$\boxed{1}$ Рассмотрим систему координат с центром в т. A
Искомая матрица имеет вид:

$$M = T^{-1} \cdot R_\varphi \cdot T$$

где T - матрица перехода к новой СК, R_φ - матрица преобр. в новой С.К.
Переход к новой СК - это парал. перенос вдоль вектора $(a, b) = \overrightarrow{OA}$, его матрица:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

Обратное преобр. - это парал. перенос на обратный вектор:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{bmatrix}$$

Преобр. в новой СК - это поворот вокруг центра координат на угол φ:

$$R_\varphi = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$R_1 =$

$\boxed{3}$ Рассмотрим СК с центром в т. A, в которой напр. вектор $\vec{a}$ прямой L сонаправлен с O_z.

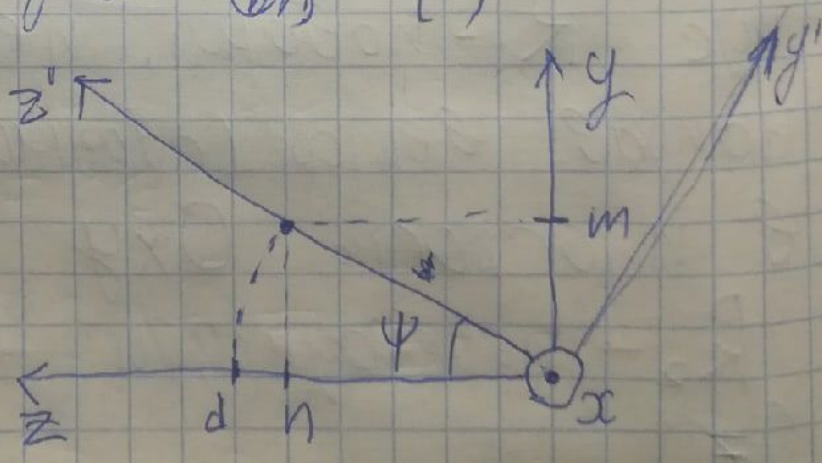
Аналогично задаче 1,

$$M = Q^{-1} \cdot N \cdot Q$$

Представим Q в виде

$$Q = R_1 \cdot R_2 \cdot T$$

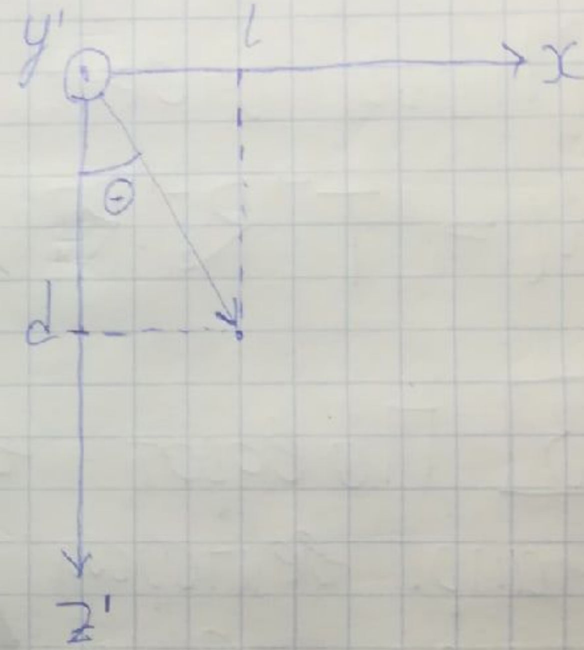
R_1 - поворот вокруг Ox как на рисунке: (на угол $-\psi$)



$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n/d & -m/d & 0 \\ 0 & m/d & n/d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где $d = \sqrt{m^2+n^2}$

R_2 – поворот вокруг оси O_y на угол θ



$$R_2 = \begin{bmatrix} d & 0 & -l & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ l & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

T – парал. перенос

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \end{bmatrix}$$

N – поворот вокруг оси Oz на φ.

$$N = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Итого, ответ:

$$M = T^{-1} R_2^{-1} R_1^{-1} N R_1 R_2 T$$

$\boxed{8}$ Поворот вокруг прямой с напр. вектором v на угол φ имеет вид:

$w \longmapsto q w q^{-1}$

где $q = \cos(\frac{\varphi}{2}) + v \cdot \sin(\frac{\varphi}{2})$

Для первого поворота:

$v_1 = i, \quad \varphi_1 = \pi/2,$

$q_1 = \cos(\frac{\pi}{4}) + i \cdot \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$

Для второго: $v_2 = j, \; \varphi_2 = \frac{\pi}{2},$

$q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)$

Результирующий поворот:

$w \mapsto q w q^{-1}$, где $q = q_2 \cdot q_1 =$

$= \cancel{\frac{1}{2}(1+i)(1+j)}\ \frac{1}{2}(1+j)(1+i) =$

$= \frac{1}{2}(1+i+j-k) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) +$

$+ \sin\frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{i+j-k}{\sqrt{3}}\right)$

Т. е. результирующий поворот – на угол $\pi/6$ вокруг прямой с напр. вектором $(1, 1, -1) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$