

2.

Задача 1

$$1. \hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y = \frac{x_1 y_1 + \dots + x_n y_n}{x_1^2 + \dots + x_n^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$2. \theta_{t+1} = \theta_t - \eta \cdot X^T (X \theta_t - Y) = \theta_t - \eta \cdot (x_1, \dots, x_n) \cdot \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \cdot \theta_t - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \right) =$$

вычисления

$$= \theta_t - \eta \cdot (x_1, \dots, x_n) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \theta_t - y_1 \\ \vdots \\ x_n \theta_t - y_n \end{pmatrix} = \theta_t - \eta \cdot (x_1^2 \theta_t - y_1 x_1 + \dots + x_n^2 \theta_t - y_n x_n) =$$

$$= \theta_t - \eta \cdot \left(\theta_t \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)$$

формулы
итерации
GD

$$\text{т.е. } \theta_{t+1} = \theta_t - \eta \cdot \left(\theta_t \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)$$

Заранее зафиксируем $K = \text{размер батча}$ ($1 \leq K \leq n$)

Пусть $I_K := \{\text{случайный набор } K \text{ чисел из набора } \{x_1, \dots, x_n\}\}$

формулы
итерации
SGD

$$\text{Тогда } \theta_{t+1} = \theta_t - \eta \cdot \left(\theta_t \cdot \sum_{i \in I} x_i^2 - \sum_{i \in I} x_i y_i \right)$$