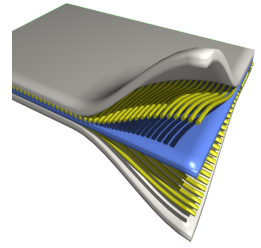




ENSEIRB - MATMECA



RAPPORT DE STAGE

Filière : Mathématiques et Mécanique

Modélisation de la fracture d'un matériaux composite anisotrope à plusieurs couches

Organisme d'accueil : Université de Pise

Réalisé par :

Badr CHERQAOUI

Sous la direction de :

Daniele FANTERIA

Soutenance du 6 octobre 2022, Devant le jury :

A. MONTEMURRO et L.MIEUSSENS

Année universitaire
2022/2023

Table des matières

1	Introduction	1
2	Travail préliminaire : Mode I et outils indispensables	2
2.1	Introduction au mode I	2
2.2	Modélisation du problème	3
2.3	Analyse des contraintes au sein du matériau	3
2.4	Analyse énergétique	5
2.4.1	Calcul de G_I par la méthode J-integral	6
2.4.2	Calcul de G_I par approximation	6
3	Edge Crack Torsion test	7
3.1	Présentation du test	7
3.2	Modélisation de l'ECT	7
3.3	Les éléments de la modélisation	8
3.3.1	Spécimen	8
3.3.2	«Load pin» et «Support pin»	9
3.3.3	Assemblage et Loading	9
3.4	Le maillage et amélioration des résultats	10
3.4.1	Maillage	10
3.4.2	Résultats	11
4	Conclusion	14

1 Introduction

Les matériaux composites renforcés par des fibres sont particulièrement susceptibles de se fissurer en raison des charges qu'ils doivent supporter. Toute charge peut être décrite comme combinaison des 3 modes suivants (figure 1) :

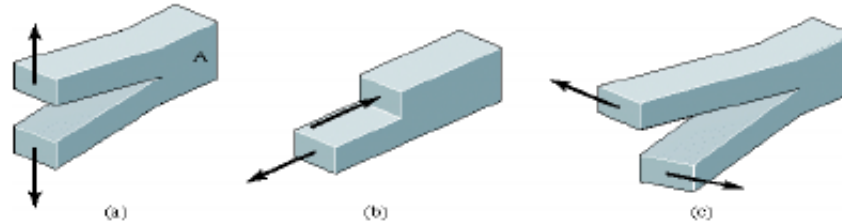


FIGURE 1 – (a) Mode I : L'ouverture (b) Mode II : Le cisaillement (c) : Le vissage

La propagation d'une fissure dans un volume se décompose donc en trois composantes appelées «modes» :

I - Ouverture selon la normale au plan de la fissure

II - Ouverture parallèle au plan de la fissure + perpendiculaire au front de fissure

III - Ouverture parallèle au plan de la fissure + parallèle au front de fissure

Chaque mode est généralement caractérisé individuellement bien que la propagation réelle d'une fissure soit la combinaison de ces 3 modes.

Pour les modes I et II, il existe une manipulation certifiée pour tester la résistance d'un matériau à ces deux sollicitations, il existe même un test certifié pour le mode combiné I + II. Cependant, il manque encore une manière de tester le mode III. Pour l'instant, le test le plus connu est l'«Edge Crack Torsion» (ECT). Celui-ci est appliqué à un matériau composite parallélépipédique rectangle que l'on appellera spécimen. Il sera alors fissuré en son milieu afin de faire solliciter sa résistance au mode III et uniquement au mode III. Nous avons donc besoin d'une unité de mesure pour pouvoir comparer quel mode est le plus sollicité. Le taux d'énergie libéré le long de la fissure que l'on appellera G_{III} sera prise comme unité de mesure. On associe le numéros du mode à chaque énergie.

Le but de l'ECT est donc de minimiser la contribution de G_I et G_{II} , et de maximiser les sollicitation du G_{III} . Cela est donc notre but final; étudier l'ECT et en déduire si cette manipulation est conforme ou pas.

2 Travail préliminaire : Mode I et outils indispensables

2.1 Introduction au mode I

La mécanique de la rupture a pour but de définir la résistance d'un matériau. De ce fait, on essaye d'éviter de dépasser certaines contraintes qui pourraient faire rompre la structure en question. Or, le matériau n'est pas forcément à l'abri de l'existence d'une fissure préexistante à la mise en service de cette structure, ce qui fragilise grandement celle-ci.

La mécanique de la rupture a été inventée pendant la Première Guerre mondiale par l'ingénieur aéronautique anglais, A. Griffith, pour expliquer la rupture des matériaux fragiles. Le travail de Griffith a été motivé par un fait contradictoire :

- La contrainte nécessaire pour rompre un verre est d'environ 100 MPa ;
- La contrainte théorique nécessaire à la rupture de liaisons atomiques est d'environ 10 GPa.

Griffith suggère que la faiblesse de la résistance à la rupture observée dans ses expériences, ainsi que la dépendance de l'intensité de cette résistance, étaient dues à la présence de défauts microscopiques préexistants dans le matériau courant. Pour vérifier l'hypothèse de défauts préexistants, Griffith a introduit une discontinuité artificielle dans ses échantillons expérimentaux. La discontinuité artificielle était une forme de fissure débouchante plus importante que les autres discontinuités supposées préexistantes dans l'échantillon.

Nous avons donc modéliser cette expérience qui est la suivante (figure 2) :

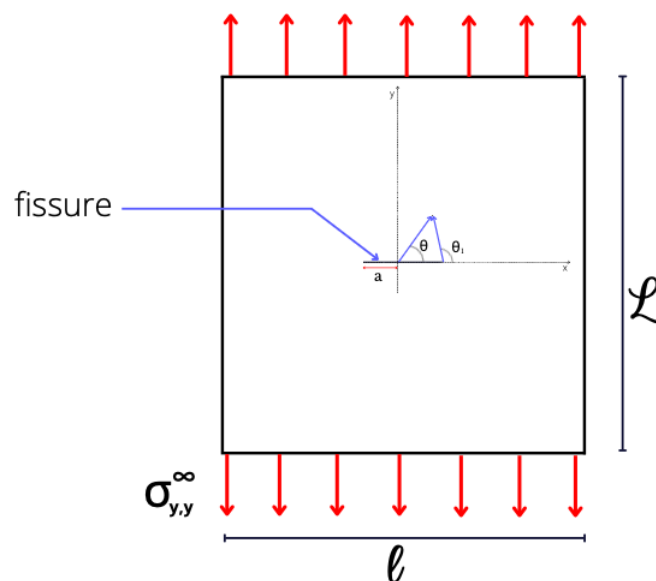


FIGURE 2 – Schéma du problème Mode I

2.2 Modélisation du problème

Le but est donc de modéliser cette plaque avec une fissure en son milieu. Nous prendrons qu'une moitié de la plaque par symétrie du problème. Nous pouvons théoriquement prendre un quart de la plaque, cependant, les outils nécessaires pour modéliser la fracture nous obligent à avoir deux surfaces distinctes pour modéliser la fissure.

Elements	Dimensions	Unités
Largeur	1000	<i>mm</i>
Longueur	1000	<i>mm</i>
Fissure	1 / 10 / 100	<i>mm</i>

Nous modélisons donc une demi-plaque en verre en affectant des pressions qui vont étirer la plaque sans cisaillement afin de modéliser le mode I pur.

On a alors la modélisation suivante (figure 3) :

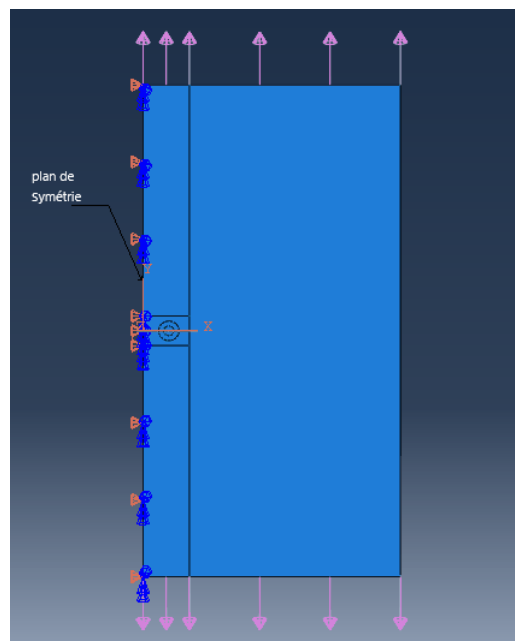


FIGURE 3 – Modélisation du problème du mode I pur

Pour cette modélisation, nous prendrons comme grandeur caractéristique un module d'Young de 70 GPa et un coefficient de Poisson de 0.22. Et enfin, afin d'obtenir des résultats énergétiques, nous utiliserons l'option J-integral et VCCT (Virtual Crack Closure Technique) disponible sur le logiciel Abaqus.

2.3 Analyse des contraintes au sein du matériau

Tout d'abord, il est important de dire que pour une expérience comme celle-ci, M. Westergraad a trouvé la forme de la solution des contraintes au sein du matériau. En

utilisant les notations de la figure 2, on obtient :

$$\sigma_{x,x} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta_1}{2}\right)\right) \quad (2.1)$$

$$\sigma_{y,y} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta_1}{2}\right)\right) \quad (2.2)$$

$$\sigma_{x,y} = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad (2.3)$$

$$\text{avec } k_I = \sigma_{y,y}^{\infty} \sqrt{\pi a}$$

On peut donc constater qu'autour de la fissure, les contraintes tendent vers $+\infty$, donc il est important de raffiner notre maillage au pourtour de celle-ci. Cette plaque est alors partitionnée autour de la fissure afin de raffiner très près de celle-ci (zone 1), il y aura aussi une zone loin de la fissure dont le maillage peut être grossier (zone 3) car les contraintes y sont très faibles, puis on ajoute une zone de transition qui permettra au logiciel de maillage Abaqus de mailler librement la zone de transition afin d'obtenir un dégradé progressif (zone 2) comme le montre la figure 4.

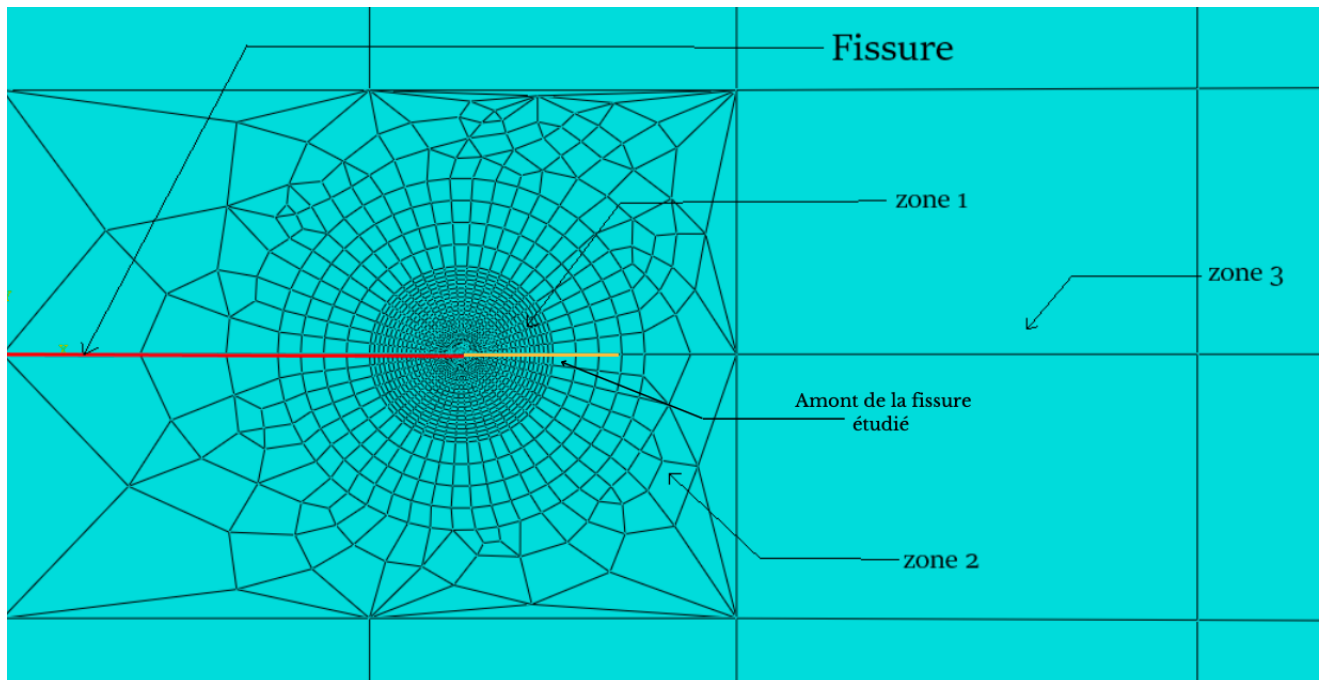


FIGURE 4 – Maillage de la plaque

On obtient alors des résultats qui nous permettent d'obtenir plusieurs informations importantes. Tout d'abord, nous allons valider la modélisation en comparant les contraintes théoriques et ceux donner par le logiciel, en amont de la fissure.

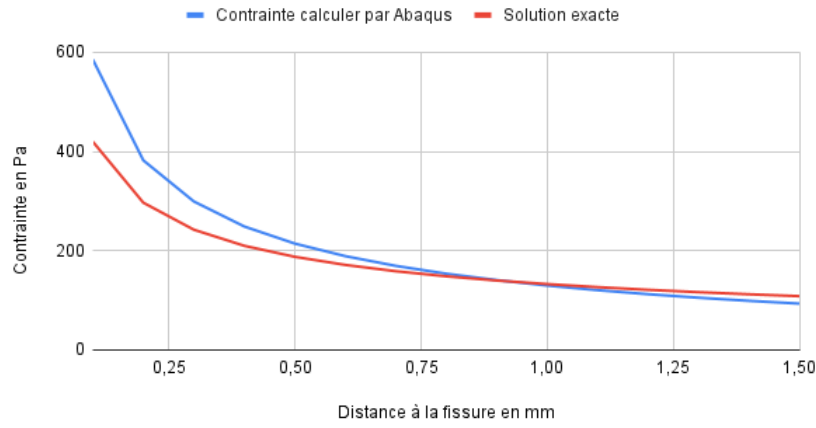


FIGURE 5 – Contrainte $\sigma_{x,x}$ en amont de la fissure en fonction de la distance

D'après la figure 5, on voit que la solution donnée grâce à la modélisation et la solution analytique ont la même tendance et sont assez proches. De ce fait, en effectuant les mêmes manipulations avec la contrainte $\sigma_{y,y}$ on obtient des résultats similaires.

De plus, en remarquant que $\sigma_{x,y} = 0$ pour tout $r_1 > 0$ et $\theta_1 = 0$, on peut assez rapidement constater (figure 6) que la solution numérique concorde bien avec la solution analytique lorsque l'on s'éloigne de $r_1 = 0$.

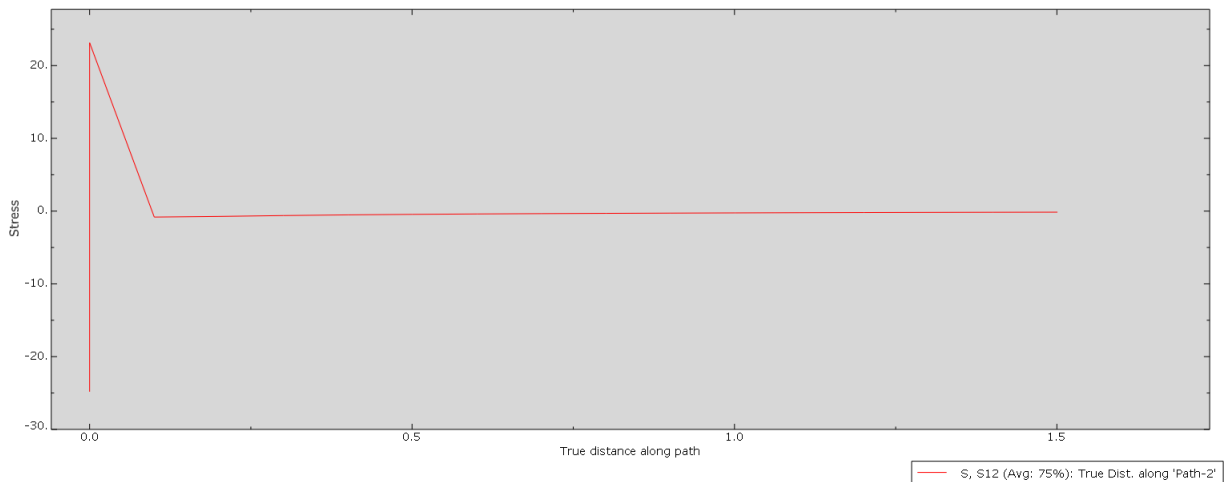


FIGURE 6 – Contrainte $\sigma_{x,y}$ en amont de la fissure en fonction de la distance

Passons maintenant aux résultats énergétiques qui nous ont permis d'utiliser des outils intéressants pour la suite du stage.

2.4 Analyse énergétique

Après avoir vérifié les résultats sur les contraintes, nous nous intéresserons au taux d'énergie libéré G_I puisque ce sera la notion la plus importante pour le mode III.

2.4.1 Calcul de G_I par la méthode J-integral

Tout d'abord, nous avons fait la modélisation de 3 cas. En prenant le même modèle présenté dans le paragraphe 2.2, mais avec 3 longueurs de fissure «a» différentes. On a choisi de prendre $a = 1$ mm, 10 mm et 100 mm pour obtenir plusieurs résultats et voir comment G_I se comporte au vu des différentes tailles de fissure.

De ce fait, grâce à l'outil J-integral d'Abaqus, nous avons pu calculer les différents taux d'énergie. De plus, grâce aux travaux de camarades travaillant sur le même sujet mais en développant cette fois une modélisation via Matlab, nous avons alors pu comparer nos résultats sur la figure suivante :

a (en mm)	G_I en J/mm Abaqus J-Integral	G_I en J/mm Matlab VCCT
1	0.12910	0.14
10	1.49315	1.55
100	15.2116	15.9

Ces résultats sont proches, ce qui permet de valider en partie les résultats énergétiques de la modélisation.

2.4.2 Calcul de G_I par approximation

On peut définir :

$$G = -\frac{1}{t} \frac{dW}{da} \quad (2.4)$$

avec :

- t l'épaisseur de la plaque
- W l'énergie potentiel du système
- a la longueur de la fissure

On va donc faire l'approximation suivante :

$$G \approx -\frac{1}{t} \frac{W(a + \delta a) - W(a)}{\delta a} \quad (2.5)$$

avec $\delta a \ll a$.

Nous avons alors développé un modèle avec une fissure de taille $a = 100$ puis avec $a + \delta a = 100.1$. Les résultats obtenus par approximation sont les suivants :

a (en mm)	W (en J)
100	48264,5
100.1	48266

Ce qui donne $G = 15 \text{ J/mm}$ ce qui est assez proche du résultat donné par la méthode J-intégrale.

3 Edge Crack Torsion test

3.1 Présentation du test

Après avoir rassemblé toutes les connaissances de base, nous allons donc présenter le problème que nous voulions étudier. Le schéma est le suivant : pour tester un matériau composite, on utilise donc un parallélépipède rectangle composé du matériau et fissurer en son milieu. Puis, on le fixe sur la machine comme ci-dessous (figure 7) permettant de faire solliciter le mode III.

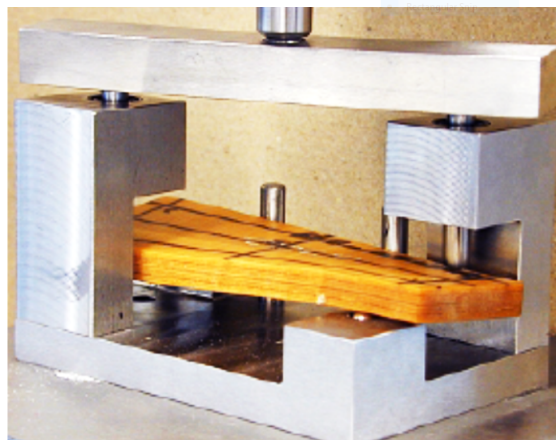


FIGURE 7 – ECT Test non certifié du mode III

3.2 Modélisation de l'ECT

La modélisation s'est faite comme présentée sur la figure 8 :

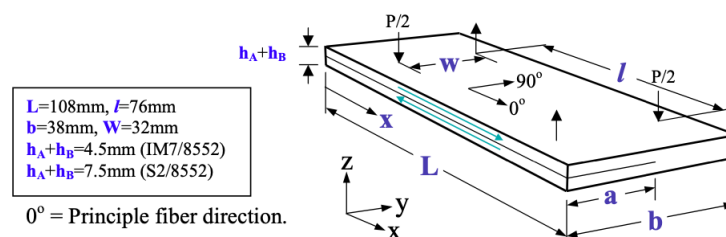


FIGURE 8 – Teste du Mode III non officiel

Cette figure tirée de *Characterization of the Edge Crack Torsion (ECT) Test for Mode III Fracture Toughness Measurement of Laminated Composites* nous permettra de modéliser au mieux les différents éléments et de les placer de manière la plus précise possible. De plus, nous ferons le test avec 2 matériaux composites : S2/8552 verre/résine epoxy et IM7/8552 carbone/résine epoxy. Voici les caractéristiques de ces deux matériaux figures 9.

S2/8552 Unidirectional Glass-Epoxy Prepreg		
$E_{11} = 47.71 \text{ GPa}$	$E_{22} = 12.27 \text{ GPa}$	$E_{33} = 12.27 \text{ GPa}$
$\nu_{12} = 0.278$	$\nu_{13} = 0.278$	$\nu_{23} = 0.403$
$G_{12} = 4.83 \text{ GPa}$	$G_{13} = 4.83 \text{ GPa}$	$G_{23} = 4.48 \text{ GPa}$
IM7/8552 Unidirectional Carbon-Epoxy Prepreg		
$E_{11} = 161.0 \text{ GPa}$	$E_{22} = 11.38 \text{ GPa}$	$E_{33} = 11.38 \text{ GPa}$
$\nu_{12} = 0.32$	$\nu_{13} = 0.32$	$\nu_{23} = 0.436$
$G_{12} = 5.17 \text{ GPa}$	$G_{13} = 5.17 \text{ GPa}$	$G_{23} = 3.98 \text{ GPa}$

FIGURE 9 – Caractéristiques des matériaux IM7 et S2

De plus, les matériaux ont des fibres orientées de la manière suivante : $[90/0/(45/-45)_n/(-45/45)_n/0/90]_s$ ce qui veut tout simplement dire qu'une moitié du spécimen est partitionnée en $2 + 2n + 2n + 2$ couches. Le premier «2» du calcul représentant les fibres orientées à 90° et 0° , et ainsi de suite. Pour le matériau IM7, on prendra $n = 2$, il y a donc 24 couches pour le spécimen en entier, ce qui donne que chaque couche fera 0.1875 mm d'épaisseur. De même pour le deuxième matériau mais en prenant $n = 3$. Ce qui fait 32 couches et une épaisseur de couche à 0.234375 mm.

3.3 Les éléments de la modélisation

3.3.1 Spécimen

Le spécimen est fissuré en son milieu et de longueur de fissure appelée «a» comme annoté sur la figure 8. Celui-ci est partitionné en un certain nombre de couches comme le montre la figure 10. Pour finir la modélisation du spécimen, il a fallu assigner le matériau à chaque couche et orienter les fibres de chaque couche comme indiqué dans la partie précédente.

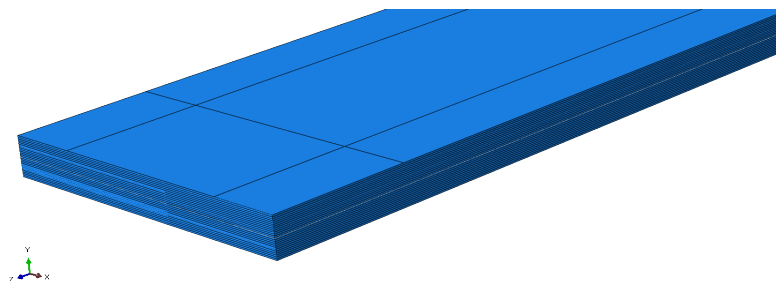


FIGURE 10 – Spécimen IM7 statifié en 24 couches

3.3.2 «Load pin» et «Support pin»

Plusieurs modèles de supports et blocs de chargements ont été testés. Cependant, il était primordial de respecter les conditions aux limites de manière la plus fidèle. En effet, d'après la figure 8, le chargement n'est effectué que sur un point fixe à un endroit très précis. De même, la réaction du support est modélisée par une force opposée à la force du chargement en un point précis.

Afin de modéliser une force concentrée et réaliste à notre modèle, il a été choisi de créer un chargement à tête sphérique comme le montre la figure 11.

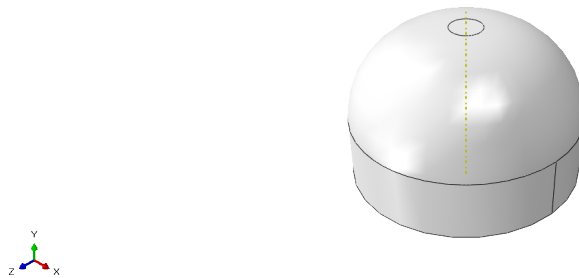


FIGURE 11 – Géométrie du «Load pin» et «Support pin»

Il a été préférable de garder une surface plus plate au sommet afin de modéliser le fait que dans la réalité il n'existe pas de force concentrée en un unique point. De plus, afin de garder un équilibre statique, nous avons pris exactement le même modèle pour le support puisque la force de réaction du support est exactement la même que celle du chargement d'après notre modélisation.

Quant au placement de ces éléments, en partitionnant la face du haut et du bas comme sur la figure 11, on a alors pu obtenir les endroits précis du chargement et du support.

3.3.3 Assemblage et Loading

Après avoir partitionné les deux faces du spécimen, on peut alors placer les différentes parties du test comme le montre la figure 12.

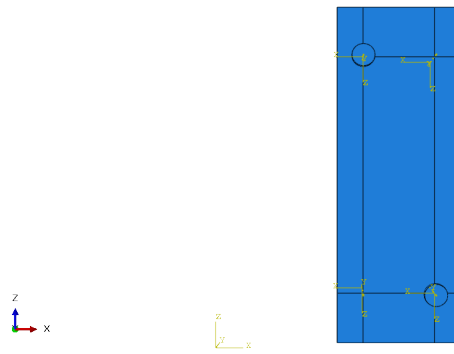


FIGURE 12 – Assemblage du système vu du haut

Ensuite, on fixe tout d'abord les supports et quant au chargement, lui se déplace verticalement sans changer de direction. Cela a donc été appliqué comme le montre la figure 13.

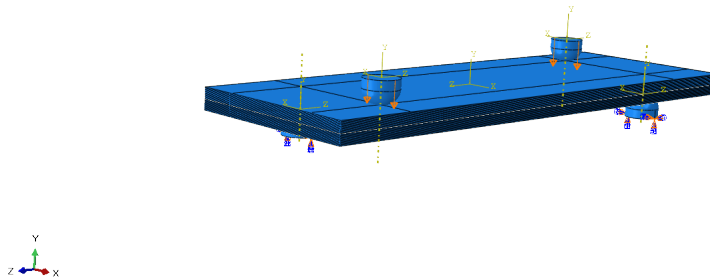


FIGURE 13 – Application des conditions aux limites

3.4 Le maillage et amélioration des résultats

3.4.1 Maillage

Le maillage fut aussi très important pour obtenir des résultats concluants. En effet, lors de la première phase, nous avons opté pour un maillage grossier afin de voir si nos résultats tendaient vers des résultats corrects en un temps assez court. Lorsque les résultats tendaient vers une solution plus concluante, il a fallu mailler plus finement afin d'obtenir des éléments plus réguliers et plus petits comme le montre la figure 15 en s'inspirant de la bibliographie *Characterization of the Edge Crack Torsion (ECT) Test for Mode III Fracture Toughness Measurement of Laminated Composites* figure 14.

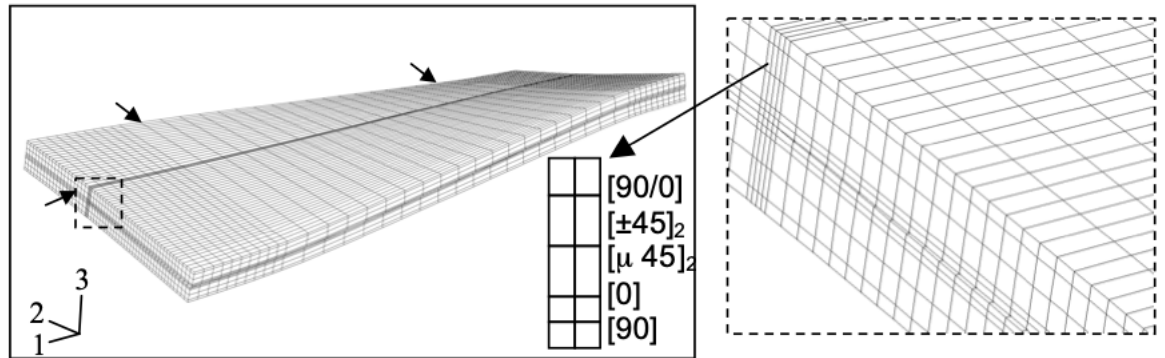


FIGURE 14 – Maillage tiré de la bibliographie "Characterization of the Edge Crack Torsion"

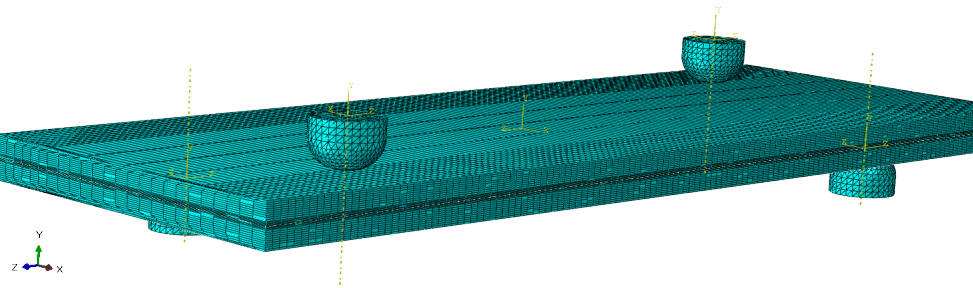


FIGURE 15 – Maillage effectué avec Abaqus

3.4.2 Résultats

Tout d'abord, voyons le résultat visuel afin de voir si cela correspond à la réalité.

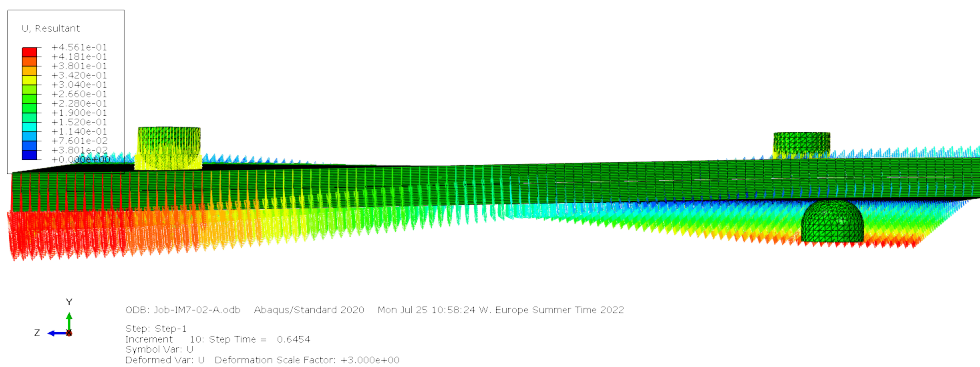


FIGURE 16 – Résultat visuel de la simulation Abaqus

On voit donc que le système se comporte comme nous pouvons l'imaginer, c'est-à-dire un déplacement vertical des deux chargements, donc un déplacement des extrémités du spécimen, et des supports fixes qui maintiennent le spécimen en équilibre statique.

Ensuite, tous nos résultats seront comparés à la bibliographie utilisée précédemment. Et notre comparaison se basera sur le taux d'énergie libéré le long de la fissure dû à la fracture en mode II et III selon la longueur de la fissure initiale. Comme expliqué au début du rapport, le but de cette expérience est de minimiser l'effet des modes I et II, et rendre le mode III comme principal initiateur de la propagation de la fissure. Nous utiliserons la méthode VCCT afin d'obtenir des résultats sur G_{II} et G_{III} .

On obtient alors les résultats suivants :

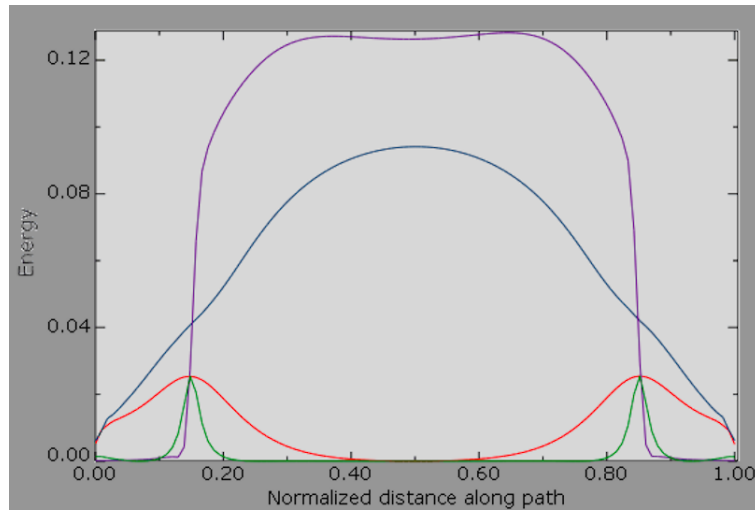


FIGURE 17 – $G_{II}^{0.2}$ et $G_{III}^{0.6}$ le long de la fissure

Avec respectivement la courbe violette, bleue, verte et rouge la représentation de G_{III} avec $\frac{a}{b} = 0.2$, G_{III} avec $\frac{a}{b} = 0.6$, G_{II} avec $\frac{a}{b} = 0.2$ et G_{II} avec $\frac{a}{b} = 0.6$ le long horizontal de la fissure. On peut remarquer que G_{II} ne représente que 10% de la contribution de G_{III} .

On peut remarquer par rapport à la bibliographie (figure 18) que la tendance des deux courbes est très proche.

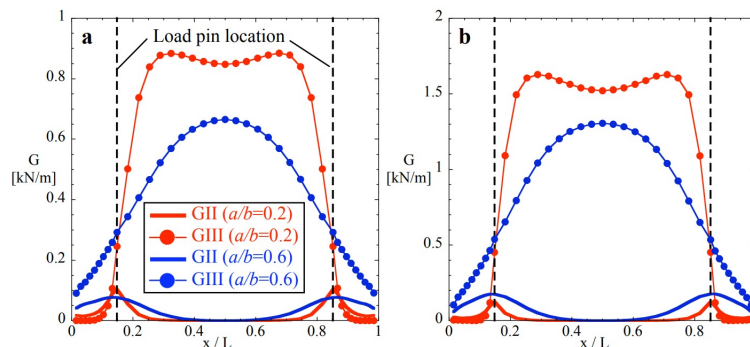


FIGURE 7. Computed strain energy release rate distribution across delamination front (a) IM7/8552 specimens, (b) S2/8552 specimens.

FIGURE 18 – Résultat tiré de la bibliographie "Characterization of the Edge Crack Torsion"

En normalisant l'axe des ordonnées et en comparant grâce au logiciel *Engauge Digitizer* (logiciel de pointage), on peut comparer les deux courbes obtenues de manière plus précise sur la figure 19 et 20.

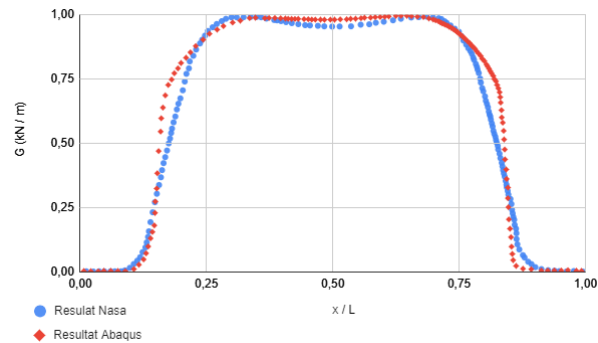


FIGURE 19 – Comparaison des résultats Abaqus et ceux de la NASA de G_{III} avec $\frac{a}{b} = 0.2$

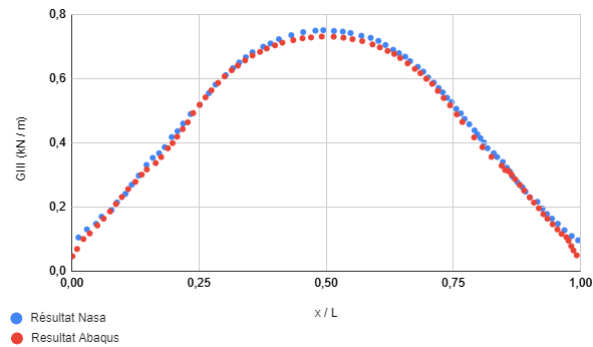


FIGURE 20 – Comparaison des résultats Abaqus et ceux de la NASA de G_{III} avec $\frac{a}{b} = 0.6$

On peut donc voir que la concordance des résultats énergétiques est très marquée mais n'est pas totalement identique. Cela doit sûrement venir du fait que la bibliographie ne donne pas toutes les informations nécessaires comme par exemple la distance au bord des supports et des points de chargement ou même le déplacement imposé pour le graphique en question.

Après avoir obtenu des résultats énergétiques, nous pouvions aussi comparer les résultats obtenus sur le déplacement. En utilisant le même logiciel de comparaison et des relevés de déplacements/forces, on obtient alors ces résultats (figure 21).

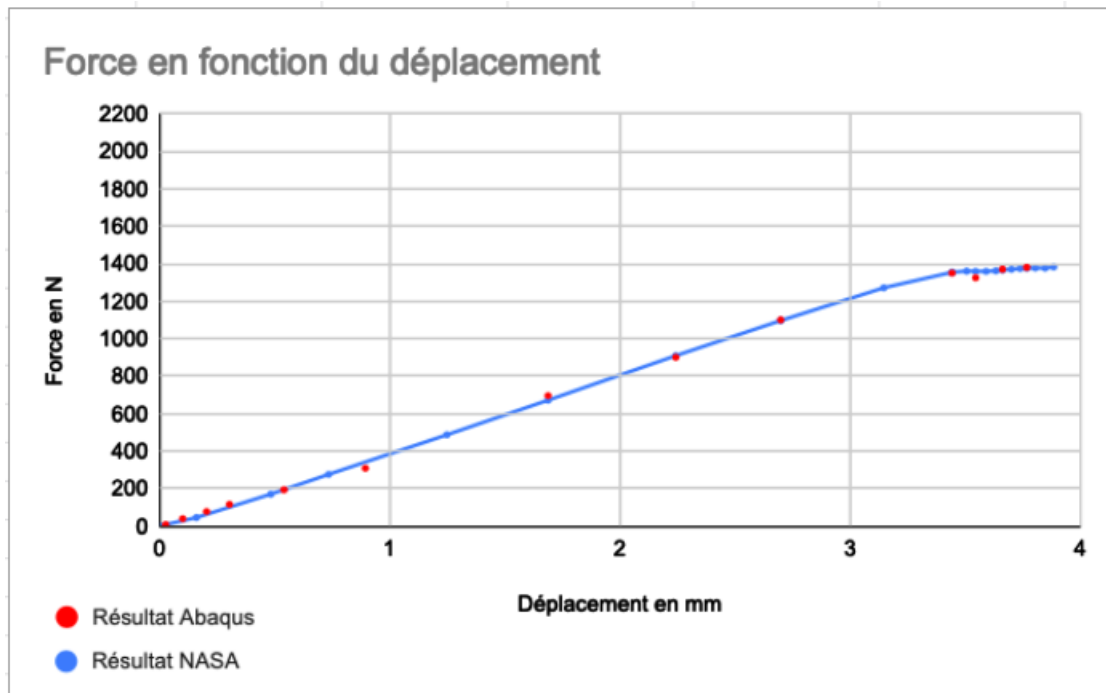


FIGURE 21 – Comparaison de la force en fonction du déplacement du spécimen

On peut voir que les résultats via Abaqus sont assez proches des résultats donnés par la bibliographie. Nous avons donc 2 manières de valider nos résultats. De plus, lorsque l'on pourra faire construire le test, nous pourrons alors vérifier avec exactitude les résultats obtenus afin de les comparer et pouvoir tester la résistance de différents matériaux face à la sollicitation en mode III.

4 Conclusion

En conclusion, nous avons travaillé sur l'expérience de Griffith grâce à la demi-plaque soumise à une sollicitation du mode I pur. Cela nous a permis d'avoir des renseignements sur les outils indispensables pour la suite du stage; la VCCT, la méthode J-integral, les différents modes et surtout ce que représente le taux d'énergie libéré.

Puis nous avons utilisé ses techniques sur le test ECT qui était notre principal but. Cela a permis d'obtenir une modélisation qui à tenter d'être fidèle à la réalité avec des validations bibliographiques et qui a pour principal but de calculer le taux d'énergie libéré le long de la fissure.

Grâce à cette simulation, il est possible maintenant d'effectuer des tests virtuels sur différents matériaux composites avec différentes orientations de fibre et pouvoir tester directement le matériau le plus adapté ce qui permet d'éviter une multitude de test ce qui peut vite devenir très coûteux.

Références

- [1] Daniele FANTERIA. *Delamination Resistance of Composites in Lightweight Structures : Experimental Approaches*. 2022.
- [2] NASA JAMES G. RATCLIFFE. *Characterization of the Edge Crack Torsion (ECT) Test for Mode III Fracture Toughness Measurement of Laminated Composites*. 2015.
- [3] Ronald KRUEGER. *Virtual crack closure technique : History, approach, and applications*. 2004.
- [4] Paolo S. VALVO. *Computational Fracture Mechanics*. 2021/2022.