

Optical Flow

2019-03-17

Ye Chan(Paul) Kim

Optical Flow Intro



Optical Flow가 필요한 이유? Direct Method?

Optical Flow Intro



Optical Flow가 필요한 이유? Direct Method?

- 이전 온라인에서 카메라의 특징점을 이용해서 카메라의 움직임을 추정하는 방법을 학습함. 특히 Feature-based Method와 관련된 내용을 학습

Optical Flow Intro



Optical Flow가 필요한 이유? Direct Method?

- 이전 온라인에서 카메라의 특징점을 이용해서 카메라의 움직임을 추정하는 방법을 학습함. 특히 Feature-based Method와 관련된 내용을 학습
- 그렇지만 Visual Odometry의 주류를 담당하는 Feature-based Method는 몇 가지의 단점이 존재함

Optical Flow Intro



Optical Flow가 필요한 이유? Direct Method?

- 이전 온라인에서 카메라의 특징점을 이용해서 카메라의 움직임을 추정하는 방법을 학습함. 특히 Feature-based Method와 관련된 내용을 학습
- 그렇지만 Visual Odometry의 주류를 담당하는 Feature-based Method는 몇 가지의 단점이 존재함
 1. 특징 추출과 디스크립터의 계산에 소요되는 시간이 큼
 2. 특징점을 사용하는 경우 특징점을 제외한 나머지 정보를 무시하게 됨
 3. 카메라가 특징점이 없는 시점에 존재하게 되는 경우 문제가 발생할 수 있음

Optical Flow Intro



Optical Flow가 필요한 이유? Direct Method?

- 이전 온라인에서 카메라의 특징점을 이용해서 카메라의 움직임을 추정하는 방법을 학습함. 특히 Feature-based Method와 관련된 내용을 학습
- 그렇지만 Visual Odometry의 주류를 담당하는 Feature-based Method는 몇 가지의 단점이 존재함
 1. 특징 추출과 디스크립터의 계산에 소요되는 시간이 큼
 2. 특징점을 사용하는 경우 특징점을 제외한 나머지 정보를 무시하게 됨
 3. 카메라가 특징점이 없는 시점에 존재하게 되는 경우 문제가 발생할 수 있음

=> 이러한 문제점을 극복하는 관점에서 Optical Flow와 Direct Method는 탄생

Optical Flow

- Optical Flow와 Direct Method



Optical Flow



- Optical Flow와 Direct Method
 - Direct Method는 Optical Flow연구의 연장선에서 등장

Optical Flow



- Optical Flow와 Direct Method
 - Direct Method는 Optical Flow연구의 연장선에서 등장
 - Optical Flow와 Direct Method의 특징?
 - **Optical Flow** : 이미지의 픽셀 모션을 설명
 - **Direct Model** : 카메라 모션 모델을 갖고 있음

Optical Flow



- Optical Flow와 Direct Method
 - Direct Method는 Optical Flow연구의 연장선에서 등장
 - Optical Flow와 Direct Method의 특징?
 - **Optical Flow** : 이미지의 픽셀 모션을 설명
 - **Direct Model** : 카메라 모션 모델을 갖고 있음
- Optical Flow는 시간 경과에 따른 이미지 간의 픽셀 이동으로 설명(u, v)

Optical Flow



- Optical Flow와 Direct Method
 - Direct Method는 Optical Flow연구의 연장선에서 등장
 - Optical Flow와 Direct Method의 특징?
 - **Optical Flow** : **이미지의 픽셀 모션**을 설명
 - **Direct Model** : **카메라 모션 모델**을 갖고 있음
- Optical Flow는 시간 경과에 따른 이미지 간의 픽셀 이동으로 설명(u, v)
 - **u, v 의 해**를 구하는 것이 목표
 - Dense Optical Flow : 모든 픽셀을 계산
 - Sparse Optical Flow : 부분 픽셀을 계산 => **Lucas-Kanade Optical Flow(LK Optical Flow)**

Optical Flow



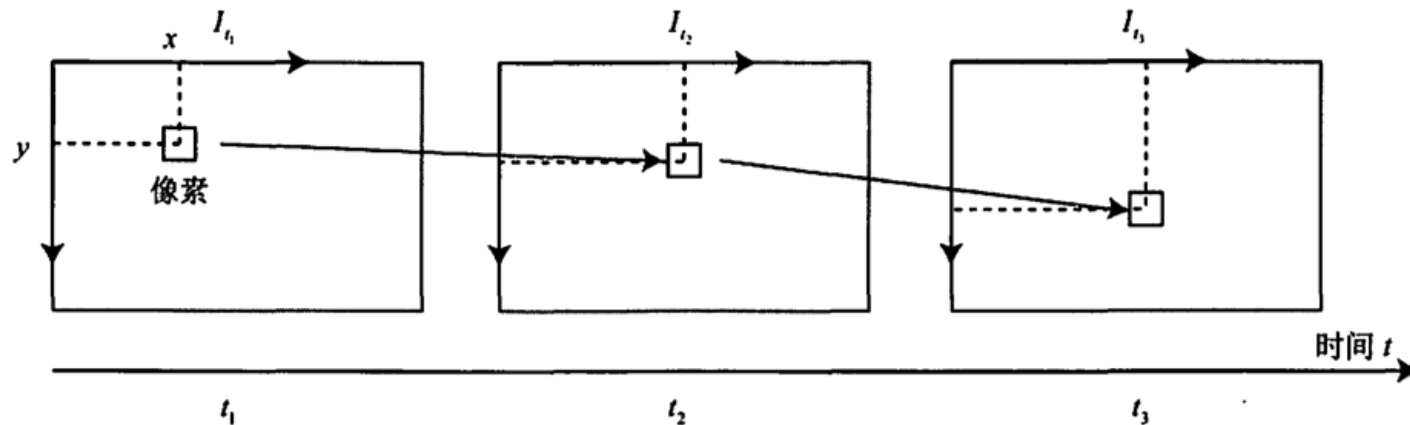
- Optical Flow와 Direct Method
 - Direct Method는 Optical Flow연구의 연장선에서 등장
 - Optical Flow와 Direct Method의 특징?
 - **Optical Flow** : 이미지의 픽셀 모션을 설명
 - **Direct Model** : 카메라 모션 모델을 갖고 있음
- Optical Flow는 시간 경과에 따른 이미지 간의 픽셀 이동으로 설명(u, v)
 - u, v 의 해를 구하는 것이 목표
 - Dense Optical Flow : 모든 픽셀을 계산
 - Sparse Optical Flow : 부분 픽셀을 계산 => **Lucas-Kanade Optical Flow(LK Optical Flow)**

교재

Lucas-Kanade Optical Flow

- LK Optical Flow
 - 시간 t 에서 위치 (x,y) 에서의 하나의 픽셀에 대한 Intensity(그레이스케일-책)

$$I(x, y, t).$$

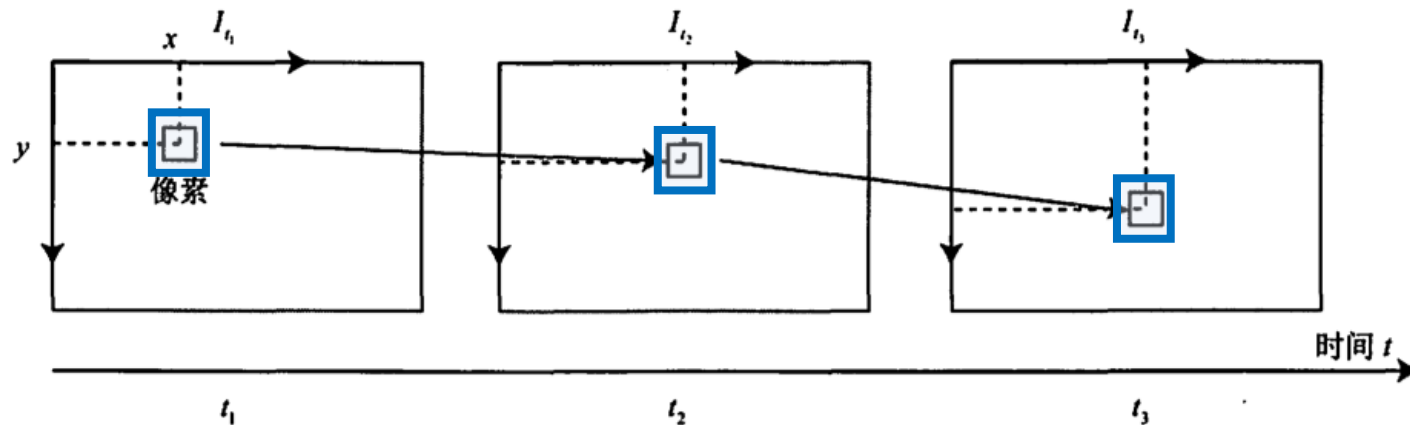


灰度不变假设: $I(x_1, y_1, t_1) = I(x_2, y_2, t_2) = I(x_3, y_3, t_3)$

Lucas-Kanade Optical Flow

- LK Optical Flow
 - 시간 t 에서 위치 (x,y) 에서의 하나의 픽셀에 대한 Intensity(그레이스케일-책)

$$I(x, y, t).$$



灰度不变假设: $I(x_1, y_1, t_1) = I(x_2, y_2, t_2) = I(x_3, y_3, t_3)$

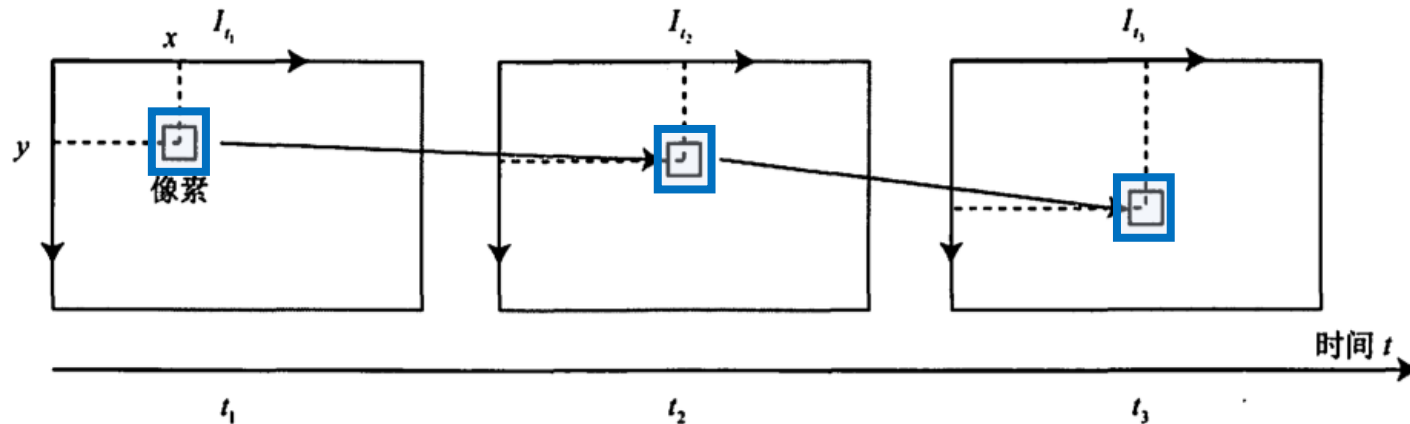
Lucas-Kanade Optical Flow

- LK Optical Flow

- 시간 t 에서 위치 (x,y) 에서의 하나의 픽셀에 대한 Intensity(그레이스케일-책)

$$I(x, y, t).$$

네모 추적!



灰度不变假设: $I(x_1, y_1, t_1) = I(x_2, y_2, t_2) = I(x_3, y_3, t_3)$

Lucas-Kanade Optical Flow



- **Key assumptions**

Lucas-Kanade Optical Flow



- **Key assumptions**
 - **Brightness constancy** : The appearance of the image patches do not change

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = I(x, y, t). \quad (8.1)$$

Lucas-Kanade Optical Flow



- **Key assumptions**

- **Brightness constancy** : The appearance of the image patches do not change

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = I(x, y, t). \quad (8.1)$$

- **Small motion** : points do not move very far(u, v is less than 1 pixel)
 - Suppose we take the Taylor series expansion of I

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt. \quad (8.2)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 테일러 전개를 수행(small motion($dx \approx 0$, $dy \approx 0$), 작은 시간 변화량($dt \approx 0$)가정)

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt. \quad (8.2)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 테일러 전개를 수행(small motion($dx \approx 0$, $dy \approx 0$), 작은 시간 변화량($dt \approx 0$)가정)

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt. \quad (8.2)$$

- 공간(x, y)과 시간(t)에 대해서 이미지의 grayscale이 일정하기 때문에 0의 값을 갖음

$$\frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt = 0. \quad (8.3)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 테일러 전개를 수행(small motion($dx \approx 0$, $dy \approx 0$), 작은 시간 변화량($dt \approx 0$)가정)

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt. \quad (8.2)$$

- 공간(x, y)과 시간(t)에 대해서 이미지의 grayscale이 일정하기 때문에 0의 값을 갖음

$$\frac{\partial I}{\partial x} dx + \frac{\partial I}{\partial y} dy + \frac{\partial I}{\partial t} dt = 0. \quad (8.3)$$

- 그리고 이후에 양변에 대해 dt 로 나눔

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial I}{\partial t}. \quad (8.4)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial I}{\partial t}. \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = \mathbf{I}_x$
 - $dI/dy = \mathbf{I}_y$
 - $dI/dt = \mathbf{I}_t$
- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_x & \mathbf{I}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\mathbf{I}_t. \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = - \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = I_x$
 - $dI/dy = I_y$
 - $dI/dt = I_t$
- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = - \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = I_x$
 - $dI/dy = I_y$
 - $dI/dt = I_t$
- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = - \frac{\partial I}{\partial t} \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = I_x$
 - $dI/dy = I_y$
 - $dI/dt = I_t$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \nabla I = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix}$$

$$0 = I_t + \nabla I \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$

- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = - \frac{\partial I}{\partial t} \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = I_x$
 - $dI/dy = I_y$
 - $dI/dt = I_t$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \nabla I = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix}$$

$$0 = I_t + \nabla I \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$

u **v**

- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 이어서

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} = - \frac{\partial I}{\partial t} \quad (8.4)$$

- dx/dt 는 x축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **u**로 표시
- dy/dt 는 y축방향으로의 픽셀의 이동 속도이고 **v**로 표시
- dI/dx , dI/dy , dI/dt 는 각각 x,y,t에 대한 이미지 Intensity의 변화량
 - $dI/dx = I_x$
 - $dI/dy = I_y$
 - $dI/dt = I_t$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad \nabla I = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix}$$

$$0 = I_t + \nabla I \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$

u **v**

- 하나의 픽셀에 대한 이미지의 Intensity를 매트릭스로 표현

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t$$

같음

(8.5)

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

LK Optical Flow

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

- 픽셀에 대한 방정식을 얻는 방법?
 - 추가 제약 조건을 부여함

LK Optical Flow

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

- 픽셀에 대한 방정식을 얻는 방법?

LK Optical Flow

- 추가 제약 조건을 부여함
- LK : assume locally constant motion
 - 윈도우 내의 픽셀은 동일한 모션(u,v)를 갖는다고 가정함
 - W²의 픽셀 수를 포함하는 크기 w x w의 윈도우를 고려(권장 : 5 x 5, 10 x 10)

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

- 픽셀에 대한 방정식을 얻는 방법?

LK Optical Flow

- 추가 제약 조건을 부여함
- LK : assume locally constant motion
 - 윈도우 내의 픽셀은 동일한 모션(u,v)를 갖는다고 가정함
 - w^2 의 픽셀 수를 포함하는 크기 $w \times w$ 의 윈도우를 고려(권장 : 5×5 , 10×10)
- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 **1 equation, but 2 unknowns(u and v)**

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

- 픽셀에 대한 방정식을 얻는 방법?

LK Optical Flow

- 추가 제약 조건을 부여함

- LK : assume locally constant motion

- 윈도우 내의 픽셀은 동일한 모션(u,v)를 갖는다고 가정함

- w^2 의 픽셀 수를 포함하는 크기 $w \times w$ 의 윈도우를 고려(권장 : 5×5 , 10×10)

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 하나의 픽셀에 대한 매트릭스 1 equation, but 2 unknowns(u and v)

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_t. \quad (8.5)$$

- 픽셀에 대한 방정식을 얻는 방법?

LK Optical Flow

- 추가 제약 조건을 부여함

- LK : assume locally constant motion

- 윈도우 내의 픽셀은 동일한 모션(u,v)를 갖는다고 가정함

- w^2 의 픽셀 수를 포함하는 크기 $w \times w$ 의 윈도우를 고려(권장 : 5×5 , 10×10)

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

문제 해결!

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스를 하나로 묶어서 표현

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\mathbf{b}. \quad (8.8)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스를 하나로 묶어서 표현

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\mathbf{b}. \quad (8.8)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스

$$\begin{bmatrix} I_x & I_y \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -I_{tk}, \quad k = 1, \dots, w^2. \quad (8.6)$$

- $w \times w$ window (pixel)에 대한 매트릭스를 하나로 묶어서 표현

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = -\mathbf{b}. \quad (8.8)$$

- 최소자승법을 이용한 u, v 의 해(solution).

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^* = -(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (8.9)$$

Lucas-Kanade Optical Flow

- 최소자승법을 이용한 u, v 의 해(solution)

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^* = -(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (8.9)$$

- When is This Solvable?
 - Skip!!!

Thank you