



Chapitre VI - Les primitives de fonctions continues

Bacomathiques — <https://bacomathiqu.es>

TABLE DES MATIÈRES

I - Définition	1
II - Primitive de fonctions usuelles	2
III - Opérations sur les primitives	2

I - Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , on appelle **primitive** de f , toute fonction F définie sur I et qui vérifie pour tout $x \in I$:

$$F'(x) = f(x)$$

Note : Une primitive est toujours définie à une constante près.

En effet. Si on considère la fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 2x$.

Alors, $F_1(x) = x^2 + 1$ est primitive de la fonction f (car $F'_1(x) = 2x = f(x)$).

Mais $F_1(x)$ **n'est pas la seule primitive** de f !

On peut citer par exemple $F_2(x) = x^2 + 10$ et $F_3(x) = x^2 + 3$ qui sont également des primitives de f .

C'est pour cette raison que l'on dit que les primitives sont définies à une constante près (lorsque l'on dérive, la constante devient nulle).

Ainsi, toute **fonction continue** sur un intervalle I admet **une infinité de primitives** sur I de la forme suivante :

$$x \mapsto F(x) + k \text{ avec } k \in \mathbb{R} \text{ (voir l'encadré précédent pour plus de détails)}$$

II - Primitive de fonctions usuelles

Le tableau suivant est à connaître (mais il peut être obtenu en prenant celui des dérivées usuelles à l'envers) :

Domaine de définition	Fonction	Primitive
$x \in \mathbb{R}$	$f(x) = k, k \in \mathbb{R}$	$F(x) = kx$
$x \in \mathbb{R}$	$g(x) = e^x$	$G(x) = e^x$
$x \in \mathbb{R}_+^*$	$h(x) = \frac{1}{x}$	$H(x) = \ln(x)$
$x \in \mathbb{R}_+^*$	$i(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$I(x) = 2\sqrt{x}$
$x \in \mathbb{R}_+^*$	$j(x) = x^a, a \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq -1$	$J(x) = \frac{1}{a+1}x^{a+1}$
$x \in \mathbb{R}$	$k(x) = \sin(x)$	$K(x) = -\cos(x)$
$x \in \mathbb{R}$	$l(x) = \cos(x)$	$L(x) = \sin(x)$

III - Opérations sur les primitives

Le tableau suivant est également à connaître (mais il peut être obtenu en prenant celui des dérivées usuelles à l'envers) :

Notes	Fonction	Primitive
	$f(x) = u'(x)e^{u(x)}$	$F(x) = e^{u(x)}$
On peut retirer la valeur absolue si $u(x) > 0$ sur son intervalle de définition.	$g(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$	$G(x) = \ln(u(x))$
$a \in \mathbb{R}, a \neq -1$	$h(x) = u'(x)(u(x))^a$	$H(x) = \frac{1}{a+1}(u(x))^{a+1}$
$x \in \mathbb{R}_+^*$	$i(x) = x^a, a \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq -1$	$I(x) = \frac{1}{a+1}x^{a+1}$
	$j(x) = u'(x)\sin(u(x))$	$J(x) = -\cos(u(x))$
	$k(x) = u'(x)\cos(u(x))$	$K(x) = \sin(u(x))$