



# Rapport du Projet de Télécommunications : Etudes de chaines de transmission sur fréquence porteuse

Amine AKBY  
Badr SAJID  
Aymane EL BOUCHIBTI

Département Sciences du Numérique - Première année  
2019-2020

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire</b>	<b>3</b>
2.1	Etude théorique . . . . .	3
2.2	Implantation sous Matlab . . . . .	5
2.2.1	Implantation de la chaine sur fréquence porteuse . . . . .	5
2.2.2	Implantation de la chaine passe-bas équivalente . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Comparaison de modulations sur fréquence porteuse</b>	<b>9</b>
3.1	Etude théorique . . . . .	9
3.2	Implantation sous Matlab . . . . .	11
3.2.1	Etude de chaque chaine de transmission . . . . .	11
3.2.2	comparaison des chaines de transmission . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>14</b>

## Table des figures

1	Signal généré sur les voies en phase . . . . .	5
2	Signal généré sur les voies en quadrature . . . . .	5
3	Signal transmis sur fréquence porteuse . . . . .	5
4	Densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse . . . . .	6
5	Comparaison du TEB simulé et TEB théorique . . . . .	6
6	Signal généré sur les voies en phase . . . . .	7
7	Signal généré sur les voies en quadrature . . . . .	7
8	Comparaison la densité spectrale de puissance des deux chaines . . . . .	7
9	Taux d'erreur binaire de la chaine passe-bas équivalente . . . . .	8
10	Tracé les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur . . . . .	8
11	Comparaison la densité spectrale de puissance des deux chaines . . . . .	9
12	Constellation pour la modulation 4-ASK. . . . .	9
13	Constellation pour la modulation QPSK. . . . .	10
14	Constellation pour la modulation 8-PSK. . . . .	10
15	Constellation pour la modulation 16-QAM. . . . .	10
16	Constellations en sortie de l'échantillonneur. . . . .	12
17	TEB théoriques et simulés pour les 4 modulations. . . . .	13
18	Comparaison des TEB simulés pour les modulations ASK, PSK et QAM. . . . .	13
19	Comparaison des DSP des 4 chaines. . . . .	14

# 1 Introduction

L'objectif de ce projet est de simuler dans une transmission de type DVB-RCS avec deux utilisateurs, chacun émettant sur une porteuse et dans un timeslot donné.

## 2 Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de démontrer que le TEB obtenu pour une transmission sur fréquence porteuse est le même pour une chaine passe-bas équivalente.

### 2.1 Etude théorique

On considère la chaine de transmission passe-bas équivalente à une chaine de transmission QPSK (symboles  $d_k \in \{1, j, -1, -j\}$ ), avec des filtres en racine de cosinus surélevé de même roll off  $\alpha$  et un canal à bruit additif blanc et Gaussien.

1. On sait que :  $x_e(t) = I(t) + jQ(t)$  et  $x(t) = \text{Re}[x_e(t)\exp(j2\pi f_p t)]$

La véritable puissance du signal reçu est :

$$P = \int_R S_x(f) df = \int_R \frac{1}{4} (S_{xe}(f - f_p) + S_{xe}(-f - f_p)) df \quad (1)$$

$$= \frac{1}{4} \times 2 \int_R S_{xe}(f - f_p) df \quad (2)$$

$$= \frac{1}{2} \int_R S_{xe}(f) df \quad (3)$$

Or le signal émis après le passage dans le filtre de mise en forme s'écrit  $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - kT_s)$ , et en plus :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \sum_{k=1}^{\infty} \text{Re}[R_a \exp(j2\pi f k T_s)] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_k |H(\frac{k}{T_s})|^2 \delta(f - \frac{k}{T_s}) \quad (4)$$

Sachant que  $\sigma_a^2 = 1$  et  $m_a = 0$ , on remplace et on trouve que :

$$S_{xe}(f) = \frac{\sigma_d^2}{T_s} |H(f)|^2 = \frac{1}{T_s} G(f) \text{car} G(f) = H(f) H_r(f)$$

ie :

$$P = \frac{1}{2} \int_R \frac{1}{T_s} |G(f)| df = \frac{1}{2T_s} \int_{-\frac{1+\alpha}{2T_s}}^{\frac{1+\alpha}{2T_s}} |G(f)| df = \frac{1}{2T_s} \quad (5)$$

On en déduit que :

$$E_s = PT_s = \frac{1}{2} \quad (6)$$

2. On sait que le signal après le filtre de mise en forme s'écrit  $x_e(t) = \sum_k d_k h(t - T_s)$ , ce qu'on appelle l'enveloppe complexe associée à  $x(t)$ . On lui associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit  $n(t)$  introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé :

$$n_e(t) = n_I(t) + j n_Q(t) \quad (7)$$

avec

$$S_{ne}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0 \quad (8)$$

Il s'ajoutera sur la bande  $F_e$  avec une même puissance sur chaque voie

$$\sigma_{nI}^2 = \sigma_{nQ}^2 = N_0 F_e \quad (9)$$

Or on remarque que  $S_{nI}(f) = S_{nQ}(f)$  car le même bruit est introduit sur chaque voie, on déduit, puisque  $S_{nI}(f) + S_{nQ}(f) = S_{ne}(f)$  que :

$$S_{nI}(f) = S_{nQ}(f) = \frac{S_{ne}(f)}{2} = N_0 \quad (10)$$

**3.** Une erreur symbole peut surgir soit sur la voie I soit sur la voie Q, en faisant une analogie avec les probabilités :

$$TES = (\text{erreurs symboles sur I}) + (\text{erreurs symboles sur Q}) - (\text{erreurs symboles sur I et Q}) \quad (11)$$

Or les voies I et Q sont indépendantes, qui veut dire que :

$$TES = TES_I + TES_Q - TES_I \times TES_Q \quad (12)$$

**4.** Selon la question précédente, et en négligeant les termes en deuxième ordre ( $TES_I \times TES_Q \approx 0$ ), le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK est donné par :

$$TES = 2TES_I \quad (13)$$

**5.** On sait que :

$$QPSK = 4 - PSK \quad (M = 4) \quad (14)$$

Donc d'après le cours, on a :

$$TES_{total} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) \quad (15)$$

$$= 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \quad (16)$$

Or d'après la question précédente :

$$TES_I = \frac{TES}{2} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \quad (17)$$

**6.** On pose  $M = 2^n$  nombre de symboles, donc le nombre de bits est donné par :

$$n = \log_2(M) \quad (18)$$

Selon le cours :

$$E_s = \log_2(M) E_b \quad (19)$$

Donc :

$$TEB = \frac{TES}{\log_2(M)} = \frac{TES}{2} \quad (20)$$

$$= \frac{1}{2} TES \quad (21)$$

$$= Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \quad (22)$$

## 2.2 Implantation sous Matlab

### 2.2.1 Implantation de la chaine sur fréquence porteuse

On implantera, dans un premier temps, la chaine de transmission QPSK sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus sur élevé, canal AWGN et récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuil optimaux).

1. Les figures suivantes montrent le tracé des signaux générées sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse :

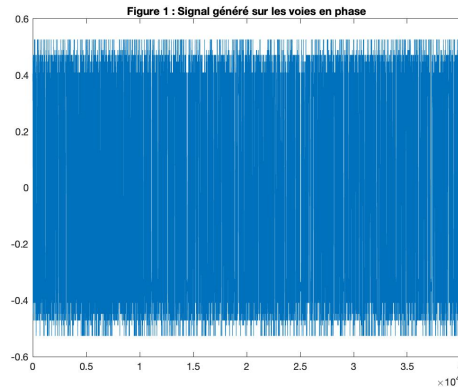


FIGURE 1 – Signal généré sur les voies en phase

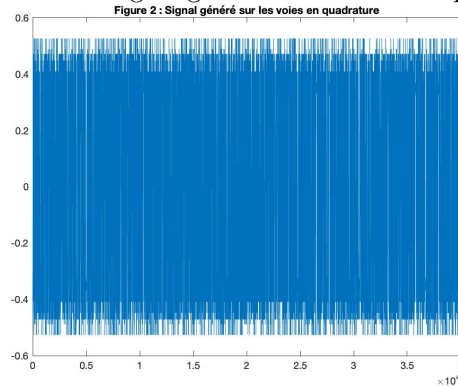


FIGURE 2 – Signal généré sur les voies en quadrature

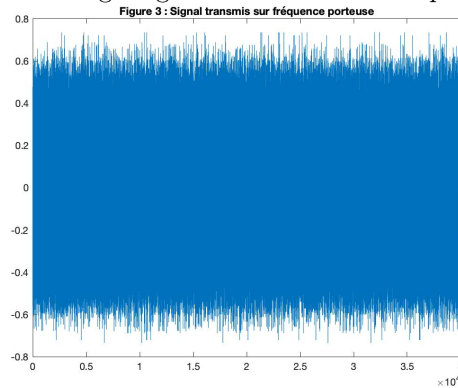


FIGURE 3 – Signal transmis sur fréquence porteuse

2. La figure suivante illustre la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse :

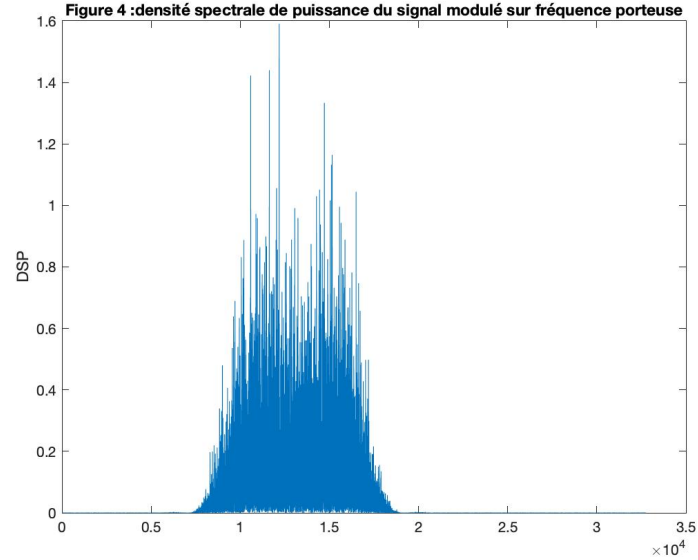


FIGURE 4 – Densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse

3. On implante la chaîne complète sans bruit et après calcul on trouve que  $TEB = 0$  en utilisant les instants optimaux d'échantillonnage et un détecteur à seuil optimal.
4. On ajoute à la chaîne précédente un bruit et on trace le taux d'erreur binaire obtenu.
5. La figure suivante montre une comparaison entre le TEB théorique et simulé :

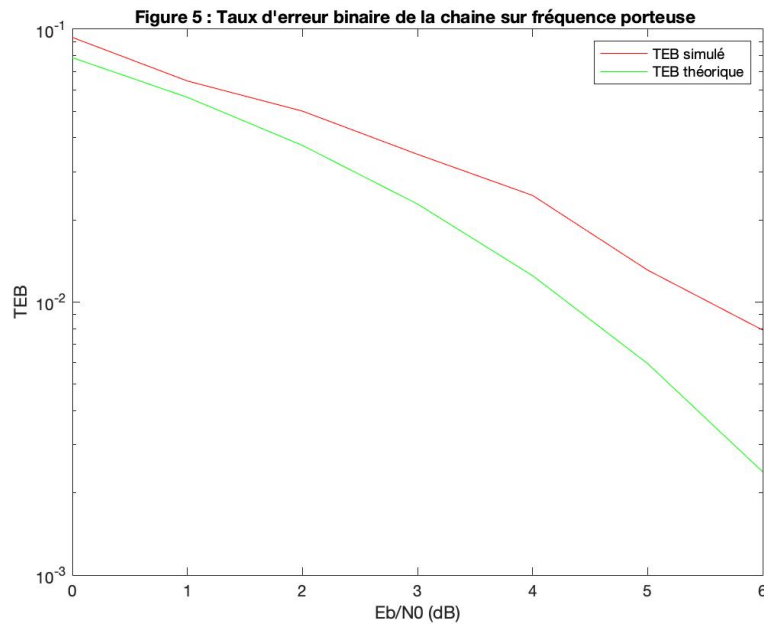


FIGURE 5 – Comparaison du TEB simulé et TEB théorique

### 2.2.2 Implantation de la chaine passe-bas équivalente

On implantera, dans un deuxième temps, la chaine de transmission passe-bas équivalente à la chaine de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment.

1. Les figures suivantes montrent le tracé des signaux générées sur les voies en phase et en quadrature :

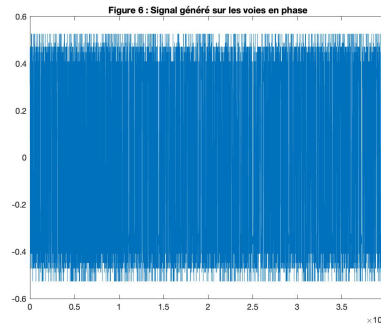


FIGURE 6 – Signal généré sur les voies en phase

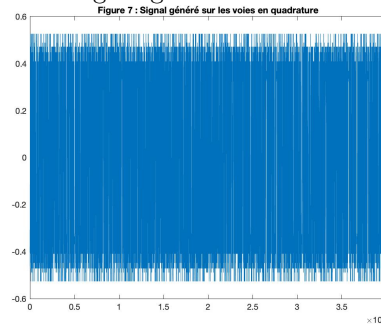


FIGURE 7 – Signal généré sur les voies en quadrature

2. La figure suivante illustre la comparaison de la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe et la densité spectrale de puissance du signal sur fréquence porteuse :

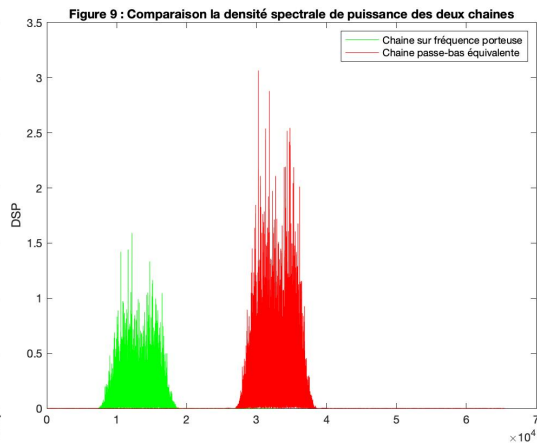
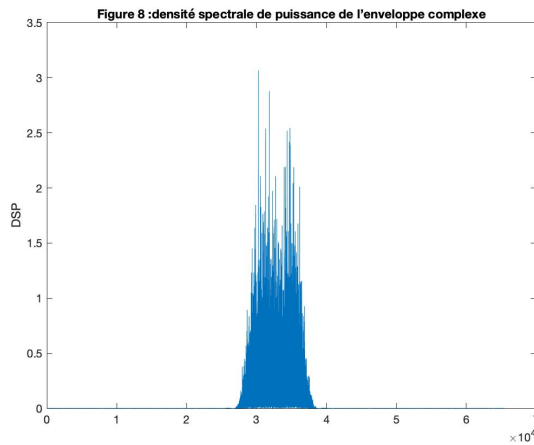


FIGURE 8 – Comparaison la densité spectrale de puissance des deux chaines

3. On implante la chaîne complète sans bruit et après calcul on trouve que  $TEB = 0$  en utilisant les instants optimaux d'échantillonnage et un détecteur à seuil optimal.
4. On ajoute à la chaîne précédente un bruit et on trace le taux d'erreur binaire obtenu.

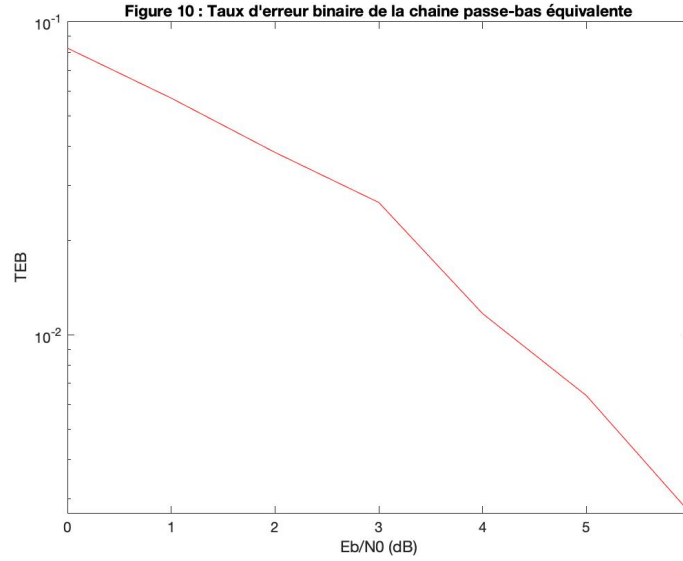


FIGURE 9 – Taux d'erreur binaire de la chaîne passe-bas équivalente

5. On Trace les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur :

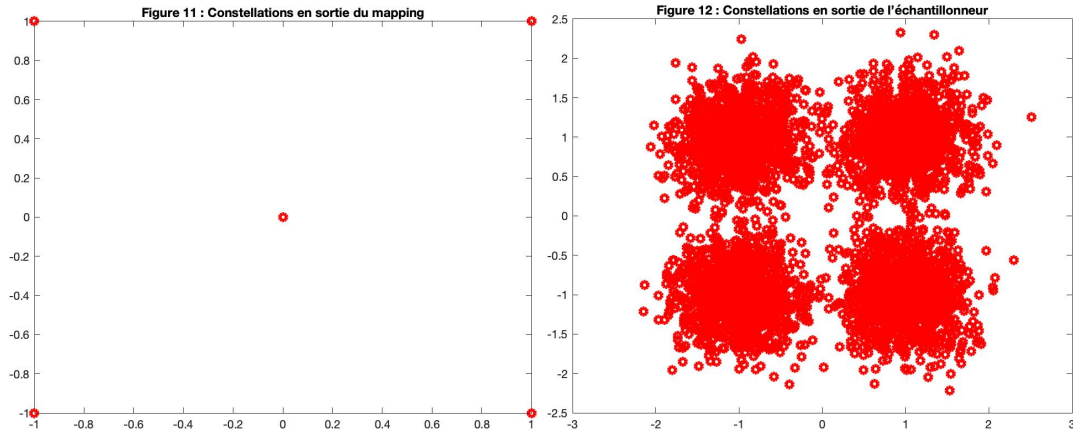


FIGURE 10 – Tracé les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur

On remarque bien que les points se centrent autour des symboles  $d_k$  choisis, ce qui va nous permettre après en utilisant un détecteur à seuil optimal de trouver les bits envoyés.



6. On compare le taux d'erreur binaire de l'enveloppe complexe à celui du signal sur fréquence porteuse :

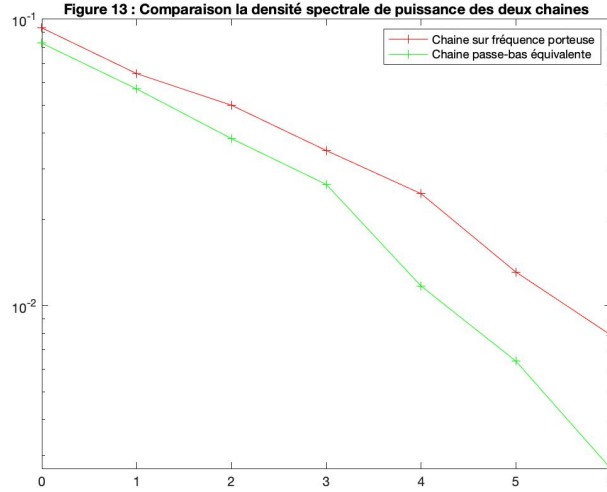


FIGURE 11 – Comparaison la densité spectrale de puissance des deux chaines

### 3 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

#### 3.1 Etude théorique

On considère les quatres chaines de transmission définies dans le tableau suivant :

Modulations	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$
Filtre de reception	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$	SRRCF, $\alpha = 0.5$
Débit binaire	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$	$10^{-2}$

1. On trace les constellations des quatres modulations considérées :

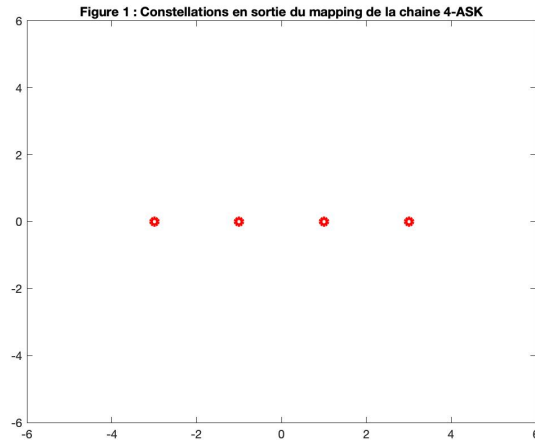


FIGURE 12 – Constellation pour la modulation 4-ASK.

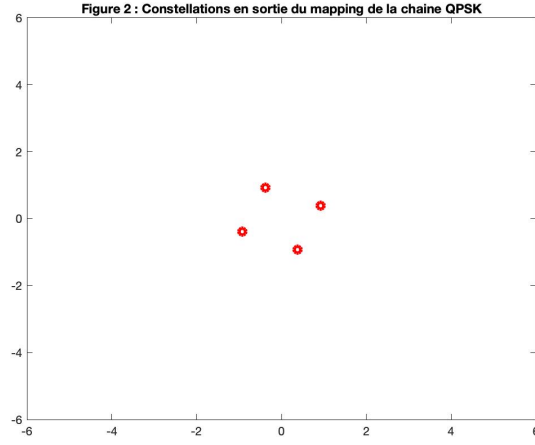


FIGURE 13 – Constellation pour la modulation QPSK.

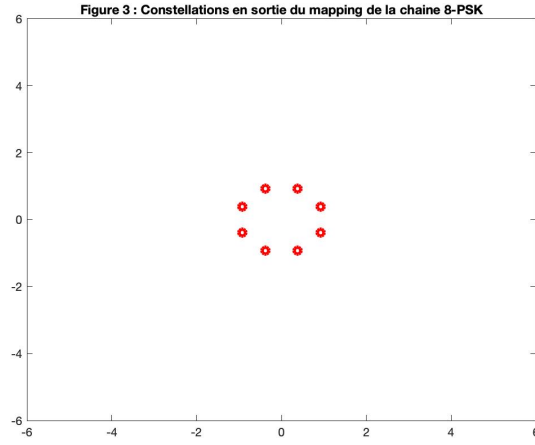


FIGURE 14 – Constellation pour la modulation 8-PSK.

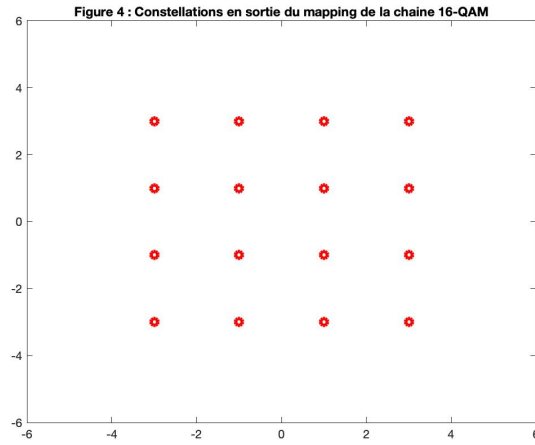


FIGURE 15 – Constellation pour la modulation 16-QAM.

2. On sait que :  $R_s = \frac{R_b}{\log_2(M)}$ , avec M l'ordre de la modulation, on trouve alors les resultats suivants. on en déduit que :

Modulations	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Rb (en kbps)	48	48	48	48
Rs (en kBD)	24	24	16	12

### 3. Efficacité spectrale $\eta$ :

On a :

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{k} \quad (23)$$

Or  $B = kR_s$ , avec B est la bande occupée par le signal transmis et Rs le débit symbole.

On a :  $B = 2\frac{1+\alpha}{2R_s} = (1+\alpha)T_s$  impliquent  $k = 1 + \alpha$  donc :

$$\eta = \frac{\log_2(M)}{1+\alpha} = 2\log_2(M)/3 \quad (24)$$

Modulations	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
$\eta$ (en bit/s/Hz)	4/3	4/3	2	8/3

La transmission 16-QAM est plus efficace spectralement. En effet,  $\eta$  dépend du filtre de mise en forme et du nombre de symboles M issu du Mapping. Or comme on a utilisé le même filtre de mise en forme pour les 4 transmissions, la plus efficace est celle qui a un grand M. (ici 16-QAM)

### 4. Pour un $TEB = 10^{-2}$ , on calcule les valeurs nécessaires de $\frac{E_b}{N_0}$ pour satisfaire à la spécification du $TEB$ :

Modulations	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
$E_b/N_0$ (en dB)	8.1	4.3	7.3	8.1

Le système QPSK est donc plus efficace en termes de puissance puisqu'il nécessite le moins de puissance émise pour atteindre le seuil souhaité.

Pour choisir l'un ou l'autre, on peut comparer leur efficacité spectrale. Ici on préférera 16-QAM sur 4-ASK puisqu'il est plus efficace spectralement.

### 5. Pour réaliser cette transmission en trouvant un instant d'échantillonnage sans interférence entre symboles, il faut respecter le critère de Nyquist. Et pour que $G(p) = H(p)H_c(p)H_r(p)$ respecte ce critère sachant que $H(p)H_r(p)$ est une forme de cosinus surélevé, il faut que :

$$(1+d)R_s \leq 20 \text{ KHz}$$

donc

$$R_s \leq 13.33 \text{ Kbauds}$$

Ce qui est respecté seulement dans le cas d'une modulation 16-QAM.

## 3.2 Implantation sous Matlab

Il s'agit d'implanter, d'analyser et de comparer les chaines passe-bas équivalentes associées aux chaines de transmissions proposées dans l'étude théorique.

### 3.2.1 Etude de chaque chaîne de transmission

1. On plante la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est nul.

2. On rajoute le bruit et on trace :

Les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur.

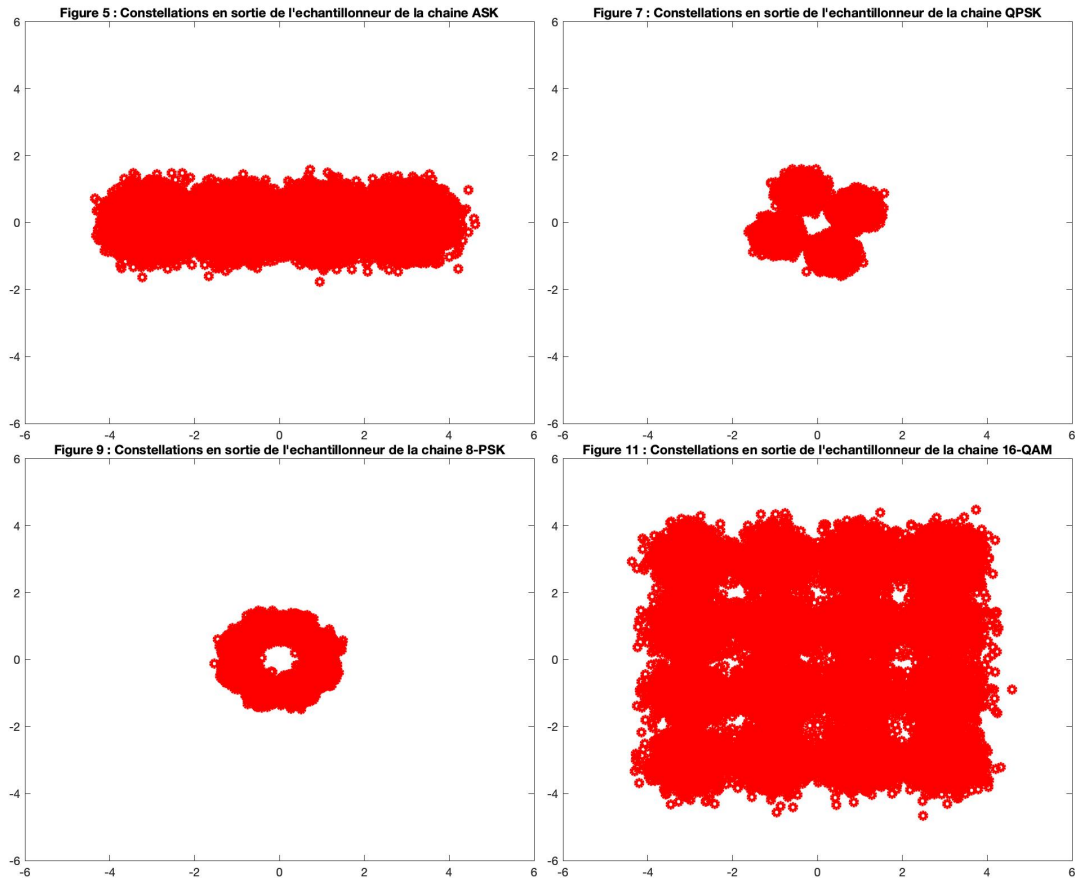


FIGURE 16 – Constellations en sortie de l'échantillonneur.

On constate que si  $E_b/N_0$  augmente, les points se rapprochent de plus en plus vers les symboles de la modulation utilisée, on trouve un résultat très significatif pour la modulation QPSK. Elle est plus efficace en terme de puissance ce qui fait qu'un détecteur à seuil optimisé va bien restituer les bits reçus.

On trace le TEB obtenu en fonction de  $E_b/N_0$ . On prend des valeurs de  $(E_b/N_0)$ dB allant de 0 à 6 dB.

On ajoute le TEB théorique de chaque chaîne étudiée. On retrouve alors :

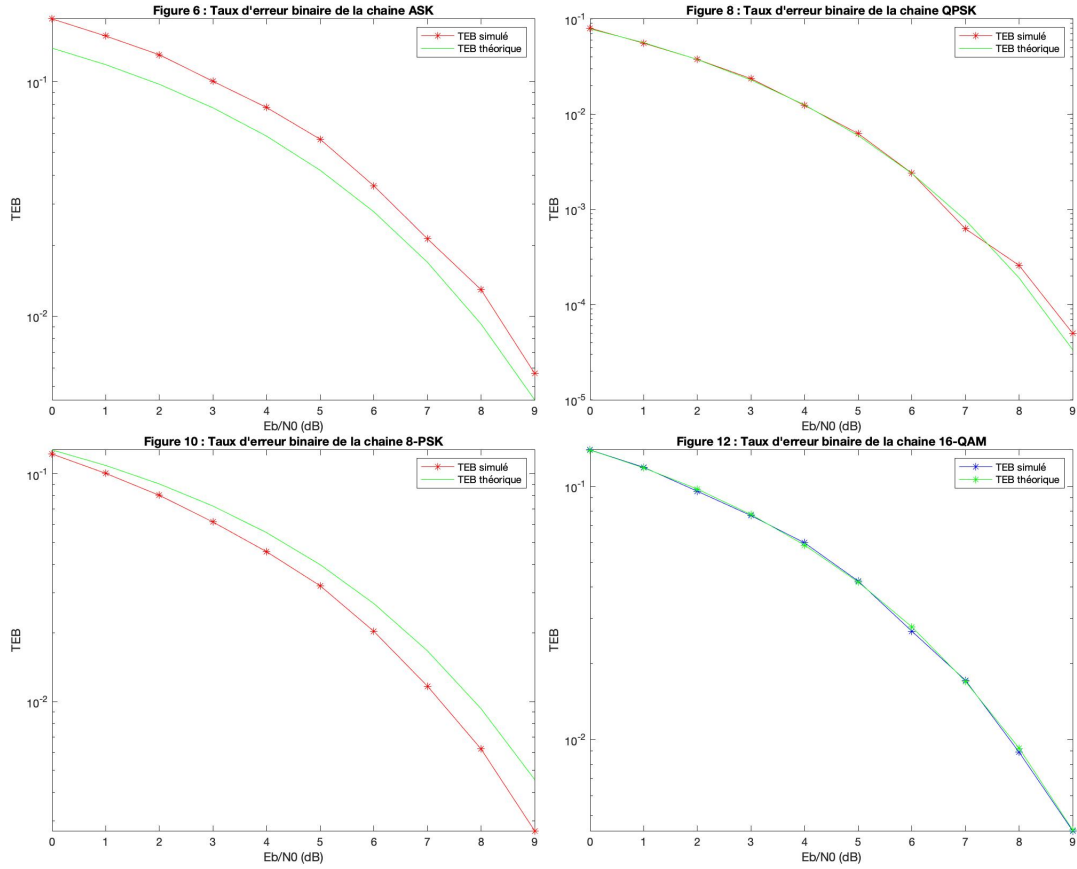


FIGURE 17 – TEB théoriques et simulés pour les 4 modulations.

### 3.2.2 comparaison des chaînes de transmission

1. On compare les différentes chaînes de transmission en en termes d'efficacité en puissance :

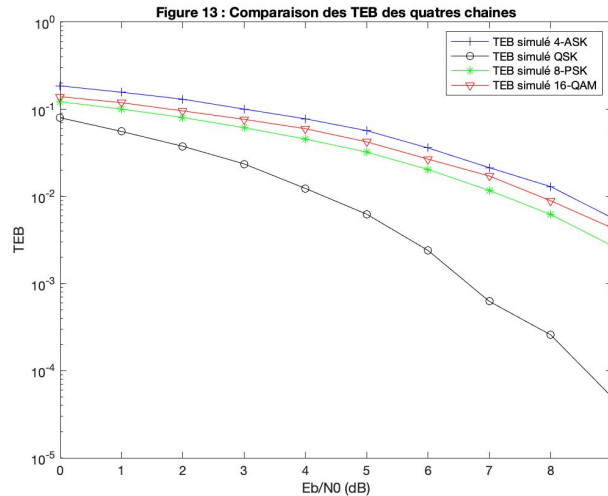


FIGURE 18 – Comparaison des TEB simulés pour les modulations ASK, PSK et QAM.

La modulation QPSK est de loin la plus efficace en terme de puissance, suivi par la modulation 8-PSK, et après par les deux autres modulations ( 4-ASK et 16-QAM), ce résultat est conforme avec la partie théorique où on a vu que la modulation QPSK arrive à un certain seuil du TEB avant les autres.

2. Pour le même débit binaire ( $R_b = 48$  kbps), on trace les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaînes de transmission. On trouve que la modulation 16-QAM

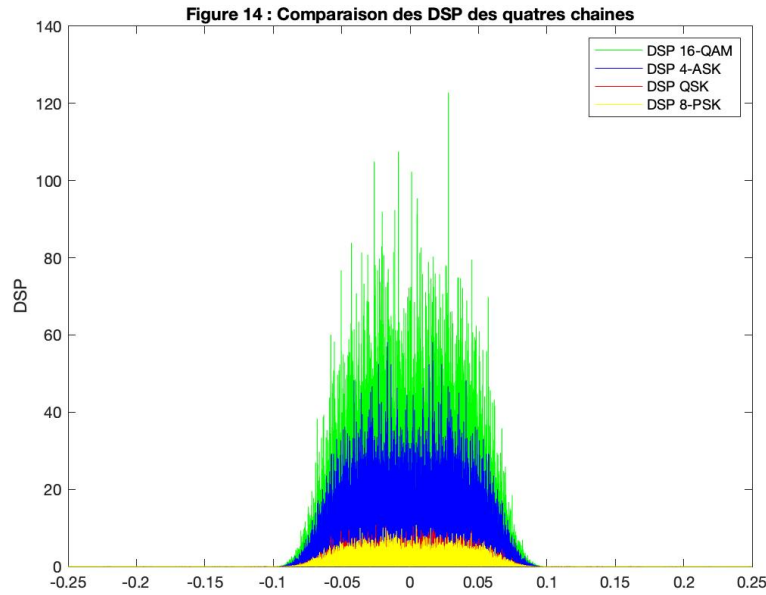


FIGURE 19 – Comparaison des DSP des 4 chaines.

est plus efficace spectralement, cela est bien conforme avec la partie théorique où son efficacité spectrale est égale à  $8/3$  bits/s/Hz, on trouve en deuxième position la modulation 8-PSK, et en fin les modulations 4-ASK et QPSK.

## 4 Conclusion

Dans un premier lieu, on a montré que la chaîne sur fréquence porteuse est équivalente à sa chaîne passe-bas équivalente en comparant leurs TEB, et dans un deuxième lieu, que la modulation 16-QAM est plus efficace spectralement en calculant l'efficacité spectrale et en comparant les DSP, et que la modulation QPSK est plus efficace en terme de puissance en comparant les TEB.