Primitive Relationen

B1. $SReg(x)$ (x ist eine Raumregion)

B2. $sb(x,y)$ (x ist eine räumliche Grenze von y)

B3. $scoinc(x,y)$ (x und y koinzidieren)

B4. $spart(x,y)$ (x ist ein räumlicher Teil von y)

Definierte Relationen

D1. $2db(x,y) := SReg(y) \wedge sb(x,y)$ (x ist eine 2-dim. Grenze von y)

D2. $1db(x,y) := 2DB(y) \wedge sb(x,y)$ (x ist eine 1-dim. Grenze von y)

D3. $0db(x,y) := 1DB(y) \wedge sb(x,y)$ (x ist eine 0-dim. Grenze von y)

D4. $SB(x) := \exists y\ sb(x,y)$ (x ist eine räumliche Grenze)

D5. $\mathbf{d}DB(x) := \exists y\ \mathbf{d}db(x,y)$ (x ist eine $\mathbf{d}$-dim. Grenze)

D6. $grsb(x,y) := sb(x,y) \wedge \forall z\ (sb(z,y) \rightarrow spart(z,x))$ (x ist die größte Grenze von y)

D7. $LDE(x) := \exists y\ (SB(y) \wedge spart(y,x))$ (x ist eine niederdimensionale Raumentität)

D8. $\mathbf{d}DE(x) := \exists y\ (\mathbf{d}DB(y) \wedge spart(y,x))$ (x ist ein Flächen-/Linien-/Punktregion)

D9. $eqdim(x,y) := (SReg(x) \wedge SReg(y)) \vee$ (x und y haben die selbe Dimension)
$(2DE(x) \wedge 2DE(y)) \vee (1DE(x) \wedge 1DE(y)) \vee (0DE(x) \wedge 0DE(y))$

D10. $sppart(x,y) := spart(x,y) \wedge x \neq y$ (x ist ein echter Teil von y)

D11. $sov(x,y) := \exists z\ (spart(z,x) \wedge spart(z,y))$ (x und y überlappen)

D12. $sum_n(x_1,\ldots,x_n,x) := \forall y\ (sov(y,x) \leftrightarrow \bigvee_{i=1}^{n} sov(y,x_i))$
(x ist die mereologische Summe von $x_1,\ldots,x_n, n \geq 2$)

D13. $intsect_n(x_1,\ldots,x_n,x) := \forall y\ (spart(y,x) \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^{n} spart(y,x_i))$
(x ist der mereologische Schnitt von $x_1,\ldots,x_n, n \geq 2$)

D14. $rcompl_n(x_1,\ldots,x_n,x) :=$ (x ist das rel. Kompl. von x_n und $x_1,\ldots,x_{n-1}, n \geq 2$)
$\bigwedge_{1\leq i<j\leq n} eqdim(x_i,x) \wedge \forall y\ (spart(y,x) \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^{n-1} \neg sov(y,x_i) \wedge spart(y,x_n))$

D15. $partition_n(x_1,\ldots,x_n,x) := sum_n(x_1,\ldots,x_n,x) \wedge \bigwedge_{1\leq i<j\leq n} \neg sov(x_i,x_j)$
($x_1,\ldots,x_n$ zerlegen x, $n \geq 2$)

D16. $2dhypp(x,y) := \exists z\ (spart(z,y) \wedge 2db(x,z))$ (x ist ein 2-dim. Hyperteil von y)

D17. $1dhypp(x,y) := \exists z\ ((spart(z,y) \vee 2dhypp(z,y)) \wedge 1db(x,z))$
(x ist ein 1-dim. Hyperteil von y)

D18. $0dhypp(x,y) := \exists z\ ((spart(z,y) \vee 1dhypp(z,y)) \wedge 0db(x,z))$
(x ist ein 0-dim. Hyperteil von y)

D19. $hypp(x,y) := 2dhypp(x,y) \vee 1dhypp(x,y) \vee 0dhypp(x,y)$ (x ist ein Hyperteil von y)

D20. $tangpart(x,y) := (spart(x,y) \vee hypp(x,y)) \wedge$ (x ist ein tangentialer Teil von y)
$\exists x'zz'\ ((spart(x',x) \vee hypp(x',x)) \wedge$
$sb(z,y) \wedge (spart(z',z) \vee hypp(z',z)) \wedge scoinc(x',z'))$

D21. $inpart(x,y) := (spart(x,y) \vee hypp(x,y)) \wedge \neg tangpart(x,y)$ (x ist ein innerer Teil von y)

D22. $ExOrd(x) := \exists yz\ (spart(y,x) \wedge spart(z,x) \wedge \neg sov(y,z) \wedge scoinc(y,z))$
(x ist eine extraordinäre Raumentität)

D23. $Ord(x) := \neg ExOrd(x)$ (x ist eine ordinäre Raumentität)

D24. $\mathbf{d}DC(x) := \exists uv\ (partition(u,v,x)) \wedge$ (x ist $\mathbf{d}$-dim. zusammenhängend)
$\forall yz\ (partition(y,z,x) \rightarrow \exists y'z'(\mathbf{d}dhypp(y',y) \wedge \mathbf{d}dhypp(z',z) \wedge scoinc(y',z')))$

D25. $C(x) := 2DC(x) \vee 1DC(x) \vee 0DC(x)$ (x ist zusammenhängend)

D26. $c(x,y) := \exists z\ (sum(x,y,z) \wedge C(z))$ (x und y sind zusammenhängend)

D27. $exc(x,y) := c(x,y) \wedge \neg sov(x,y)$ (x und y sind extern zusammenhängend)

D28. $1_{\mathbf{d}}CC(x) := \mathbf{d}DC(x)$ (x hat eine **d**-dim. zusammenhängende Komponente)

D29. $n_{\mathbf{d}}CC(x) := \bigwedge_{i=1}^{n-1} \neg i_{\mathbf{d}}CC(x) \wedge \exists x_1...x_n(partition_n(x_1, ..., x_n, x) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} 1_{\mathbf{d}}CC(x_i))$
(x hat n **d**-dim. zusammenhängende Komponenten)

D30. $Top(x) := SReg(x) \wedge Ord(x) \wedge 2DC(x)$ (x ist ein Topoid)

D31. $2D(x) := 2DE(x) \wedge Ord(x) \wedge 1DC(x)$ (x ist eine Fläche)

D32. $1D(x) := 1DE(x) \wedge Ord(x) \wedge 0DC(x)$ (x ist eine Linie)

D33. $0D(x) := 0DE(x) \wedge Ord(x) \wedge \neg\exists y\ sppart(y, x)$ (x ist ein Punkt)

Axiome

A1. $\exists x\ SReg(x)$

A2. $LDE(x) \leftrightarrow \neg SReg(x)$

A3. $\neg\exists x\ (\ (2DE(x) \wedge 1DE(x)) \vee (2DE(x) \wedge 0DE(x)) \vee (1DE(x) \wedge 0DE(x))\ )$

A4. $spart(x, x)$

A5. $spart(x, y) \wedge spart(y, x) \rightarrow x = y$

A6. $spart(x, y) \wedge spart(y, z) \rightarrow spart(x, z)$

A7. $spart(x, y) \rightarrow eqdim(x, y)$

A8. $\neg spart(y, x) \rightarrow \exists z\ (spart(z, y) \wedge \neg sov(z, x))$

A9. $\neg 0D(x) \rightarrow \exists y\ (sppart(y, x) \wedge inpart(y, x))$

A10. $\exists y\ sppart(x, y)$

A11. $SReg(x) \rightarrow \exists y\ (Top(y) \wedge spart(x, y))$

A12. $SReg(x) \rightarrow \exists y\ sb(y, x)$

A13. $2DE(x) \rightarrow \exists yz\ (sppart(y, x) \wedge sb(z, y))$

A14. $1DE(x) \rightarrow \exists yz\ (sppart(y, x) \wedge sb(z, y))$

A15. $Ord(x) \wedge \exists y\ sb(y, x) \rightarrow \exists z\ grsb(z, x)$

A16. $eqdim(x, y) \rightarrow \exists z\ sum(x, y, z)$

A17. $sov(x, y) \rightarrow \exists z\ intsect(x, y, z)$

A18. $eqdim(x, y) \wedge \neg spart(y, x) \rightarrow \exists z\ rcompl(x, y, z)$

A19. $SB(x) \rightarrow scoinc(x, x)$

A20. $scoinc(x, y) \rightarrow scoinc(y, x)$

A21. $scoinc(x, y) \wedge scoinc(y, z) \rightarrow scoinc(x, z)$

A22. $scoinc(x, y) \rightarrow eqdim(x, y) \wedge SB(x) \wedge SB(y)$

A23. $sb(x, y) \wedge Ord(y) \rightarrow Ord(x)$

A24. $sb(y, z) \wedge spart(x, y) \rightarrow sb(x, z)$

A25. $\forall xx'yy'\ (tangpart(x, y) \wedge sb(x', x) \wedge sb(y', y) \wedge scoinc(x', y') \rightarrow sb(x', y))$

A26. $sb(x, y) \rightarrow (2DB(x) \wedge SReg(y)) \vee (1DB(x) \wedge 2DE(y)) \vee (0DB(x) \wedge 1DE(y))$

A27. $scoinc(x, y) \wedge spart(x', x) \rightarrow \exists y'\ (spart(y', y) \wedge scoinc(x', y'))$

A28. $scoinc(x, y) \wedge hypp(x', x) \rightarrow \exists y'\ (hypp(y', y) \wedge scoinc(x', y'))$

A29. $scoinc(x, y) \wedge sb(x', x) \rightarrow \exists y'\ (sb(y', y) \wedge scoinc(x', y'))$

A30. $eqdim(x, y) \wedge \neg sov(x, y) \wedge hypp(x', x) \wedge hypp(y', y) \rightarrow x' \neq y'$

A31. $sb(x, y) \wedge sb(x, z) \rightarrow \exists u(sb(x, u) \wedge sppart(u, y) \wedge sppart(u, z))$

A32'. $sb(x, y) \wedge sb(u, v) \wedge \neg sov(x, u) \rightarrow \exists y'v'\ (spart(y', y) \wedge sb(x, y') \wedge spart(v', v) \wedge sb(u, v') \wedge \neg sov(y', v'))$

A33. $LDE(x) \wedge Ord(x) \rightarrow SB(x)$