DL3 : PA : WSS.

Exercice 1 :

1) $X(n) = a + bZ(n) + cZ(n-1)$.

- On a $E[X(n)] = a = cte$
- $E[Z(n+k)Z(n)] = \sigma^2 \delta(k)$

donc $E[(X(n+k)-a)(X(n)-a)] = b^2\sigma^2\delta(k) + bc\sigma^2\delta(k+1) + bc\sigma^2\delta(k-1) + c^2\sigma^2\delta(k)$

- On a $E[(X(n)-a)^2] = b\sigma^2 + c^2\sigma^2 < +\infty$ alors l'énergie est finie

d'où ce processus est stationnaire au second ordre au sens large.

2) $X(n) = a + Z(0)$.

- On a $E[X(n)] = \quad a = cte$
- $E[(X(n+k)-a)(X(n)-a)] = a^2 + \sigma^2 \delta(a)$
- On a $E[(X(n))^2] = cte < +\infty$

donc ce processus est stationnaire au second ordre au sens large

3) $X(n) = Z(n)\, Z(n-1)$

- On a $E[X(n)] = 0$
- $E[X(n+k)(X(n))] = \sigma^2 \delta(k)$
- $E(|X(n)|^2) = \sigma^2 < +\infty$

d'où ce processus est stationnaire au second ordre au sens large

Exercice 2 :

On a $J(a_1, a_2, a_3) = \sum_{n=0}^{N-1} (x_n - a_1 - a_2 n - a_3 n^2)$

On dérivant par rapport a_1, a_2 et a_3 on trouve

$$\begin{cases} a_1 \sum 1 + a_2 \sum n + a_3 \sum n^2 = \sum x_n \\ a_1 \sum n + a_2 \sum n^2 + a_3 \sum n^3 = \sum n x_n \\ a_1 \sum n^2 + a_2 \sum n^3 + a_4 \sum n^4 = \sum n^2 x_n \end{cases}$$

On pose $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$; $x = \begin{bmatrix} x(0) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}$ et $W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & N-1 & (N-1)^2 \end{bmatrix}$

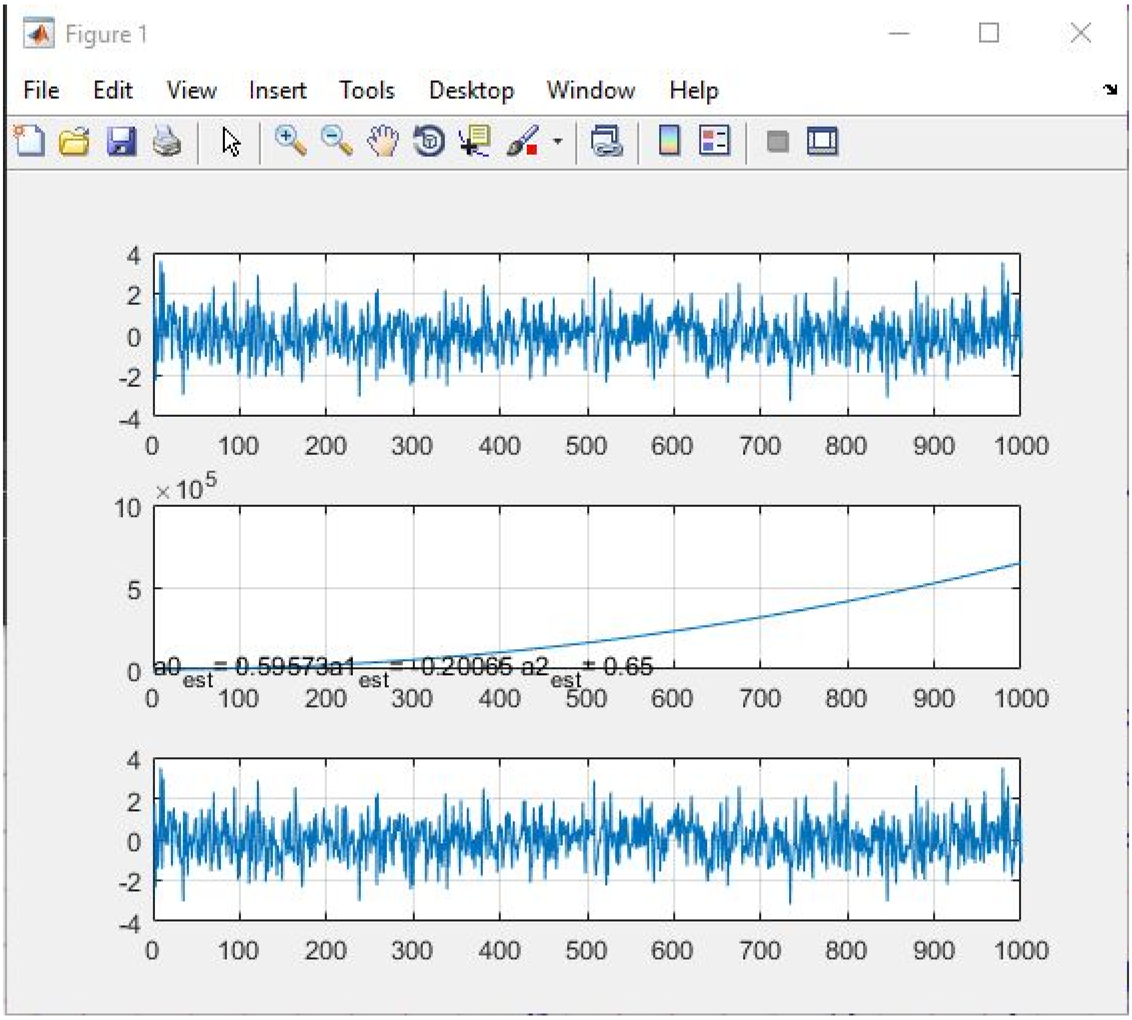

Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
a0est = 0.59573a1est = 0.20065 a2est = 0.65