

Diskrete Strukturen – Halbserie 4

Lovis Rentsch

2024-11-13

Problem 1:

Quiz im Moodle.

Problem 2:

2.1

$$R_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 3), (3, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

2.2

$$R_2 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1)\}$$

Problem 3:

- “ \Rightarrow ”

$$\begin{aligned} A = C \wedge B = D \\ \{\{\{A\}, \emptyset\}, \{B\}\} &= \{\{\{C\}, \emptyset\}, \{D\}\} \end{aligned}$$

Durch Substitution

- “ \Leftarrow ”

$$(A = C) \wedge (B = D) \Leftrightarrow \underbrace{\{\{\{A\}, \emptyset\}, \{B\}\} = \{\{\{C\}, \emptyset\}, \{D\}\}}_{\text{RS}}$$

$$\Leftrightarrow (A \neq C) \vee (B \neq D) \Leftrightarrow \{\{\{A\}, \emptyset\}, \{B\}\} \neq \{\{\{C\}, \emptyset\}, \{D\}\}$$

1. Fall $A \neq C$

$$\begin{aligned} A \neq C &\Rightarrow \{\{A\}, \emptyset\} \neq \{\{C\}, \emptyset\} \\ &\text{außerdem gilt } \{\{A\}, \emptyset\} \neq \{D\}, \text{ da } |\{\{A\}, \emptyset\}| \neq |\{D\}| \\ &\Rightarrow \{\{\{A\}, \emptyset\}, \{B\}\} \neq \{\{\{C\}, \emptyset\}, \{D\}\} \end{aligned}$$

Für Mengengleichheit müssen alle Elemente der Mengen übereinstimmen.

2. Fall $B \neq D$

$$\begin{aligned} B \neq D &\Rightarrow \{\{B\}\} \neq \{\{D\}\} \\ &\text{außerdem gilt } \{\{B\}\} \neq \{\{A\}, \emptyset\} \text{ da } |\{\{A\}, \emptyset\}| \neq |\{\{B\}\}| \\ &\Rightarrow \{\{\{A\}, \emptyset\}, \{B\}\} \neq \{\{\{C\}, \emptyset\}, \{D\}\} \end{aligned}$$

Für Mengengleichheit müssen alle Elemente der Mengen übereinstimmen.

Da die Kontraposition für beide Fälle gilt, ist die Rückrichtung gezeigt.

Da sowohl Hin-, als auch Rückrichtung gelten, ist die Äquivalenz gezeigt.