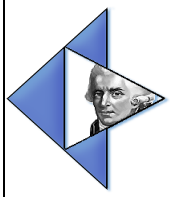


Université de Corse - Pasquale PAOLI	
***Diplôme :* Licence SPI 3ème année**	2023-2024
UE : Ateliers de programmation	
Atelier 5 Numpy : Matrices et graphes et récursivité	
Enseignants : Paul-Antoine BISGAMBIGLIA, Marie-Laure NIVET, Evelyne VITTORI	

Partie 1 – Récursivité

Question 1 : Calcul de la somme d'une liste de manière récursive
Écrivez une fonction récursive *somme_recursive* qui prend en entrée une liste de nombres et retourne la somme de tous les éléments de la liste en utilisant la récursivité.

```
# Ma fct somme

def somme_recursive(liste:list)->integer:

# Test de la fonction
liste1 = [1, 2, 3, 4, 5]
resultat1 = somme_recursive(liste1)
print("La somme de la liste est :", resultat1)

liste2 = []
resultat2 = somme_recursive(liste1)
print("La somme de la liste est :", resultat2)
```

Question 2 : Calcul de la factorielle d'un nombre de manière récursive
Écrivez une fonction récursive *factorielle_recursive* qui prend en entrée un nombre entier et retourne sa factorielle en utilisant la récursivité. La factorielle d'un nombre n est le produit de tous les entiers positifs inférieurs ou égaux à n.

```
# Ma fct factorielle

def factorielle_recursive(nombre:integer): ->integer:

# Test de la fonction
nombre = 5
resultat = factorielle_recursive(nombre)
print("Le factoriel de", nombre, "est :", resultat)
```

Partie 2 - Matrices

Exercice 1: Opérations de base

Dans cet exercice, vous représénterez les matrices par un array numpy à deux dimensions. NumPy est une librairie python pour manipuler des tableaux de nombres. Il est utilisé pour manipuler des matrices.
Préalable, installation et utilisation de numpy :

```
pip install numpy
```

```
import numpy
```

```
arr = numpy.array([1, 2, 3, 4, 5])

print(arr)

# ou
import numpy as np

arr = np.array([1, 2, 3, 4, 5])

print(arr)
```

Lire la doc : https://www.w3schools.com/python/numpy/default.asp

Test de code :

```
import numpy as np

# exemple 1

arr = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
for x in arr:
  print(x)

# exemple 2

arr = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
for x in arr:
  for y in x:
    print(y)
```

La fonction *searchsorted()* permet de chercher un élément dans un tableau et de renvoyer ça place (indice), tester le code ci-dessous :

```
#Exemple d'usage de la fct where

import numpy as np

arr = np.array([6, 7, 8, 9])

 x = np.searchsorted(arr, 7)

print(x)
```

Question 1 : Proposez votre version de la fonction *searchsorted*

```
# Ma fct searchsorted

import numpy as np

arr = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 4, 4])

def my_ searchsorted(table : object, indice : integer )-> integer:
```

La fonction *where* permet de chercher des éléments dans un tableau et de renvoyer leurs places (indices) dans une liste, tester le code ci-dessous :

```
#Exemple d'usage de la fct where
```

```
import numpy as np

arr = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 4, 4])

 x = np.where(arr == 4)

print(x)
```

Question 2 : Proposez votre version de la fonction *where*

```
# Ma fct where

import numpy as np

arr = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 4, 4])

def my_where(table : object, indice : integer )-> list:
```

La fonction *where* ne se limite pas à la recherche à partir d'un élément !

```
#Exemple d'usage de la fct where
import numpy as np

arr = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8])

 x = np.where(arr%2 == 0)

print(x)
```

Addition de matrice

Voici un exemple d'addition de matrice de même dimension (ici la dimension est 2)

$$R = A + B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$$

Avec NumPy c'est assez simple, vous pouvez définir A et B et faire simplement A + B (c'est faisable car elles ont la même dimension)

```
#Exemple d'addition de matrice
import numpy as np

A = np.array(([3,1],[6,4]))
B = np.array(([1,8],[4,2]))

A.shape == B.shape
# true (vérification de la dimension)

R = A + B

print(R)
```

Question 1 : Proposez une fonction qui prend en argument 2 tableaux, qui vérifie leur dimension et qui réalise l'addition.

```
# Ma fct add

import numpy as np


def my_add(tableA : object, tableB : object)-> object:
```

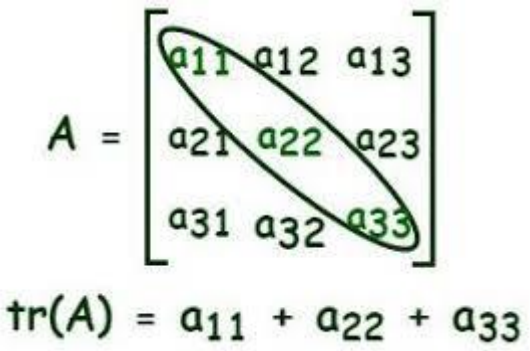
Autre exercice autour des matrices

1. **Initialisation et affichage**
   - Créez un tableau numpy représentant une matrice M de dimensions 3x3 avec des valeurs allant de 1 à 9.
   - Affichez cette matrice.
2. **Opérations élémentaires**
   - Ajoutez 10 à chaque élément de la matrice M et affichez le résultat.
   - Multipliez chaque élément de la matrice M par 2 et affichez le résultat.
3. **Slicing et indexation**
   - Affichez la deuxième ligne de la matrice M.
   - Affichez la troisième colonne de la matrice M.
   - Extrayez une sous-matrice 2x2 du coin supérieur gauche de la matrice M et affichez-la.

Exercice 2 : Manipulations avancées

1. **Création de matrices**
   - Créez une matrice A de dimensions 4x4 avec des valeurs aléatoires entre 0 et 10.
   - Créez une matrice identité I de dimensions 4x4.
2. **Fonctions à définir**
   - Écrivez une fonction matrice_trace(matrice) qui prend en entrée une matrice carrée et retourne sa trace.

Note : La trace d'une matrice est la somme des valeurs de la diagonale de la matrice. Cf. Image ci-dessous (extraite de https://www.geeksforgeeks.org/trace-of-a-matrix/).



   - Écrivez une fonction est_symetrique(matrice) qui détermine si une matrice est symétrique ou non. Elle retournera True si la matrice est symétrique et False sinon.
   - Écrivez une fonction produit_diagonal(matrice) qui retourne le produit des éléments de la diagonale principale d'une matrice carrée.
3. **Application des fonctions**
   - Calculez la trace de la matrice A en utilisant votre fonction matrice_trace.
   - Déterminez si la matrice (A + A.T)/2 est symétrique en utilisant la fonction est_symetrique.

- Calculez le produit des éléments de la diagonale de la matrice I en utilisant la fonction produit_diagonal.

4. **Manipulation supplémentaire**
   - Inversez la matrice A et multipliez-la par A. Vérifiez que vous obtenez une matrice proche de la matrice identité I (en raison des erreurs de précision, elle ne sera pas exactement I).

NB= une matrice identité est une matrice carrée (c'est-à-dire qu'elle a le même nombre de lignes et de colonnes) qui possède des "1" sur sa diagonale principale (allant du coin supérieur gauche au coin inférieur droit) et des "0" partout ailleurs.

Partie 2 – Application aux graphes

On considère un graphe orienté G(S,A) représenté deux listes S (liste des sommets) et A (listes des arcs)

1. Définissez une procédure **matriceAdjacence(S,A)** qui admet en paramètres une liste S de sommets et une liste A d'arcs (liste de tuples (i,j) avec i,j∈S) et retourne la matrice d'adjacence associée (type array à 2 dimensions de numpy).
2. Définissez une procédure **matriceAdjacencePond(S,A)** qui admet en paramètres une liste S de sommets et une liste A d'arcs pondérés (liste de triplets (i,j,poids) avec i,j∈S) et retourne la matrice d'adjacence associée (type array à 2 dimension de numpy).
3. Définissez une fonction **lireMatriceFichier(nomfichier)** qui renvoie une matrice carrée(type array de numpy) contenue dans le fichier dont le nom est passé en paramètre.

   exemple de matrice :

```
1 0 0 0 1 0 0 0
1 1 1 0 1 1 1 0
0 0 1 0 0 0 1 0
0 0 0 1 0 0 0 1
0 0 0 0 1 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 0
0 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 1
```

   Pour tester votre fonction, récupérez sur l'ENT les fichiers graph0.txt, graph1.txt, graph2.txt,graph3.txt et graph4.txt
4. Définissez la fonction **tousLesSommets(*mat)*** qui retourne une liste contenant tous les indices des sommets du graphe G défini par la matrice d'adjacence ***mat.***
5. Définissez la fonction **listeArcs(*mat)*** qui retourne la liste des arcs (i,j) du graphe G défini par la matrice d'adjacence ***mat.***
6. Définissez la fonction **matriceIncidence(*mat*)** qui retourne la matrice d'incidence associée au graphe défini par la matrice d'adjacence ***mat***. Le graphe G est supposé sans boucle.

   Exemple :

```
Liste des sommets = [0, 1, 2, 3, 4]
Liste des arcs : [(0, 1), (0, 2), (1, 2), (1, 4), (2, 3), (3, 4), (4, 2)]
```

```
Matrice d'adjacence :
[[ 0.  1.  1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  1.  0.  1.]
 [ 0.  0.  0.  1.  0.]
 [ 0.  0.  0.  0.  1.]
 [ 0.  0.  1.  0.  0.]]
```

7. Définissez la fonction ***est_voisin*** qui admet en paramètres une matrice d'adjacence et deux sommets S et V et renvoie un booléen vrai si les deux sommets sont voisins et faux dans le cas contraire.

```
>>> from numpy import * # chargement du module numpy
>>> M = array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
>>> M
array([[1, 2, 3],[4, 5, 6]])
>>> M[0][1] # terme d'indice (0, 1)
2
>>> M[0,1] # terme d'indice (0, 1)
2
>>> size(M) # nombre de termes
6
>>> shape(M)
(2, 3)
>>> M.shape
(2, 3)
>>> M.shape[0]
2
>>> N = array([[0, 0, 0], [1, 2, 3]])
>>> M+N # somme terme à terme
array([[1, 2, 3],
[5, 7, 9]])
>>> M*N # produit terme à terme
array([[ 0, 0, 0],
[ 4, 10, 18]])
>>> M**2 # carré terme à terme
array([[ 1, 4, 9],[16, 25, 36]])
>>> P = M.T # transposée
>>> P
array([[1, 4],[2, 5],[3, 6]])
>>> Q = dot(M, P) # produit matriciel
>>> Q
array([[14, 32],[32, 77]])
>>>MZ=zeros([4,4]) #crée un array 4x4 rempli avec des 0
>>>MU=ones([4,4]) #crée un array 4x4 rempli avec des 1
>>>ME=empty([4,4]) #crée un array 4x4 vide
#il est possible de préciser le type des éléments à la création de la matrice
# ex:
>>>MU=empty([4,4],int)
>>>MZ=zeros([4,4],int)
```