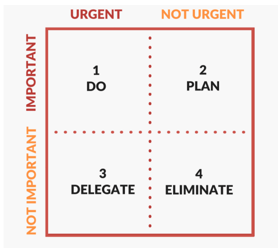
Évolution de la quantité de travail d'un centralien

Badr YOUBI IDRISSI

1er mai 2018

1 Introduction et Modélisation

La vie à Centrale peut être très chargée ! Pour s'armer contre l'interminable flux de travail, il existe un outil d'organisation fort utile. La matrice d'Eisenhower est une grille à 4 cases qui classifie les tâches. Ce qui aide à se fixer des priorités. Le but de ce modèle est d'étudier l'évolution du travail restant en fonction du temps, de son urgence et de son importance.



Pour pouvoir utiliser des EDP je me place dans un cadre continu : Ω est l'espace $(urgence, importance)$. Une tâche est représentée par une gaussienne de moyenne (μ_x, μ_y). Ceci peut être justifié en décrivant un travail donné comme plusieurs composantes d'importance et d'urgence variant autour de la moyenne. L'écart type σ représente l'étalement de cette décomposition.

1.1 Équation

Soit $\Omega = [0,1]^2$,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + \nu . u = \rho \tag{1}$$

u : Densité de travail restant

λ : Vitesse de l'augmentation en urgence

ν : Efficacité $= \dfrac{1}{\tau(x,y)}$ avec $\tau(x,y)$ le temps caractéristique de complétion d'une tâche en (x,y)

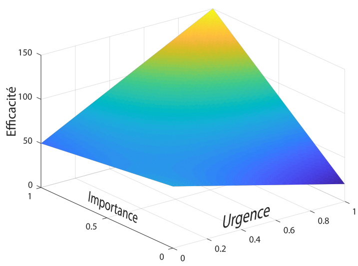
1.2 Explications et précisions

On réecrit l'équation ansi : $\frac{\partial u}{\partial t} = \rho - \nu.u - \lambda \frac{\partial u}{\partial x}$. Le terme ρ est la source de travail (Ex : "Mini" projet d'EDP). Puis $-\lambda \frac{\partial u}{\partial x}$ correspond au transport en urgence : plus le temps passe plus chaque tâche devient urgente (cf. Date de rédaction ci-dessus). Ensuite $\nu.u$ est le travail fourni par un centralien quelconque. Pour (x,y) fixé, le travail fourni est intuitivement proportionnel au travail restant. Il reste à determiner la dépendance en urgence et en importance de l'éfficacité du centralien. Dans ce modèle on pose :

$$\forall (x,y) \in \Omega,\ \lambda(x,y) = C(1+y)^2 \tag{2}$$

$$\forall (x,y) \in \Omega,\ \nu(x,y) = (L_4 - L_1)x + (L_2 - L_1)y + (L_1 + L_3 - L_4 - L_2)xy + L_1 \tag{3}$$

Avec $C > 0$ une constante de "convection". La fonction λ reflète le fait que les taches importantes deviennent plus urgentes que celles qui le sont moins. Et $L_i > 0$ les valeurs de l'efficacité en $\{(0,0),(1,0),(1,1),(1,0)\}$. la fonction ν ne fait qu'interpoler continuement entre ces valeurs. Les valeurs L_i caractérisent la personne qui accomplit les tâches. Par exemple un grand L_1 relativement aux autres signifie que la personne a une tendance à effectuer des taches non urgentes et non importantes. (Procrastination !)



2 Simulation

2.1 Formulation variationnelle et résolution numérique

L'équation ci-dessus est hyperbolique si l'on ne prend en compte que les dimensions "spatiales". Ceci fait que la résolution théorique introduite dans le cours n'est plus la même. J'ai essayé d'appliquer la méthode variationnelle directement mais sans succès (La résolution numérique finissait toujours par diverger). J'ai donc enlevé le terme problèmatique de 'convection' et je l'applique dans la boucle de résolution plutot que dans la formulation variationnelle. On fait en plus de ceci l'approximation $\frac{\partial u^{(m)}}{\partial t} \approx \frac{u^{(m)}-u^{(m-1)}}{\delta t}$. On a donc l'équation

$$\frac{u^{(m)}-u^{(m-1)}}{\delta t} + \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \nu.u^{(m)} = \rho^{(m)}$$
$$\forall v \in \mathcal{D}(\Omega)\ \frac{1}{\delta t}\int_\Omega u^{(m)}v - u^{(m-1)}v + \int_\Omega \nu.u^{(m)}v = \int_\Omega \rho v$$

On calcule donc itérativement u. Pour prendre en compte le terme convectif, dans cette même boucle de résolution, on applique la fonction convect de freefem. (voir code)

La source de travail est modélisée par la variable aléatoire suivante

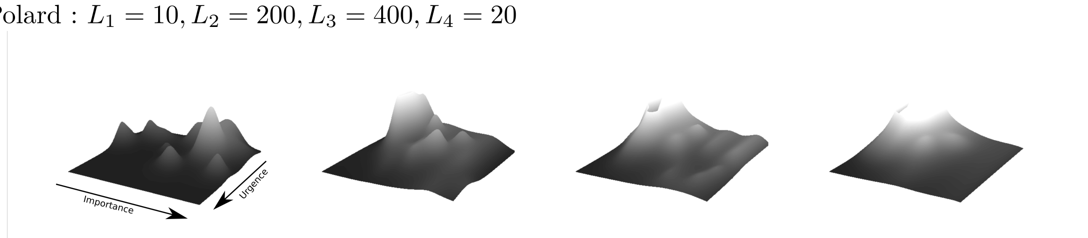
$$\rho_t = Aexp\left(\frac{(x-\mu_x)^2+(y-\mu_y)^2}{2\sigma^2}\right)1_{[t,t+10\delta t]} \tag{4}$$

avec $\rho = \sum_{i\in I}\rho_{t_i}$ (ρ est la source totale) et $\mu_x, \mu_y, \sigma, t, A$ des variables aléatoires suivant des lois uniformes.

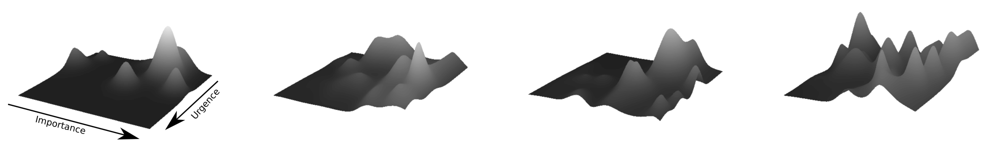
2.2 Résultats et Analyse

On lance la simulation pour deux archétypes centraliens différents : Une personne productive (qu'on notera **Polard**) et une personne peu productive (qu'on notera **Cloporte**). (Lancer *tachesCloporte.edp* et *tachesPolard.edp*)

— Polard : $L_1 = 10, L_2 = 200, L_3 = 400, L_4 = 20$



— Cloporte : $L_1 = 300, L_2 = 100, L_3 = 100, L_4 = 30$

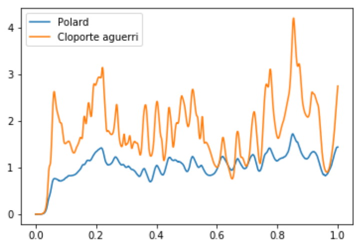


Le polard arrive à garder le travail important à faire en quantité faible, alors que le cloporte a du mal à faire de même.

Voici un graphe du flux de travail important non fait en fonction du temps (On considère que si l'urgence dépasse 1 le travail est non fait) qu'on calcule de la manière suivante $\int_{[0,1]} y.u(1,y,t)dy$

— Travail total important non fait (Polard) 2058.24

— Travail total important non fait (Cloporte) 3607.78



2.3 Conclusion

Ce modèle très simple illustre l'importance de la planification en amont et de la priorisation des tâches même face à une source de travail aléatoire.