# Chapitre VI - Les primitives de fonctions continues

Bacomathiques — https://bacomathiqu.es

## Table des matières

## I - Définition

Soit $f$ un fonction définie sur un intervalle $I$, on appelle **primitive** de $f$, tout fonction $F$ définie sur $I$ et qui vérifie pour tout $x \in I$ :

$F'(x) = f(x)$

**Note :** Une primitive est toujours définie à une constante près.

En effet. Si on considère la fonction définie pour $x \in R$ : $f(x) = 2x$.
Alors, $F_1(x) = x^2 + 1$ est primitive de la fonction $f$ (car $F'(x) = 2x = f(x)$).

Mais $F_1(x)$ **n'est pas la seule primitive** de $f$ !
On peut citer par exemple $F_2(x) = x^2 + 10$ et $F_3(x) = x^2 + 3$ qui sont également des primitives de $f$.

C'est pour cette raison que l'ont dit que les primitives sont définies à une constante près (lorsque l'on dérive, la constante devient nulle).

Ainsi, toute **fonction continue** sur un intervalle $I$ admet **une infinité de primitives** sur $I$ de la forme suivante :

$x \mapsto F(x) + k$ avec $k \in \mathbb{R}$ (voir l'encadré précédent pour plus de détails)

## II - Primitive de fonctions usuelles

Le tableau suivant est à connaître (mais il peut être obtenu en prenant celui des dérivées usuelles à l'envers) :

| Domaine de définition | Fonction | Primitive |
|---|---|---|
| $x \in \mathbb{R}$ | $f(x) = k,\ k \in \mathbb{R}$ | $F(x) = kx$ |
| $x \in \mathbb{R}$ | $g(x) = e^x$ | $G(x) = e^x$ |
| $x \in \mathbb{R}_+^*$ | $h(x) = \frac{1}{x}$ | $H(x) = ln(x)$ |
| $x \in \mathbb{R}_+^*$ | $i(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ | $I(x) = 2\sqrt{x}$ |
| $x \in \mathbb{R}_+^*$ | $j(x) = x^a$, $a \in \mathbb{R}$ et $a \neq -1$ | $J(x) = \frac{1}{a+1}x^{a+1}$ |
| $x \in \mathbb{R}$ | $k(x) = sin(x)$ | $K(x) = -cos(x)$ |
| $x \in \mathbb{R}$ | $l(x) = cos(x)$ | $L(x) = sin(x)$ |

## III - Opérations sur les primitives

Le tableau suivant est également à connaître (mais il peut être obtenu en prenant celui des dérivées usuelles à l'envers) :

| Notes | Fonction | Primitive |
|---|---|---|
| | $f(x) = u'(x)e^{u(x)}$ | $F(x) = e^{u(x)}$ |
| On peut retirer la valeur absolue si $u(x) > 0$ sur son intervalle de définition. | $f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ | $F(x) = ln(\lvert u(x)\rvert)$ |
| $a \in \mathbb{R}$, $a \neq -1$ | $f(x) = u'(x)(u(x))^a$ | $F(x) = \frac{1}{a+1}(u(x))^{a+1}$ |
| | $f(x) = u'(x)sin(u(x))$ | $F(x) = -cos(u(x))$ |
| $x \in \mathbb{R}_+^*$ | $j(x) = x^a$, $a \in \mathbb{R}$ et $a \neq -1$ | $J(x) = \frac{1}{a+1}x^{a+1}$ |
| | $f(x) = u'(x)cos(u(x))$ | $F(x) = sin(u(x))$ |