

Q1. (아래 해설은 교재에서 제공하는 예시 해설임. 주어진 ACF 및 PACF를 다르게 해석해서 p,q가 0이 아닌 경우도 생각할 수 있음)

차분을 1번만 진행한 후, ACF와 PACF를 통해 ARIMA 모형의 차수를 구하는 과정이므로, $d=1$.

ACF와 PACF를 살펴보면, 유의하게 뽕족한 점을 나타내는 지점은 공통적으로 한 개씩 나타난다. 하지만 하나의 지점 이외에 모든 time lag에서 더 이상의 유의미한 뽕족점은 발견되지 않으며 0으로 수렴해가는 형태를 확인할 수 있다. 따라서, 하나의 뽕족점은 무시하고 모형을 적합하는 것이 타당할 수 있다. 그러므로, ARIMA(0,1,0)을 생각할 수 있다.

후향 연산자를 사용해 모형을 표현하는 방식을 따르면, $(1-B)y_t = y_t - y_{t-1}$ 로 쓸 수 있다.

Q2.

$$\textcircled{1} \text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{a_0}{1-a_1-b_1} \quad (\sigma_t, z_t \text{ 는 독립})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \text{Var}(\varepsilon_t) &= E(\varepsilon_t^2) - (E(\varepsilon_t))^2 = E(\varepsilon_t^2) - (E(\sigma_t^2 z_t^2))^2 \\ &= \frac{a_0}{1-a_1-b_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} E(\varepsilon_t^2) &= E(\sigma_t^2 z_t^2) = E(\sigma_t^2) \cdot E(z_t^2) = E(\sigma_t^2) \cdot 1 \\ &= \frac{a_0}{1-a_1-b_1} \end{aligned}$$

$a_0 = 1, a_1 = 0.3, b_1 = 0.2$ 로 주어졌으므로, 세 값 모두 동일하게 $1/(1-0.2-0.3)=2$ 이다.