基于神经网络的时序预测模型研究

杨　璐　高自友
(北方交通大学交通运输学院,北京 100044)

摘　要　将神经网络作为传统的时序线性模型的非线性推广进行了分析,论证了多层前向神经网络与非线性自回归模型及反馈神经网络与非线性自回归移动平均模型的等价意义,提出了一种可作为非线性时序模型的内反馈神经网络.
关键词　反馈神经网络　时序预测　非线性模型
分类号　TP18

Research on Time Series Prediction Model Based on Neural Networks

Yang Lu　Gao Ziyou
(College of Traffic and Transport, Northern Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract　In this paper, neural network is analyzed as the nonlinear extension of traditional linear time series models, and it is demonstrated that multilayered feedforward neural network is equivalent to nonlinear autoregressive model, and recurrent neural network is equivalent to nonlinear autoregressive moving average model. At last, a kind of internal recurrent neural network is proposed as it may be the nonlinear time series model.
Key words　recurrent neural network　time series prediction　nonlinear model

时序预测发展到现在,有许多方法在理论上可以说已经很成熟.但在实际中,大多数研究对象都具有非线性的特性,而现有的非线性研究基本是针对某一非线性问题发展相应的非线性模型及其解法[1].能否研究采用一些结构比较简单,但却能反映非线性本质特性的模型来表示复杂的非线性系统,是值得研究的.

神经网络模型是由具有非线性作用函数的神经元构成,能进行大规模并行信息处理的非线性模型,具有高度的非线性运算能力和很强的容错能力.利用神经网络来表述客观世界中系统的非线性关系,可以得到比较满意的结果.因此,对神经网络理论和方法进行研究,并将其应用于复杂的时序预测上既有重要意义,也是可行的.

本文收到日期 1997-10-09　杨璐 女 1967年生 博士后　email lyang@center.njtu.edu.cn

1 非线性自回归移动平均模型与神经网络逼近

用于预测的一类普通线性模型是自回归移动平均模型 ARMA(p, q)[2]

$$x_t = \sum_{i=1}^{p} \varphi_i x_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j e_{t-j} + e_t \tag{1}$$

设定 $E(e_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots) = 0.$

对于给定的无穷多个过去观测值,如果条件均值存在,最小均方误差预测就是条件均值,即 $\hat{x_t} = E(x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots).$

在实际中,人们仅能得到有限个过去观测值 $x_{t-1}, \cdots, x_1$,在这种情况下,最小均方误差预测就是

$$\hat{x_t} = E(x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots x_1) \tag{2}$$

对于 ARMA(p, q)模型式(1),最佳预测式(2)可以近似地由如下递推算法给出

$$\hat{x_t} = \varphi_1 x_{t-1} + \cdots + \varphi_p x_{t-p} + \theta_1 \hat{e}_{t-1} + \cdots + \theta_j \hat{e}_{t-j} + \cdots + \theta_q \hat{e}_{t-q} \tag{3}$$

其中
$$\hat{e}_{t-j} = x_{t-j} - \hat{x}_{t-j},\ j = 1, 2, \cdots, q \tag{4}$$

一个自回归模型 AR(p)是一个 ARMA(p, q)模型的特例:$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \cdots + \varphi_p x_{t-p} + e_t$. 相应地,最佳预测由下式给出:$\hat{x_t} = \varphi_1 x_{t-1} + \cdots + \varphi_p + x_{t-p}$.

一个从线性 AR(p)模型到非线性情况的自然推广就是非线性自回归(NAR)模型:$x_t = g(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots, x_{t-p}) + e_t$,其中 g 是一未知函数. 象对式(1)一样,假定 $E(e_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots) = 0$,$e_t$ 具有有限方差 σ^2. 这时已知 $x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots x_{t-p}, x_t$ 的最小均方误差最佳预测就是条件均值:$\hat{x_t} = E(x_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots x_{t-p}) = g(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots x_{t-p})$, $t \geqslant p+1$.

多层前向神经网络是作为 NAR 模型用于时序预测. 一个前向神经网络是 g 的一个非线性逼近,由下式给出:$\hat{x_t} = \hat{g}(x_{t-1}, \cdots, x_{t-p}) = \sum_{i=1}^{h} W_i f\left(\sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_{t-j} + \theta_i\right)$,其中函数 $f(x)$是光滑有界单调函数,如 Sigmoid 函数. 这一结构如图 1 所示. 其中 W_i 和 w_{ij} 分别为第 i 个隐节点与输出节点之间的连接权;第 j 个输入节点与第 i 个隐节点之间的连接权;θ_i 为第 i 个隐节点的阈值;h 和 p 分别为隐节点和输入节点的个数. 可根据训练样本估计参数 W_i、w_{ij} 和 θ_i,从而得到 g 的一个估计 $\hat{g}$. 估计过程是通过使残差平方和 $\sum (x_t - \hat{x_t})^2$ 最小进行的,这可用 BP 法这一梯度下降法.

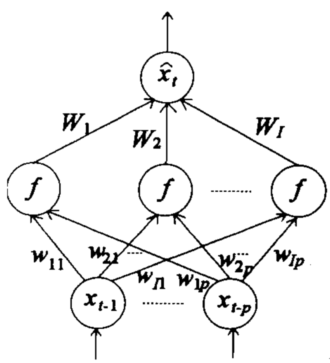

图 1 作为 **NAR** 模型的前向神经网络

线性 ARMA 模型到非线性情况的自然推广由下式给出

$$x_t = g(x_{t-1}, \cdots, x_{t-p}, e_{t-1}, \cdots, e_{t-p}) + e_t,$$

其中 g 是一未知函数,和式(1)一样,设 $E(e_t | x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots) = 0$, e_t 的方差是 σ^2,我们称之为非线性自回归移动平均 NARMA(p, q)模型. 类似于式(3)和式(4),有如下近似条件均值预测模型

$$\hat{x_t} = g(x_{t-1}, \cdots, x_{t-p}, \hat{e}_{t-1}, \cdots, \hat{e}_{t-p}) \tag{5}$$

$$\hat{e_j} = x_j - \hat{x_j} \qquad j = t-1, \cdots, t-q \tag{6}$$

这一模型可以由下面的 NARMA(p, q)反馈神经网络模型逼近

$$\hat{x}_t = \sum_{i=1}^{h} W_i f\left(\sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_{t-j} + \sum_{j=1}^{q} w_{ij}'(x_{t-j} - \hat{x}_{t-j}) + \theta_j\right).$$

该神经网络的结构见图 2.

另外, 将式(6)代入式(5)可以得到

$$\hat{x}_t = g(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots, x_{t-\max(p,q)}, \hat{x}_{t-1}, \hat{x}_{t-2}, \cdots, \hat{x}_{t-q}),$$

对此模型显然可用下面具有输出反馈的神经网络实现

$$\hat{x}_t = \sum_{i=1}^{h} W_i f\left(\sum_{j=1}^{\max(p,q)} w_{ij} x_{t-j} + \sum_{j=1}^{q} w_{ij}' \hat{x}_{t-j} + \theta_j\right),$$

其网络结构如图 3 所示. 这种结构的神经网络的优点是直接利用输出作外反馈, 同时隐含反映了残差的作用, 故本文称之为外反馈神经网络.

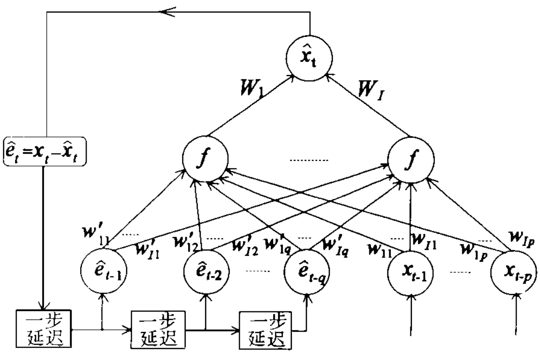

图 2　作为 **NARMA(p, q)** 模型的反馈神经网络

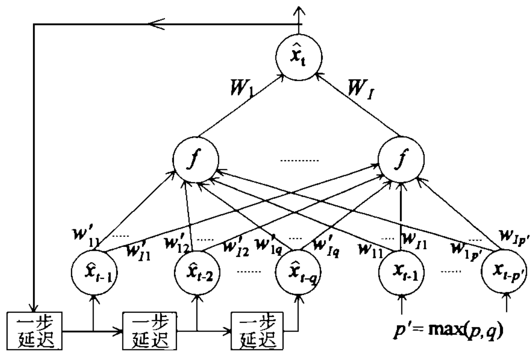

图 3　作为 **NARMA(p, q)** 模型的外反馈神经网络

图 2 和图 3 所给出的神经网络 NARMA(p, q) 模型都是由图 1 所示的前向神经网络加上输出反馈构成的, 可用 BP 法解决训练问题, 但需事先确定 p, q 这两个模型阶数, 而对于未知特性的时序来说这是很困难的. 为此笔者提出了一种具有内部反馈连接的内反馈神经网络.

2　内反馈神经网络

图 4 给出了这种内反馈神经网络的拓扑结构, 这种网络由一组输入节点、隐节点、反馈节点和一个输出节点构成, 反馈节点的个数与隐节点的个数相同, 其输入是隐节点的输出的一步延迟. 同输入节点一样, 反馈节点的输出通过可调权(本文称之为反馈权)与隐节点相连.

为简单, 设该内反馈神经网络的输入和输出层神经元具有线性响应: $g(x) = x$, 隐层神经元的作用函数 $f(\ )$ 为 Sigmoid 函数. 设 w_{ij} 为输入节点 j 与隐节点 i 之间的连接权, W_i 为隐节点 i 与输出节点之间的连接权, $\widetilde{w}_{ik}$ 为反馈节点 k 与隐节点 i 之间的连接权, θ_i 为隐节点 i 的阈值, $y(t)$ 为该网络的输出, $x_j(t)$ 是其第 j 个输入, 则

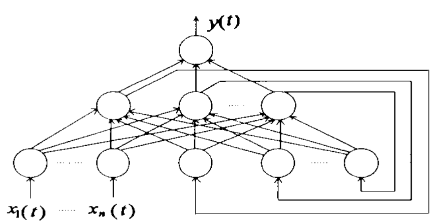

图 4　内反馈神经网络的一般结构

$$y(t) = \sum_{i=1}^{h} W_i f\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij} x_j(t) + \sum_{k=1}^{h} \widetilde{w}_{ik} H_k(t-1) + \theta_i\right) =$$

$$\sum_{i=1}^{h} W_i f\left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}x_j(t) + \sum_{k=1}^{h} \widetilde{w}_{ik} f\left(\sum_{j=1}^{n} w_{kj}x_j(t-1) + \sum_{l=1}^{h} \widetilde{w}_{kl}H_l(t-2) + \theta_k\right) + \theta_i\right) =$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=1}^{h} W_i G(x_j(u), u \leqslant t, j = 1, 2, \cdots, n) = \widetilde{G}(x_j(u), u \leqslant t, j = 1, 2, \cdots, n),$$

其中 $\underset{=}{G}(\circ)$、$\widetilde{G}(\circ)$为非线性函数, $H_k(t)$为第 k 个反馈节点的输入, 也是第 k 个隐节点的输出.

因此, 这种内反馈神经网络可作非线性时序预测模型. 图 5 和图 6 分别出示了作为 NAR 模型和 NARMA 模型的内反馈神经网络. 从中可看出, 对于神经网络 NAR 模型, 有

$$\hat{x}_t = G(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots).$$

对于神经网络 NARMA 模型, 有

$$\hat{x}_t = F(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots, \hat{x}_{t-1}, \hat{x}_{t-2}\cdots),$$

对于 $j=1, 2, \cdots$, 有 $\hat{x}_{t-j} = x_{t-j} - \hat{e}_{t-j}$, 所以上式就变为

$$\hat{x}_t = G(x_{t-1}, x_{t-2}, \cdots, \hat{e}_{t-1}, \hat{e}_{t-2}\cdots).$$

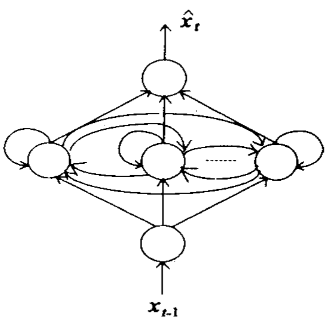

图 5　内反馈神经网络 **NAR** 模型

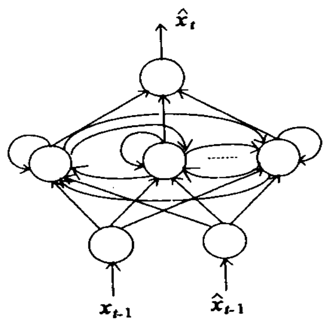

图 6　内反馈神经网络 **NARMA** 模型

3　结束语

笔者将线性时序模型推广到非线性情况, 得出多层前向神经网络和反馈神经网络可分别用作非线性自回归模型和非线性自回归移动平均模型. 针对外反馈神经网络需事先确定模型阶数的不足, 提出了一种内反馈神经网络, 并分别给出了作为 NAR 模型和 NARMA 模型的内反馈神经网络的结构, 其优点是仅需一个或二个输入, 不需确定模型阶数.

参　考　文　献

1　石山铭等. 神经网络与非线性预测模型建模的变量的合理选择. 决策与决策支持系统, 1993, (4): 72～78

2　Box G E P, Jenkins G M. Time Series Analysis Forecasting and Control. San Francisco: Holden-Day, 1970.