад 1. Розв'язати рівняння $3 \cdot (x + 2) = 18$.

Розв'язання. За правилом знаходження невідомого множника маємо $x + 2 = 18 : 3$, $x + 2 = 6$. Це саме рівняння можна отримати, якщо обидві частини початкового рівняння поділити на 3 або помножити обидві частини на $\frac{1}{3}$. Закінчуячи розв'язування рівняння, знайдемо $x = 6 - 2$; $x = 4$.

Число 4 є коренем як рівняння $x + 2 = 6$ (бо $4 + 2 = 6$), так і коренем рівняння $3 \cdot (x + 2) = 18$ (бо $3 \cdot (4 + 2) = 18$). Маємо таку *властивість рівняння*:



корені рівняння не зміняться, якщо його обидві частини помножити або поділити на одне й те саме відмінне від нуля число.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $x + 2 = 7$.

Розв'язання. За правилом знаходження невідомого доданка маємо $x = 7 - 2$. Це рівняння можна одержати з початкового, якщо перенести доданок 2 з лівої частини в праву, змінивши знак цього доданка на протилежний (з «+» на «-»). Остаточно маємо $x = 5$.

Приклад 3. Розв'язати рівняння $x - 3 = 8$.

Розв'язання. За правилом знаходження невідомого зменшуваного маємо $x = 8 + 3$. Це рівняння можна одержати з початкового, якщо перенести доданок -3 з лівої частини в праву, змінивши знак доданка на протилежний (з «-» на «+»). Отже, $x = 11$ — корінь рівняння.

Маємо ще одну *властивість рівняння*:



корені рівняння не зміняться, якщо деякий доданок перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши при цьому його знак на протилежний.

Виходячи з наведених властивостей, складемо загальну схему розв'язування рівнянь, яку застосуємо в наступному прикладі.

Приклад 4. Розв'язати рівняння

$$4(x - 3) - 12x = 3(2 - x) + 7.$$



Раціональні числа і дії над ними

Розв'язання.

1	Розкриємо дужки	$4x - 12 - 12x = 6 - 3x + 7$
2	Зведемо подібні доданки в лівій і правій частинах рівняння	$-8x - 12 = 13 - 3x$
3	Перенесемо доданки, які містять невідоме, в одну частину рівняння (частіше в лівому), а решту доданків — у іншу частину рівняння, змінивши при цьому їх знаки на протилежні	$-8x + 3x = 13 + 12$
4	Зведемо подібні доданки в лівій та правій частинах рівняння	$-5x = 25$
5	Знайдемо корінь рівняння	$x = 25 : (-5)$ $x = -5$
6	Перевірка (бажано)	ліва частина $4(-5 - 3) - 12 \cdot (-5) = 28$ права частина $3(2 - (-5)) + 7 = 28$

A ще раніше...

У «геометричній алгебрі» давніх греків розв'язати рівняння означало побудувати відрізок, що дорівнює додатному кореню рівняння.

Паростки нової «арифметичної алгебри» зустрічаються у Діофанта. Зокрема в «Арифметиці» він розглядає таку задачу.

Задача Діофанта. Якщо додати до 20 і відняти від 100 одне й те саме число, то отримана сума буде в 4 рази більшою за отриману різницю. Знайти невідоме число.

Спробуй розв'язати цю задачу!

Майже 4 тисячі років тому в Давньому Єгипті вже розв'язували найпростіші рівняння.

Другу з розглянутих у цьому параграфі властивостей рівнянь вперше відкрив арабський математик Мухаммед аль-Хорезмі (783 – близько 850), автор ґрунтовної роботи «Кітаб аль-Джебр аль-Муқабала» («Книга про відновлення та протиставлення»). Називав аль-Хорезмі цю властивість аль-джебр, тобто «відновлення».



Розділ 4



Сформулюй основні властивості рівняння. • Як перенести доданки з однієї частини рівняння в іншу?

1324. (Усно) Чи є число -3 коренем рівняння:

- 1) $x + 2 = 1$; 2) $x \cdot 7 = -21$; 3) $x - 2 = -5$; 4) $x : 3 = 1$?

1325. Чи є число -8 коренем рівняння:

- 1) $x + 6 = -2$; 2) $3 - x = -5$; 3) $4 \cdot x = 32$; 4) $16 : x = -2$?

1326. (Усно) Знайди корінь рівняння:

- 1) $x - 7 = 8$; 2) $2 + x = 1$; 3) $x \cdot 5 = -10$; 4) $x : 2 = -3$.

1327. (Усно) Чи правильно перенесено доданки в таких рівняннях:

1) $5x + 7 = x$,	2) $-4x + 9 = 2x$,
$5x - x = 7$;	$-4x - 2x = -9$;
3) $-2x - 7 = -3x + 9$,	4) $7x - 2 = 2x - 3$,
$-2x + 3x = 9 + 7$;	$7x - 2x = -3 - 2$?

1328. Перенеси з лівої частини рівняння в праву доданок, який не містить невідомого:

- 1) $4x + 2 = 7$; 2) $-5x - 3 = 9$;
3) $3x - 9 = 0$; 4) $-7x + 2 = 3$.

1329. Перенеси з правої частини рівняння в ліву доданок, який містить невідоме:

- 1) $3x = 5 - 2x$; 2) $7m = -5 + 2m$;
3) $-3y = 4 - 5y$; 4) $-7p = 2p + 7$.

1330. Зberи в лівій частині рівняння всі доданки, що містять невідоме, а в правій — усі доданки, які не містять невідомого:

- 1) $9x + 5 = 7 - 5x$; 2) $4m - 2 = 5m + 3$;
3) $-4y - 7 = -2y + 9$.

1331. Зberи в лівій частині рівняння всі доданки, які містять невідоме, а в правій — усі доданки, які не містять невідомого:

- 1) $-3x + 7 = 8 - 2x$; 2) $5y + 2 = -3y - 3$;
3) $-9p - 5 = 4p + 7$.

1332. Чи є коренем рівняння $2(x + 7) = 8$ число:

- 1) -2 ; 2) -3 ?

1333. Чи є коренем рівняння $5(x + 2) = -20$ число:

- 1) -6 ; 2) -5 ?





Раціональні числа і дії над ними

1334. Знайди корінь рівняння:

- 1) $2x + 6 = 8$;
- 2) $3 - 4y = -1$;
- 3) $-10 + 5m = 4$;
- 4) $7x = 3x - 5$;
- 5) $-2m = 14 + 8m$;
- 6) $3y = -5y + 16$.

1335. Розв'яжи рівняння:

- 1) $3x + 10 = 16$;
- 2) $2 - 3y = -4$;
- 3) $-5 + 2t = -7$;
- 4) $5x = -8 + x$;
- 5) $-4y = 7 + 3y$;
- 6) $8m = -2m + 9$.

1336. Розв'яжи рівняння:

- 1) $5x + 3 = 4x + 8$;
- 2) $3x - 16 = 8x + 19$;
- 3) $5 - 3x = 4 - 2x$;
- 4) $0,8m + 2,4 = 0,4m - 1,6$;
- 5) $0,17x - 1,8 = 0,18x + 1,2$;
- 6) $0,8x + 1,16 = 0,9x - 1,8$.

1337. Знайди корінь рівняння:

- 1) $6x + 12 = 5x + 3$;
- 2) $7y - 11 = 10y + 16$;
- 3) $3m + 7 = 6m - 2$;
- 4) $4,6 + 0,6y = 0,3y - 2,3$;
- 5) $0,27x - 3,8 = 0,28x + 5,2$;
- 6) $0,7m + 1,98 = 0,8m - 4,4$.

1338. Розв'яжи рівняння:

- 1) $\frac{1}{2}x - 5 = 7 - \frac{1}{2}x$;
- 2) $1\frac{1}{3}x + 8 = \frac{1}{3}x - 7$;
- 3) $1\frac{1}{5}x - 9 = -\frac{4}{5}x + 4$;
- 4) $\frac{4}{7}x + 3 = \frac{3}{7}x - 2$;
- 5) $-2\frac{2}{7}x + 9 = -\frac{2}{7}x - 5$;
- 6) $2\frac{1}{3}x + 2 = 4 - 2\frac{2}{3}x$.

1339. Розв'яжи рівняння:

- 1) $\frac{1}{3}x - 2 = 5 - \frac{2}{3}x$;
- 2) $1\frac{4}{5}x + 2 = \frac{4}{5}x - 8$;
- 3) $1\frac{1}{7}x - 5 = -\frac{6}{7}x + 9$;
- 4) $\frac{5}{9}x + 2 = \frac{4}{9}x - 3$;
- 5) $-3\frac{1}{8}x + 3 = -\frac{1}{8}x - 6$;
- 6) $5\frac{1}{4}x - 12 = 8 - 4\frac{3}{4}x$.

1340. Поясни кожний «крок» розв'язування рівняння:

- 1) $2(x - 3) = 5x$, 2) $3(4x - 1) = -7(x - 2)$,
- $2x - 6 = 5x$, $12x - 3 = -7x + 14$,
- $2x - 5x = 6$, $12x + 7x = 14 + 3$,
- $-3x = 6$, $19x = 17$,
- $x = 6 : (-3)$, $x = 17 : 19$,
- $x = -2$; $x = \frac{17}{19}$.



Rозділ 4

1341. Розв'яжи рівняння:

- 1) $2(x - 3) = 4x;$
- 2) $-(4x - 3) = -x;$
- 3) $-4(x + 5) = -16;$
- 4) $3(x + 7) = 2(x - 8);$
- 5) $4(-x + 7) = -(x + 2);$
- 6) $-3(2 - x) = 4(x + 9).$

1342. Знайди корінь рівняння:

- 1) $3(x - 4) = 5x;$
- 2) $-(5x - 8) = -x;$
- 3) $-5(x + 2) = -15;$
- 4) $7(x - 2) = 6(x + 1);$
- 5) $3(-x + 2) = -(x - 8);$
- 6) $-5(7-x) = 6(x + 2).$

1343. Розв'яжи рівняння:

- 1) $3(x - 2) = -10x;$
- 2) $-(2x - 5) = -5x;$
- 3) $-3(x - 3) = 7;$
- 4) $5(x + 2) = 11(x - 3).$

1344. Розв'яжи рівняння:

- 1) $4(x - 2) = -5x;$
- 2) $-(4x - 7) = -7x;$
- 3) $-6(x - 1) = 13;$
- 4) $2(x + 1) = 9(x - 3).$

1345. Знайди корінь рівняння:

- 1) $2(0,2x - 3) - 8(0,7x - 4) = 39;$
- 2) $3,2(2 - 3y) = 3(0,8y - 1) + 3,4;$
- 3) $3(0,4x + 7) - 4(0,8x - 3) = 2;$
- 4) $0,3(2x - 1) - 0,9 = 0,2(5x - 2).$

1346. Знайди корінь рівняння:

- 1) $5(0,3x + 6) - 4(0,2x - 7) = -5;$
- 2) $0,5(3x - 4) + 4,4 = 0,9(4x - 2).$

1347. Використовуючи основну властивість пропорції, розв'яжи рівняння:

- 1) $\frac{x - 2}{x - 3} = \frac{7}{5};$
- 2) $\frac{x + 0,3}{5} = \frac{0,2 - x}{3};$
- 3) $\frac{2,3x - 11,2}{7} = \frac{9,4 - 1,7x}{21}.$

1348. Знайди корінь рівняння:

- 1) $\frac{4}{15}x + 2,8 = 6,3 - \frac{3}{20}x;$
- 2) $5\frac{3}{7} - 4x = \frac{3}{7} - \frac{1}{4}x;$
- 3) $5\frac{5}{12}x - 2\frac{3}{14} = 5\frac{1}{4}x - 3\frac{5}{7};$
- 4) $\frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}x - \frac{3}{8}\right) = 1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}x.$

1349. Розв'яжи рівняння:

- 1) $\frac{x - 5}{x + 3} = \frac{9}{7};$
- 2) $\frac{2}{21}x + 3,7 = 2,5 - \frac{1}{14}x;$





Рациональні числа і дії над ними

3) $11\frac{5}{12} - 3x = 1\frac{5}{12} - \frac{7}{9}x.$

1350. При якому значенні x вирази $5(2 - x)$ і $-3(5 + 2x)$ набувають рівних значень?

1351. При якому значенні y вирази $0,3(5y - 7)$ і $3(0,2y + 3,2)$ набувають рівних значень?

4 **1352.** Знайди корінь рівняння:

1) $0,77\left(\frac{8}{11}x - \frac{3}{7}\right) - 4,5\left(\frac{7}{15}x + \frac{2}{9}\right) = 1,75;$

2) $\frac{4}{9}(0,36 - 4,5x) - \frac{5}{7}(0,21 - 1,4x) = -1.$

1353. Розв'яжи рівняння:

1) $\frac{1}{9}(0,45 - 2,7x) - \frac{1}{17}(0,51 - 3,4x) = 0,08;$

2) $25,5\left(\frac{9}{17}y - \frac{2}{3}\right) - 43,2\left(\frac{11}{18}y - \frac{7}{8}\right) = 59,5.$

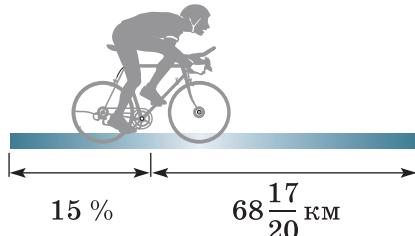
1354. При якому значенні a рівняння $(a - 8)x = 5 + 3a$ має корінь, що дорівнює числу 2?

1355. Розв'яжи рівняння:

1) $2(x - 2) + x = 3(x - 1); \quad 2) 4(x - 2) + 2x = 2(3x - 4).$

1356. Обчисли значення виразу $2\frac{1}{10}x - 4\frac{1}{6}y$, якщо $x = 2\frac{1}{7}; y = 2\frac{2}{5}.$

1357. За першу годину велосипедист проїхав 15 % відстані, після чого йому залишилося проїхати ще $68\frac{17}{20}$ км. Яку відстань мав проїхати велосипедист?



Розділ 4

1358. До 120 г 10-відсоткового розчину солі долили 80 г води. Яка концентрація солі у новому розчині?

1359. Кожне ребро куба збільшили на 10 %. На скільки відсотків збільшилася площа його поверхні і на скільки відсотків збільшився його об'єм?



§ 49. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

Розглянемо приклади розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь.

Задача 1. У двох кошиках разом 28 яблук, причому в другому на 4 яблука більше, ніж у першому. Скільки яблук у кожному кошику?

Розв'язання. Позначимо кількість яблук у першому кошику буквою x , тоді кількість яблук у другому буде $(x + 4)$. Загальна кількість яблук $x + (x + 4)$ за умовою задачі дорівнює 28. Маємо рівняння:

$$x + (x + 4) = 28.$$

Розв'яжемо це рівняння: $x + x + 4 = 28$, $2x = 28 - 4$, $2x = 24$, $x = 24 : 2$, $x = 12$.

Отже, в першому кошику було 12 яблук, а в другому — $12 + 4 = 16$ (яблук).

Перевірка. У другому кошику яблук на 4 більше, ніж у першому ($16 - 12 = 4$), в обох кошиках разом 28 яблук ($12 + 16 = 28$), що відповідає умові задачі.

Відповідь. 12 яблук у першому кошику, 16 яблук — у другому.

Розв'язавши задачу за допомогою рівняння, правильність її розв'язання треба перевірити за умовою задачі, а не за складеним рівнянням.



Отже, розв'язувати задачу за допомогою рівняння можна за таким планом:

- 1) позначаємо деяку невідому величину (число) буквою, наприклад, x ;*
- 2) інші невідомі величини виражаємо через цю букву;*



Раціональні числа і дії над ними

- 3) виходячи з умови задачі, складаємо рівняння;
- 4) розв'язуємо це рівняння;
- 5) знаходимо інші невідомі величини, якщо цього вимагає умова задачі;
- 6) перевірка (необов'язково);
- 7) відповідь.

Задача 2. По трьох ящиках розклали 35 банок консервів так, що в першому ящику стало удвічі менше банок, ніж у другому, і на 3 менше, ніж у третьому. По скільки банок консервів стало в кожному ящику?

Розв'язання. Позначимо кількість банок консервів у першому ящику буквою x , тоді кількість банок у другому ящику — $2x$, а в третьому — $(x + 3)$. У трьох ящиках разом $x + 2x + (x + 3)$ банок, що за умовою дорівнює 35. Маємо рівняння:

$$x + 2x + (x + 3) = 35.$$

Розв'яжемо його: $x + 2x + x + 3 = 35$, $4x = 35 - 3$, $4x = 32$, $x = 32 : 4$, $x = 8$.

У першому ящику 8 банок, у другому — $2 \cdot 8 = 16$ (банок), у третьому — $8 + 3 = 11$ (банок).

Перевірку зробіть самостійно.

Відповідь. У першому ящику 8 банок, у другому — 16 банок, у третьому — 11 банок.



Поясни, як за допомогою рівнянь розв'язати задачі 1 і 2. Які етапи можна виділити, розв'язуючи задачу за допомогою рівняння?

1 1360. (Усно) Перше із чисел на 8 менше за друге. Менше із чисел позначено через x . Вирази через x друге число.

1361. Перше із чисел на 5 більше за друге. Більше із чисел позначено через x . Вирази через x менше число.

1362. (Усно) Перше із чисел у 3 рази менше від другого. Менше із чисел позначено через x . Вирази через x друге число.

2 1363. Площа двох ділянок дорівнює 48 га. Знайди площину кожної з ділянок, якщо площа першої на 12 га менша за площею другої.



Розділ 4

1364. У двох вагонах метро разом 78 пасажирів, причому в першому вагоні пасажирів на 6 менше, ніж у другому. По скільки пасажирів у кожному з вагонів?

1365. Дріт довжиною 508 м розрізали на дві частини, перша з яких у 3 рази довша за другу. Знайди довжину кожної частини.

1366. 42 пакети розклали по двох ящиках так, що в першому пакетів удвічі більше, ніж у другому. По скільки пакетів у кожному з ящиків?

1367. Число x додали до числа, яке дорівнює подвоєному числу x , і одержали 72. Знайди x .

1368. Від числа 56 відняли число x і одержали потроєне число x . Знайди x .

1369. Промінь ділить розгорнутий кут на два кути. Знайди ці кути, якщо один з них на 30° більший за другий.

1370. Промінь ділить прямий кут на два кути. Знайди ці кути, якщо один з них удвічі більший за другий.

1371. Одна із сторін трикутника дорівнює 10 см, а друга сторона — удвічі більша за третю. Знайди довжини двох невідомих сторін трикутника, якщо його периметр 28 см.

1372. Ширина прямокутної ділянки на 10 м коротша від її довжини, а периметр дорівнює 128 м. Обчисли площину ділянки.

1373. Одна із сторін прямокутника на 8 см менша за другу, а його периметр дорівнює 44 см. Знайди площину прямокутника.

1374. У саду росте в 5 раз більше яблунь, ніж сливи. Скільки росте яблунь і скільки сливи, якщо сливи на 16 менше, ніж яблунь?

1375. Батько утричі важчий за сина. Знайди, скільки важить батько, якщо він на 52 кг важчий за сина.

1376. Перше число в 2,5 раза більше за друге. Якщо від першого числа відняти 10, а до другого додати 5, то отримаємо рівні між собою числа. Знайди початкові числа.

1377. На одному дереві сиділо в 4 рази більше горобців, ніж на іншому. Коли із цього дерева злетіло 12 горобців, то на обох деревах горобців стало порівну. Скільки горобців сиділо спочатку на кожному дереві?





Раціональні числа і дії над ними

1378. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 2,6. Знайди ці числа, якщо одне з них утрічі більше за друге.

1379. Сергій за контрольну роботу отримав на 2 бали більше, ніж Петро. Скільки балів отримав кожен хлопець, якщо середнє арифметичне їх оцінок дорівнює 9?

1380. У двох пачках 60 книжок, причому кількість книжок у першій пачці становить $\frac{7}{8}$ кількості книжок другої.

По скільки книжок у кожній пачці?

1381. Довжина другої стрічки на 3 м більша, ніж довжина першої, причому довжина першої стрічки становить $\frac{4}{5}$ довжини другої. Яка довжина уожної стрічки?

1382. У першій бригаді працює на 6 осіб менше, ніж у другій. Скільки осіб працює в кожній бригаді, якщо кількість робітників першої бригади становить 80 % від кількості робітників другої?

1383. У двох хлопців разом 380 наклейок, причому кількість наклейок одного хлопця становить 90 % від кількості наклейок другого. Скільки наклейок має кожен з хлопців?

1384. У першому вагоні в $1\frac{1}{2}$ раза більше вугілля, ніж у другому. Якщо з першого вагона взяти $2\frac{9}{10}$ т, а в другий додати $7\frac{1}{10}$ т, то вугілля у вагонах стане порівну. Скільки тонн вугілля в кожному вагоні?

1385. На першому самоскиді вантажу в 3 рази менше, ніж на другому. Якщо на перший самоскид додати $1\frac{13}{20}$ т, а з другого зняти $\frac{3}{4}$ т, то вантажу на обох самоскидах стає порівну. Скільки тонн вантажу на кожному самоскиді?

1386. У трьох літніх оздоровчих таборах «Орлятко», «Зірка» та «Дружба» за зміну відпочило 232 школярі. У «Зірці» вдвічі більше дітей, ніж в «Орлятку», а в «Дружбі» на 16 дітей більше, ніж в «Орлятку». Скільки школярів відпочило в кожному таборі?

Розділ 4

1387. На трьох вантажівках було 5,1 т зерна, причому на другій було зерна удвічі більше, ніж на першій, а на третьій — на 0,3 т більше, ніж на першій. Скільки тонн зерна було на кожній вантажівці?

1388. Сума трьох чисел дорівнює 54. Перше число становить 90 % від другого, а третє — $\frac{4}{5}$ від другого. Знайди добуток цих трьох чисел.

1389. Периметр трикутника дорівнює 46 дм. Довжина другої сторони становить 60 % довжини першої, а довжина третьої сторони — $\frac{7}{10}$ від першої. Знайди довжини сторін трикутника.

1390. Велосипедист їхав по шосе зі швидкістю 12 км/год, а по ґрунтовій дорозі — зі швидкістю 9 км/год. Загалом він подолав 27 км. Скільки часу їхав велосипедист по шосе і скільки по ґрунтовій дорозі, якщо по ґрунтовій дорозі він їхав на 0,5 год менше, ніж по шосе?

Розв'язання.

Рух	v , км/год	t , год	s , км
по шосе	12	x	$12x$
по ґрунтовій дорозі	9	$x - 0,5$	$9(x - 0,5)$
$\left. \right\} 27 \text{ км}$			

Маємо рівняння $12x + 9(x - 0,5) = 27$, розв'язавши яке, отримаємо $x = 1,5$. Отже, велосипедист їхав 1,5 год по шосе і 1 год по ґрунтовій дорозі.

1391. Першу ділянку шляху мотоцикліст долав зі швидкістю 63 км/год, а другу — зі швидкістю 45 км/год. Загалом він подолав 184,5 км. За скільки годин мотоцикліст проїхав першу ділянку шляху і за скільки другу, якщо на першу ділянку він витратив на 0,5 год менше, ніж на другу?





Раціональні числа і дії над ними

1392. Велосипедист долає відстань між селами за 2 год, а пішохід — за 4,8 год. Знайди швидкість велосипедиста і швидкість пішохода, якщо швидкість пішохода на 7 км/год менша від швидкості велосипедиста.

1393. Кілограм яблук на 4 грн дешевший за кілограм груш, а 5 кг яблук коштують так само, як 3 кг груш. Скільки коштує 1 кг яблук і скільки — 1 кг груш?

1394. Кілограм печива на 12 грн дешевший за кілограм цукерок. За 5 кг печива заплатили стільки, скільки за 3 кг цукерок. Скільки коштує 1 кг печива і скільки — 1 кг цукерок?

1395. У двох маршрутних таксі іхала однакова кількість пасажирів. Після того як з першого таксі вийшло 4 пасажири, а з другого — 12, пасажирів у першому залишилося удвічі більше, ніж у другому. Скільки пасажирів було в кожному таксі спочатку?

1396. На двох поліцях книжок було порівну. Після того як з першої поліці зняли одну книжку, а з другої — 19, книжок на першій поліці залишилося утрічі більше, ніж на другій. Скільки книжок було на кожній поліці спочатку?

1397. Придбали 8 ручок по 1 грн 60 коп. і по 1 грн 80 коп., заплативши за всю покупку 13 грн 40 коп. Скільки купили ручок по 1 грн 60 коп.?

1398. Придбали 15 зошитів по 1 грн 20 коп. і по 1 грн 80 коп., заплативши за всю покупку 23 грн 40 коп. По скільки зошитів кожного виду було придбано?

1399. У першому баку 55 л олії, а у другому — 45 л. Після того як з першого бака наповнили 8 бутлів, а з другого — 6 таких самих бутлів, олії в баках стало порівну. Скільки літрів олії вміщує один бутель?

1400. У Сергія 54 грн, а в Марійки 66 грн. Після того як Сергій придбав 2 тістечка, а Марійка — 4 таких самих тістечка, грошей у них стало порівну. Скільки коштує одне тістечко?

1401. Перший оператор набирає рукопис на 1,5 год довше, ніж другий, причому за одну годину перший набирає 8 сторінок, а другий — 10 сторінок. Скільки часу витратить перший оператор на набір цього рукопису?

Розділ 4

1402. За одну годину учень виготовляє 10 деталей, а майстер — 15 деталей. Певну кількість деталей майстер може виготовити на 2 год швидше, ніж учень. За який час цю кількість деталей виготовить майстер?

1403. Різниця двох чисел 55. Знайди ці числа, якщо 30 % від більшого з них дорівнює $\frac{2}{3}$ від меншого.

1404. Перше число на 9 більше за друге. $\frac{1}{3}$ від першого числа дорівнює 50 % від другого. Знайди ці числа.

1405. У першому баку 140 л води, а в другому — 108 л. Щохвилини з першого бака виливається 5 л води, а з другого — 6 л. Через скільки хвилин у першому баку води залишиться у 2,5 раза більше, ніж у другому?

1406. У першій діжці було втричі більше меду, ніж у другій. Коли з першої діжки взяли 80 кг, а з другої — 30 кг, то в другій діжці меду залишилося на 90 кг менше, ніж у першій. Скільки кілограмів меду було в кожній діжці спочатку?

1407. У першій пачці удвічі більше зошитів, ніж у другій. Після того як з другої пачки 20 зошитів переклали в першу, у другій зошитів стало в 4 рази менше, ніж у першій. Скільки зошитів було в кожній пачці спочатку?

1408. У першому мішку було вдвічі більше борошна, ніж у другому. Після того як з другого мішка пересипали 5 кг у перший, у другому борошна стало втрічі менше, ніж у першому. Скільки кілограмів борошна було в кожному мішку спочатку?

1409. **2** Знайди відношення чисел:

1) 15 до 12; 2) 20 до 55; 3) 5,5 до 4,4; 4) $\frac{1}{3}$ до $\frac{1}{15}$.

1410. **3** Використовуючи рівність $6 \cdot 3 = 9 \cdot 2$, запиши всі можливі пропорції.

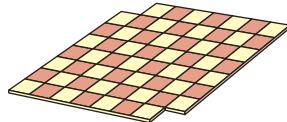
1411. **3** Виконай дії:

1) $\left(6,4 \cdot 2\frac{11}{12} - 16\right) \cdot 2,25$; 2) $2\frac{1}{7} \cdot \left(3\frac{2}{3} - 2,5\right) - 1\frac{1}{8}$.

Раціональні числа і дії над ними

1412. Свіжі сливи містять 60 % води, а чорносливи (сушені сливи) — 15 % води. Скільки свіжих слив треба взяти, щоб отримати 8 кг чорносливу?

1413. З паперової шахової дошки вирізано дві протилежні кутові клітинки (мал. 88). Чи можна після цього розрізати дошку на прямокутники, що містять по 2 клітинки?



Мал. 88

Завдання для перевірки знань № 9 (§ 47 — § 49)

- Виконай ділення: 1) $-12 : (-2)$; 2) $27 : (-3)$.
- Який знак («+» чи «-») має корінь рівняння:
1) $2x = -17$; 2) $-5x = -17$?
- Чи є число -2 коренем рівняння:
1) $x + 3 = -1$; 2) $4x = -8$?
- Розв'яжи рівняння $\frac{3}{8}x = -\frac{9}{32}$.
- Знайди корінь рівняння $3x - 5 = 5x + 9$.
- У баскетбольній секції у 4 рази більше учнів, ніж у секції шахів. Скільки учнів у секції шахів, якщо їх там на 18 менше, ніж у баскетбольній секції?
- Розв'яжи рівняння $0,3(x - 6) = 0,4(8 - x) - 7,1$.
- У першому кошику яблук було вдвічі більше, ніж у другому. Після того як з другого кошика переклали в перший 3 яблука, у першому кошику яблук стало втричі більше, ніж у другому. Скільки яблук було в кожному кошику спочатку?

Додаткові вправи

- Знайди значення виразу $(-8,95 : 2,5 + 1,58) : \left(-1\frac{1}{3}\right)$.
- Розв'яжи рівняння $|5x| + 9 = 12$.
- При яких цілих значеннях a коренем рівняння $ax = 8$ є ціле число?



Rозділ 4



50. Розв'язування вправ на всі дії з раціональними числами

1 1414. (Усно) Обчисли:

- 1) $5 + (-3)$;
- 2) $-3 + (-8)$;
- 3) $4 - 7$;
- 4) $-2 - (-4)$;
- 5) $-5,3 \cdot (-10)$;
- 6) $-4,2 \cdot 0,1$;
- 7) $4,7 : (-10)$;
- 8) $-8,3 : (-0,1)$.

1415. (Усно) Обчисли:

- 1) $9 + (-9) + 10$;
- 2) $-8 + (-7) + 8$;
- 3) $-2 \cdot 50 \cdot (-8)$;
- 4) $4 \cdot (-17) \cdot 0$.

1416. Знайди значення виразу:

- 1) $-5,3 + (-4,9)$;
- 2) $-2,9 + 1,3$;
- 3) $0 - 7$;
- 4) $14,2 - (-1)$;
- 5) $21 \cdot (-13)$;
- 6) $-12 \cdot (-14)$;
- 7) $-1,8 : (-2)$;
- 8) $-2,5 : 0,5$.

1417. Обчисли:

- 1) $-4,7 + 5,9$;
- 2) $-2,7 + (-3,8)$;
- 3) $1 - 8$;
- 4) $-3 - (-2)$;
- 5) $-14 \cdot 18$;
- 6) $-25 \cdot (-16)$;
- 7) $-1,6 : 4$;
- 8) $-5,7 : (-0,3)$.

1418. (Усно) Спрости:

- 1) $3p - 2p$;
- 2) $4x - 5x$;
- 3) $-2y + 5y$;
- 4) $-3y - y$;
- 5) $m - m$;
- 6) $-2p + p$.

1419. (Усно) Знайди корінь рівняння:

- 1) $x + 3 = 2$;
- 2) $x - 3 = -5$;
- 3) $x \cdot (-7) = 21$;
- 4) $x : (-4) = -5$.

2 1420. Знайди значення виразу:

- 1) $-\frac{5}{7} + \left(-\frac{2}{21}\right)$;
- 2) $-5\frac{7}{12} + 6\frac{1}{6}$;
- 3) $\frac{13}{15} - 1$;
- 4) $-2\frac{1}{8} - \left(-3\frac{1}{4}\right)$;
- 5) $-\frac{7}{9} \cdot \frac{27}{49}$;
- 6) $-1\frac{1}{8} \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$;
- 7) $\frac{4}{15} : \left(-1\frac{1}{5}\right)$;
- 8) $-\frac{12}{17} : (-6)$.

1421. Обчисли:

- 1) $-\frac{4}{9} + \left(-\frac{5}{12}\right)$;
- 2) $3\frac{1}{4} + \left(-4\frac{1}{8}\right)$;
- 3) $-\frac{4}{7} - 1$;



Рациональні числа і дії над ними

4) $1\frac{1}{3} - \left(-2\frac{1}{6}\right)$; 5) $-\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{18}{25}\right)$; 6) $2\frac{1}{3} \cdot \left(-4\frac{2}{7}\right)$;

7) $-\frac{12}{13} : \left(-\frac{24}{65}\right)$; 8) $-\frac{15}{16} : (-5)$.

1422. Знайди середнє арифметичне чисел:

1) 12,5; -13,8; -5,3; 2) 12,7; -2,5; -14,1; 3,5.

1423. Знайди середнє арифметичне чисел:

1) 7,8; -13,6; 2) -2,5; 3,7; 4,9; -5,6; -8.

1424. Заповни в зошиті таку таблицю:

x	-2	-5	4	5	-5	-4
y	3	-2	-8	-3	4	-11
$x + y$						
$x - y$						

1425. Обчисли, потім заповни таблички відповідними буквами та прочитай ім'я та прізвище видатного українського письменника:

1) $-4,5 + (-2,7) = P$; 2) $-2,7 + 3,8 = B$;
 3) $-5,2 - 4,7 = I$; 4) $5,2 - (-2,5) = O$;
 5) $-1,2 \cdot 4,5 = A$; 6) $-1,8 \cdot (-5,5) = K$;
 7) $-8,1 : (-1,8) = H$; 8) $8,5 : (-2,5) = \Phi$.

-9,9	1,1	-5,4	4,5

-3,4	-7,2	-5,4	4,5	9,9	7,7

1426. Обчисли, потім заповни таблички відповідними буквами та прочитай прізвище видатного українського математика:

1) $-2,7 + (-3,8) = A$; 2) $4,9 - 5,8 = Y$;
 3) $-2,7 - (-3,6) = K$; 4) $3,6 \cdot (-1,5) = \chi$;
 5) $-8 \cdot (-4,7) = B$; 6) $-12 : 2,5 = P$.

0,9	-4,8	-6,5	37,6	-5,4	-0,9	0,9

1427. Обчисли значення виразу $29,4 - a : b$, якщо:

1) $a = -33,5$; $b = 2,5$; 2) $a = -32,16$; $b = -2,4$.

1428. Обчисли значення виразу $x : y - 23,7$, якщо:

1) $x = -3,3$; $y = 1,2$; 2) $x = -7,12$; $y = -4,45$.



Pozitiv 4

1429. Заповни в зошиті таку таблицю:

a	-3	-8	3	$-1\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{3}$	$\frac{9}{16}$
b	4	-5	-0,4	$1\frac{1}{4}$	$-4\frac{1}{6}$	$-1\frac{1}{8}$
$a \cdot b$						
$a : b$						

1430. Заповни в зошиті таку таблицю:

x	-4	-12	7	-3,6	$-\frac{2}{7}$	$1\frac{1}{2}$
y	5	-3	-0,2	-2,5	$\frac{3}{14}$	$-1\frac{1}{4}$
$x + y$						
$x - y$						
xy						
$x : y$						

1431. Обчисли:

$$1) (-3,2)^2; \quad 2) \left(-\frac{1}{2}\right)^3; \quad 3) \left(-\frac{5}{7}\right)^2; \quad 4) (-0,7)^3.$$

1432. Обчисли:

$$1) \left(-\frac{3}{8}\right)^2; \quad 2) (-1,2)^3; \quad 3) (-1,8)^2; \quad 4) \left(-\frac{2}{3}\right)^3.$$

1433. Розв'яжи рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) x - 2\frac{1}{3} = -4\frac{5}{6}; & 2) 3\frac{1}{7} - x = 4\frac{1}{14}; & 3) x + 2\frac{1}{3} = -1\frac{5}{12}; \\ 4) x \cdot \left(-3\frac{1}{7}\right) = -2\frac{5}{14}; & 5) x : 2\frac{1}{5} = -2\frac{3}{11}; & 6) 2\frac{1}{3} : x = -\frac{7}{9}. \end{array}$$

1434. Розв'яжи рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) 4\frac{1}{2} - x = 5\frac{1}{6}; & 2) x - 1\frac{7}{8} = -1\frac{3}{4}; & 3) x + 4\frac{1}{7} = -5\frac{3}{14}; \\ 4) -3\frac{1}{5} : x = -1\frac{3}{5}; & 5) x \cdot 2\frac{2}{5} = -1\frac{3}{5}; & 6) x : \left(-1\frac{3}{7}\right) = -1\frac{1}{4}. \end{array}$$





Раціональні числа і дії над ними

1435. Що більше: сума чисел $0,5$ і $-3,2$ чи їх добуток? На скільки?

1436. На скільки сума чисел $-7,2$ і $-6,4$ менша від їх частки?

1437. На скільки частка чисел $-5,75$ і $2,3$ більша за їх суму?

3 1438. Розв'яжи рівняння:

$$1) 0,4(3 - 2x) + 2,4 = 0,2(3 + 2x);$$

$$2) \frac{1}{2} \left(4 - 3\frac{1}{2}y \right) = 1\frac{1}{4}y - \frac{1}{2}.$$

1439. Розв'яжи рівняння:

$$1) 0,3(5 - x) + 1,3 = 0,4(3x - 8);$$

$$2) 1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}y = \frac{4}{9} \left(1\frac{1}{2}y - \frac{3}{8} \right).$$

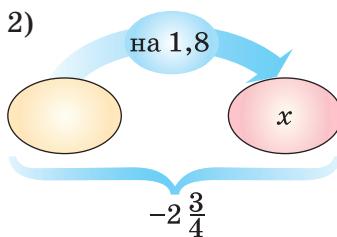
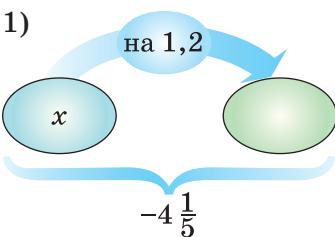
1440. Виконай дії:

$$1) -\frac{1}{2} : 10 + 8\frac{7}{10} : 5 + \left(-4\frac{1}{5} \right) \cdot (-0,4);$$

$$2) -\frac{21}{22} \cdot \left(10 - 14\frac{5}{7} \right) + 48 : \left(8\frac{10}{17} - 10 \right).$$

$$\text{1441. Виконай дії } \left(9\frac{5}{9} - 11 \right) \cdot \frac{9}{26} - 16 : \left(2\frac{1}{2} - 4\frac{5}{6} \right).$$

1442. Склади рівняння за схемою та розв'яжи його (стрілка напрямлена до більшого числа):



1443. Знайди суму чотирьох чисел, перше з яких дорівнює $-4,7$, а кожне наступне на $1,8$ більше за попереднє.

1444. Знайди суму чотирьох чисел, перше з яких дорівнює $2,7$, а кожне наступне на $1,6$ менше від попереднього.

1445. (Усно) Доведи, що коли $x \neq 0$, $y \neq 0$, то значення виразів xy та $\frac{x}{y}$ має один і той самий знак.



Rозділ 4

1446. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) -14\left(1\frac{1}{7} - 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}\right); \quad 2) 1,8 \cdot 2\frac{1}{9} - 1,8 \cdot 3\frac{5}{9} - 1,8.$$

1447. Обчисли, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) -20\left(-1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5} - 3\frac{1}{10}\right); \quad 2) -1,2 \cdot 3\frac{5}{6} + 1,2 \cdot 2\frac{1}{6} - 1,2.$$

1448. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{9 - 2,3x}{15} = \frac{1,4x - 3,5}{5};$$

$$2) 0,25(3x - 4) = 0,45(4x - 2) - 2,2.$$

1449. Розв'яжи рівняння:

$$1) \frac{8,4 - 0,6x}{90} = \frac{0,8x - 3}{3};$$

$$2) 0,2(x - 3) - 0,58 = 0,35(6x - 5).$$

1450. Доведи, що значення виразу $3(13 - 2x) - 4(x - 8) + 5(2x + 8)$ не залежить від значення змінної.

1451. Доведи, що значення виразу $-2(3y - 5) + 7(5 - 2y) + 10(2y - 8)$ не залежить від значення змінної.

1452. Виконай дії $-3,75 - \left(-1\frac{3}{4}\right) \cdot \left(6\frac{2}{7} - 2\frac{3}{7} : \left(-\frac{17}{28}\right)\right)$.

1453. Виконай дії $-\frac{5}{13} \left(1,96 : \left(-1\frac{2}{5}\right) + \left(-2\frac{4}{9}\right) : \left(-\frac{11}{18}\right)\right)$.

1454. Спрости вираз $6\left(\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}x\right) - 15\left(\frac{3}{5}x - 2\frac{1}{3}\right) - 12\frac{3}{4}$ та знайди його значення, якщо $x = 1\frac{3}{4}$.

1455. Спрости вираз $-1,2\left(6a - 1\frac{1}{6}\right) + 3\left(1\frac{1}{3} - 1,8a\right)$ та знайди його значення, якщо $a = -5$.



Раціональні числа і дії над ними

1456. Обчисли:

$$1) \frac{\frac{9}{20} - 0,9}{27,25 : \left(1\frac{3}{5} + 1\frac{1}{8}\right)} + \frac{9}{200}; \quad 2) \frac{\left(13\frac{1}{2} - 15\right) : (-0,03)}{\left(7,65 - 8\frac{1}{20}\right)^2 \cdot (-2,5)}.$$

1457. Обчисли $\frac{\left(3\frac{3}{4} - 4\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right) : \frac{5}{7}}{\frac{3}{4} : (-0,5625) + 5}$.

1458. Накресли координатну пряму, взявши за одиничний відрізок п'ять клітинок зошита. Познач на ній точки $A(-0,6)$; $B(2,4)$, $C\left(-1\frac{2}{5}\right)$, $D\left(\frac{1}{5}\right)$, $E(-1,8)$, $F\left(1\frac{4}{5}\right)$.

1459. Чи можна, використовуючи лише цифри 2 і 3, записати деяке натуральне число, кратне:

- 1) 2; 2) 5; 3) 10; 4) 3; 5) 9?

1460. Запиши у вигляді нескінченного десяткового періодичного дробу частку:

- 1) $2 : 9$; 2) $7 : 11$; 3) $13 : 12$; 4) $100 : 99$.

1461. Одну зі сторін прямокутника збільшили на 20 %, а другу — на 30 %, утворивши новий прямокутник. На скільки відсотків збільшилася площа прямокутника?

1462. Яке найбільше натуральне число можна записати за допомогою: 1) двох п'ятірок; 2) трьох двійок?

§ 51. Перпендикулярні прямі

Дві прямі, що мають одну спільну точку, називають **прямими, що перетинаються**. Їх спільну точку називають **точкою перетину**.

На малюнку 89 прямі a і b перетинаються, M — точка їх перетину. Дві прямі, перетинаючись, окрім розгорнутих, утворюють чотири кути зі спільною вершиною, градусна міра яких менша від 180° . Прямі AB і CD (мал. 90) перетинаються



Мал. 89

Розділ 4

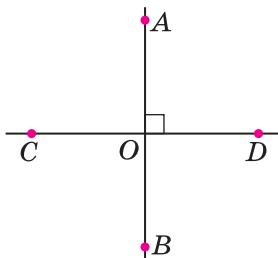
в точці O , причому один з утворених кутів — прямий: $\angle AOD = 90^\circ$. У цьому випадку прямі AB і CD називають **перпендикулярними** (від латинського слова *perpendicularis* — прямовисний).

Оскільки кут COD — розгорнутий ($\angle COD = 180^\circ$), то $\angle COA = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Аналогічно міркуючи, маємо: $\angle COB = 90^\circ$, $\angle BOD = 90^\circ$.

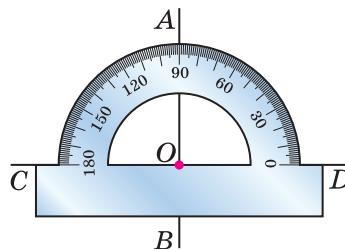


Прямі, що перетинаються під прямим кутом, називають перпендикулярними.

Отже, на малюнку 90 прямі AB і CD — перпендикулярні. Перпендикулярність прямих позначають знаком \perp . Записують: $AB \perp CD$, читають: «пряма AB перпендикулярна до прямої CD ».



Мал. 90



Мал. 91

Для побудови перпендикулярних прямих можна використати транспортир (мал. 91) або креслярський косинець.

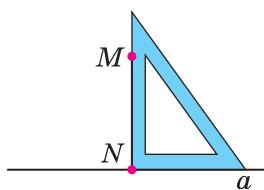
Приклад. Нехай дано точку M , яка не належить прямій a . Використовуючи креслярський косинець, побудуй пряму, яка проходить через точку M і є перпендикулярною до прямої a .

Розв'язання. 1) Розмістимо косинець так, щоб одна зі сторін його прямого кута лежала на прямій a , а друга проходила через точку M (мал. 92).

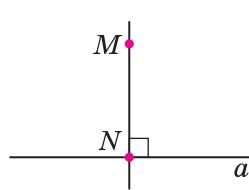
2) Проведемо відрізок уздовж сторони косинця від точки M до перетину з прямою a . Позначимо отриману точку буквою N (мал. 92).

3) Побудуємо пряму MN (мал. 93). Запишемо: $MN \perp a$. Analogічно можна за допомогою косинця виконати побудову прямої, перпендикулярної до прямої a , якщо точка M належить прямій a (мал. 94).

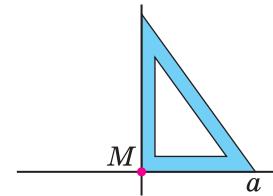
Раціональні числа і дії над ними



Мал. 92



Мал. 93

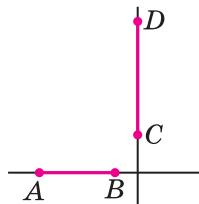


Мал. 94

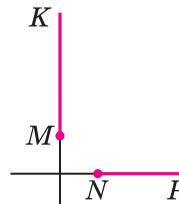


Відрізки (або промені), що лежать на перпендикулярних прямих, називають *перпендикулярними відрізками (або променями)*.

На малюнку 95 зображені перпендикулярні відрізки AB і CD , а на малюнку 96 — перпендикулярні промені MK і NP .



Мал. 95



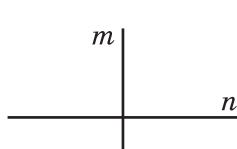
Мал. 96



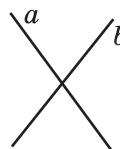
Які прямі називають перпендикулярними? • За допомогою яких інструментів можна побудувати перпендикулярні прямі? • Які відрізки і які промені називають перпендикулярними?

1463. На малюнку 90: $\angle AOD = 90^\circ$. Як називають прямі AB і CD ?

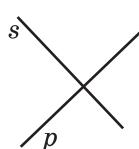
1464. Визнач на око, які прямі на малюнках 97—100 є перпендикулярними. Перевір це, користуючись косинцем або транспортиром.



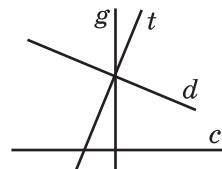
Мал. 97



Мал. 98



Мал. 99



Мал. 100

Розділ 4

1465. На малюнку 101 $MKPN$ — прямокутник. Виши всі пари перпендикулярних прямих.

1466. Наведи з довкілля приклади перпендикулярних прямих.

1467. Накресли пряму a та точки C і D так, як показано на малюнку 102. За допомогою косинця побудуй пряму CK , перпендикулярну до прямої a , та пряму DF , перпендикулярну до прямої a .

1468. Через точку A , що не належить прямій m , побудуй за допомогою косинця пряму n , перпендикулярну до прямої m .

1469. Через точку Q , що належить прямій a , побудуй за допомогою косинця пряму b , перпендикулярну до прямої a .

1470. Знайди всі пари перпендикулярних прямих на малюнку 103. Виконай відповідні записи.

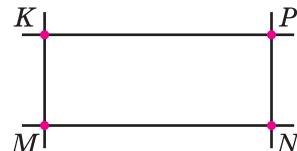
1471. Накресли кут AOB , градусна міра якого дорівнює 65° . На стороні OA познач точку K , віддалену від вершини кута на 3 см. Проведи через точку K прямі, перпендикулярні до прямих AO і BO .

1472. Накресли кут MKP , градусна міра якого дорівнює 50° . На стороні KP познач точку A , віддалену від вершини кута на 2,5 см. Проведи через точку A прямі, перпендикулярні до прямих KM і KP .

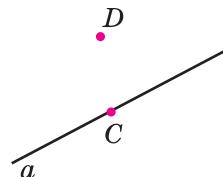
1473. Накресли чотирикутник $ABCD$ такий, що:

- 1) $AB \perp BC$;
- 2) $AB \perp BC$, $AB \perp AD$;
- 3) $AB \perp AD$, $BC \perp CD$.

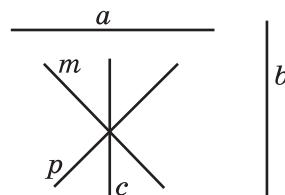
1474. Накресли гострокутний трикутник ABC . Проведи через кожну його вершину пряму, перпендикулярну до протилежної сторони. Виконай відповідні записи.



Мал. 101



Мал. 102



Мал. 103



Раціональні числа і дії над ними

4 1475. Накресли тупокутний трикутник MNK . Проведи через кожну з його вершин пряму, перпендикулярну до прямої, що містить протилежну сторону (наприклад, через вершину M проведи пряму, перпендикулярну до прямої, що містить сторону NK). Виконай відповідні записи.

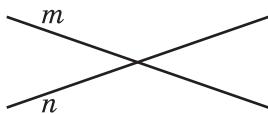
5 1476. **2** Запиши всі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами: 1) $-5,73$ і $0,8$; 2) $-14,9$ і $-5,7$.

3 1477. Сплав містить дві частини цинку і п'ять частин заліза. Визнач масу сплаву, якщо заліза в ньому на 768 г більше, ніж цинку.

6 1478. Доведи, що зі ста натуральних чисел від 1 до 100 не можна вибрати сімдесят одне число так, щоб їх сума дорівнювала сумі інших чисел.

§ 52. Паралельні прямі

Дві різні прямі, побудовані на аркуші паперу або дошці, можуть перетинатися в одній точці (мал. 104) або не перетинатися (мал. 105). Аркуш паперу, дошка дають уявлення про площину. Також уявлення про площину дають поверхня стола, шибка тощо.



Мал. 104



Мал. 105



Мал. 106



Дві прямі, які лежать в одній площині і не перетинаються, називають **паралельними** (від грецького слова *parallelos* – той, що йде поруч).

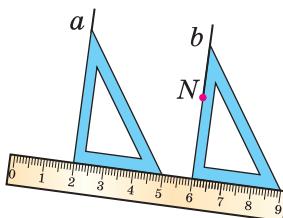
На малюнку 105 зображені паралельні прямі a і b . Паралельність прямих позначають знаком \parallel . Записують: $a \parallel b$, читають: «пряма a паралельна прямій b ».

Уявлення про паралельні прямі дає нам, наприклад, пряма ділянка залізничних рейок (мал. 106).



Розділ 4

Приклад. Дано пряму a і точку N , яка не належить прямій a (мал. 107). За допомогою косинця і лінійки побудувати пряму, яка проходить через точку N і паралельна прямій a .



Мал. 107

Розв'язання. 1) Одну сторону прямого кута косинця прикладаємо до прямої a .

2) До другої сторони прямого кута косинця прикладаємо лінійку.

3) Пересуваємо косинець уздовж лінійки доти, доки друга сторона прямого кута косинця не пройде через точку N .

4) Уздовж цієї сторони проводимо пряму b . Маємо $a \parallel b$. Наведена побудова ґрунтуються на такій **властивості**:

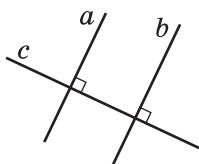


якщо дві прямі на площині перпендикулярні до третьої прямої, то вони паралельні (мал. 108).

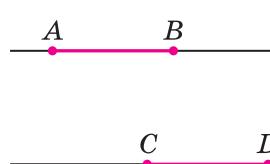
Цю властивість буде доведено в старших класах.



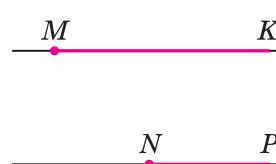
Відрізки (або промені), що лежать на паралельних прямих, називають паралельними відрізками (або променями).



Мал. 108



Мал. 109



Мал. 110

На малюнку 109 зображені паралельні відрізки AB і CD , а на малюнку 110 — паралельні промені MK і NP .



Що дає нам уявлення про площину? • Які прямі називають паралельними? • За допомогою яких інструментів можна побудувати паралельні прямі? • Чи можуть перетинатися дві прямі, перпендикулярні до третьої прямої? • Які відрізки і які промені називають паралельними?

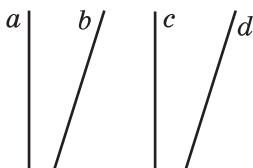


Раціональні числа і дії над ними

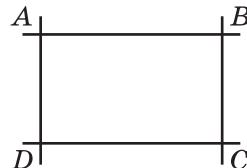
1 1479. (Усно) Наведи приклади паралельних прямих з довкілля.

1480. Визнач на око пари паралельних прямих на малюнку 111. Перевір це, користуючись косинцем і лінійкою. Виконай відповідні записи.

1481. На малюнку 112 $ABCD$ — прямокутник. Запиши пари паралельних прямих.

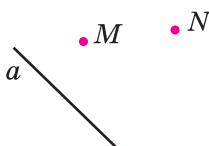


Мал. 111

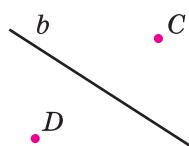


Мал. 112

2 1482. Проведи пряму a та познач точки M і N , як показано на малюнку 113. За допомогою косинця і лінійки побудуй прямі MP і NK , паралельні прямій a . Переконайся, що $MP \parallel NK$.



Мал. 113



Мал. 114

1483. Проведи пряму b та познач точки C і D , як показано на малюнку 114. За допомогою косинця і лінійки побудуй прямі CK і DM , паралельні прямій b . Переконайся, що $CK \parallel DM$.

3 1484. Побудуй кут AOB , градусна міра якого дорівнює 115° . Познач у внутрішній області кута точку D і проведи через цю точку прямі, паралельні променям AO і BO .

1485. Побудуй кут COD , градусна міра якого дорівнює 70° . Познач у внутрішній області кута точку A і проведи через цю точку прямі, паралельні променям CO і DO .

1486. Накресли прямокутний трикутник ABC . Проведи через кожну з його вершин пряму, паралельну прямій,

Розділ 4

що містить протилежну сторону трикутника (наприклад, через вершину A слід провести пряму, паралельну прямій BC). Зроби відповідні записи.

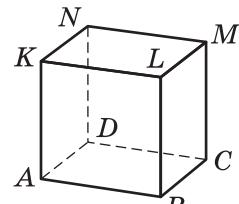
1487. Накресли гострокутний трикутник MNK . Проведи через кожну з його вершин пряму, паралельну прямій, що містить протилежну сторону.

1488. Накресли чотирикутник, у якого:

- 1) дві сторони паралельні, а дві інші — непаралельні;
- 2) протилежні сторони попарно паралельні.

1489. На малюнку 115 зображено прямокутний паралелепіпед. Знайди по три пари:

- 1) паралельних ребер;
- 2) ребер, що не перетинаються, але не є паралельними;
- 3) перпендикулярних ребер.



Мал. 115

1490. Заміни зірочку знаком $>$, $<$ або $=$, щоб утворилася правильна нерівність або рівність:

- 1) $-12 + (-3) * -14$;
- 2) $-18 + 7 * -11$;
- 3) $-5 - 4 * 9$;
- 4) $4 - (-5) * -9$.

1491. Розв'яжи рівняння:

$$1) 7(6x - 5) = 4(x - 3) - 11,6; \quad 2) \frac{5}{6} \left(\frac{1}{3}x - 0,2 \right) = 3x - 8\frac{1}{3}.$$

1492. У 2011 році вік Сергія дорівнював сумі цифр року його народження. В якому році народився Сергій?

§ 53. Координатна площа

Розташування точки на координатній прямій визначається числом, яке називають координатою цієї точки. А як визначити розташування точки на площині?

Розглянемо приклад.

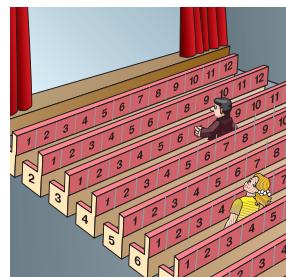
Приклад 1. Петро купив квиток у кінотеатр, на якому написано: «Ряд 4, місце 7», а Марія: «Ряд 7, місце 4». На малюнку 116 показано місця, на яких будуть сидіти діти

Раціональні числа і дії над ними

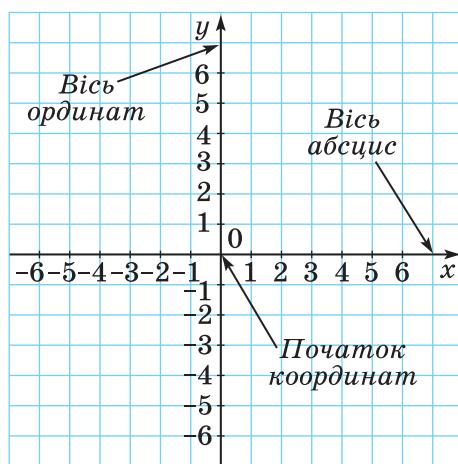
під час кіносесансу. Розташування глядача в залі кінотеатру можна записати так: для Петра (4; 7), а для Марії (7; 4), де в дужках спочатку записано номер ряду, а за ним — номер місця в цьому ряду.

Розташування глядача в залі кінотеатру визначається двома числами. Так само двома числами визначається розташування точки на площині.

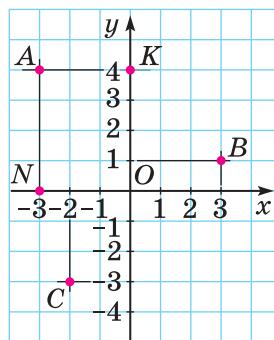
Проведемо дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в точці O (мал. 117) — їх спільному початку відліку. Ці прямі називають **осями координат**, точку O — **початком координат**. Горизонтальну вісь називають **віссю абсцис** і позначають буквою x ; вертикальну вісь називають **віссю ординат** і позначають буквою y . Вісь абсцис і вісь ординат утворюють **прямокутну систему координат** на площині. Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають **координатною площиною**.



Мал. 116



Мал. 117



Мал. 118

Приклад 2. На координатній площині позначимо точку A (мал. 118). Проведемо через цю точку пряму AN , перпендикулярну до осі абсцис, і пряму AK , перпендику-

Розділ 4

лярну до осі ординат. Точка N належить осі абсцис і має координату -3 , а точка K належить осі ординат і має координату 4 . Число -3 називають *абсцисою* точки A , а число 4 — *ординатою* точки A .

Абсцису і ординату разом називають *координатами точки*. Координати точки записують у дужках: $A(-3; 4)$, читають: «точка A з координатами -3 і 4 ».

Записуючи координати точки, абсцису завжди пишуть на першому місці, а ординату — на другому.

Аналогічно знаходимо координати точок $B(3; 1)$ і $C(-2; -3)$.

Приклад 3. Якщо точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю; якщо точка лежить на осі ординат, то її абсциса дорівнює нулю. На малюнку 119 точки D, M, N, P, O мають координати: $D(0; 1), M(3; 0), N(0; -3), P(-4; 0), O(0; 0)$.

Тепер можна дати відповідь на запитання, поставлене на початку паграфа: *щоб визначити розташування будь-якої точки на площині, треба знати її координати*.

Кожній точці на координатній площині відповідає впорядкована пара чисел — її абсциса і ордината. Навпаки, кожній впорядкованій парі чисел відповідає одна точка площини, для якої ці числа є координатами.

Приклад 4. Побудуємо на координатній площині точку $L(3; -4)$ (мал. 120). Для цього:

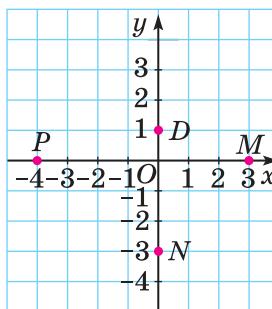
1) на осі абсцис знайдемо точку з координатою 3 , через неї проведемо пряму, перпендикулярну до осі абсцис (осі x);

2) на осі ординат знайдемо точку з координатою -4 , через неї проведемо пряму, перпендикулярну до осі ординат (осі y);

3) точку перетину проведених прямих позначимо буквою L , ця точка є шуканою, бо її абсциса дорівнює 3 , а ордината дорівнює -4 .

Точку L можна було побудувати інакше: відрахувавши від точки O праворуч 3 одиниці, а потім від отриманої точки вниз 4 одиниці.

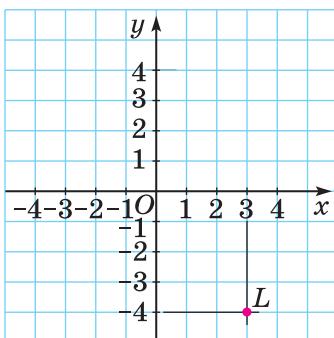
264



Мал. 119

Раціональні числа і дії над ними

Оси координат розбивають площину на чотири частини, які називають **координатними чвертями**, або **координатними кутами**. Нумерацію чвертей і знаки координат у чвертях показано на малюнку 121.



Мал. 120



Мал. 121

А ще раніше...

Описану систему координат називають також **декартовою системою координат** на честь французького філософа і математика Рене Декарта (1596—1650), якому належить ідея введення координат у математиці.



- Як називають осі координат?
- Як називають точку перетину осей координат?
- Як називають пару чисел, що визначає положення точки на площині?
- Як записують координати точки?
- Як поділено координатну площину на чверті?

1493. Назви абсцису і ординату точки: $A(-2; 3)$; $B(4; 0)$; $C(12; -5)$; $D(0; 8)$.

1494. Дано точки: $A(2; -3)$; $B(4; 2)$; $C(-3; 5)$; $D(5; 4)$. Назви точку:

- 1) абсциса якої дорівнює 4;
- 2) ордината якої дорівнює 5;
- 3) абсциса якої дорівнює 2;
- 4) ордината якої дорівнює 4.

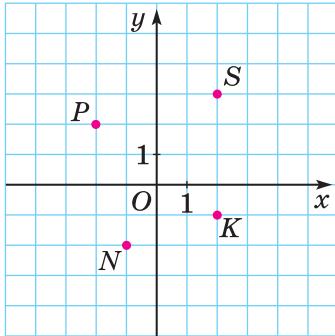
1495. Дано точки: $S(-5; 2)$; $M(3; -4)$; $B(-4; -5)$; $F(2; 3)$. Укажи точку:

- 1) абсциса якої дорівнює -4 ;
- 2) ордината якої дорівнює 2;
- 3) абсциса якої дорівнює 3;
- 4) ордината якої дорівнює 3.

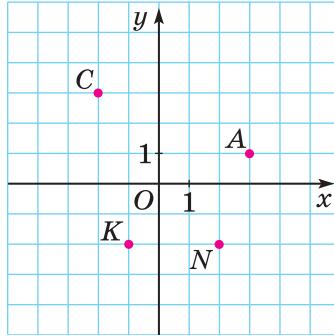
Розділ 4

1496. У яких координатних кутах знаходяться точки, які зображені на малюнку 122?

1497. У яких координатних кутах знаходяться точки, які зображені на малюнку 123?



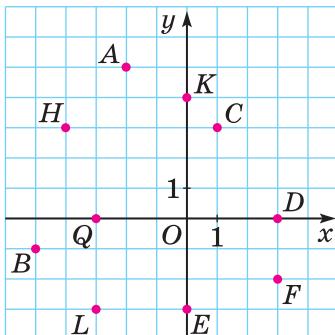
Мал. 122



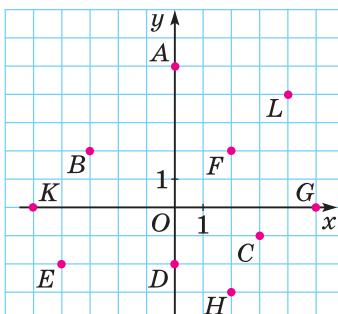
Мал. 123

1498. Знайди координати точок, які зображені на малюнку 124.

1499. Знайди координати точок, які зображені на малюнку 125.



Мал. 124



Мал. 125

1500. Запиши координати двох точок, які:

- 1) належать осі абсцис;
- 2) належать осі ординат;
- 3) мають абсцису -2 ;
- 4) мають ординату 4 .

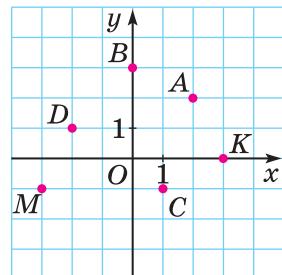
1501. Запиши координати трьох точок, які:

- 1) мають абсцису 7 ;
- 2) мають ординату -3 .

Раціональні числа і дії над ними

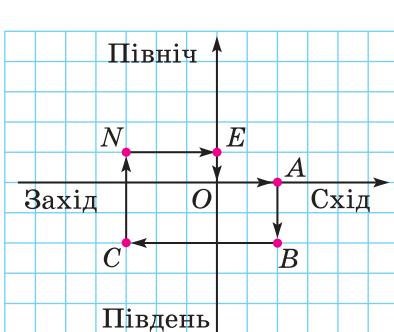
1502. За малюнком 126 назви:

- 1) координати точок A , B , C , D , M , K ;
- 2) абсциси точок A , K , D ;
- 3) ординати точок B , C , M ;
- 4) точку, ордината якої дорівнює нулю;
- 5) точку, абсциса якої дорівнює нулю;
- 6) точки, що мають одинакові ординати.

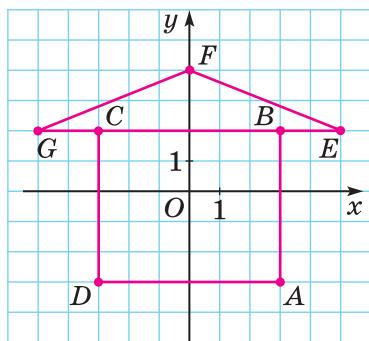


Мал. 126

1503. Туристи склали маршрут походу (мал. 127), старт і фініш якого в точці O , а зупинки в точках A , B , C , N і E . Довжині однієї клітинки відповідає 1 км. Продовжі запис, що описує маршрут: $O \rightarrow$ 2 км на схід (точка A) $\rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots$ (точка O).



Мал. 127



Мал. 128

1504. Знайди координати точок A , B , C , D , E , F , G на малюнку 128.

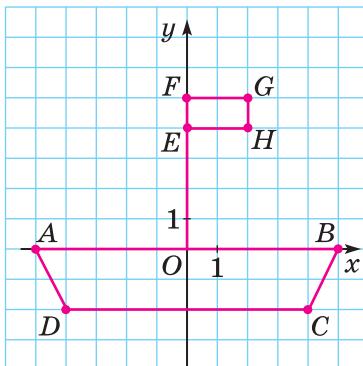
1505. Знайди координати точок A , B , C , D , E , F , G , H на малюнку 129.

1506. (Усно) На малюнку 130 Ox і Oy — перпендикулярні шосейні дороги, штрихи — кілометрові стовпи. На якій відстані від шосе Ox і від шосе Oy розташовано будинок, який позначено точкою A ; точкою B ; точкою C ; точкою D ?

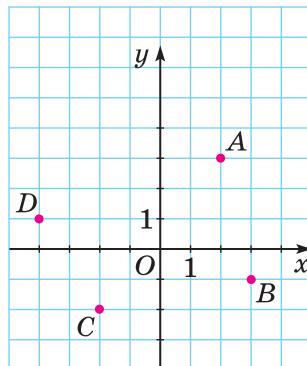
1507. Побудуй систему координат, взявши за одиничний відрізок довжину однієї клітинки. Познач на координат-

Розділ 4

ній площині точки $A(1; 4)$, $B(-2; 5)$, $C(-3; 3)$, $D(5; -2)$, $E(0; 3)$, $F(2; -3)$, $M(-4; 0)$, $N(-1; -4)$.



Мал. 129



Мал. 130

1508. Познач на координатній площині точки: $M(2; 5)$, $N(-3; 4)$, $K(2; -5)$, $P(-1; -3)$, $F(0; -5)$, $E(4; -3)$, $T(-1; 0)$, $D(1; 4)$.

1509. Побудуй точку $M(-3; 4)$ і точку N , координатами якої є числа, протилежні відповідним координатам точки M . Знайди середину відрізка MN .

1510. Познач точку $A(3; -2)$ та точку B , координати якої дорівнюють модулям відповідних координат точки A . Знайди середину відрізка AB .

1511. На координатній площині накресли чотирикутник $ABCD$, якщо $A(2; -3)$, $B(2; 4)$, $C(-2; 4)$, $D(-2; -3)$. Як називають такий чотирикутник?

1512. На координатній площині накресли чотирикутник $KLMN$, якщо: $K(-2; -4)$, $L(-2; 1)$, $M(3; 1)$, $N(3; -4)$. Як називають такий чотирикутник?

1513. На координатній площині побудуй чотири точки, абсциси яких дорівнюють -2 . Чи лежать ці точки на одній прямій?

1514. На координатній площині побудуй чотири точки, ординати яких дорівнюють 3 . Чи лежать ці точки на одній прямій?

1515. У якій чверті розташовуються точки: $A(-2; 5)$, $B(0,7; 0,8)$, $C\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{5}\right)$, $D(9,8; -17,3)$?

Раціональні числа і дії над ними

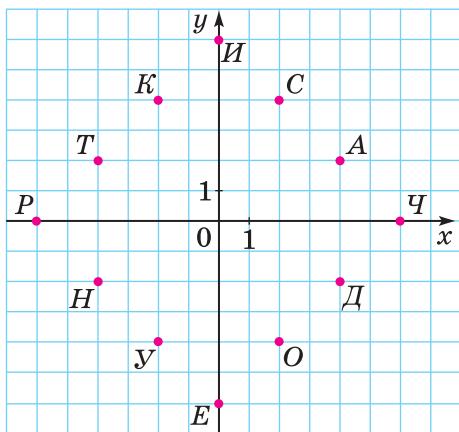
- 1516.** У якій чверті розташовуються точки: $A(-2; -7)$, $B(17; -20)$, $C(-0,2; 0,03)$, $D\left(\frac{1}{18}; 1\frac{1}{9}\right)$?

1517. (Усно) У якій чверті лежить точка $M(x; y)$, якщо:

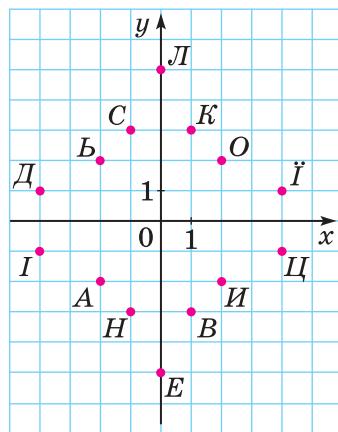
- 1) $x > 0$, $y < 0$;
- 2) $x > 0$, $y > 0$;
- 3) $x < 0$, $y > 0$;
- 4) $x < 0$, $y < 0$?

1518. На малюнку 131 точки координатної площини названо буквами української абетки. Заміни координати точок відповідними буквами і прочитай прізвища українських поетів:

- 1) $(2; 4)$, $(-4; 2)$, $(-2; -4)$, $(2; 4)$;
- 2) $(4; -2)$, $(-6; 0)$, $(4; 2)$, $(6; 0)$;
- 3) $(-4; 2)$, $(0; 6)$, $(6; 0)$, $(0; 6)$, $(-4; -2)$, $(4; 2)$;
- 4) $(-2; 4)$, $(2; -4)$, $(2; 4)$, $(-4; 2)$, $(0; -6)$, $(-4; -2)$, $(-2; 4)$, $(2; -4)$.



Мал. 131



Мал. 132

1519. На малюнку 132 точки координатної площини названо буквами української абетки. Заміни координати точок відповідними буквами та прочитай назви міст України:

- 1) $(1; 3)$, $(2; -2)$, $(4; 1)$, $(1; -3)$;
- 2) $(0; 5)$, $(-2; 2)$, $(1; -3)$, $(-4; -1)$, $(1; -3)$;
- 3) $(-4; 1)$, $(2; 2)$, $(-1; -3)$, $(0; -5)$, $(4; -1)$, $(-2; 2)$, $(1; 3)$;
- 4) $(2; 2)$, $(-4; 1)$, $(0; -5)$, $(-1; 3)$, $(-2; -2)$.

Розділ 4

1520. Познач на координатній площині точки $E(6; 6)$, $M(-2; 2)$, $N(4; 1)$, $P(-2; 4)$. Проведи прямі EM і NP . Знайди координати точок перетину:

- 1) прямих EM і NP ;
- 2) прямої EM з віссю абсцис;
- 3) прямої NP з віссю ординат.

1521. Познач на координатній площині точки $A(-8; 1)$, $B(2; -6)$, $C(4; 7)$, $D(-8; 9)$. Проведи прямі AC і BD . Знайди координати точок перетину:

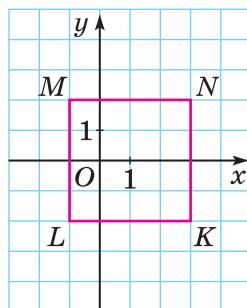
- 1) прямих AC і BD ;
- 2) прямої AC з віссю абсцис;
- 3) прямої BD з віссю ординат.

1522. Познач на координатній площині точки $M(5; -3)$, $N(4; 2)$ і $K(-1; 2)$. Проведи промені MN і MK . Знайди міру кута NMK за допомогою транспортира.

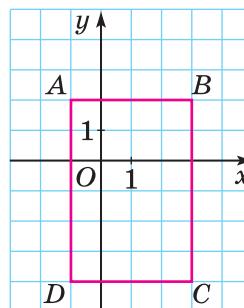
1523. Познач на координатній площині точки $M(0; 6)$, $N(12; 2)$ і $K(-8; -2)$. Проведи промені MN і MK . Знайди міру кута KMN за допомогою транспортира.

1524. 1) Як називають чотирикутник, який зображенено на малюнку 133?

- 2) Знайди координати вершин чотирикутника $KLMN$.
- 3) Знайди площу і периметр чотирикутника $KLMN$.



Мал. 133



Мал. 134

1525. 1) Як називають чотирикутник, який зображенено на малюнку 134?

- 2) Знайди координати вершин чотирикутника $ABCD$.
- 3) Знайди площу і периметр чотирикутника $ABCD$.

1526. На координатній площині проведи пряму, що проходить через точки $A(5; 4)$ і $B(-1; 1)$. Познач на цій прямій:



Раціональні числа і дії над ними

- 1) точку, абсциса якої дорівнює 1;
 - 2) точку, ордината якої дорівнює 0.
- Запиши координати отриманих точок.

1527. На координатній площині проведи пряму, що проходить через точки $C(2; 6)$ і $D(-2; -2)$. Познач на цій прямій:

- 1) точку, абсциса якої дорівнює 0;
 - 2) точку, ордината якої дорівнює 4.
- Запиши координати цих точок.

1528. Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(-4; 1)$, $B(2; 1)$, $C(2; -3)$.

- 1) Накресли цей прямокутник.
- 2) Знайди координати точки D .
- 3) Знайди координати точки перетину відрізків AC і BD (діагоналей прямокутника).
- 4) Знайди площину і периметр прямокутника.

1529. Дано координати двох вершин квадрата $ABCD$: $A(-1; 2)$ і $B(4; 2)$.

- 1) Накресли квадрат $ABCD$ (два випадки).
- 2) Знайди координати точок C і D .
- 3) Знайди площину і периметр квадрата.

1530. Побудуй коло із центром у точці $O(2; -1)$, яке проходить через точку $A(1; 2)$. Чи належать колу точки $B(-1; 0)$, $C(-2; -1)$, $D(1; -4)$, $E(4; -2)$?

4 1531. Малюємо за координатами. Накресли на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(1; 7)$, $(0; 10)$, $(-1; 11)$, $(-2; 10)$, $(0; 7)$, $(-2; 5)$, $(-7; 3)$, $(-8; 0)$, $(-9; 1)$, $(-9; 0)$, $(-7; -2)$, $(-2; -2)$, $(-3; -1)$, $(-4; -1)$, $(-1; 3)$, $(0; -2)$, $(1; -2)$, $(0; 0)$, $(0; 3)$, $(1; 4)$, $(2; 4)$, $(3; 5)$, $(2; 6)$, $(1; 9)$, $(0; 10)$ та точку $(1; 6)$. Яку тварину намальовано?

1532. Малюємо за координатами. Накресли на координатній площині дві замкнені ламані, послідовними вершинами яких є точки з координатами: $(4; -1)$, $(7; -2)$, $(-2; -3)$, $(-10; 4)$, $(-3; 2)$, $(1; 5)$, $(8; 3)$, $(7; -2)$ і $(-10; 4)$, $(-12; 6)$, $(-9; 9)$, $(-12; 8)$, $(-15; 9)$, $(-12; 6)$. Познач точку $(4; 2)$. Яка тварина тобі посміхається?

1533. Познач на координатній площині всі точки, у яких абсциса і ордината — невід'ємні числа, а їх сума дорівнює 5. Яку фігуру утворять ці точки?

Розділ 4

1534. Зобрази на координатній площині множину точок $(x; y)$ таких, що:

- 1) $-1 \leq x \leq 3$, y — довільне;
- 2) $x \geq 0$, $y \leq 0$;
- 3) $x = 0$, $y \geq 0$;
- 4) $|x| \leq 1$, $|y| \leq 2$.



1535. Використовуючи таблицю суми очок, що випали на гранях двох гральних кубиків при їх одночасному підкиданні (див. задачу № 658), знайди ймовірність такої події:

- 1) A — сума очок на гранях кубика дорівнює 3;
- 2) B — сума очок на гранях кубика більша за 10;
- 3) C — сума очок на гранях кубика є найменшою з усіх можливих.

1536. Спрости вираз $(2x - y) + (y - 3x) - (2y - 4x)$ та знайди його значення, якщо $x = 2\frac{1}{3}$, $y = -3\frac{1}{2}$.

1537. Знайди значення виразу $2(3x - 5y) - 5(2x - 4y)$, якщо $5y - 2x = -17$.



1538. У шести коробках лежать кульки: у першій — 1, в другій — 2, у третій — 3, у четвертій — 4, у п'ятій — 5, у шостій — 6. За один хід дозволяється в будь-які дві коробки додати по одній кульці. Чи можна за кілька ходів зрівняти кількість кульок у всіх коробках?



§ 54. Приклади графіків залежностей між величинами

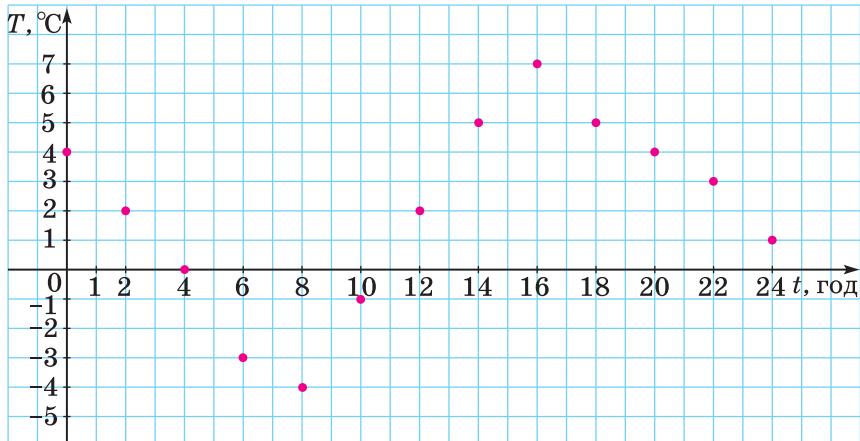
На координатній площині можна будувати графіки залежностей між різними величинами.

Приклад 1. Метеорологи протягом доби вимірювали температуру повітря через кожні дві години. За результатами вимірювань було складено таблицю:

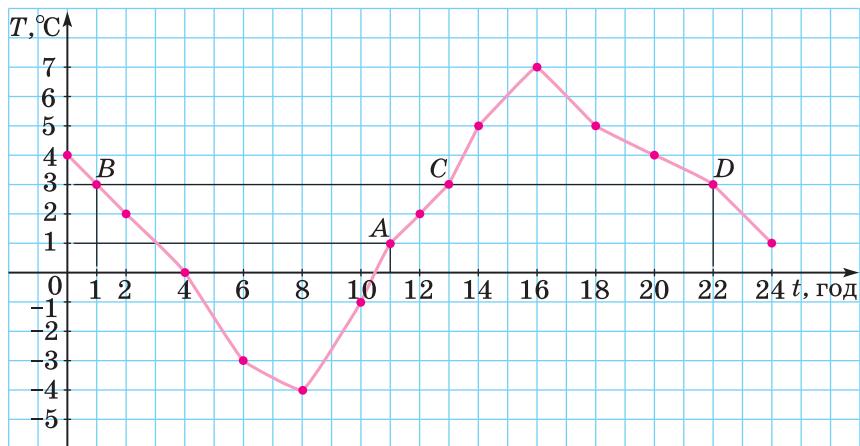
t , год	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
T , °C	4	2	0	-3	-4	-1	2	5	7	5	4	3	1

Ця таблиця характеризує залежність температури повітря від часу. Таку залежність можна зобразити графічно. Для цього побудуємо прямокутну систему координат (мал. 135). На осі абсцис будемо відкладати значення

Рациональні числа і дії над ними



Мал. 135



Мал. 136

часу (t , год) так, що одній клітинці відповідатиме одна година, а на осі ординат відкладатимемо значення температури (T , °C) так, що одній клітинці відповідатиме один градус. Далі на координатній площині побудуємо всі точки, координатами яких є відповідні числа з таблиці, — всього 13 точок: (0; 4), (2; 2), ..., (24; 1). Абсциса кожної точки — значення часу, а ордината — значення температури повітря в цей час. Якби метеорологи вимірювали температуру частіше (наприклад, через кожну годину чи

Розділ 4

кожні 30 хв), то одержали б значно більше точок, які б лежали щільніше одна до одної на координатній площині. Якщо припустити, що різких стрибків температури не було і сполучити знайдені точки плавною лінією, то одержимо *графік залежності температури повітря від часу* (мал. 136).

Побудований графік наочно описує зміну температури протягом доби. За допомогою графіка можна дати відповіді на багато запитань.

Приклад 2. Користуючись графіком, побудованим у прикладі 1, знайти:

- 1) якою була температура об 11 год;
- 2) о котрій годині температура становила 3°C .

Розв'язання. 1) На осі абсцис, де відкладено час t , знайдемо число 11. Будуємо пряму, перпендикулярну до осі абсцис, що проходить через точку $(11; 0)$. Ця пряма перетинає графік у точці A . Знайдемо ординату точки A . Вона дорівнює 1. Отже, об 11 год температура була 1°C .

2) На осі ординат, де відкладено значення температури T , знайдемо число 3. Будуємо пряму, перпендикулярну до осі ординат, що проходить через точку $(0; 3)$. Ця пряма перетинає графік у трьох точках: B , C і D . Знайдемо абсциси цих точок: 1, 13, 22 відповідно. Отже, температура 3°C була близько 1 год, близько 13 год і близько 22 год.

Приклад 3. Мотоциклист рухався зі швидкістю 40 км/год . Він порахував залежність відстані (s , км) від часу (t , год) і одержав таблицю:

t , год	0	1	2	3	4	5
s , км	0	40	80	120	160	200

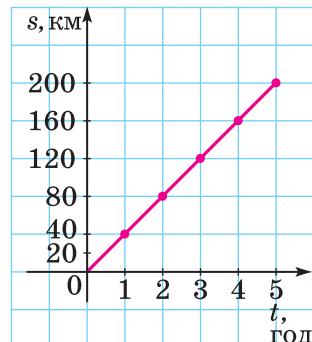
Побудуємо графік цього руху. На осі абсцис відкладаємо значення часу (t , год) так, що одній годині відповідає дві клітинки, а на осі ординат відкладаємо значення відстані (s , км) так, що одній клітинці відповідає відстань 20 км. Побудуємо точки $(0; 0)$, $(1; 40)$, $(2; 80)$, $(3; 120)$, $(4; 160)$ і $(5; 200)$. Прикладавши лінійку до побудованих точок, бачимо, що вони лежать на одній прямій. Сполучу-

Раціональні числа і дії над ними

чивши точки відрізками, одержимо **графік залежності відстані від часу** при сталій швидкості (мал. 137).

Цю залежність відстані s (у км) від часу t (у год) можна задати формулою $s = 40t$.

Як і в попередньому прикладі, користуючись графіком, ми можемо розв'язати задачі двох типів: знати час, знайти відстань, яку подолали за цей час, і, навпаки, знайти час, за який подолали деяку відстань.



Мал. 137



Розглянь приклад 1 і поясни, як побудувати графік залежності температури від часу. ● Що можна знайти, використовуючи графік з прикладу 1?

- Розглянь приклад 3 і поясни, як побудувати графік залежності відстані від часу.

1539. Побудуй графік залежності температури повітря (T , °C) від часу (t , год) за даними такої таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T , °C	3	1	1	-1	-2	-4	-3	-2	0	1	3	3	4

1540. Побудуй графік залежності температури повітря (T , °C) від часу (t , год) за даними такої таблиці:

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T , °C	2	1	-1	-2	-4	-5	-3	-1	1

1541. Майстер за одну годину виготовляє 10 деталей. Заповни в зошиті таблицю залежності кількості виготовлених деталей n від тривалості роботи t :

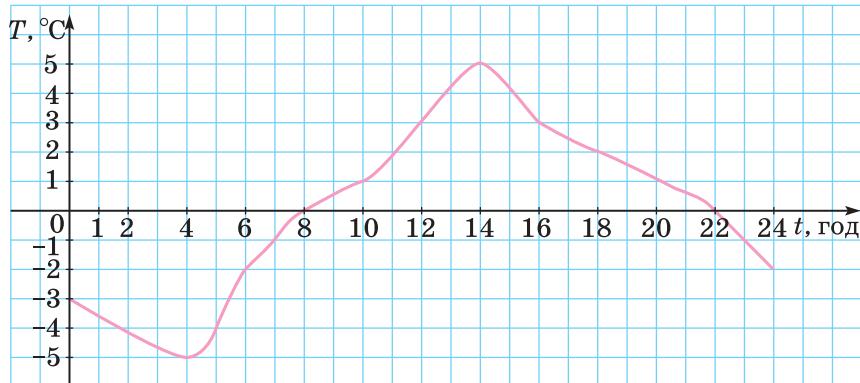
t , год	1	2	3	4	5	6	7	8
n , дет.								

1542. Ручка коштує 2 грн. Заповни в зошиті таблицю залежності між кількістю n придбаних ручок і їх вартістю C .

n , шт.	1	2	3	4	5
C , грн					

Розділ 4

1543. На малюнку 138 зображено графік залежності температури повітря (T , $^{\circ}\text{C}$) від часу (t , год) протягом доби. Користуючись графіком, знайди: 1) якою була температура повітря о 2 год; о 6 год; о 10 год; о 14 год;



Мал. 138

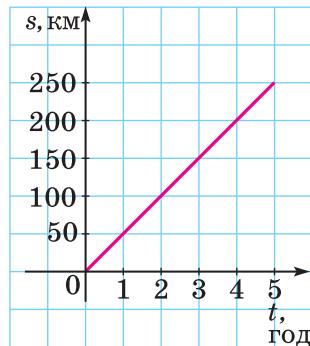
- 2) о котрій годині температура повітря була $-5\ ^{\circ}\text{C}$; $-2\ ^{\circ}\text{C}$; $1\ ^{\circ}\text{C}$.

1544. Користуючись графіком залежності температури повітря (T , $^{\circ}\text{C}$) від часу (t , год) за малюнком 139, знайди:

- 1) якою була температура повітря о 4 год; о 8 год; о 16 год;
- 2) о котрій годині температура повітря була $-4\ ^{\circ}\text{C}$; $-1\ ^{\circ}\text{C}$; $5\ ^{\circ}\text{C}$.

1545. На малюнку 139 зображено графік залежності відстані s (у км), яку проїхав автомобіль, від часу руху t (у год):

- 1) яку відстань s проїхав автомобіль, якщо $t = 1$ год; 3 год; 4 год;
- 2) за який час t автомобіль проїхав відстань s , якщо $s = 100$ км; 200 км;
- 3) яку відстань загалом подолав автомобіль і за який час?



Мал. 139

1546. На малюнку 140 зображено графік залежності відстані s (у км), яку проїхав велосипедист, від часу t (у год):

- 1) якою була відстань s , коли $t = 1$ год; 3 год;

Раціональні числа і дії над ними

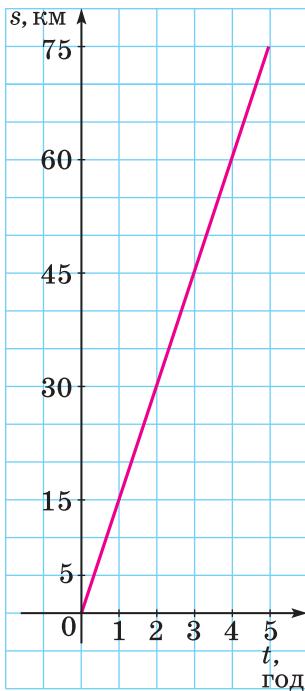
2) за який час t велосипедист проїхав відстань s , якщо $s = 30$ км; $s = 60$ км;

3) яку відстань загалом подолав велосипедист і за який час?

3 **1547.** (Усно) За графіком (мал. 138) дай відповіді на запитання:

- 1) о котрій годині температура була найнижчою, якою саме;
- 2) о котрій годині температура була найвищою, якою саме;
- 3) протягом якого часу температура повітря була нижчою від нуля, вищою за нуль;
- 4) на скільки градусів змінилася температура в проміжку часу від 4 год до 10 год; від 16 год до 22 год;
- 5) протягом якого часу температура знижувалась, протягом якого підвищувалась?

1548. Пішохід проходить одну й ту саму відстань у 12 км з різними швидкостями.



Мал. 140

1) Склади в зошиті таблицю залежності витраченого часу t (у год) від швидкості руху v (у км/год):

v , км/год	2	3	4	5	6
t , год					

2) Побудуй графік залежності часу t від швидкості руху v .

1549. Оператор комп'ютерного набору повинен набрати рукопис обсягом 30 сторінок.

1) Склади в зошиті таблицю залежності витраченого часу t (у год) від продуктивності праці N (у стор./год):

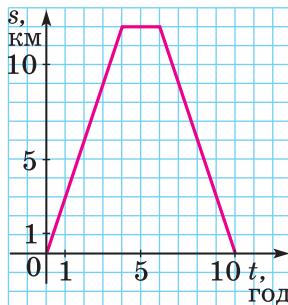
N , стор./год	2	3	4	5	6
t , год					

2) Побудуй графік залежності часу t від продуктивності праці N .

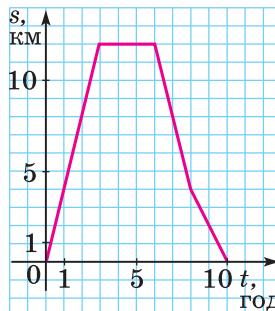
Розділ 4

1550. На малюнку 141 зображено графік руху туриста. На осі абсцис відкладено час t (у год), а на осі ординат — відстань туриста від табору s (у км). Знайди:

- 1) на якій відстані від табору турист був через 3 год після виходу з нього; через 5 год; через 8 год;
- 2) скільки часу витратив турист на зупинку;
- 3) через скільки годин після виходу з табору турист був за 6 км від табору; за 9 км від табору.



Мал. 141



Мал. 142

1551. На малюнку 142 зображено графік руху туриста. На осі абсцис відкладено час t (у год), а на осі ординат — відстань s (у км), на якій перебуває турист від свого будинку. Знайди:

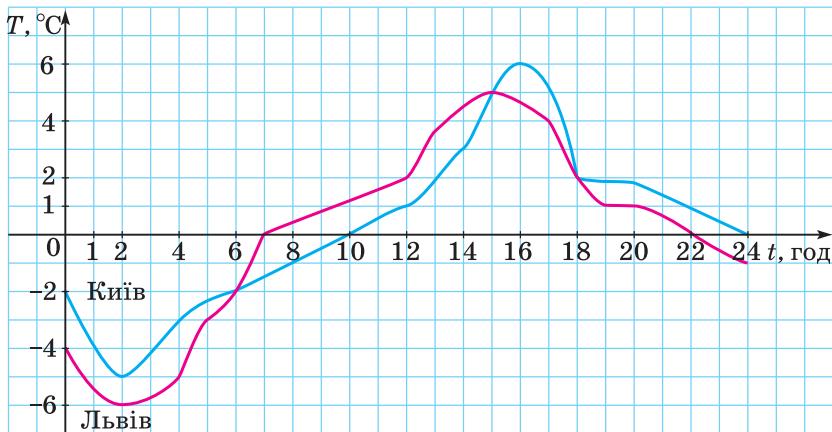
- 1) на якій відстані від будинку турист був через 2 год після виходу з нього; через 4 год; через 8 год;
- 2) скільки часу турист витратив на зупинку;
- 3) через скільки годин після виходу з будинку турист був за 4 км від нього; за 8 км від нього.

1552. На малюнку 143 зображені два графіки залежностей температури повітря (T , $^{\circ}\text{C}$) від часу (t , год) у двох містах: Києві (синім кольором) і Львові (червоним кольором) в один і той самий день. Користуючись графіком, визнач:

- 1) яку температуру показав термометр у кожному з міст о 2 год; о 4 год; о 12 год; о 22 год;
- 2) о котрій годині в кожному з цих міст термометр показував $0\ ^{\circ}\text{C}$; $2\ ^{\circ}\text{C}$;
- 3) у який період часу температура повітря в кожному з цих міст була нижчою від нуля; вищою за нуль;

Раціональні числа і дії над ними

- 4) о котрій годині температура повітря в кожному з цих міст була однаковою; якою саме;



Мал. 143

- 5) у який період часу температура повітря в Києві булавищою, ніж у Львові; у Львові булавищою, ніж у Києві;
 6) якою в кожному з цих міст була найнижча температура; найвища;
 7) яку температуру повітря показував термометр у Львові, коли в Києві було -2°C .

1553. У баку 3500 л води. Щогодини з бака виливається 500 л води.

- 1) Склади в зошиті таблицю залежності об'єму води p (у л), що залишається у баку, від часу t (у год):

t , год	0	1	2	3	4	5	6	7
p , л	3500							

- 2) Побудуй графік залежності об'єму води p від часу t .

1554. У баку 30 л води. Щохвилини з бака виливається 5 л.

- 1) Склади в зошиті таблицю залежності об'єму води p (у л), що залишається у баку, від часу t (у хв):

t , хв	0	1	2	3	4	5	6
p , л	30						

- 2) Побудуй графік залежності об'єму води p від часу t .

Розділ 4

1555. Розв'яжи рівняння:

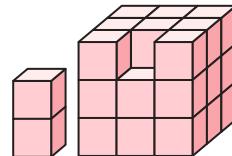
1) $\frac{24}{39} = \frac{8}{x}$; 2) $56 : 63 = x : 9$.

1556. Накресли чотирикутник $ABCD$ так, що:

1) $AB \perp BC$ і $AB \parallel CD$; 2) $AB \perp BC$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.

1557. Знайди суму, доданками якої є числа: обернене і протилежне числу 8,25.

1558. Чи можна з прямокутних паралелепіпедів $1 \times 1 \times 2$ скласти куб $3 \times 3 \times 3$ без одного кубика на ребрі (мал. 144)?



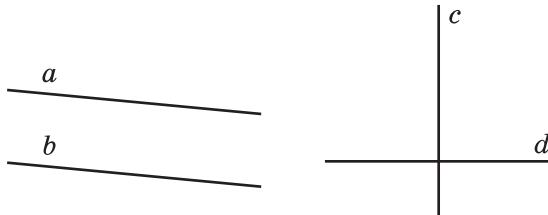
Мал. 144

Завдання для перевірки знань № 10 (§ 50 — § 54)

1. Обчисли:

1) $-2,7 + 1,2$; 2) $4 - 8$; 3) $13 \cdot (-8)$; 4) $-42 : (-2)$.

2. У якому з випадків на малюнку 148 зображено перпендикулярні прямі, а в якому — паралельні прямі? Виконай відповідні записи.



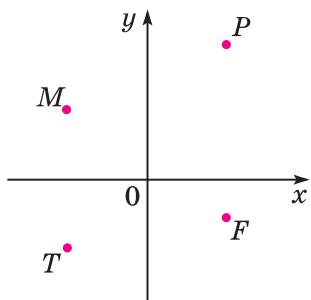
Мал. 148

3. У яких координатних кутах знаходяться точки, які зображені на малюнку 149?

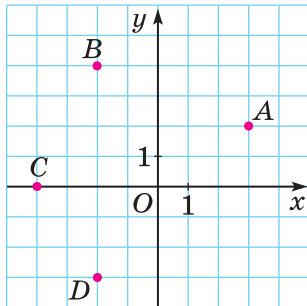
4. Побудуй пряму BC , познач точку N , що їй не належить. За допомогою косинця і лінійки побудуй пряму NL , перпендикулярну до прямої BC , та пряму NK , паралельну прямій BC .

5. Знайди координати точок, які зображені на малюнку 150.

Для тих, хто любить математику



Мал. 149



Мал. 150

6. Познач на координатній площині точки: $M(-2; 1)$, $N(0; -3)$, $K(4; -5)$, $P(-3; -4)$.

7. Знайди значення виразу

$$(-2,42 - (-5,57)) : (-0,7) + (-8) \cdot (-0,6).$$

8. У резервуарі 4 м^3 води. Щохвилини з нього виливається $0,5\text{ м}^3$.

1) Склади таблицю залежності об'єму води p (у м^3), що залишається в резервуарі, від часу t (у хв):

t , хв	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p , м^3	4								

2) Побудуй графік залежності об'єму води p від часу t .

Додаткові вправи

9. Знайди 16% від значення виразу:

$$\left(12,25 - 2\frac{17}{20} + 2\frac{2}{9} \cdot (-6,3) \right) : 3\frac{1}{5} + 4\frac{3}{4}.$$

10. Познач на координатній площині точки $(x; y)$ такі, що:

1) $0 \leqslant y \leqslant 2$, x — довільне число; 2) $x \leqslant 0$, $y \geqslant 0$.

ДЛЯ ТИХ, ХТО ЛЮБИТЬ МАТЕМАТИКУ

1559. Яку координату має точка M координатної прямої, рівновіддалена від точок $A(-2014)$ і $B(2024)$?

1560. Якою цифрою закінчується значення виразу:

$$41 \cdot 42 \cdot 43 \cdot 45 - 52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot 57?$$



1561. 1) Натуральне число x кратне числу 2 і кратне числу 5. Чи можна стверджувати, що число x кратне числу 10?

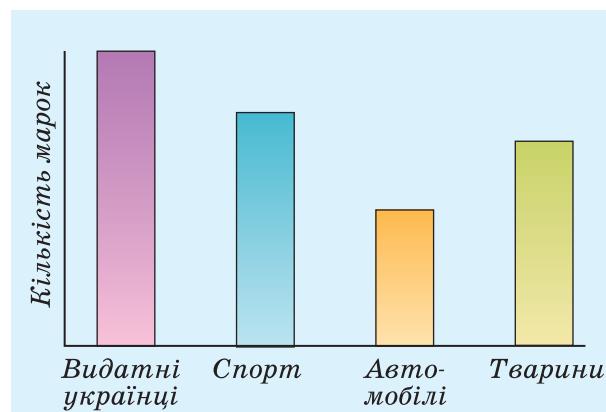
2) Натуральне число y кратне числу 2 і кратне числу 6. Чи можна стверджувати, що число y кратне числу 12?

1562. Розв'яжи рівняння $|x + b| = a$, де a і b — деякі числа.

1563. Чи є число $2015^{105} - 276^{106}$ кратним числу 10?

1564. Доведи, що для будь-яких цілих чисел a , b і c значення виразу $|a - b| + |b - c| + |c - a|$ є парним числом.

1565. У Сергія 1150 марок на такі теми: видатні українці, спорт, автомобілі, тварини. Кількість марок по темах зображене на стовпчастій діаграмі (мал. 151). Визнач з точністю до десятків кількість марок по кожній темі.



Мал. 151

1566. До чисел 100 і 1000 додали праворуч цифру 1. Яке із чисел збільшилося на більшу кількість відсотків?

1567. Двоє хлопців разом мали 24 грн. Коли Сергій витратив $\frac{3}{4}$ своїх грошей, а Петро — 0,65 своїх грошей, то в них залишилось грошей порівну. Скільки грошей було у кожного хлопця спочатку?

1568. Доведи, що $\frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} > \frac{1}{3}$.



Для тих, хто любить математику

1569. Скороти дріб: 1) $\frac{15151515}{45454545}$; 2) $\frac{105105105}{140140140}$.

1570. Коли моєму батькові виповнився 31 рік, мені було 8 років, а зараз батько старший за мене вдвічі. Скільки років зараз мені?

1571. На площині через дану точку провели 6 прямих. Яка найбільша кількість прямих кутів може при цьому утворитися?

1572. Є ручки чотирьох різних кольорів: синього, чорного, червоного і зеленого. Навмання вибирають дві ручки. Яка ймовірність того, що:

1) одна з них синього кольору, а друга — чорного кольору;

2) серед вибраних є ручка зеленого кольору?

1573. За перший день робітник перевиконав замовлення на 5 %, а за другий — на 7 %. На скільки відсотків робітник перевиконав замовлення за ці два дні?

1574. За 5 днів 8 корів чорної масті і 6 корів рудої масті дали таку саму кількість молока, скільки 6 корів чорної масті і 10 рудої за 4 дні. Які корови більш продуктивні — чорної масті чи рудої?

1575. Яка найменша кількість учнів може бути у математичному гуртку, якщо відомо, що хлопців у ньому більше ніж 50 %, але менше ніж 60 %? Скільки серед них хлопців?

1576. Відрізок поділили на частини у відношенні 2 : 5 : 7. Відстань між серединами перших двох частин дорівнює 7 см. Знайди довжину даного відрізка.

1577. Чи ділиться число $2014!$ на $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}_{1000 \text{ множників}}$? (Нагадає-

мо, що $2014! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots \cdot 2013 \cdot 2014$.)

1578. Запиши у рядок сім чисел таких, щоб сума будь-яких двох сусідніх чисел була від'ємною, а сума всіх семи чисел — додатною.

1579. Знайди всі такі числа p , щоб p і $p + 17$ були простими числами.



1580. Олександр Семенович випив $\frac{1}{6}$ чашки чорної кави і долив її молоком. Потім він випив $\frac{1}{3}$ чашки і знову долив її молоком. Згодом Олександр Семенович випив ще півчашки і знову долив її молоком. Нарешті він випив повну чашку. Чого Олександр Семенович випив більше, кави чи молока?

1581. Два велосипедисти рухаються по велотреку, довжина якого 450 м. Вони зустрічаються через кожну хвилину, якщо рухаються в протилежних напрямах, і через кожні 9 хв, якщо рухаються в одному напрямі. Знайди швидкість кожного велосипедиста.

1582. Котра зараз година, якщо до кінця доби залишилося $\frac{3}{5}$ того, що вже пройшло від її початку?

1583. 16 слив коштують стільки гривень, скільки слив можна купити на одну гривню. Скільки коштують 20 слив?

1584. Якщо рахувати зошити десятками, то 2 зошити не вистачить до цілої кількості десятків. Якщо рахувати зошити дюжинами (тобто по 12), то до цілої кількості дюжин не вистачить 4 зошити. Скільки всього було зошитів, якщо їх було більше за 300, але менше за 400?

1585. Коли у Миколи в пляшці було на 20 % «Живчика» більше, ніж у Гліба, він випив зі своєї пляшки 19 % її вмісту, а Гліб зі своєї — 2 % вмісту. У кого з друзів залишилося більше «Живчика»?

1586. Позавчора Дмитру було ще тільки 10 років, а наступного року йому виповниться 13. Як це може бути?

1587. Квадрат 7×7 заповнено числами так, що добуток чисел у кожному стовпчику є від'ємним. Доведи, що знайдеться і рядок, у якому добуток чисел також буде від'ємним.



Відповіді та вказівки до вправ

Розділ 1

23. 1) 9890; 2) 10 008. 24. 72. 41. 1), 3) Hi; 2), 4) так. 61. 1) 1002; 2) 1035; 3) 1020; 4) 1020. 62. 1020; 1320; 1620; 1920; 1125; 1425; 1725. 77. 1), 2), 3) Hi. 78. 1), 2), Hi. 79. 1), 2), 3) Складеним. 89. 5 кошиків по 17 яблук, або 17 кошиків по 5 яблук. 92. $770 = 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 2$. 111. 15. 113. 12. 114. 7 вагонів; 11 вагонів. 115. 30 букетів по 7 білих, 5 жовтих і 3 червоних троянд. 119. 1) 5; 2) 1; 3) 6. 129. 1 м 50 см. 130. 440 м. 131. 2 березня. 132. Через 180 діб, у суботу. 133. 120.

Розділ 2

163. 1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{4}{9}$; 3) $6\frac{1}{2}$; 4) $4\frac{1}{6}$. 164. На 42. 165. 1) 25; 2) 24; 3) 11; 4) 81. 166. 1) 4; 2) 32; 3) 5; 4) 120. 167. 1) 22; 2) 7; 3) 1. 168. $a = 45$; $b = 6$. 169. $x = 26$; $y = 9$. 170. 1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{2b}{3}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3t}{4p}$. 173. 121 см². 174. 72. 189. Франко. 190. Харків. 197. Перший. 198. 1) 1; 2; 3; 2) 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14. 199. 1) 1; 2; 3; 4; 5; 2) 4; 5; 6; 7; 8; 9. 200. 1) Наприклад, $\frac{13}{96}$ і $\frac{14}{96} = \frac{7}{48}$; 2) наприклад, $\frac{21}{110}$ і $\frac{23}{110}$. 201. Наприклад, $\frac{13}{60}$ і $\frac{17}{60}$. 204. 103. 205. Hi. 222. $\frac{4}{15}$. 223. $\frac{14}{45}$ л. 227. $\frac{1}{4}$ м. 228. 1) Малюк $\frac{1}{12}$ банки варення, Карлсон – $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{5}{24}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{5}{8}$. 229. 1) Hi; 2) $\frac{29}{36}$. 230. 1) $\frac{5}{12}$; 2) так. 232. $\frac{9}{10}$. 256. $21\frac{9}{20}$ кг. 257. $30\frac{39}{40}$ дм. 259. 1) $5\frac{3}{8}$; 2) $2\frac{1}{4}$; 3) $1\frac{1}{40}$; 4) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{19}{24}$; 6) $2\frac{13}{15}$. 260. 1) $1\frac{13}{24}$; 2) $11\frac{4}{5}$; 3) $9\frac{5}{48}$; 4) $3\frac{1}{50}$; 5) $3\frac{1}{12}$; 6) $7\frac{2}{15}$. 261. 1) $7\frac{1}{4}$; 2) $\frac{11}{15}$. 262. 1) $2\frac{3}{8}$; 2) $7\frac{97}{100}$. 263. 1) $3\frac{1}{8}$; 2) $3\frac{7}{8}$. 264. 1) $1\frac{13}{30}$; 2) $10\frac{1}{5}$. 265. 46 дм. 266. 9 кг. 267. $11\frac{3}{10}$ км; $12\frac{39}{50}$ км; $11\frac{1}{50}$ км. 268. Сашко – $4\frac{1}{5}$ кг; Дмитро –



- $1\frac{27}{40}$ кг; Сергій – $3\frac{5}{8}$ кг. **269.** 1) Збільшиться на $9\frac{23}{30}$; 2) збільшиться на $3\frac{4}{21}$. **270.** 1) 0,04; 2) 1. **271.** $a = 3$. **273.** 1) 3; 2) 25. **279.** 1) 0,57; 2) 0,115; 3) 5,428; 4) 0,8. **280.** 1) 1,21; 2) 0,505; 3) 3,825; 4) 8. **281.** 1) 0,(05); 2) 1,(72); 3) 3,58(3); 4) 0,4(629). **282.** 1) 1,(1); 2) 0,4(6); 3) 7,(3); 4) 2,3(09). **285.** Червоної. **288.** Ні, оскільки, якщо дроби додати, то чисельник буде парним числом, а знаменник – непарним. Такий дріб не може дорівнювати 1. **297.** 49,64 м. **298.** 1,9 дм. **299.** 13,5 км/год. **300.** 1) 4,22; 2) 1,01. **303.** Так, наприклад $64 = 2 + 19 + 43$. **327.** 445 км. **328.** $27\frac{1}{2}$ км. **329.** 1) $14\frac{2}{3}$; 2) 18; 3) $9\frac{1}{4}$; 4) $1\frac{1}{2}$. **330.** 1) 16; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) 11; 4) $6\frac{1}{2}$. **331.** 1) $3\frac{5}{12}$; 2) 6; 3) $\frac{2}{81}$. **332.** 1) $5\frac{2}{5}$; 2) 4. **337.** 4. **338.** 5,2. **342. Вказівка.** За допомогою віддер 5 л і 7 л можна відміряти 2 л води. **362.** 24 кг. **363.** 190 кг. **364.** 60 тортів, 75 тортів, 135 тортів. **365.** 105 кг. **366.** 6,75 м. **367.** 85,8 кг. **368.** Значення рівні між собою. **369.** 1) $x > y$; 2) $x > y$. **371.** 531 і 102. **385.** 1) $1\frac{5}{31}$; 2) $1\frac{1}{5}$. **386.** 1) $2\frac{1}{22}$; 2) $\frac{24}{35}$. **387.** 1) $\frac{8}{a}$; 2) $\frac{x}{7}$; 3) $\frac{7}{5m}$; 4) $\frac{1}{b}$; 5) y ; 6) $\frac{8b}{9a}$. **388.** 1) 0,47; 2) 5; 3) 7,42. **414.** 1) $16\frac{2}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$. **415.** 1) 6; 2) $1\frac{2}{5}$. **416.** Швидкість другого автомобіля в 1,125 раза більша за швидкість першого. **417.** 48 кг. **419.** 4 год. **420.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) 3; 3) $\frac{5}{17}$; 4) $\frac{5}{7}$. **421.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) 4; 3) $\frac{6}{19}$; 4) $\frac{3}{7}$. **422.** Через 2 год 40 хв. **423.** Через 1 год 10 хв. **424.** 1) 12; 2) $23\frac{1}{3}$. **425.** 1) $2\frac{1}{4}$; 2) $5\frac{7}{8}$. **426.** На $\frac{8}{15}$ год = 32 хв. **427.** 54 т і 66 т. **428.** 32 роки і 6 років. **429.** 50 грибів і 20 грибів. **433. У 5 разів.** **446.** 54 кг. **447.** 8,4. **448.** 7. **449.** 480 км. **450.** $29\frac{3}{5}$ км. **451.** 70. **452.** 1000. **453.** 60. **454.** 260. **455.** 31,2 т. **456.** 45 км. **459.** Приблизно за 4 роки. **484.** $7\frac{1}{5}$ кг. **485.** 69,66 кг. **486.** 40,5 га. **488.** 0,7 м; 0,49 м². **489.** $13\frac{1}{2}$ км/год. **492.** 28 florintів. **493.** 1) $\frac{16}{49}$; 2) $3\frac{1}{2}$. **494.** 1) $10\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{21}{100}$.



Відповіді

495. 363 км. **496.** 1) $3\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{7}$. **497.** 15. **498.** $1\frac{3}{7}$ год. **499.** $\frac{12}{25}$ доби.

500. $4\frac{2}{7}$. **501.** $7\frac{5}{7}$. **502.** $51\frac{3}{20}$ кг; $44\frac{17}{20}$ кг. **503.** 221. **507.** 12.

508. На 20 %.

Розділ 3

520. 1) 15 : 2; 2) 5 : 7; 3) 1 : 6; 4) 3 : 4. **521.** 1) 20 : 3; 2) 4 : 5; 3) 9 : 2; 4) 1 : 6. **522.** 12. **523.** 25. **526.** 1) 7; 2) 6; 3) 5;

4) 3. **542.** 1) $\frac{1}{8}$; 2) 5; 3) 27. **543.** 1) 85; 2) 8. **546.** 1) $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$;

2) $\frac{x}{y} = \frac{8}{7}$. **548.** 1) 5,5; 2) $2\frac{1}{3}$. **549.** 1) $\frac{3}{10}$; 2) 2,3. **551.** 2,

або 12,5, або 8. **554.** 95. **571.** 65 кг. **572.** 987,5 г. **573.** 8 днів.

574. 0,35 ц. **577.** 840 відер. **578.** 540 кг. **581.** 8 : 5. **582.** 10.

595. 15 см. **596.** 8 см. **597.** За 12,5 хв. **602.** 1 : 1 200 000.

606. 270 км. **607.** 4,8 см. **609.** 4,8 кг. **610.** 1 : 250 000; 18 км.

611. 1 : 400 000; 1,2 см. **612.** 33,6 т. **613.** 1 : 1 000 500.

614. 16 см. **616.** 0,4 см. **618.** 24. **619.** Франко. **627.** 24 см; 20 см;

16 см. **628.** 21 см. **629.** 12 см; 18 см; 24 см. **630.** 1050 грн;

1400 грн; 980 грн. **631.** 10 400 грн; 11 700 грн; 9360 грн.

632. $x = 84$; $y = 42$; $z = 56$. **635.** $170 : 1$. **651.** $\frac{1}{8}$. **652.** 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$.

658. 2) $\frac{1}{18}$; 3) $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{1}{36}$. **659.** 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$. **660.** 1) $\frac{4}{15}$; 2) $\frac{2}{15}$

3) $\frac{13}{15}$; 4) $\frac{2}{5}$. **661.** 1) $\frac{7}{15}$; 2) $\frac{7}{10}$; 3) $\frac{23}{30}$; 4) 0. **662.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{5}{6}$;

4) $\frac{1}{3}$. **663.** $\frac{3}{4}$. **664.** $\frac{4}{15}$. **665.** $\frac{3}{4}$. **666.** Четверту. **667.** 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) $\frac{3}{8}$;

4) $\frac{1}{8}$. **671.** На малюнку 152 подано першу ламану.

Другої ламаної не існує, оскільки число ланок такої ламаної має бути удвічі більше, ніж точок перетину, тобто кількість ланок ламаної, яка перетинає кожну ланку один раз, є парним числом. **680.** 2,25 км/год. **681.** 97,2 грн.

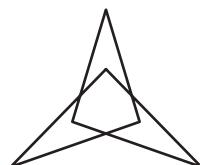
682. 400. **684.** 4 год. **685.** За 4,2 год.

686. 4 машини. **687.** На 5 днів. **689.** 23. **716.** 5 %. **717.** 1) 25 %;

2) 20 %. **718.** 1) 25 %; 2) 20%. **719.** 12 %. **720.** 72 %.

721. 205,2 грн; на 14,5 %. **722.** 391 грн; зменшилася на 2,25 %.

723. На 25 %. **724.** На $11\frac{1}{9}$ %. **726.** 150 зв. **727.** $\frac{5}{36}$. **728.** 4.



Мал. 152



729. Перше число більше. *Вказівка.* $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20 > 2 \cdot 5 \times \times 10 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 20 > 10^{12}$ і $1 + 2 + \dots + 1\ 000\ 000 < 1\ 000\ 000 \times \times 1\ 000\ 000 = 10^{12}$. **743.** 5904 грн. **744.** 777,6 см³. **745.** 240 кг і 272 кг. **746.** 4,64 кг. **747.** 261 г. **748.** 150 і 250. **749.** 200; 100; 160. **750.** 4 кг. **751.** 1) На 30 %; 2) на 69 %. **755.** Так, $36 = 3 \times \times 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 = 3^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + \dots + 1^2$.

774. 5 см. **775.** $1\frac{1}{3}$ см. **776.** 60,3 км/год. **777.** 71,2 км/год.

778. 4 см. **781.** Так. **794.** 176,625 м². **795.** 200,96 см².

796. 62,8 см². **797.** 110 м². **798.** 45,7812 дм². **799.** 10 см.

800. 4 дм. **803.** Площа першого круга у 9 разів більша за площею другого. **804.** 1,884 кг; 3,768 кг. **807.** 97,2 грн. **818.** 7.

819. 40 кг. **820.** 168. **821.** $15\frac{5}{9}$ %. **822.** $\frac{\pi \cdot 6^2}{2} - \pi \cdot 3^2 = 9\pi \approx$

$\approx 28,26$ (см²). **823.** $\frac{n(n-1)}{2}$. **837.** 1) 64; 2) 8. **838.** 27. **839.** 5 см;

10 см; 10 см. **841.** За 20 год. **842.** Так, наприклад, $(6-5)^2 < 6^2 - 5^2$.

Розділ 4

858. 4104. **879.** $AB = 2$; $BC = 3$; $BD = 3,5$; $BE = 1,5$. **880.** 1) A ;

2) N ; 3) Q . **881.** $C(-1)$; $D(0,5)$; $M(4,5)$. **885.** Зменшити у 3 рази.

908. 4028. **909.** 1) -3 ; 2) 5. **912.** 19,2 і 48. **913.** 6 спроб. **930.** 1) -5 ;

5; 2) 0; 3) $-3,5$; 3,5; 4) $-1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$. **931.** 1) -11 ; 11; 2) -1 ; 1.

932. 1) -5 ; 5; 2) немає такого значення x ; 3) -6 ; 6; 4) 0.

933. 1) -8 ; 8; 2) немає таких значень y ; 3) -4 ; 4; 4) немає таких значень y . **934.** 1) -2 ; -1 ; 0; 1; 2; 2) -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0; 1; 2; 3; 4; 3) 0; 4) немає таких значень x . **936.** На малюнках 75 і 77: $|m| < |n|$; на малюнках 76 і 78: $|m| > |n|$. **938.** 1) Так; 2) ні.

940. 1) 399; 2) 401. **941.** 1) 1; 2) рівняння не має розв'язків;

3) 4; 4) -1 ; 1. **942.** 1) 5; 2) 2; 3) рівняння не має розв'язків;

4) -2 ; 2. **947.** 1) Так; 2) ні. **973.** 32. **975.** 1) -14 ; 2) -12 .

976. 1) -18 ; 2) -12 . **977.** 1) -5 ; 2) -14 . **983.** 1) -5 ; -4 ; -3 ; -2 ;

-1 ; 0; 1; 2; 2) -3 ; -2 . **984.** -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0. **985.** Напри-

клад, $-\frac{39}{50}$; $-\frac{38}{50}$; $-\frac{37}{50}$. **987.** 1), 3) Так; 2), 4) ні. **990.** 11; 12; 15;

24 і 36. **1006.** 1) $-9\frac{31}{72}$; 2) $-13\frac{23}{48}$; 3) $-3\frac{5}{18}$; 4) $-3,15$; 5) $-5\frac{33}{35}$.

6) $-4\frac{4}{15}$. **1007.** 1) $-4\frac{13}{30}$; 2) $-13\frac{23}{30}$; 3) $-6\frac{5}{6}$; 4) $-5,35$; 5) $-5,5$;

6) $-7,4$. **1008.** $-13\frac{11}{12}$. **1009.** -6 . **1010.** $-14\frac{7}{8}$. **1013.** 4) $-2\frac{3}{4} + \left(-2\frac{3}{4}\right)$.



Відповіді

1014. $a + b = x + y$. **1015.** $m + n < p + q$. **1018.** 50,24 см².

1043. 1) $3\frac{11}{18}$; 2) $4\frac{17}{36}$; 3) $-10\frac{13}{30}$; 4) $-2\frac{27}{40}$; 5) $-1\frac{6}{13}$; 6) $\frac{23}{36}$; 7) 2,85;

8) $-1,35$; 9) $-2,7$; 10) $\frac{13}{15}$; 11) $-\frac{13}{30}$; 12) $1\frac{7}{150}$. **1044.** 1) $1\frac{55}{72}$; 2) $-9\frac{13}{21}$;

3) $-3\frac{7}{18}$; 4) $-2\frac{3}{11}$; 5) 1,4; 6) $-0,5$; 7) 1,11; 8) $-\frac{29}{180}$. **1045.** 1) 1;

2) $-\frac{19}{20}$. **1046.** $1\frac{7}{12}$. **1047.** 0,2. **1048.** $-\frac{13}{35}$. **1052.** $-\frac{2}{3}$. **1053.** $-7\frac{11}{30}$.

1054. 1); 4); 5) – неправильні; 2); 3); 6) – правильні. **1055.** 1); 4); 6) – правильні; 2); 3); 5) – неправильні.

1056. 1) $-1,7$; 2) $-2\frac{5}{6}$. **1058.** 300 м/хв. **1059.** 300 см². **1075.** 1040 грн.

1076. 27 банок. **1077.** 1) -9 ; 2) 27; 3) -20 . **1078.** 1) 5; 2) -23 .

1079. 1) $1\frac{25}{72}$; 2) $-3\frac{1}{9}$; 3) $1\frac{47}{50}$; 4) $-56,23$; 5) $-3\frac{23}{30}$; 6) $-3\frac{23}{60}$.

1080. 1) $-1\frac{23}{24}$; 2) $-3\frac{3}{20}$; 3) $-\frac{1}{42}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $-6\frac{8}{15}$; 6) $1\frac{1}{10}$. **1085.** Якщо

b і c – протилежні числа. **1087.** 125 %; 25 %. **1111.** 1) 14,9;

2) -3 . **1112.** 1) $-\frac{20}{21}$; 2) $-5\frac{11}{21}$; 3) $11\frac{5}{24}$; 4) $1\frac{9}{40}$. **1113.** 1) $-\frac{43}{72}$; 2) $-2\frac{27}{40}$;

3) $-14\frac{5}{24}$; 4) $12\frac{17}{22}$. **1114.** 1) $-6\frac{5}{7}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $-2,2$; 4) $-2,75$. **1115.** 1) $-3\frac{2}{5}$;

2) $\frac{5}{6}$; 3) 1,95; 4) $-2,95$. **1117.** 1) 13; 2) 2. **1118.** 1) 14; 2) 2.

1120. 1) $-20,4$; 2) $-5,1$. **1121.** 1) 5,8; 2) $-23,2$. **1122.** 1), 3) Рівняння не має розв'язків; 2) -7 ; 7; 5) 1; 9; 6) 4; 8. **1123.** 1) Рівняння не має розв'язків; 2) -4 , 4; 3) -10 , 10; **1124.** 1) та 3). **1126.** Два.

1127. 40,16. **1128.** $x = 12$; $y = 5$. **1129.** Так. **1144.** 1) $-\frac{1}{9}$; 2) $-5\frac{1}{2}$;

3) $-9\frac{13}{18}$; 4) $-1\frac{2}{11}$; 5) $4\frac{17}{18}$; 6) $2\frac{23}{30}$. **1145.** 1) $1\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{1}{6}$; 3) -10 ;

4) $5\frac{2}{3}$; 5) $-\frac{1}{18}$; 6) 3. **1146.** $z + p$; 1,7. **1147.** $c - d$; 3,74. **1148.** 1) -9 ;

2) $-5,3$; 3) 6,2; 4) 0; 5) 4; 6) $3\frac{11}{15}$. **1149.** 1) $-1,5$; 2) $-2,01$; 3) $-3\frac{2}{5}$.

1156. Hi. **1185.** 1) $-\frac{5}{6}$; 2) $2\frac{1}{2}$; 3) $-0,8$; 4) $-5,5$. **1186.** 1) $-4\frac{5}{8}$;

2) 2; 3) $-0,9$; 4) $-1,85$. **1187.** 1) 7; 2) -6 ; 3) $-0,9$. **1188.** 1) -5 ;

2) 5; 3) $-0,9$. **1189.** 1) -3 ; 2) 0; 3) -18 ; 7; 4) -2 ; 1.

1190. 1) 8; 2) -2 ; 0; 3) -5 ; 7; 4) -3 ; 8. **1191.** 1) Так; 2),



- 3) ні. **1192.** 13, якщо $a = -6$. **1193.** 308,5 км. **1194.** -12; 12. **1196.** 8. *Вказівка.* $1 \cdot 2 \cdots \cdot 10 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$, тому цей добуток закінчується двома нулями. **1211.** 1) 0,63; 2) -6,3; 3) -8; 4) 30. **1212.** 1) -0,51; 2) 1,4; 3) $-\frac{2}{3}$; 4) 36. **1215.** 1) 6; 2) $1\frac{11}{16}$. **1216.** 1) 0,1; 2) $1\frac{2}{13}$. **1217.** 1), 2) 0. **1220.** 225 м; 15 м/с. **1236.** 1) $3,2ab - 2,4ac + 0,72ad$; 2) $-0,28x + y + 1,52z$; 3) $-22t + 16b - 30z$; 4) $-2xy + 21xz - 29xt$. **1237.** 1) $1,4b - 2,1c + 3,5a$; 2) $-1,6xp - 5,4ax + 7,8bx$; 3) $-20a - 33b + c$; 4) $-2ab + 15ac - 38ay$. **1238.** 1) -45; 2) -8,5; 3) -35; 4) 0. **1239.** 1) 60; 2) -1,6; 3) -49; 4) 26. **1244.** 1) 457,8; 2) $-5\frac{13}{42}$. **1247.** 12 км/год. **1266.** 1) $4\frac{8}{15}x$; 2) $-6\frac{5}{24}x + 2\frac{7}{12}y$; 3) $-\frac{5}{21}m$; 4) $1\frac{5}{6}p - 1\frac{26}{27}b$. **1267.** 1) $\frac{5}{30}a$; 2) $-3b$; 3) $-1\frac{1}{12}x + 1\frac{31}{36}y$; 4) $5\frac{5}{14}c - 3\frac{1}{9}m$. **1268.** 1) $-19,6a + 7,3b + 13$; 2) -1,6. **1269.** 1) $-1,7x + 1,8y + 11$; 2) -1,5. **1270.** 1) 5,2; 2) $\frac{21}{26}$. **1271.** 1) 12; 2) 6. **1277. Вказівка.** Після спрощення виразу отримаємо $21n$. **1278. Вказівка.** Після спрощення виразу отримаємо $5m + 1$. **1279.** 1,8. **1280.** 1,2. **1283.** $\frac{9}{25}$. **1309.** 1) 17,8; 2) -86. **1310.** 1) 202,5; 2) -4,8. **1311.** 1) $-1\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{5}$; 3) 1; 4) -11. **1312.** 1) $8\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) 26,23; 4) -10. **1313.** 1) -3; 2) 10,8. **1314.** 1) 0,13; 2) -5,6. **1315.** 1) $-4\frac{1}{2}$; 2) 10,5; 3) 3,5; 4) $-\frac{1}{4}$; 5) -10,84; 6) -12,7. **1316.** 1) $-\frac{1}{2}$; 2) -4; 3) -1,63. **1319.** 1) -21; 2) -2; 3) 0,5; -0,5; 4) 4; -1. **1322.** 93 кг. **1323.** Ні, оскільки число 501 501 501 501 кратне 3, але не кратне 9, а тому не може бути квадратом цілого числа. **1345.** 1) -2,5; 2) 0,5; 3) 15,5; 4) -2. **1346.** 1) -90; 2) 2. **1347.** 1) 5,5; 2) 0,0125; 3) 5. **1348.** 1) 8,4; 2) $1\frac{1}{3}$; 3) -9; 4) 1. **1349.** 1) -31; 2) -7,2; 3) $4\frac{1}{2}$. **1350.** -25. **1351.** 13. **1352.** 1) -2; 2) 1,01. **1353.** 1) -0,6; 2) -3. **1354.** $a = -21$. **1355.** 1) Рівняння не має розв'язків; 2) x - будь-яке число. **1356.** $-5\frac{1}{2}$. **1357.** 81 км. **1358.** 6 %. **1359.** 21 %; 33,1 %. **1386.** 54 деталі; 108 деталей; 70 деталей. **1387.** 1,2 т; 2,4 т; 1,5 т. **1388.** 5760. **1389.** 20 дм; 12 дм; 14 дм. **1391.** 1,5 год; 2 год. **1392.** 12 км/год; 5 км/год. **1393.** 6 грн; 10 грн. **1394.** 18 грн;



Відповіді

- 30 грн. **1395.** 20 пасажирів. **1396.** 28 книжок. **1397.** 5. **1398.** 6 зошитів по 1 грн 20 коп. і 9 зошитів по 1 грн 80 коп. **1399.** 5 л. **1400.** 6 грн. **1401.** 7,5 год. **1402.** 4 год. **1403.** 100 і 45. **1404.** 27 і 18. **1405.** 13 хв. **1406.** 210 кг і 70 кг. **1407.** 100 зошитів і 50 зошитів. **1408.** 40 кг і 20 кг. **1411.** 1) 6; 2) $\frac{3}{8}$. **1412.** 17 кг. **1413.** Ні. *Вказівка.* Кожний із прямокутників повинен містити по одній білій і одній чорній клітинці. **1438.** 1) 2,5; 2) $\frac{5}{6}$. **1439.** 1) 4; 2) 1. **1440.** 1) 3,37; 2) $-29\frac{1}{2}$. **1441.** $6\frac{5}{14}$. **1442.** 1) $x = -2,7$; 2) $x = -\frac{19}{40}$. **1443.** -8. **1444.** 1,2. **1446.** 1) $64\frac{1}{2}$; 2) -4,4. **1447.** 1) 35; 2) -3,2. **1448.** 1) 3; 2) 2. **1449.** 1) 4; 2) 0,3. **1452.** $14\frac{1}{4}$. **1453.** -1. **1454.** $-20x + 23\frac{3}{4}$; $-11\frac{1}{4}$. **1455.** $5,4 - 12,6a$; $68,4$. **1456.** 1) 0; 2) -125. **1457.** $\frac{1}{2}$. **1461.** На 56 %. **1462.** 1) $5^5 = 3125$; 2) $2^{22} = 4\ 194\ 304$. **1491.** 1) 0,3; 2) 3. **1492.** 1991 р. **1533.** Відрізок, кінці якого — точки з координатами (0; 5) і (5; 0). **1537.** -34. **1538.** Ні. **1558.** Ні. *Вказівка.* Застосуй ідею фарбування у два кольори в «шаховому» порядку кубиків.

Для тих, хто любить математику

- 1559.** $M(5)$. **1560.** 8. **1561.** 1) Так; 2) ні, наприклад $y = 6$. **1562.** Якщо $a < 0$, то рівняння не має розв'язків; якщо $a = 0$, то $x = -b$; якщо $a > 0$, то $x = a - b$ або $x = -a - b$. **1563.** Ні, бо закінчується 9. **1565.** Видатні українці — 390 марок, спорт — 310 марок, автомобілі — 180 марок, тварини — 270 марок. **1566.** Число 100. **1567.** У Сергія — 14 грн, у Петра — 10 грн. **1568.** *Вказівка.*

- Кожний із доданків лівої частини не менший від $\frac{1}{18}$. **1569.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$. **1570.** 23. **1571.** 12. **1572.** 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$. **1573.** На 6 %. **1574.** Корови рудої масті. **1575.** 7 учнів, серед них 4 хлопці. **1576.** 28 см. **1577.** Так, оскільки 2 є множником числа 2014! більше 1000 разів. **1578.** Наприклад, так 4; -5; 4; -5; 4; -5; 4. **1579.** $p = 2$. **1580.** Порівну (по одній чащі). **1581.** 250 м/хв і 200 м/хв. **1582.** 15 год 00 хв. **1583.** 5 грн. **1584.** 308 або 368. **1585.** У Гліба. **1586.** Наприклад, Дмитро народився 31 грудня 2003 р., а сьогодні — 1 січня 2015 р. **1587.** *Вказівка.* Оскільки добуток чисел у кожному стовпчику від'ємний, то добуток усіх чисел квадрата також від'ємний.

Предметний покажчик

- Абсциса точки 264
Вершина конуса 155
Взаємно обернені числа 73
– прості числа 22
Винесення спільногомножника за дужки 221
Випадкова подія 117
Висота конуса 155
– циліндра 154
Від'ємний напрям координатної прямої 165
Від'ємні числа 162
Віднімання дробів 42
– мішаних чисел 47
– раціональних чисел 200
Відношення двох величин 95
– чисел 95
Відсоткове відношення двох чисел 131, 137
Вірогідна подія 118
Вісь абсцис 263
– ординат 263
Властивості модуля 175
– рівнянь 236
Десяткове наближення звичайного дробу 58
Діаграма 150
Діаметр кола 141
– кулі 155
Ділення звичайних дробів 76
– раціональних чисел 230, 231
Дільник натурального числа 5
Довжина кола 142
Додавання від'ємних чисел 185
– двох чисел з різними знаками 189
– дробів 42
– мішаних чисел 47
Додатковий множник 37
Додатний напрям координатної прямої 165
Додатні числа 162
Зведення дробів до спільногознаменника 37
– подібних доданків 225
Зміна величини у відсотках 133
Знаходження відсотків від числа 69, 137
– дробу від числа 68
– числа за його відсотком 83, 137
– – – дробом 82
Ймовірність випадкової події 118
Коефіцієнт 217
Коло 140
Конус 154
Координата точки 264
Координатна площа 263
– пряма 165
Координатні чверті 264
Крайні члени пропорції 98
Кратні числа 6
Круг 145
Круговий сектор 146
Кругові діаграми 150
Куля 155
Масштаб 109
Множення звичайних дробів 62
– раціональних чисел 210, 211
Модуль числа 174
Найбільший спільний дільник 21
Найменше спільне кратне 25
Найменший спільний знаменник 37

- Неможлива подія 118
 Непарні числа 10
 Нескінчений десятковий періодичний дріб 54
 Нескоротний дріб 32
Обернена пропорційна залежність 127
 - пропорційність величин 127
 Обернене відношення 96
 Ознаки подільності на 2, 5 та 10 9
 - на 9 та 3 12
 Ордината точки 264
 Оси координат 263
 Основа конуса 155
 - циліндра 154
 Основна властивість відношення 95
 - дробу 31
 - пропорції 99
 Паралельні відрізки 260
 - промені 260
 - прямі 259
 Парні числа 10
 Переставна властивість додавання 195
 - – множення 63, 216
 Перетворення звичайного дробу у десятковий 53
 Перпендикулярні відрізки 257
 - промені 257
 - прямі 256
 Площа круга 146
 Повний кут 146
 Подібні доданки 225
 Порівняння раціональних чисел 178, 179
 Початок відліку координатної прямої 165
 - координат 263
 Пропорційний поділ числа (величини) 114
 Пропорція 98
 Прості числа 14
 Протилежні числа 170
 Пряма пропорційна залежність 103
 - пропорційність величин 104
 Прямокутна система координат 263
 Радіус кола 141
 - кулі 155
 - основи конуса 155
 - – циліндра 154
 Раціональні числа 171
 Розв'язування рівнянь 236
 Розкладання на прості множники 18
 Розкриття дужок 205, 221
 Розподільна властивість множення 63, 220
 Середні члени пропорції 98
 Складені числа 15
 Скорочення дробу 31
 Спільне кратне 25
 Спільний дільник 21
 - знаменник 37
 Сполучна властивість додавання 195, 216
 - – множення 63
 Стовпчасті діаграми 150
 Сфера 155
 Центр кола 140
 - – кулі 155
 Цілі числа 171
 Циліндр 154

Зміст

Шановний шестикласнику! 3

РОЗДІЛ 1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

§ 1. Дільники і кратні натурального числа	5
§ 2. Ознаки подільності на 10, 5 та 2	9
§ 3. Ознаки подільності на 9 та 3	11
§ 4. Прості та складені числа	14
§ 5. Розкладання чисел на прості множники	18
§ 6. Найбільший спільний дільник	20
§ 7. Найменше спільне кратне	25
Завдання для перевірки знань № 1 (§ 1 – § 7)	28

РОЗДІЛ 2. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

§ 8. Основна властивість дробу. Скорочення дробу	30
§ 9. Найменший спільний знаменник дробів. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів	36
§ 10. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками	42
§ 11. Додавання і віднімання мішаних чисел	47
§ 12. Перетворення звичайних дробів у десяткові. Нескінченні періодичні десяткові дроби	53
§ 13. Десяткове наближення звичайного дробу	58
Завдання для перевірки знань № 2 (§ 8 – § 13)	60
§ 14. Множення звичайних дробів	61
§ 15. Знаходження дробу від числа	68
§ 16. Взаємно обернені числа	73
§ 17. Ділення звичайних дробів	76
§ 18. Знаходження числа за його дробом	82
§ 19. Розв'язування вправ на всі дії зі звичайними та десятковими дробами	87
Завдання для перевірки знань № 3 (§ 14 – § 19)	92

РОЗДІЛ 3. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

§ 20. Відношення. Основна властивість відношення	94
§ 21. Пропорція. Основна властивість пропорції	98
§ 22. Пряма пропорційна залежність	103
§ 23. Масштаб. Знаходження відстаней на карті	108
§ 24. Поділ числа у даному відношенні	114
§ 25. Ймовірність випадкової події	117
Завдання для перевірки знань № 4 (§ 20 – § 25)	126
§ 26. Обернена пропорційна залежність	127



§ 27. Відсоткове відношення двох чисел. Зміна величини у відсотках	131
§ 28. Відсоткові розрахунки	137
§ 29. Коло. Довжина кола	140
§ 30. Круг. Площа круга. Круговий сектор	145
§ 31. Стовпчасті і кругові діаграми	150
§ 32. Циліндр. Конус. Куля	154
Завдання для перевірки знань № 5 (§ 26 – § 32)	158

РОЗДІЛ 4. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ НАД НИМИ

§ 33. Додатні та від'ємні числа. Число 0	160
§ 34. Координатна пряма	165
§ 35. Протилежні числа. Цілі числа. Раціональні числа	170
§ 36. Модуль числа	173
§ 37. Порівняння раціональних чисел	178
Завдання для перевірки знань № 6 (§ 33 – § 37)	184
§ 38. Додавання від'ємних чисел	185
§ 39. Додавання двох чисел з різними знаками	189
§ 40. Властивості додавання	195
§ 41. Віднімання раціональних чисел	199
§ 42. Розкриття дужок	204
Завдання для перевірки знань № 7 (§ 38 – § 42)	209
§ 43. Множення раціональних чисел	210
§ 44. Переставна і сполучна властивості множення. Коефіцієнт буквенного виразу	216
§ 45. Розподільна властивість множення	220
§ 46. Подібні доданки та їх зведення	225
Завдання для перевірки знань № 8 (§ 43 – § 46)	229
§ 47. Ділення раціональних чисел	230
§ 48. Розв'язування рівнянь. Основні властивості рівняння	235
§ 49. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	242
Завдання для перевірки знань № 9 (§ 47 – § 49)	249
§ 50. Розв'язування вправ на всі дії з раціональними числами	250
§ 51. Перпендикулярні прямі	255
§ 52. Паралельні прямі	259
§ 53. Координатна площинна	262
§ 54. Приклади графіків залежності між величинами	272
Завдання для перевірки знань № 10 (§ 50 – § 54)	280
Для тих, хто любить математику	281
Відповіді та вказівки до вправ	285
Предметний покажчик	292



Навчальне видання

ІСТЕР Олександр Семенович

МАТЕМАТИКА

**Підручник для 6 класу
загальноосвітніх навчальних закладів**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Головний редактор *Наталія Заблоцька*

Редактори *Галина Криволапова, Олена Мовчан*

Художні редактори *Василь Марущинець, Людмила Кузнецова*

Обкладинка *Тетяни Кущ*

Технічний редактор *Цезарина Федосіхіна*

Комп'ютерна верстка, ілюстрації *Юрія Лебедєва*

Коректори *Лариса Леуська, Інна Іванюсь*

Формат 60×90/16.
Ум. друк. арк. 18,5. Обл.-вид. арк. 17,08.
Тираж 101 647 пр. Вид. № 1469.
Зам. № .

Видавництво «Генеза», вул. Тимошенка, 2-л, м. Київ, 04212.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3966 від 01.02.2011.

Віддруковано з готових позитивів у
ТОВ «ПЕТ», вул. Ольмінського, 17, м. Харків, 61024.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 4526 від 18.04.2013.

