

# Chapitre IV – La fonction exponentielle

 ${\sf Bacomathiques-https://bacomathiqu.es}$ 

TABLE DES MATIÈRES		
I - Pi	ropriétés de la fonction exponentielle	1
1.	Définition	1
2.	Relations algébriques	1
3.	Représentation graphique	2
<b>II - É</b> i 1. 2. 3.	Limites	3 3 4

# I - Propriétés de la fonction exponentielle

## 1. Définition

La **fonction exponentielle** notée  $e^x$  (ou parfois exp(x)) pour tout x réel est l'unique fonction f définie sur  $\mathbb R$  remplissant les critères suivants :

#### À RETENIR 💡

- f est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et f' = f
- f > 0 sur  $\mathbb{R}$
- f(0) = 1

#### À LIRE 99

Comme la fonction exponentielle est composée d'un réel ( $e \approx 2,718$ ) et d'un exposant réel (x), les opérations sur les exposants sont disponibles, comme par exemple pour  $x, y \in \mathbb{R}$ :

$$-e^{x+y}=e^x\times e^y$$

$$- e^{x+y} = e^x \times e^y$$

$$- e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$- e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

$$- (e^x)^y = e^{x \times y}$$

$$-e^{-x}=\frac{1}{e^x}$$

$$--(e^x)^y=e^{x\times y}$$

Et bien entendu,  $e^0 = 1$ .

## 2. Relations algébriques

La fonction exponentielle a plusieurs propriétés algébriques qu'il faut connaître. Ainsi, pour tous réels x et y :

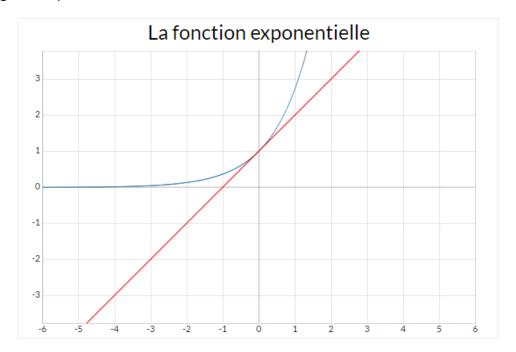
## À RETENIR 💡

$$-e^x = e^y \iff x = y$$

$$- e^x < e^y \iff x < y$$

# 3. Représentation graphique

Voici une représentation graphique de la fonction exponentielle (courbe bleue) et de sa tangente au point d'abscisse 0 :



On voit plusieurs propriétés données précédemment :  $e^0=1$ ,  $e\approx 2,718$ , etc... Mais également d'autres propriétés que verrons par la suite comme le fait que la fonction soit **strictement positive** sur  $\mathbb{R}$ . À noter que la **tangente** à sa courbe représentative en x=0 est y=x+1.

# II - Étude de la fonction

#### 1. Limites

Les limites de la fonction exponentielle aux bornes de son ensemble de définition sont :

A RETENIR •
$$-\lim_{x \to -\infty} e^{x} = 0$$

$$-\lim_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$$

Il faut aussi savoir que la fonction exponentielle "l'emporte sur" (elle croît plus vite que) la fonction puissance :

A RETENIR 
$$\P$$

$$-\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$-\lim_{x \to -\infty} x \times e^x = 0$$

$$-\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = (e^0)' = e^0 = 1$$

#### 2. Dérivée

Soit une fonction u dérivable sur un intervalle I, on a pour tout x appartenant à cet intervalle :

```
A RETENIR (e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}
```

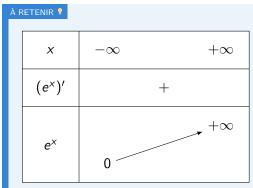
Ainsi, si pour tout  $x \in I$  on a u(x) = x:

```
(e^{x})' = e^{x}
```

Cette propriété a été donnée dans la section "Définition".

## 3. Variations

Avec la dérivée donnée précédemment, il est désormais possible d'obtenir les variations de la fonction exponentielle :



On remarque sur le tableau de variation que la fonction exponentielle est strictement positive et croissante sur  $\mathbb{R}$ .