

Per segnalare errori scrivimi alla mail emanuele.urso@studenti.unipd.it oppure correggi tu stesso usando il file sorgente in LaTeX su GitHub cercando Baelish.
 Buona fortuna per l'esame!

NOME:
 COGNOME:
 MATRICOLA:

<div>■ FONDAMENTALI</div> <div>· Teorema (divergenza)</div> $\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{\Sigma} = \int_{\tau} \nabla \cdot \mathbf{F} d\tau$ <div>· Teorema (Stokes)</div> $\oint_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\Sigma} \nabla \times \mathbf{F} d\mathbf{\Sigma}$ <div>· Teorema (Gradiente)</div> $\phi_2 - \phi_1 = \int_{\gamma} \nabla \phi \cdot d\mathbf{s}$ <div>· Flusso di un campo</div> $\Phi_{\Sigma}(\mathbf{E}) = \oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{\Sigma}$ <div>· Equazioni di Maxwell</div> <div>Nel vuoto:</div> $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ $\oint_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{\Sigma} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$ $\oint_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{\Sigma} = 0$ $\oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_{conc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ <div>Nei mezzi:</div> $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{libere}$ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{C,lib} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ $\oint_{\Sigma} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{\Sigma} = Q_{int,lib}$ $\oint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I_{conc,lib} + \frac{d\Phi_D}{dt}$ <div>· Discontinuità dei campi</div> <div>Generali</div> $\Delta B_{\perp} = 0$ $\Delta E_{\parallel} = 0$ $\Delta D_{\perp} = \sigma_L$ $\Delta E_{\perp} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\Delta H_{\parallel} = \mathbf{K}_c \times \mathbf{u}_n $ <div>In ipotesi di linearità</div> $\frac{D_{1,\parallel}}{k_1} = \frac{D_{2,\parallel}}{k_2}$ <div>Se $\sigma_L = 0$</div> $k_1 E_{1,\perp} = k_2 E_{2,\perp}$ <div>Rifrazione linee di B</div> $\frac{\tan(\theta_2)}{\tan(\theta_1)} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$	<div>· Potenziale scalare V</div> $V(\mathbf{r}) = \frac{U(\mathbf{r})}{q_0}$ $V(B) - V(A) = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$ $\mathbf{E} = -\nabla V$ <div>· Energia di E</div> $U = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \rho(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) d\tau$ $U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{E}^2 d\tau$ <div>· Equazione di Poisson</div> $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ <div>· E e V di particolari distribuzioni</div> <div>Carica puntiforme</div> $\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{u}_r$ $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ <div>Sfera carica uniformemente</div> $\mathbf{E}(r) = \begin{cases} \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} & \text{se } r \geq R \end{cases}$ $V(r) = \begin{cases} \frac{\rho(3R^2 - r^2)}{6\varepsilon_0} & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{se } r \geq R \end{cases}$ <div>Guscio sferico carico uniformemente</div> $\mathbf{E}(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} & \text{se } r \geq R \end{cases}$ $V(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{se } r \geq R \end{cases}$ <div>Filo infinito con carica uniforme λ</div> $\mathbf{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \mathbf{u}_r$ $V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$ <div>Piano Σ infinito con carica uniforme</div> $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \mathbf{u}_n$ $V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (x - x_0)$ <div>Anello con carica uniforme (sull'asse)</div> $\mathbf{E}(x) = \frac{\lambda R x}{2\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \mathbf{u}_x$ $V(x) = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0 \sqrt{x^2 + R^2}}$ <div>Disco carico uniformemente</div> $\mathbf{E}(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{x^2}}}\right) \mathbf{u}_x$ $V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (\sqrt{x^2 + R^2} - x)$ <div>Disco carico uniformemente ($x \gg R$)</div> $\mathbf{E}(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{R^2}{x^2} \mathbf{u}_x$ $V(x) = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0} \frac{R^2}{x}$ <div>Guscio cilindrico uniformemente carico</div> $\mathbf{E}(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h r} & \text{se } r \geq R \end{cases}$ $V(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \\ \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h} \ln\left(\frac{r}{R}\right) & \text{se } r \geq R \end{cases}$
---	---

<div>■ ELETTROSTATICA</div> <div>· Forza di Coulomb</div> $\mathbf{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{1,2}$ <div>· Definizione campo elettrico</div> $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r}_0)}{q_0}$ <div>· En. potenziale due cariche</div> $U = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{1,2}} + c$	<div>· Conduttori in equilibrio</div> <div>All'interno</div> <div>– il campo è nullo</div> $\mathbf{E} = 0$ <div>– il potenziale è costante</div> $\Delta V = 0$ <div>Le cariche si distribuiscono sempre su superfici, mai all'interno</div> <div>· Pressione elettrostatica</div> $\mathbf{p} = \frac{d\mathbf{F}}{d\Sigma} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \mathbf{u}_n = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathbf{E}^2$ <div>· Capacità</div> $C = \frac{Q}{\Delta V}$ <div>Il più delle volte c'è induzione completa e C dipende dalla configurazione geometrica.</div> <div>· Condensatori</div> <div>Piano</div> $C = \frac{\varepsilon_0 \Sigma}{d}$ <div>Sferico</div> $C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{Rr}{R-r}$ <div>Cilindrico</div> $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln \frac{R}{r}}$ <div>In serie</div> $C_{eq} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \right)^{-1}$ <div>In parallelo</div> $C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$ <div>Con dielettrico</div> $C_{diel} = k_e C_0$ <div>Energia interna del condensatore</div> $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$ <div>Differenziale circuito RC</div> $RQ'(t) + \frac{Q(t)}{C} = V$ <div>Carica</div> $Q(t) = Q_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ <div>Scarica</div> $Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ <div>· Condensatore pieno</div> <div>Condensatore riempito di materiale di resistività ρ</div> $RC = \varepsilon_0 \rho$ <div>· Forza fra le armature</div> $F = \frac{Q^2}{2} \partial_x \left(\frac{1}{C} \right)$ <div>Condensatore piano</div> $F = \frac{Q\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \Sigma}$
--	---

<div>■ DIPOLO ELETTRICO</div> <div>· Momento di dipolo</div> $\mathbf{p} = q\mathbf{a}$ <div>· Potenziale del dipolo</div> $V(r) = \frac{q a \cos \theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{u}_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	<div>· Campo elettrico E generato</div> $\mathbf{E} = \frac{qd \left(2 \cos(\theta) \mathbf{u}_r + \sin(\theta) \mathbf{u}_{\theta} \right)}{4\pi\varepsilon r^3}$ <div>· Momento torcente</div> $\mathbf{M} = \mathbf{a} \times q\mathbf{E}(x, y, z)$ <div>Se E uniforme</div> $\mathbf{M} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$ <div>· Lavoro per ruotarlo</div> $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} M d\theta$ <div>Se E uniforme</div> $W = pE [\cos(\theta_i) - \cos(\theta_f)]$ <div>· Frequenza dipolo oscillante</div> <div>Se E costante e uniforme</div> $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{pE}{I}}$ <div>· Energia del dipolo</div> $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ <div>· Forza agente sul dipolo</div> $\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E})$ <div>· Energia pot. tra due dipoli</div> $U = \frac{[\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 - 3(\mathbf{p}_1 \mathbf{u}_r)(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{u}_r)]}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ <div>· Forza tra dipoli</div> <div>Dipoli concordi = F repulsiva</div> $\mathbf{F} = \frac{3p_1 p_2}{4\pi\varepsilon_0 r^4} \mathbf{u}_r$
---	--

<div>■ DIELETTRICI</div> <div>· Campo elettrico in un dielettrico</div> $\mathbf{E}_k = \frac{\mathbf{E}_0}{k}$ <div>· Vettore P polarizzazione</div> $\mathbf{P} = \frac{dp}{d\tau}$ <div>· Dielettrici lineari</div> $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_E \mathbf{E}_k = \varepsilon_0 (k - 1) \mathbf{E}_k$ <div>· Dens. superficiale di q polarizzata</div> $\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \mathbf{u}_n = \frac{k-1}{k} \sigma_l$ <div>· Dens. volumetrica di q polarizzata</div> $\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P}$ <div>· Spostamento elettrico</div> $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_k + \mathbf{P} = \varepsilon_0 k \mathbf{E}_k = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$	<div>· Campo elettrico in un dielettrico</div> $\mathbf{E}_k = \frac{\mathbf{E}_0}{k}$ <div>· Vettore P polarizzazione</div> $\mathbf{P} = \frac{dp}{d\tau}$ <div>· Dielettrici lineari</div> $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_E \mathbf{E}_k = \varepsilon_0 (k - 1) \mathbf{E}_k$ <div>· Dens. superficiale di q polarizzata</div> $\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \mathbf{u}_n = \frac{k-1}{k} \sigma_l$ <div>· Dens. volumetrica di q polarizzata</div> $\rho_p = -\nabla \cdot \mathbf{P}$ <div>· Spostamento elettrico</div> $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_k + \mathbf{P} = \varepsilon_0 k \mathbf{E}_k = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$
--	---

<div>■ CORRENTI</div> <div>· Lavoro del generatore</div> $W_{gen} = \int_{t_1}^{t_2} V dq(t) = 2U_E$ <div>· Densità di corrente</div> $\mathbf{J} = nq\mathbf{v} = \frac{Nq\mathbf{v}}{\tau}$ <div>· Intensità di corrente</div> $I = \frac{dq(t)}{dt} = \int_{\Sigma} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{\Sigma}$ <div>· Leggi di Ohm</div> $V = RI$ $R = \int_{\Gamma} \frac{\rho}{\Sigma} dl$ $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$ $\rho = \frac{1}{\sigma}$	<div>· Lavoro del generatore</div> $W_{gen} = \int_{t_1}^{t_2} V dq(t) = 2U_E$ <div>· Densità di corrente</div> $\mathbf{J} = nq\mathbf{v} = \frac{Nq\mathbf{v}}{\tau}$ <div>· Intensità di corrente</div> $I = \frac{dq(t)}{dt} = \int_{\Sigma} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{\Sigma}$ <div>· Leggi di Ohm</div> $V = RI$ $R = \int_{\Gamma} \frac{\rho}{\Sigma} dl$ $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$ $\rho = \frac{1}{\sigma}$
--	--

- **Potenza conduttore ohmico**

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R} \quad (94)$$

$$dP = \mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\tau \quad (95)$$
- **Resistori**

In serie

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i \quad (96)$$

In parallelo

$$R_{eq} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \right)^{-1} \quad (97)$$
- **Generatore reale**

$$\Delta V = V_0 - r_i I \quad (98)$$
- **Leggi di Kirchhoff**

Legge dei nodi

$$\sum_{k=0}^N I_k = 0 \quad (99)$$

Legge delle maglie

$$\sum_{k=0}^N \Delta V_k = 0 \quad (100)$$

■ MAGNETOSTATICA

- **Forza di Lorentz**

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (101)$$
- **Prima legge di Laplace**

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{u}_r}{r^2} \quad (102)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{u}_r}{r^2} d\tau \quad (103)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla_r \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}}{r} d\tau \right) \quad (104)$$
- **Seconda legge di Laplace**

$$\mathbf{F} = \int I(d\mathbf{s} \times d\mathbf{B}) \quad (105)$$
- **B di corpi notevoli** (ATTENZIONE: viene indicata la direzione, il verso dipende dalla corrente I)
 Asse di una spira

$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0 I r^2}{2(z^2 + r^2)^{3/2}} \mathbf{u}_z \quad (106)$$
 Filo indefinito

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{u}_\phi \quad (107)$$
 Asse filo lungo 2a

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi r \sqrt{r^2 + a^2}} \mathbf{u}_\phi \quad (108)$$
 Solenoide ideale

$$\mathbf{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \quad (109)$$
 Toroide

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \mathbf{u}_\phi \quad (110)$$
 Piano infinito su xy, con K \mathbf{u}_x densità lineare di corrente

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mathbf{K}}{2} \mathbf{u}_y \quad (111)$$
- **Effetto Hall**
 b spessore sonda, b // B, b \perp I, n car/vol

$$V_H = \frac{IB}{n|q|b} \quad (112)$$
- **Forza di Ampere**
 Corr. equiversa = for. attrattiva

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 L}{d} \quad (113)$$
- **Potenziale vettore A**

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (114)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}_2)}{r_{2,1}} d\tau_2 \quad (115)$$
 Invarianza di Gauge

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \Psi \quad (116)$$
 Gauge di Coulomb

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (117)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j} \quad (118)$$

· Moto ciclotrone

Raggio

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (119)$$

Periodo

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (120)$$

Angolo deflessione elica (v 2 dimensioni)

$$\sin(\theta) = \frac{qBR}{mv} \quad (121)$$

Passo elica

$$d = \frac{2\pi R}{\tan(\theta)} \quad (122)$$

■ INDUZIONE

Coefficienti mutua induzione

$$\Phi_{1,2} = MI_1 \quad \Phi_{2,1} = MI_2 \quad (123)$$

Flusso generato da 1 attraverso 2

$$\Phi_{1,2} = NB_1 \Sigma_2 \quad (124)$$

Induttanza
 Φ autoflusso

$$\Phi(\mathbf{B}) = IL \quad (125)$$

Solenoide ideale

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \Sigma = \mu_0 n^2 \ell \Sigma \quad (126)$$

Toroide

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+b}{R}\right) \quad (127)$$

Fem autoindotta

$$\Phi = -L \frac{dI}{dt} \quad (128)$$

Fem indotta

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \quad (129)$$

Corrente indotta

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{Rdt} \quad (130)$$

Energia dell'induttanza
 Mutua (solo una volta ogni coppia):

$$U_{1,2} = \frac{1}{2} MI_1 I_2 + \frac{1}{2} MI_2 I_1 \quad (131)$$

Interna

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2 \quad (132)$$

In un circuito (conta una volta ogni induttanza ed una ogni coppia)

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (L_i I_i^2 + \sum_{j=1}^N M_{i,j} I_i I_j) \quad i \neq j \quad (133)$$

Legge di Felici

$$Q(t) = \frac{\Phi(0) - \Phi(t)}{R} \quad (134)$$

Circuito RL in DC
 L si oppone alle variazioni di I smorzando
 Appena inizia a circolare corrente

$$I(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (135)$$

Quando il circuito viene aperto

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (136)$$

Circuiti con barra mobile (b lunghezza barra)
 F.e.m. indotta

$$\varepsilon(t) = -Bbv(t) \quad (137)$$

Corrente in un circuito chiuso

$$I(t) = \frac{Bbv(t)}{R} \quad (138)$$

Lavoro fornito per muovere la barra

$$W = \frac{(Bbv(t))^2}{R} \quad (139)$$

Forza magnetica sulla barra

$$F = m \frac{dv}{dt} = -\frac{(Bb)^2 v(t)}{R} \quad (140)$$

ATTENZIONE: per tenere v costante è necessaria una F esterna; altrimenti essa è opposta a v e il moto è smorzato esponenzialmente

Disco di Barlow
Campo elettrico

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{Q} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \omega x B \mathbf{u}_x \quad (141)$$

F.e.m. indotta

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \omega B r^2 \quad (142)$$

Corrente in un circuito chiuso

$$I = \frac{\omega B r^2}{2R} \quad (143)$$

Se non ci sono forze esterne il moto è smorzato

Momento torcente frenante

$$\mathbf{M} = -\frac{\omega B r^4}{4R} \mathbf{u}_z \quad (144)$$

Velocità angolare

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{2mR}{B^2 r^2} \quad (145)$$

■ DIPOLLO MAGNETICO

- **Momento di dipolo**

$$\mathbf{dm} = Id\Sigma\mathbf{u}_n \quad (146)$$
- **Potenziale del dipolo**

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2}(\mathbf{m} \times \mathbf{u}_r) \quad (147)$$
- **Campo magnetico B generato**

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}[3\mathbf{u}_r(\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}_r) - \mathbf{m}] \quad (148)$$
- **Momento torcente**

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (149)$$
- **Forza agente sul dipolo**

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) \quad (150)$$
- **Energia del dipolo**

$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \quad (151)$$
- **Energia pot. tra due dipoli**

$$U = -\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{B}_2 = -\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{B}_1 \quad (152)$$

B è il campo magnetico generato dall'altro dipolo
- **Forza tra dipoli**

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{r}) = & \frac{3\mu_0}{4\pi r^4}[(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{u}_r)\mathbf{m}_2 + (\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{u}_r)\mathbf{m}_1 + \\ & + (\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2)\mathbf{u}_r - 5(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{u}_r)(\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{u}_r)\mathbf{u}_r] \end{aligned} \quad (153)$$

■ MAGNETISMO

· Campo magnetico nella materia

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{M} + \mathbf{H}) \quad (154)$$

$$\mathbf{B} = k_m \mathbf{B}_0 = (1 + \chi_m) \mathbf{B}_0 \quad (155)$$

· Campo magnetizzazione \mathbf{M}

$$\mathbf{M} = n \mathbf{m} = \frac{d\mathbf{m}}{d\tau} \quad (156)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\chi_m \mathbf{B}}{(\chi_m + 1) \mu_0} \quad (157)$$

· Campo magnetizzante \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} = \frac{\mathbf{B}}{k_m \mu_0} = \frac{\mathbf{M}}{\chi_m} \quad (158)$$

· **Dens. LINEARE di corrente sulla SUPERFICIE**

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{M} \times \mathbf{u}_r \quad (159)$$

$$\mathbf{M} = M \mathbf{u}_z \quad \mathbf{K}_m = K_m \mathbf{u}_\phi$$

· **Dens. SUPERFICIALE corrente MAGNETIZZATA**

$$\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{M} \quad (160)$$

$$\oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = I_{m,c} \quad (161)$$

· **Dens. SUPERFICIALE corrente LIBERA**

$$\mathbf{j}_l \neq \mu_0 \mathbf{j} \quad (162)$$

$$\mathbf{j}_l = \nabla \times \mathbf{H} \quad (163)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{l,c} \quad (164)$$

· **Energia di B**

$$U_B = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{B}^2 d\tau \quad (165)$$

$$U_B = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{j} \cdot \mathbf{A} d\tau \quad (166)$$

con N circuiti filiformi

$$U_B = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N I_i \Phi_i \quad (167)$$

■ CIRCUITI RLC

Impedenza
La somma delle impedenze in serie e parallelo segue le regole dei resistori

$$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (168)$$
$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (169)$$

RLC serie in DC smorzato
Equazione differenziale

$$I''(t) + 2\gamma I'(t) + \omega_0 I(t) = 0 \quad (170)$$
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \gamma = \frac{R}{2L}$$
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \quad \tau = \frac{1}{\gamma}$$

Smorz. DEBOLE $\gamma^2 < \omega_0^2$

$$I(t) = I_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (171)$$

Smorz. FORTE $\gamma^2 > \omega_0^2$

$$I(t) = e^{-\gamma t} (Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}) \quad (172)$$

Smorz. CRITICO $\gamma^2 = \omega_0^2$

$$I(t) = e^{-\gamma t} (A + Bt) \quad (173)$$

A, B e φ si ricavano impostando le condizioni iniziali

RLC serie in AC forzato
Forzante

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\Omega t + \Phi) \quad (174)$$

Equazione differenziale

$$I''(t) + 2\gamma I'(t) + \omega_0 I(t) = -\frac{\Omega \varepsilon_0}{L} \sin(\Omega t + \Phi) \quad (175)$$

Soluzione

$$I(t) = I_0(\Omega) \cos(\Omega t) \quad (176)$$

Corrente massima

$$I_0(\Omega) = \frac{\varepsilon_0}{|Z|} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\Omega L - \frac{1}{\Omega C})^2}} \quad (177)$$

Sfasamento

$$\tan \Phi(\Omega) = \frac{L\Omega - \frac{1}{\Omega C}}{R} \quad (178)$$

NOTA: Attento al segno: lo sfasamento di I rispetto a ε è $-\Phi$

Risonanza

$$Im(Z) = 0 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (179)$$

· Effetto Joule	
 ⟨<!-- ⟨ --> P R ⟩<!-- ⟩ --> = V 0 2 R {\displaystyle \langle P_{R}\rangle ={\frac {V_{0}}{2R}}} 	(180)
· Potenza media totale	
 ⟨<!-- ⟨ --> P ⟩<!-- ⟩ --> = V 0 I 0 2 cos ⁡<!-- ⁡ --> (ϕ<!-- ϕ -->) {\displaystyle \langle P\rangle ={\frac {V_{0}I_{0}}{2}}\cos(\phi)} 	(181)
· V e I efficace	
 V e f f = √<!-- √ --> 2 2 V 0 I e f f = √<!-- √ --> 2 2 I 0 {\displaystyle V_{eff}={\frac {\sqrt {2}}{2}}V_{0}\quad I_{eff}={\frac {\sqrt {2}}{2}}I_{0}} 	(182)

■ CAMPO EM e OTTICA

· Campi in un’onda EM (Nel vuoto <i>v</i> = <i>c</i>)	
 E (x , t) = E 0 cos ⁡<!-- ⁡ --> (k x −<!-- − --> ω<!-- ω --> t) {\displaystyle E(x,t)=E_{0}\cos(kx-\omega t)} 	(183)
 B (x , t) = E 0 v cos ⁡<!-- ⁡ --> (k x −<!-- − --> ω<!-- ω --> t) {\displaystyle B(x,t)={\frac {E_{0}}{v}}\cos(kx-\omega t)} 	(184)
 ω<!-- ω --> = k v k = 2 π<!-- π --> λ<!-- λ --> λ<!-- λ --> = v ν<!-- ν --> {\displaystyle \omega =kv\quad k={\frac {2\pi }{\lambda }}\quad \lambda ={\frac {v}{\nu }}} 	
· Vettore di Poynting	
 S = 1 μ<!-- μ --> 0 E ×<!-- × --> B {\displaystyle {\bold {S}}={\frac {1}{\mu _{0}}}{\bold {E}}\times {\bold {B}}} 	(185)
· Intensità media onda	
 I = ⟨<!-- ⟨ --> S ⟩<!-- ⟩ --> = ⟨<!-- ⟨ --> E 2 ε<!-- ε --> v ⟩<!-- ⟩ --> {\displaystyle I=\langle S\rangle =\langle E^{2}\varepsilon v\rangle } 	(186)
· Potenza	
 P = I Σ<!-- Σ --> {\displaystyle P=I\Sigma } 	(187)
L’intensità varia in base alla scelta di Σ	
· Equazioni di continuità Teorema di Poynting	
 ∇<!-- ∇ --> ⋅<!-- ⋅ --> S + E ⋅<!-- ⋅ --> j →<!-- → --> + ∂<!-- ∂ --> u ∂<!-- ∂ --> t = 0 {\displaystyle \nabla \cdot {\bold {S}}+{\bold {E}}\cdot {\bold {j}}+{\frac {\partial u}{\partial t}}=0} 	(188)
Conservazione della carica	
 ∇<!-- ∇ --> ⋅<!-- ⋅ --> j →<!-- → --> + ∂<!-- ∂ --> ρ<!-- ρ --> ∂<!-- ∂ --> t = 0 {\displaystyle \nabla \cdot {\bold {j}}+{\frac {\partial \rho }{\partial t}}=0} 	(189)
· Densità di en. campo EM	
 u E M = 1 2 (E ⋅<!-- ⋅ --> D + B ⋅<!-- ⋅ --> H) {\displaystyle u_{EM}={\frac {1}{2}}({\bold {E}}\cdot {\bold {D}}+{\bold {B}}\cdot {\bold {H}})} 	(190)
 U E M = ∫<!-- ∫ --> R 3 u E M d τ<!-- τ --> {\displaystyle U_{EM}=\int _{\mathbb {R} ^{3}}u_{EM}\mathrm {d} \tau } 	(191)
· Densità di quantità di moto	
 g = S c 2 {\displaystyle {\bold {g}}={\frac {\bold {S}}{c^{2}}}} 	(192)
· Effetto Doppler	
 ν<!-- ν --> ′<!-- ′ --> = ν<!-- ν --> v −<!-- − --> v o s s v −<!-- − --> v s o r g {\displaystyle \nu '=\nu {\frac {v-v_{oss}}{v-v_{sorg}}}} 	(193)
· Oscillazione del dipolo	
 I (r , θ<!-- θ -->) = I 0 r 2 sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> (θ<!-- θ -->) {\displaystyle I(r,\theta)={\frac {I_{0}}{r^{2}}}\sin ^{2}(\theta)} 	(194)
 P = ∫<!-- ∫ --> ∫<!-- ∫ --> I (r , θ<!-- θ -->) d r d θ<!-- θ --> = 8 3 π<!-- π --> I 0 {\displaystyle P=\int \int I(r,\theta)\mathrm {d} r\mathrm {d} \theta ={\frac {8}{3}}\pi I_{0}} 	(195)
· Velocità dell’onda	
 v 2 = 1 k e ε<!-- ε --> 0 k m μ<!-- μ --> 0 {\displaystyle v^{2}={\frac {1}{k_{e}\varepsilon _{0}k_{m}\mu _{0}}}} 	(196)
 c 2 = 1 ε<!-- ε --> 0 μ<!-- μ --> 0 {\displaystyle c^{2}={\frac {1}{\varepsilon _{0}\mu _{0}}}} 	(197)

■ UNITÀ DI MISURA

 H = W b A = T m 2 = m 2 k g A 2 s 2 {\displaystyle H={\frac {Wb}{A}}=Tm^{2}={\frac {m^{2}kg}{A^{2}s^{2}}}} 	(255)
 Ω<!-- Ω --> = V A = V 2 W = m 2 k g A 2 s 3 {\displaystyle \Omega ={\frac {V}{A}}={\frac {V^{2}}{W}}={\frac {m^{2}kg}{A^{2}s^{3}}}} 	(256)
 T = N A m = k g A s 2 {\displaystyle T={\frac {N}{Am}}={\frac {kg}{As^{2}}}} 	(257)
 V = J C = W A = m 2 k g s 3 A {\displaystyle V={\frac {J}{C}}={\frac {W}{A}}={\frac {m^{2}kg}{s^{3}A}}} 	(258)
 F = C V = C 2 J = A 2 s 4 m 2 k g {\displaystyle F={\frac {C}{V}}={\frac {C^{2}}{J}}={\frac {A^{2}s^{4}}{m^{2}kg}}} 	(259)

■ FISICA 1

· Momento torcente	
 M = r ×<!-- × --> F = I α<!-- α --> {\displaystyle M=\mathbf {r} \times \mathbf {F} =I\alpha } 	(260)

· Indice di rifrazione	
 n = c v = √<!-- √ --> k e k m {\displaystyle n={\frac {c}{v}}={\sqrt {k_{e}k_{m}}}} 	(198)

· Legge di Snell-Cartesio

 n 1 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> 1 = n 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> 2 {\displaystyle n_{1}\sin \theta _{1}=n_{2}\sin \theta _{2}} 	(199)
---	-------

· Coefficienti di Fresnel

Definizione	
 r = E r E i R = P r P i = I r I i {\displaystyle r={\frac {E_{r}}{E_{i}}}\quad R={\frac {P_{r}}{P_{i}}}={\frac {I_{r}}{I_{i}}}} 	(200)

 t = E t E i T = P t P i = I t I i {\displaystyle t={\frac {E_{t}}{E_{i}}}\quad T={\frac {P_{t}}{P_{i}}}={\frac {I_{t}}{I_{i}}}} 	(201)
--	-------

Raggio RIFLESSO polarizzato	
 r σ<!-- σ --> = sin ⁡<!-- ⁡ --> (θ<!-- θ --> t −<!-- − --> θ<!-- θ --> i) sin ⁡<!-- ⁡ --> (θ<!-- θ --> t + θ<!-- θ --> i) {\displaystyle r_{\sigma }={\frac {\sin(\theta _{t}-\theta _{i})}{\sin(\theta _{t}+\theta _{i})}}} 	(202)

 r π<!-- π --> = tan ⁡<!-- ⁡ --> (θ<!-- θ --> t −<!-- − --> θ<!-- θ --> i) tan ⁡<!-- ⁡ --> (θ<!-- θ --> t + θ<!-- θ --> i) {\displaystyle r_{\pi }={\frac {\tan(\theta _{t}-\theta _{i})}{\tan(\theta _{t}+\theta _{i})}}} 	(203)
---	-------

 R σ<!-- σ --> = r σ<!-- σ --> 2 R π<!-- π --> = r π<!-- π --> 2 {\displaystyle R_{\sigma }=r_{\sigma }^{2}\quad R_{\pi }=r_{\pi }^{2}} 	(204)
--	-------

Raggio TRASMESSO polarizzato	
 t σ<!-- σ --> = 2 n i cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> i n i cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> i + n t cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> t {\displaystyle t_{\sigma }={\frac {2n_{i}\cos \theta _{i}}{n_{i}\cos \theta _{i}+n_{t}\cos \theta _{t}}}} 	(205)

 t p i = 2 n i cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> i n i cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> t + n t cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> i {\displaystyle t_{p}i={\frac {2n_{i}\cos \theta _{i}}{n_{i}\cos \theta _{t}+n_{t}\cos \theta _{i}}}} 	(206)
--	-------

 T σ<!-- σ --> = 1 −<!-- − --> R σ<!-- σ --> T π<!-- π --> = 1 −<!-- − --> R π<!-- π --> {\displaystyle T_{\sigma }=1-R_{\sigma }\quad T_{\pi }=1-R_{\pi }} 	(207)
---	-------

Luce NON polarizzata	
 R = 1 2 (R σ<!-- σ --> + R π<!-- π -->) T = 1 2 (T σ<!-- σ --> + T π<!-- π -->) {\displaystyle R={\frac {1}{2}}(R_{\sigma }+R_{\pi })\quad T={\frac {1}{2}}(T_{\sigma }+T_{\pi })} 	(208)

Incidenza normale (cos θ _i ? cos θ _t = 1)	
 r = n i −<!-- − --> n t n i + n t {\displaystyle r={\frac {n_{i}-n_{t}}{n_{i}+n_{t}}}} 	(209)

 R = (n i −<!-- − --> n t n i + n t) 2 {\displaystyle R=\left({\frac {n_{i}-n_{t}}{n_{i}+n_{t}}}\right)^{2}} 	(210)
---	-------

 t = 2 n i n i + n t {\displaystyle t={\frac {2n_{i}}{n_{i}+n_{t}}}} 	(211)
--	-------

 T = 4 n i n t (n i + n t) 2 {\displaystyle T={\frac {4n_{i}n_{t}}{(n_{i}+n_{t})^{2}}}} 	(212)
---	-------

Angolo di Brewster (il raggio riflesso non ha polar. parallela)	
---	--

 θ<!-- θ --> i + θ<!-- θ --> t = π<!-- π --> 2 →<!-- → --> θ<!-- θ --> B = θ<!-- θ --> i = arctan ⁡<!-- ⁡ --> n t n i {\displaystyle \theta _{i}+\theta _{t}={\frac {\pi }{2}}\rightarrow \theta _{B}=\theta _{i}=\arctan {\frac {n_{t}}{n_{i}}}} 	(213)
--	-------

 R = 1 2 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> (2 θ<!-- θ --> i) {\displaystyle R={\frac {1}{2}}\cos ^{2}(2\theta _{i})} 	(214)
--	-------

 T = 1 −<!-- − --> R {\displaystyle T=1-R} 	(215)
---	-------

· Pressione di radiazione

Superficie ASSORBENTE	
 p = I i v {\displaystyle p={\frac {I_{i}}{v}}} 	(216)

Superficie RIFLETTENTE	
 p = I i + I t + I r v {\displaystyle p={\frac {I_{i}+I_{t}+I_{r}}{v}}} 	(217)

· Rapporto di polarizzazione

 β<!-- β --> R = P R σ<!-- σ --> −<!-- − --> P R π<!-- π --> P R σ<!-- σ --> + P R π<!-- π --> {\displaystyle \beta _{R}={\frac {P_{R}^{\sigma }-P_{R}^{\pi }}{P_{R}^{\sigma }+P_{R}^{\pi }}}}} 	(218)
---	-------

 β<!-- β --> T = P T σ<!-- σ --> −<!-- − --> P T π<!-- π --> P T σ<!-- σ --> + P T π<!-- π --> {\displaystyle \beta _{T}={\frac {P_{T}^{\sigma }-P_{T}^{\pi }}{P_{T}^{\sigma }+P_{T}^{\pi }}}}} 	(219)
---	-------

■ INTERFERENZA e DIFFRAZIO-NE

· Lavoro	
 F = ∇<!-- ∇ --> W = −<!-- − --> ∇<!-- ∇ --> U {\displaystyle F=\nabla W=-\nabla U} 	(261)

· Moto circolare unif. accelerato	
 v = ω<!-- ω --> r {\displaystyle v=\omega r} 	(262)

 a = v 2 r = ω<!-- ω --> 2 r {\displaystyle a={\frac {v^{2}}{r}}=\omega ^{2}r} 	(263)
--	-------

 θ<!-- θ --> (t) = θ<!-- θ --> (0) + ω<!-- ω --> (0) t + 1 2 α<!-- α --> t 2 {\displaystyle \theta (t)=\theta (0)+\omega (0)t+{\frac {1}{2}}\alpha t^{2}} 	(264)
---	-------

· Moto armonico

Equazione differenziale	
 x ′′<!-- ′′ --> + ω<!-- ω --> 2 x = 0 {\displaystyle x''+\omega ^{2}x=0} 	(265)

Soluzione	
 x (t) = A sin ⁡<!-- ⁡ --> (ω<!-- ω --> t + ϕ<!-- ϕ -->) {\displaystyle x(t)=A\sin(\omega t+\varphi)} 	(266)

· Interferenza generica Onda risultante	
---	--

 f (r , t) = A e i (k r 1 −<!-- − --> ω<!-- ω --> t + α<!-- α -->) {\displaystyle f(\mathbf {r} ,t)=Ae^{i(kr_{1}-\omega t+\alpha)}} 	(220)
---	-------

Ampiezza	
 A = A 1 2 + A 2 2 + 2 A 1 A 2 cos ⁡<!-- ⁡ --> δ<!-- δ --> {\displaystyle A={\sqrt {A_{1}^{2}+A_{2}^{2}+2A_{1}A_{2}\cos \delta }}} 	(221)

Diff. cammino ottico	
 δ<!-- δ --> = α<!-- α --> 2 −<!-- − --> α<!-- α --> 1 = (Φ<!-- Φ --> 2 −<!-- − --> Φ<!-- Φ --> 1 + k (r 2 −<!-- − --> r 1) {\displaystyle \delta =\alpha _{2}-\alpha _{1}=(\Phi _{2}-\Phi _{1}+k(r_{2}-r_{1})} 	(222)

Intensità	
 I = I 1 + I 2 + 2 √<!-- √ --> I 1 I 2 cos ⁡<!-- ⁡ --> δ<!-- δ --> {\displaystyle I=I_{1}+I_{2}+2{\sqrt {I_{1}I_{2}}}\cos \delta } 	(223)

Fase risultante α	
 tan ⁡<!-- ⁡ --> α<!-- α --> = A 1 sin ⁡<!-- ⁡ --> α<!-- α --> 1 + A 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> α<!-- α --> 2 A 1 cos ⁡<!-- ⁡ --> α<!-- α --> 1 + A 2 cos ⁡<!-- ⁡ --> α<!-- α --> 2 {\displaystyle \tan \alpha ={\frac {A_{1}\sin \alpha _{1}+A_{2}\sin \alpha _{2}}{A_{1}\cos \alpha _{1}+A_{2}\cos \alpha _{2}}}} 	(224)

Massimi	
 δ<!-- δ --> = 2 n π<!-- π --> {\displaystyle \delta =2n\pi } 	(225)

Minimi	
 δ<!-- δ --> = (2 n + 1) π<!-- π --> {\displaystyle \delta =(2n+1)\pi } 	(226)

· Condizione di Fraunhofer

 θ<!-- θ --> = Δ<!-- Δ --> y L {\displaystyle \theta ={\frac {\Delta y}{L}}} 	(227)
--	-------

L grande tale che tan θ ≈ θ	
-----------------------------	--

· Interferenza in fase

Diff. cammino ottico	
 δ<!-- δ --> = k (r 2 −<!-- − --> r 1) = 2 π<!-- π --> λ<!-- λ --> d sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> {\displaystyle \delta =k(r_{2}-r_{1})={\frac {2\pi }{\lambda }}d\sin \theta } 	(228)

Costruttiva	
 r 2 −<!-- − --> r 1 = n λ<!-- λ --> →<!-- → --> sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = n λ<!-- λ --> d n ∈<!-- ∈ --> Z {\displaystyle r_{2}-r_{1}=n\lambda \rightarrow \sin \theta =n{\frac {\lambda }{d}}\quad n\in \mathbb {Z} } 	(229)

Distruttiva	
 r 2 −<!-- − --> r 1 = 2 n + 1 2 λ<!-- λ --> →<!-- → --> sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = 2 n + 1 2 λ<!-- λ --> d n ∈<!-- ∈ --> Z {\displaystyle r_{2}-r_{1}={\frac {2n+1}{2}}\lambda \rightarrow \sin \theta ={\frac {2n+1}{2}}{\frac {\lambda }{d}}\quad n\in \mathbb {Z} } 	(230)

· Interf. riflessione su lastra sottile

(<i>n</i> indice rifr., <i>t</i> spessore lastra) Diff. cammino ottico	
 δ<!-- δ --> = 2 π<!-- π --> λ<!-- λ --> 2 n t cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> t {\displaystyle \delta ={\frac {2\pi }{\lambda }}{\frac {2nt}{\cos \theta _{t}}}} 	(231)

Massimi <i>m</i> ∈ ℕ	
 t = 2 m + 1 4 n λ<!-- λ --> cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> t {\displaystyle t={\frac {2m+1}{4n}}\lambda \cos \theta _{t}} 	(232)

Minimi <i>m</i> ∈ ℕ	
 t = m 2 n λ<!-- λ --> cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> t {\displaystyle t={\frac {m}{2n}}\lambda \cos \theta _{t}} 	(233)

· Interferenza N fenditure

Diff. cammino ottico	
 δ<!-- δ --> = 2 π<!-- π --> λ<!-- λ --> d sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> {\displaystyle \delta ={\frac {2\pi }{\lambda }}d\sin \theta } 	(234)

Intensità	
 I (θ<!-- θ -->) = I 0 (sin ⁡<!-- ⁡ --> (N δ<!-- δ --> 2) sin ⁡<!-- ⁡ --> δ<!-- δ --> 2) 2 {\displaystyle I(\theta)=I_{0}\left({\frac {\sin(N{\frac {\delta }{2}})}{\sin {\frac {\delta }{2}}}}\right)^{2}} 	(235)

Massimi principali <i>m</i> ∈ ℤ	
 δ<!-- δ --> = 2 m π<!-- π --> →<!-- → --> sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = m λ<!-- λ --> d {\displaystyle \delta =2m\pi \rightarrow \sin \theta ={\frac {m\lambda }{d}}} 	(236)

 I M A X = N 2 I 0 {\displaystyle I_{MAX}=N^{2}I_{0}} 	(237)
--	-------

· Attrito viscoso

Equazione differenziale	
 v ′<!-- ′ --> + v τ<!-- τ --> = K {\displaystyle v'+{\frac {v}{\tau }}=K} 	(267)

Soluzione	
 v (t) = k τ<!-- τ --> (1 −<!-- − --> e −<!-- − --> t τ<!-- τ -->) {\displaystyle v(t)=k\tau (1-e^{-{\tfrac {t}{\tau }}})} 	(268)

■ ANALISI MATEMATICA

· Integrali ricorrenti

 ∫<!-- ∫ --> 1 x 2 + r 2 d x = 1 r arctan ⁡<!-- ⁡ --> x r {\displaystyle \int {\frac {1}{x^{2}+r^{2}}}\mathrm {d} x={\frac {1}{r}}\arctan {\frac {x}{r}}} 	(269)
---	-------

 ∫<!-- ∫ --> 1 √<!-- √ --> x 2 + r 2 d x = ln ⁡<!-- ⁡ --> √<!-- √ --> x 2 + r 2 + x {\displaystyle \int {\frac {1}{\sqrt {x^{2}+r^{2}}}}\mathrm {d} x=\ln {\sqrt {x^{2}+r^{2}}}+x} 	(270)
--	-------

Massimi secondari <i>m</i> ∈ ℤ − { <i>kN</i> , <i>kN</i> − 1 con <i>k</i> ∈ ℤ}	
---	--

 δ<!-- δ --> = 2 m + 1 2 N π<!-- π --> →<!-- → --> sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = 2 m + 1 2 N λ<!-- λ --> d {\displaystyle \delta ={\frac {2m+1}{2N}}\pi \rightarrow \sin \theta ={\frac {2m+1}{2N}}{\frac {\lambda }{d}}} 	(238)
--	-------

 I S E C = I 0 (sin ⁡<!-- ⁡ --> π<!-- π --> d sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> λ) 2 {\displaystyle I_{SEC}={\frac {I_{0}}{\left(\sin {\frac {\pi d\sin \theta }{\lambda }}\right)^{2}}} 	(239)
---	-------

Minimi <i>m</i> ∈ ℤ − { <i>kN</i> }	
-------------------------------------	--

 δ<!-- δ --> = 2 m N π<!-- π --> →<!-- → --> sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = m λ<!-- λ --> N d {\displaystyle \delta ={\frac {2m}{N}}\pi \rightarrow \sin \theta ={\frac {m\lambda }{Nd}}} 	(240)
--	-------

 I M I N = 0 {\displaystyle I_{MIN}=0} 	(241)
---	-------

Separazione angolare (distanza angolare tra min. e max. adiacente)	
--	--

· Differenziale di primo ordine

Forma generale

$y'(t)+a(t)y(t)=b(t)$

(276)

Soluzione

$y(t)=e^{-A(t)(c+\int b(t)e^{A(t)}dt)}$

(277)

· Differenziale di secondo ordine omo-geneo

Forma generale

$y''+ay'+by=0$

$a,b\in\mathbb{R}$

(278)

$\lambda_{1,2}\in\mathbb{C}$ sono le soluzioni dell'equazione associata

Soluzioni

Se $\Delta > 0$

$y(t)=c_1e^{\lambda_1t}+c_2e^{\lambda_2t}$

(279)

Se $\Delta = 0$

$y(t)=c_1e^{\lambda_1t}+tc_2e^{\lambda_2t}$

(280)

Se $\Delta < 0$

$y(t)=c_1e^{\alpha t}\cos(\beta t)+c_2e^{\alpha t}\sin(\beta t)$

(281)

con $\alpha = Re(\lambda)$ e $\beta = Im(\lambda)$

· Identità vettoriali

$\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})=0$

(282)

$\nabla\times(\nabla f)=0$

(283)

$\nabla\cdot(f\mathbf{A})=f\nabla\cdot\mathbf{A}+\mathbf{A}\cdot\nabla f$

(284)

$\nabla(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})=\mathbf{B}\cdot(\nabla\times\mathbf{A})-\mathbf{A}\cdot(\nabla\times\mathbf{B})$

(285)

$\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}$

(286)

$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})-\mathbf{C}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})$

(287)

· Identità geometriche

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

(288)

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

(289)

$\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

(290)

$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

(291)

$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

(292)

	Cartesiane	Sferiche	Cilindriche
Gradiente ($\nabla f =$)	$\frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{x}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{y}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{z}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\mathbf{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\boldsymbol{\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\boldsymbol{\phi}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\mathbf{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\boldsymbol{\theta}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{z}$
Divergenza ($\nabla\cdot\mathbf{F} =$)	$\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2F_r}{\partial r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\theta\sin\theta}{\partial \theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F_\phi}{\partial \phi}$	$\frac{1}{r}\frac{\partial(rF_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$
Rotore ($\nabla\times\mathbf{F} =$)	$\left(\begin{array}{cc}\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}\\\frac{\partial F_x}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial x}\\\frac{\partial F_y}{\partial x}-\frac{\partial F_x}{\partial y}\end{array}\right)$	$\left(\begin{array}{c}\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial F_\phi\sin\theta}{\partial \theta}-\frac{\partial F_\theta}{\partial \phi}\right)\\\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial F_r}{\partial \phi}-\frac{\partial(rF_\phi)}{\partial r}\right)\\\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial F_r}{\partial \theta}\right)\end{array}\right)$	$\left(\begin{array}{c}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial \phi}-\frac{\partial F_\phi}{\partial z}\right)\\\left(\frac{\partial F_r}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\\\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rF_\phi)}{\partial r}-\frac{\partial F_r}{\partial \phi}\right)\end{array}\right)$
Il laplaciano di un campo scalare Φ , in qualunque coordinata, è $\nabla\cdot\nabla\Phi$			