



# Physics Laboratory

*Last modified : 2018-07-24*

## 단학기 실험 3. 관성모멘트 측정

### 실험 목적

물체를 중력을 이용한 회전장치를 통해 일정한 힘으로 회전시키고, 이 때의 회전장치의 각속도 및 각가속도를 직접 측정하여 물체의 관성모멘트를 구한다. 또한 회전반경과 관성 모멘트, 평행축 정리 등의 이론을 실험을 통해 확인한다. 부가적으로 회전운동과 토크의 관계를 실험적으로 확인한다.

### 실험 방법

실험실에는 이 실험을 위해서 다음과 같은 장치가 준비되어 있다.

- ① 관성모멘트 실험장치
- ② 사각, 원판, 원환 시료
- ③ I-CA 시스템
- ④ 버니어 캘리퍼스, 전자저울



■ 그림 3 ■ 관성모멘트 측정 실험장치

- ① 버니어 캘리퍼스와 전자저울을 이용하여, 회전축 반경 및 각 시료의 길이, 질량을 측정하고 이를 기록한다.
- ② 그림 3과 같이 관성모멘트 측정 실험장치를 실험테이블에 수평이 되도록 조정하고 클램프로 고정한다. 적절한 무게의 추 (100g 이하 권장)를 매단 상태에서 실의 기울기를 확인한 채로, 실이 회전판과 평행이 되도록 도르레의 높이를 조절한다.
- ③ 스텐드를 이용하여 그림 4와 같이 회전 실험판이 카메라 중앙에 수직으로 보이도록 카메라 위치를 조절하고 선명하게 보이도록 줌과 밝기를 조정한다.
- ④ 회전 실험판에 아무 시료도 없는 상태에서 실이 회전판과 평행을 유지하도록 한 채로 천천히 실을 회전판에 감아준다. 실의 길이는 풀었을 때, 바닥에 닿지 않도록 한다. 실을 손으로 잡아 고정시키고 있다가 이를 놓아 추를 자유낙하 시키고 이를 I-CA 카메라로 촬영 후 저장한다.
- ⑤ 촬영한 영상을 분석하기 전에 카메라분석 - 좌표계설정 을 클릭하여 촬영한 영상을 불러들여 좌표계를 설정한다. 회전판 중앙에 있는 스티커와 회전판 끝에 있는 스티커를 지정 후,자로 실제 거리를 측정하여 그 값을 입력한다.
- ⑥ 카메라분석 - 분석 을 클릭하여 영상을 분석한다. 분석하고자 하는 영상의 시작 프레임を 지정하고, 마지막 프레임을 지정한 후, 피사체의 색상을 선택한다. 앞선 실험과 다르게 피사체를 2개 지정해주어야 함에 유의한다.
- ⑦ 분석이 끝나면, image와 data 파일을 얻을 수 있다. 이를 .txt 파일 형태로 저장할 수

있으며, 다양한 분석프로그램 (Excel 등) 을 이용해 이를 시간에 따른 회전각도 ( $\theta$ ) 의 값으로 변환한다. 원의 중심 좌표는 고정되어 있고, 회전하는 원 위의 좌표를 Cartesian coordinate 에서 Radial coordinate로 바꾸는 작업이므로, 간단한 삼각함수 관계를 이용해 변환할 수 있다.

⑧ 시간에 따른 회전각도( $\theta$ ) 의 그래프를 그린다. ( $\theta - t$  그래프) 이렇게 그린 그래프에서 추세선 기능을 이용, 아래 식 (7)  $\theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{mgR}{2(I_0 + mR^2)}t^2 \equiv At^2$  과 비교하여,  $\alpha/2$  값을 구한다.

⑨  $\alpha/2$  값을 알면 식 (9) 를 이용하여 ( $I = \frac{mgR}{2A} - mR^2$ ) 관성모멘트 ( $I_0$ ) 를 구할 수 있다.

⑩ ④ ~ ⑨의 과정을 적당한 횟수만큼(약 3회정도) 반복하여 회전장치의 관성모멘트를 구하고 이를 평균한다. 이 값을 회전판의 관성모멘트로 생각할 수 있다.

⑪ 회전 실험판에 사각판, 원판 및 원환 등의 다양한 시료를 올린 상태에서, 위의 ④~⑩의 과정을 진행한다. 회전판과 시료가 합쳐진 시스템의 관성모멘트를 구하고 위에서 구한 회전장치 자체의 관성모멘트를 빼어 사각판 시료의 관성모멘트를 구할 수 있다. 이렇게 구한 실험값을 이론적 내용을 통해 구한 이론값과 비교해본다.

## 배경 이론

강체는 그 계에 속하는 입자가 항상 상호간 같은 상대적인 위치를 유지하는 물체를 말하는데, 그러한 강체의 회전 운동에너지에 대해 생각해 보자. 회전 운동에너지는 물체의 질량 외에 모양과 크기에 따라 다르게 되는데 이와 같이 회전 운동에너지를 설명할 때 관성모멘트라는 물리량을 사용하면 편리해진다. 직선운동의 경우 물체의 질량이 관성의 역할을 하는데 회전운동의 경우 바로 이 관성모멘트가 관성의 역할을 한다. 질량이라는 물리량이 있어 직선운동의 기술이 편리해진 것 처럼 회전운동의 경우 관성모멘트의 정의로 인해 회전운동의 기술이 편리해진다.

$n$ 개의 질점으로 구성된 강체가 고정 축 주위를 각속도  $\omega$ 로 회전하면, 총 운동에너지  $K$ 는

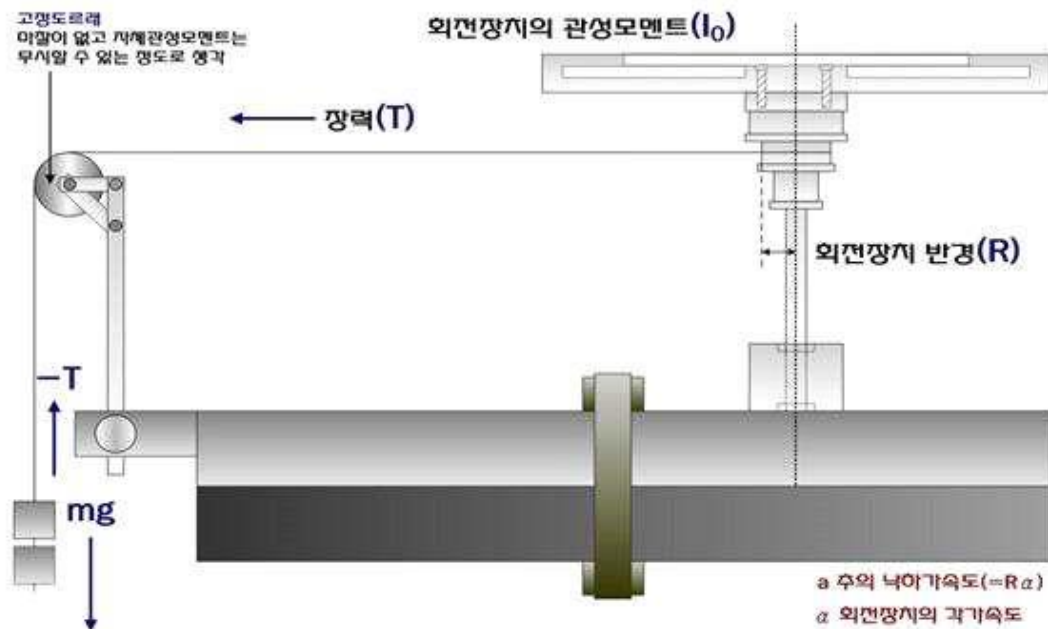
$$K = \frac{1}{2} \left( \sum m_i r_i^2 \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1)$$

이다. 여기서  $I$  는 아래와 같이 정의된 양으로 관성모멘트라 한다.

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (2)$$

여기서  $r_i$  는 회전축으로부터의 거리이다. 연속적인 질량분포의 경우에는 다음과 같다

$$I = \int r^2 dm \quad (3)$$



■ 그림 1 ■ 관성모멘트 실험 장치

그림 1과 같이 질량  $m$ 인 추가 도르래와 실을 통해 회전장치에 연결되어 있는 경우를 생각해 보자. 추가 가속도  $a$ 로 자유 낙하하는 경우 실에 작용하는 장력( $T$ )을 고려하면

$$ma = mg - T = mR\alpha \quad (4)$$

의 관계가 성립한다. 여기서  $\alpha$ 는 회전장치의 각 가속도로 실이 미끄러짐 없이 풀리는 경우로 가정하였다. 따라서 회전장치에 작용하는 토크( $\tau$ )는

$$\tau = I_0 \alpha = RT \quad (5)$$

로 주어지며, 이 경우 회전장치의 각 가속도 및 시간에 따른 회전각은 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{mgR}{I_0 + mR^2} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{mgR}{2(I_0 + mR^2)} t^2 \\ &\equiv At^2 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 초기 조건으로  $t=0$ 에서  $\theta(0) = 0$ ,  $\dot{\theta}=0$ 로 하였다.

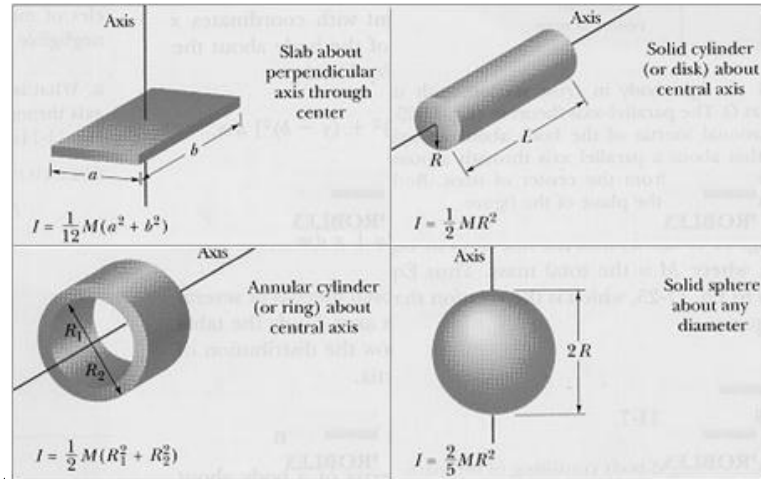
질점의 관성모멘트는  $I = mr^2$ 으로 표현되며, 연속적인 질량분포의 경우에는 식(3)과 같이  $I = \int r^2 dm$ 으로 주어진다. 일례로 그림 2와 같이 가로 세로가 각각 a, b인 직사각형 판의 경우

$$\begin{aligned} I = I &= \int r^2 dm = \int (a^2 + b^2) \rho da db \\ &= \frac{M}{12} (a^2 + b^2) \end{aligned} \quad (8)$$

으로 주어진다. 그림 2는 다양한 형태에 대한 물체의 관성모멘트 값들의 일례이다.

실험에서는 식(7)에서 각가속도  $\alpha$ 를 측정하여 아래와 같이 관성모멘트를 결정한다.

$$\rho I = \frac{mgR}{\alpha} - mR^2 \quad (9)$$



ㄷ. ⊕

ㄷ. ▣ 그림 2 ▣ 물체의 관성모멘트