WEEK 6. 벡터자기회귀모형

6-1. 모형의 식별 및 추정

- 벡터자기회귀모형이란?

: 일변량 자기회귀모형을 다변량으로 확장시킨 것. ARIMA 보다 다변량의 효과를 모델링한 모형으로 이해할 수 있음

- ARIMA는 일변량 분석으로, 변수들 사이 상호작용을 무시하는 반면 VAR은 이를 고려하여 모델링 함

- 경제 분야에서 주로 사용됨. 또는 수출 상품의 수요예측에도 사용됨

- 벡터 시계열: 여러 시계열을 동시에 고려하여 상호 연관성을 분석

  -> 벡터시계열의 표현은 column matrix 형태로 표현함. 세 개의 시계열을 하나로 표현함

벡터시계열의 표현:

$$\mathbf{z}_t = \begin{pmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \\ Z_{3t} \end{pmatrix}, t = 1,2,\ldots$$

1) 하나의 시계열에 대한 AR(1) 모형

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t$$

2) 두 시계열에 대한 VAR(1) 모형: 자기 자신과 다른 시계열도 모형에 포함시킴

$$Z_{1t} = \phi_{11} Z_{1,t-1} + \phi_{12} Z_{2,t-1} + a_{1t}$$
$$Z_{2t} = \phi_{21} Z_{1,t-1} + \phi_{22} Z_{2,t-1} + a_{2t}$$

-> Z_1t는 Z1의 과거값과 Z2의 과거값에 모두 영향을 받을 수 있다고 생각

-> 과거의 시차 하나씩에만 영향을 서로 주기 때문에 VAR(1) 모형임

$a_{1t} \sim Nor(0, \sigma_1^2), a_{2t} \sim Nor(0, \sigma_2^2)$ 이며, $Cov[a_{1t}, a_{2t}] = \sigma_{12} \Rightarrow$ (벡터로 표현)

$$\boldsymbol{z}_t = \begin{pmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_t = \begin{pmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{pmatrix}, \Phi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{z}_t = \underbrace{\Phi_1}_{\text{matrix}} \boldsymbol{z}_{t-1} + \boldsymbol{a}_t, \underbrace{\boldsymbol{a}_t}_{\text{벡터}} \sim \underbrace{MVN}_{\text{다변량 정규}}(\boldsymbol{0}, \Sigma), \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

-> Z_t를 Z_t-1과 백색잡음 a_t(다변량 정규분포를 따름)로 표현하고 행렬 파이를 이용해서 표현함

- 이와 유사하게, m개의 시계열에 대해서 위와 같은 표현방식으로 나타낼 수 있음

- m차원 시계열의 VAR(1) 모형

$$\boldsymbol{z}_t = \begin{pmatrix} Z_{1t} \\ \vdots \\ Z_{mt} \end{pmatrix}; \boldsymbol{z}_t = \Phi_1 \boldsymbol{z}_{t-1} + \boldsymbol{a}_t$$ (여기서 Φ_1는 mxm 행렬)

- m차원 시계열의 VAR(p) 모형

$$\boldsymbol{z}_t = \Phi_1 \boldsymbol{z}_{t-1} + \Phi_2 \boldsymbol{z}_{t-2} + \cdots + \Phi_p \boldsymbol{z}_{t-p} + \boldsymbol{a}_t$$

$$\Phi(x) = I - \Phi_1 x - \cdots - \Phi_p x^p \Rightarrow \Phi(B)\boldsymbol{z}_t = \boldsymbol{a}_t$$

VAR(1)형태의 표현

$$\boldsymbol{y}_t = \begin{pmatrix} \boldsymbol{z}_t \\ \boldsymbol{z}_{t-1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{z}_{t-p+1} \end{pmatrix}, F = \begin{bmatrix} \Phi_1 \Phi_2 & \cdots & \Phi_p \\ I \;\; 0 & & 0 \\ \ddots & & \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{v}_t = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{y}_t = F\boldsymbol{y}_{t-1} + \boldsymbol{v}_t$$

-> VAR(1)의 경우에는, 시차가 1인 z항만 사용되므로, mxm 행렬로 파이가 구성될 것임

-> m차원의 VAR(p) 모형의 경우, y_t와 F, y_t-1, v_t가 각각 mpx1, mpxmp, mpx1, mpx1 행렬

- VAR(p) 모형은 벡터와 행렬을 이용해서 VAR(1) 모형으로 나타낼 수 있음

-> VAR(1) 모형이 단순하기 때문에 성질을 찾기 더 쉽기 때문!

'정상성 조건'

- 계수행렬의 eigen value의 크기가 모두 1보다 작아야함(= 행렬 F에서 eigen value를 찾음)

- **정상성 조건**

(예) 다음의 두 시계열에 대한 VAR(2)모형이 정상적인지 알아보자.

a_{1t}의 분산

$$\begin{pmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t}\end{pmatrix} = \begin{bmatrix}0.3 & -0.1\\ -0.05 & 0.25\end{bmatrix}\begin{pmatrix}Z_{1,t-1}\\Z_{2,t-1}\end{pmatrix} + \begin{bmatrix}0.2 & -0.75\\-0.1 & 0.4\end{bmatrix}\begin{pmatrix}Z_{1,t-2}\\Z_{2,t-2}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}a_{1t}\\a_{2t}\end{pmatrix},\ \Sigma = \begin{bmatrix}0.6 & 0.05\\0.05 & 1\end{bmatrix}$$

$\mathrm{cov}(a_{1t}, a_{2t})$ a_{2t}의 분산

(풀이) $\boldsymbol{y}_t = F\boldsymbol{y}_{t-1} + \boldsymbol{v}_t$ 형태로 표시하면 행렬 F는 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix}0.3 & -0.1 & 0.2 & -0.75\\ -0.05 & 0.25 & -0.1 & 0.4\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

- 고유치는 다음과 같다. $\lambda_1 = 0.9627$, $\lambda_2 = 0.2376$, $\lambda_3 = -0.0356$, $\lambda_4 = -0.6148$
- 즉, 고유치 크기가 모두 1보다 작으므로 위의 VAR(2)모형은 정상적이다.

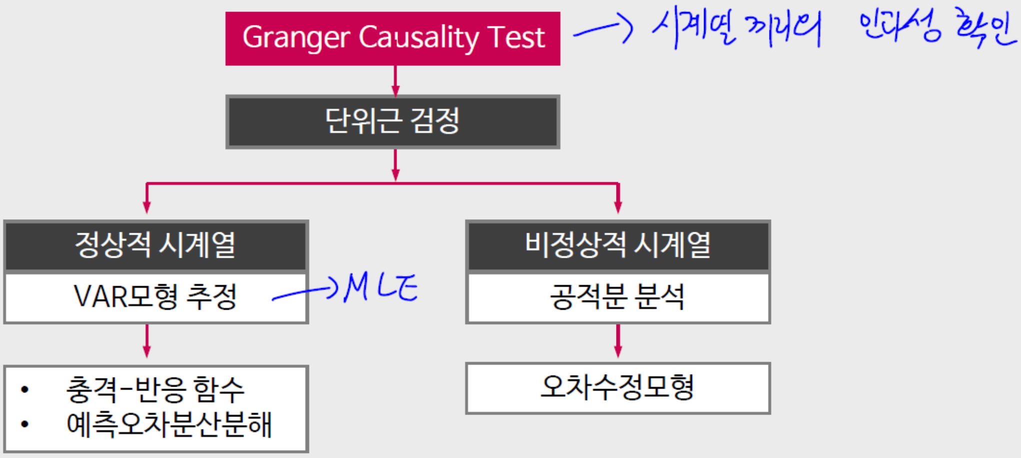
- 모형의 식별

-> 주로 정보기준(IC) 사용

- 실제적으로 널리 사용되고 있음
- 여러 시차에 대해 AIC, BIC, HQ 등을 산출하고 정보기준값이 최소인 시차 선택
- $AIC(p) = ln|\hat{\Sigma}| + \frac{2m^2p}{N}$: Akaike information criteria
- $BIC(p) = ln|\hat{\Sigma}| + \frac{m^2plnN}{N}$: Schwarz (Bayesian) information criteria
- $HQ(p) = ln|\hat{\Sigma}| + \frac{2m^2plnlnN}{N}$: Hannan -Quinn information criteria

-> AIC에 비해 BIC가 복잡한 데이터(변수의 개수 많은)에 대해 더 큰 페널티를 부여함

6-2. 충격-반응 함수와 분산분해



- 하나의 시계열이 다른 시계열의 미래 값을 예측하는데 도움이 되는지 보려고 함

- 우선, 서로 다른 두 시계열 간의 인과관계가 있는지를 확인해야 함

(그래인저 인과관계: Granger causality) 시계열 $\{X_t, t \geq 1\}$이 시계열 $\{Y_t, t \geq 1\}$의 미래값을 예측하는 데 도움이 될 때, $\{X_t, t \geq 1\}$이 $\{Y_t, t \geq 1\}$에 영향을 준다 (Granger-cause) 말한다.

그래인저 인과관계 검정

- 자기회귀 시차모형

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \cdots + \alpha_p Y_{t-p} + \beta_1 X_{t-1} + \cdots + \beta_q X_{t-q} + a_t$$

- 가설

$$H_0: \beta_1 = \cdots = \beta_q = 0$$

- 검정통계량

$$F = \frac{(SSE_r - SSE_{ur})/q}{SSE_{ur}/(N-p-q-1)}$$

여기서 SSE_{ur} 는 상기 모형 (비제한모형)의 SSE이며, SSE_r는 H_0가 옳을 때 (제한모형) SSE임

- 결과 해석 : 쌍방에 대해 검정. 서로 영향을 주지않을 때는 VAR모형 분석의 의미가 없음.

- H0가 채택되면, VAR 모형 분석의 의미가 없음(x는 y에 영향을 미치지 않기 때문)

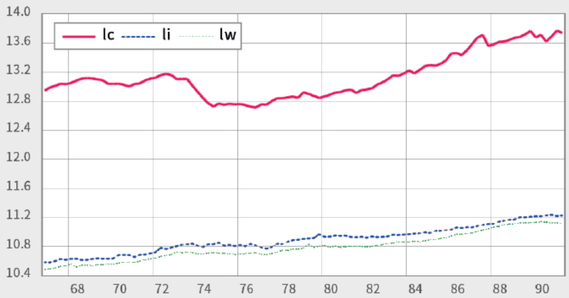
- RM과 FM을 정의하고, F 검정을 시행함

(예 6-1) 영국 소비(LC)/소득 (LI)/자산 (LW) 데이터에 대한 그래인저 인과관계 검정을 실시하면 아래와 같다.

Pairwise Granger Causality Tests
Date: 07/19/19 Time: 11:13
Sample: 1966Q4 1991Q2
Lags: 4

LC → LI

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
LI does not Granger Cause LC	95	1.77913	0.1404
LC does not Granger Cause LI		8.15510	1.E-05
LW does not Granger Cause LC	95	2.25700	0.0695
LC does not Granger Cause LW		0.72713	0.5758
LW does not Granger Cause LI	95	1.34091	0.2614
LI does not Granger Cause LW		0.52232	0.7196



결과해석: 소비가 소득에 유의하게 영향을 미침, 유의수준 10%에서 자산이 소비에 영향을 미침

- LC와 LI를 대상으로 VAR 모형을 구성하는 것은 유의미함

충격 반응 함수: 한 시계열에서 특정 시점에 충격이 발생할 때, 다른 시계열에 시간에 따라 어떤 영향을 주는지 분석
ex) 달러 환율이 오름 -> 유로 환율에 대한 영향 or GDP에 대한 영향

- 두 시계열이 시차가 1인 VAR(1) 모형을 따른다고 가정

- VAR(1)모형 예

$$Z_{1t} = \phi_{11} Z_{1,t-1} + \phi_{12} Z_{2,t-1} + a_{1t}$$
$$Z_{2t} = \phi_{21} Z_{1,t-1} + \phi_{22} Z_{2,t-1} + a_{2t}$$

충격: 시점 1에서 Z_{1t}에만 σ_1의 충격이 있고 Z_{2t}에는 충격이 없음. 다른 시점에는 충격 없음
($a_{11} = \sigma_1$, $a_{1t} = 0, t > 1$, $a_{2t} = 0, t \geq 1$; $Z_{10} = Z_{20} = 0$ 가정)

반응

t=1: $Z_{11} = a_{11} = \sigma_1$; $Z_{21} = a_{21} = 0$

t=2: $Z_{12} = \phi_{11} Z_{11} + \phi_{12} Z_{21} + a_{12} = \phi_{11}\sigma_1$; $Z_{22} = \phi_{21} Z_{11} + \phi_{22} Z_{21} + a_{22} = \phi_{21}\sigma_1$

t=3: $Z_{13} = \phi_{11} Z_{12} + \phi_{12} Z_{22} + a_{13} = (\phi_{11}^2 + \phi_{12}\phi_{21})\sigma_1$

$Z_{23} = \phi_{21} Z_{12} + \phi_{22} Z_{22} + a_{23} = (\phi_{21}\phi_{11} + \phi_{22}\phi_{21})\sigma_1$

- 반응함수: 시간에 따른 Z_{1t}에의 영향, 시간에 따른 Z_{2t}에의 영향

-> 시점 1에서 Z_1t에만 충격이 있다고 가정.

-> Z_1의 백색잡음 a_1만 sigma1씩 증가함

-> a_11만 sigma_1이고, 나머지 백색잡음은 모두 0임

따라서, t=1에서 Z_1에만 충격이 있고 Z_2에는 충격이 없더라도, t=2에서 Z_1과 Z_2가 모두 변함

백색잡음이 아니므로

VAR 모형

$$\boldsymbol{z}_t = \Phi_1 \boldsymbol{z}_{t-1} + \Phi_2 \boldsymbol{z}_{t-2} + \cdots + \Phi_p \boldsymbol{z}_{t-p} + \boldsymbol{a}_t$$

시계열간의 상관관계가 있어 IRF산출 어려움

MA형태 모형

$$\boldsymbol{z}_t = \boldsymbol{a}_t + \Psi_1 \boldsymbol{a}_{t-1} + \Psi_2 \boldsymbol{a}_{t-2} + \cdots$$

$\boldsymbol{a}_t \sim MVN(0, \Sigma)$ 이므로 여전히 오차항간의 상관관계가 있어 IRF산출 어려움

직교오차 MA형태 모형

$$\boldsymbol{z}_t = \boldsymbol{v}_t + \Psi_1 \boldsymbol{v}_{t-1} + \Psi_2 \boldsymbol{v}_{t-2} + \cdots$$

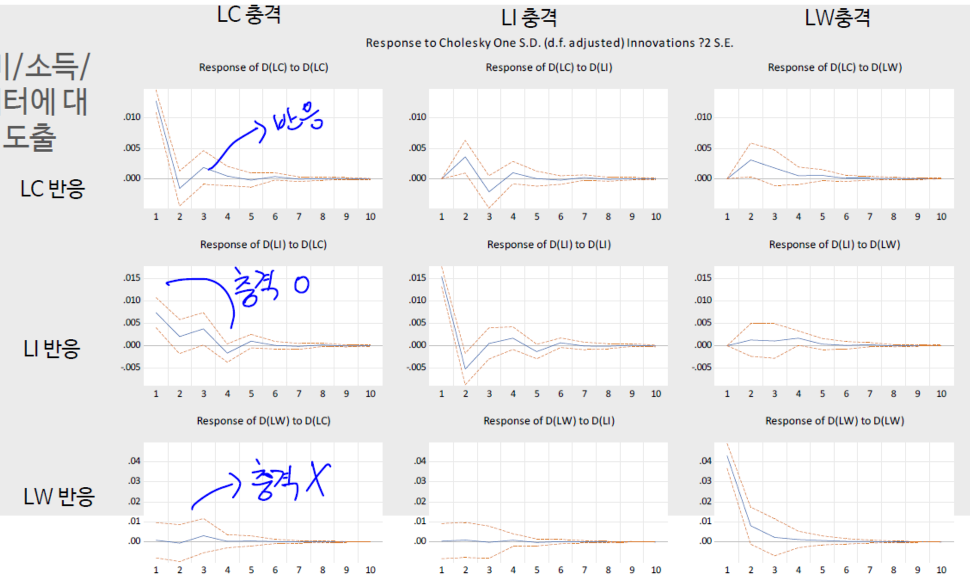
Cov = 0

$\boldsymbol{v}_t \sim MVN(0, I)$ 이므로 IRF산출 용이

$IRF(i,j,s)$
= j번째 시계열의 충격에 대한 i번째 시계열의 시간 s이후의 반응
= Ψ_s^*의 (i,j)원소

- 분석 아이디어:
  - -> 원래 VAR 모형을 고려하지만, z끼리 상관관계가 있어 충격반응함수 분석이 어려움
  - -> 백색잡음을 이용한 MA 모형으로 변환하더라도, 여전히 오차항 간의 상관관계 존재
  - -> 직교오차 MA 모형으로 변환

(예 6-2) 영국 소비/소득/자산 1차 차분 데이터에 대한 충격-반응 함수 도출



- 예측오차 분산분해

필요성: 어떤 시계열의 충격이 다른 시계열의 미래 불확실성에 영향을 미칠 수 있으므로, 시계열 각각의 중요도를 산출해야 함

- 예측오차 분산분해 (variance decomposition)

i-번째 시계열의 k-단계 예측오차

$$e_{t,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^{m} v_{j,t+k} + \sum_{j=1}^{m} \psi_{ij,1}^{*} v_{j,t+k-1} + \cdots + \sum_{j=1}^{m} \psi_{ij,k-1}^{*} v_{j,t+1}$$

i-번째 시계열의 k-단계 예측오차 분산

$$Var[e_{t,k}^{(i)}] = m + \sum_{j=1}^{m}(\psi_{ij,1}^{*})^2 + \cdots + \sum_{j=1}^{m}(\psi_{ij,k-1}^{*})^2 = \sum_{s=0}^{k-1}\sum_{j=1}^{m}(\psi_{ij,s}^{*})^2$$

이중 j-번째 시계열 분산 비중

$$Var[e_{t,k}^{(ij)}] = 1 + (\psi_{ij,1}^{*})^2 + \cdots + (\psi_{ij,k-1}^{*})^2 = \sum_{s=0}^{k-1}(\psi_{ij,s}^{*})^2$$

i-번째 예측오차분산 중 j-번째 시계열 기여율

$$R_{ij,k} = \frac{Var[e_{t,k}^{(ij)}]}{Var[e_{t,k}^{(i)}]} \times 100 = \frac{\sum_{s=0}^{k-1}(\psi_{ij,s}^{*})^2}{\sum_{s=0}^{k-1}\sum_{j=1}^{m}(\psi_{ij,s}^{*})^2} \times 100(\%)$$

-> 상대적인 기여율을 분석해서, 어느 시계열이 중요한지를 파악할 수 있음

(예 6-3) 영국 소비/소득/자산 데이터에 대한 예측오차 분산분해

Variance Decomposition of D(LC):

Period	S.E.	D(LC)	D(LI)	D(LW)
1	0.012824	100.0000	0.000000	0.000000
2	0.013775	87.97436	6.915991	5.109644
3	0.014178	84.78336	8.791400	6.425242
4	0.014230	84.26114	9.232929	6.505934
5	0.014244	84.12672	9.215815	6.657461
6	0.014251	84.11612	9.230617	6.653260
7	0.014253	84.09334	9.250909	6.655749
8	0.014253	84.08904	9.253813	6.657074
9	0.014253	84.08914	9.253787	6.657074
10	0.014253	84.08885	9.253944	6.657206

어느 순간 일정하게 유지

6-3. 공적분과 오차수정 모형

- 비정상적 시계열 분석

1) VAR 모형은 정상적 시계열에 대해서만 적용

2) 금융 시계열의 경우, 장기적인 관점에서 각각은 비정상적이더라도 결국 균형을 이룸

-> 연도별로 소득이 늘어나면 소비도 그에 맞춰 장기적으로는 균형적

3) 차분을 진행하는 것보다, 직접적으로 회귀 모형화함

4) 공적분 관계가 있음을 확인하고, 오차수정 모형 생각

누적 (integrated) 벡터시계열

- 벡터 시계열 $\{\boldsymbol{x}_t, t \ge 1\}$에 대해 $\{(1-B)^{d-1}\boldsymbol{x}_t, t \ge 1\}$는 비정상적이나 $\{(1-B)^{d}\boldsymbol{x}_t, t \ge 1\}$이 정상적일 때, 차수 d의 누적 벡터시계열이라 하며 $\{\boldsymbol{x}_t, t \ge 1\} \sim I(d)$ 로 표기

-> 차분을 몇 번 진행하면 정상적인 시계열이 되는지에 따라 d가 결정됨

-> 공적분 분석을 위해서는 각 시계열이 비정상적이면서 동일 차수 d를 갖는 누적 시계열이어야!

공적분 (cointegration)

- $I(d)$ 인 누적 벡터시계열에 대해 선형결합 $\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{x}_t$이 차수 d 미만의 누적 시계열이 될 때, 공적분 벡터 $\boldsymbol{\alpha}$를 갖는 공적분 관계에 있다 함
- 총 m개의 시계열이 있을 때 최대 m-1개의 공적분 벡터가 있을 수 있음. 이 때 존재하는 공적분 벡터의 최대수를 공적분 랭크 (cointegration rank)라 함
- (예) 다음 세 시계열을 고려하자.
  - $Z_{1t} = Z_{1,t-1} + a_{1t};\ Z_{2t} = \beta_1 Z_{1,t} + a_{2t};\ Z_{3t} = \beta_2 Z_{1,t} + \beta_3 Z_{2,t} + a_{3t}$
  - 각 시계열은 $I(1)$
  - $-\beta_1 Z_{1,t} + Z_{2t} + 0Z_{3t} = a_{2t} \sim I(0);\quad -\beta_2 Z_{1,t} - \beta_3 Z_{2,t} + Z_{3t} = a_{3t} \sim I(0)$
  - 따라서 공적분 랭크는 2

- 만약, 2차 누적 시계열 I(2)가 있을 때 선형결합을 통해 정상적인 시계열이 된다면 공적분 관계에 있다고 말함

-> 즉, 선형 결합을 거치면서 차수가 줄어듦(2차 누적 벡터시계열이 1차 또는 0차 누적 시계열이 되는 경우)

- M개의 시계열에 대해서 최대 M-1개의 공적분이 정의 가능하고 그 최대 수를 공적분 rank라고 함

- (예) 다음 세 시계열을 고려하자.
  - $Z_{1t} = Z_{1,t-1} + a_{1t};\ Z_{2t} = \beta_1 Z_{1,t} + a_{2t};\ Z_{3t} = \beta_2 Z_{1,t} + \beta_3 Z_{2,t} + a_{3t}$
  - 각 시계열은 $I(1)$
  - $-\beta_1 Z_{1,t} + Z_{2t} + 0Z_{3t} = a_{2t} \sim I(0);\ \ -\beta_2 Z_{1,t} - \beta_3 Z_{2,t} + Z_{3t} = a_{3t} \sim I(0)$
  - 따라서 공적분 랭크는 2

- Z_1은 1차 차분하면 백색 잡음이 됨

- Z_2는 Z_1으로 구성되므로 이 역시 1차 누적 시계열임

- Z_3은 1차 누적인 Z_1과 Z_2로 구성되므로, 이 역시 1차 누적 시계열임

- (-베타1, 1, 0)으로 선형 결합하면 I(0)이 됨 OR (-베타2, -베타3, 1)

-> 공적분 랭크는 2임

-오차 수정 모형

-> 여러 시계열이 공적분 관계에 있는 경우, 오차 수정 모형을 통해 시계열 상호간의 단기 및 장기 효과를 볼 수 있음

-> 공적분 관계는 오차 수정 모형 표현을 위한 필요충분조건임

오차수정모형

y의 차분 x의 차분

- 단순형태 ECM

$$\Delta Y_t = \lambda e_{t-1} + \beta \Delta X_t + \varepsilon_t$$

  - λe_{t-1} ($\lambda < 0$): 오차수정항 (error correction term) - 이전 시점에서 예측오차가 양수이면 (실제값이 예측값보다 크면) 다음 시점에서 Y값을 축소시켜 X와 Y의 장기적관계를 유지시키는 효과
  - X값에 변화가 있으면 Y값에 영향을 줌 (단기 효과)

- y의 차분이 이전 시점의 오차와 x의 차분으로 구성되는 것

(cf)

차분의 정의에 따르면 1차 차분은

$$\nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1}$$

와 같이 계산되며, 2차 차분은

$$\begin{aligned}\nabla^2 Y_t &= \nabla(\nabla Y_t) \\ &= \nabla(Y_t - Y_{t-1}) \\ &= \nabla Y_t - \nabla Y_{t-1} \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= \ = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}\end{aligned}$$

와 같이 계산된다. 다시 말해 Y_t 에 차분을 두 번 취했다고 해서 $Y_t - Y_{t-2}$ 가 되지는 않는다. 이렇게 길게 늘어지기만 하는 차분은 계절형 차분으로 따로 정의된다.

시계열에서 차분이 필요한 이유는 **트렌드Trend**가 있는 데이터를 다룰 때 편리하기 때문이다. 시계열분석에서 트렌드란 '데이터의 값이 일정 기간동안 증가하거나 감소하는 경향'을 말하는데, 이 경우 정상성에 문제가 있다. 해서 적절하게 차분을 취해 데이터가 정상성을 갖도록 하는 전처리를 거치게 된다. 단순히 증가하거나 감소하는 정도라면 한 번으로 충분하며, 복잡합 모양을 갖추면 그만큼 차분을 많이 취해야 할 수도 있다.

2차 차분

가끔 차분(difference)을 구한 데이터가 정상성(stationarity)이 없다고 보일 수도 있습니다. 정상성을 나타내는 시계열을 얻기 위해 데이터에서 다음과 같이 한 번 더 차분을 구하는 작업이 필요할 수도 있습니다:

$$\begin{aligned}y''_t &= y'_t - y'_{t-1} \\ &= (y_t - y_{t-1}) - (y_{t-1} - y_{t-2}) \\ &= y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}.\end{aligned}$$

- 오차수정항을 통해 장기적인 효과를 유지할 수 있음(람다는 항상 음수)

- 델타 x가 변하면 델타 y가 변하여 단기효과를 나타내줌

공적분 검정

Johansen 검정

- 트레이스 검정
  - $H_0 : r = r_0$ vs $H_1 : r > r_0$
  - $r_0 = 0$에서 귀무가설 기각되면 다음으로 $r_0 = 1$을 검정하는 과정을 반복
  - 검정통계량은 우도비에 바탕으로 산출
- 최대고유치 검정
  - $H_0 : r = r_0$ vs $H_1 : r = r_0 + 1$
  - 역시 $r_0 = 0, 1, \ldots$ 등으로 변화시키면서 순차적으로 진행

공적분 관계가 몇 개 있는지

(예 6-4 계속)

다음은 공적분 검정 결과이다.

- 트레이스 검정 과 최대고유치 검정에서 두 시계열간 공적분관계가 있다고 판정됨

Sample (adjusted): 1/11/2016 12/28/2018
Included observations: 728 after adjustments
Trend assumption: Linear deterministic trend
Series: KOSPI200 KOSPI200_FUTURE
Lags interval (in first differences): 1to 4

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.051946	41.25473	15.49471	0.0000
At most1	0.003319	2.420325	3.841466	0.1198

∴ 있음

1개만 있음

Trace test indicates 1 cointegrating eqn(s)at the 0.05 level
*denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None*	0.051946	38.83440	14.26460	0.0000
At most 1	0.003319	2.420325	3.841466	0.1198

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
*denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

(예 6-4계속) 공적분관계식과 오차수정모형의 추정식을 보여준다.

공적분 관계식

$$k200_{t-1} = 0.2155 + 0.9982k200\_f_{t-1}$$

오차수정모형

$$\Delta k200_t$$
$$= 0.0364 - 0.1183e_{t-1} - 0.1867\Delta k200_{t-1} - 0.0136\Delta k200_{t-2}$$
$$+ 0.1561\Delta k200_{f_{t-1}} + 0.0814\Delta k200_{f_{t-2}}$$

$$\Delta k200\_f_t$$
$$= 0.0365 + 0.0622e_{t-1} + 0.0811\Delta k200_{t-1} + 0.045\Delta k200_{t-2}$$
$$- 0.1402\Delta k200_{f_{t-1}} - 0.0133\Delta k200_{f_{t-2}}$$

Cointegrating Eq:	CointEq1
KOSPI200(-1)	1.000000
KOSPI200_FUTURE(-1)	-0.998212 (0.00329) [-303.412]
C	-0.215456

Error Correction:	D(KOSPI200)	D(KOSPI20...
CointEq1	-0.118302 (0.12215) [-0.96850]	0.062194 (0.12706) [0.48949]
D(KOSPI200(-1))	-0.186666 (0.18259) [-1.02233]	0.081089 (0.18993) [0.42695]
D(KOSPI200(-2))	-0.013611 (0.17574) [-0.07745]	0.045013 (0.18280) [0.24624]
D(KOSPI200_FUTURE(..	0.156070 (0.17797) [0.87693]	-0.140201 (0.18512) [-0.75734]
D(KOSPI200_FUTURE(..	0.081424 (0.17234) [0.47245]	0.013280 (0.17927) [0.07408]
C	0.036415 (0.08482) [illegible]	0.036494 (0.08823) [illegible]

-> 코스피 200과 코스피 200 선물에 대해 2개의 오차수정모형이 추정됨

-> 오차항에 대한 계수의 절댓값이 오차가 발생하였을 때, 이를 얼마나 빠르게 조정하는지를 나타냄 <= -0.1183, 0.0622