

Primitive Relationen

- B1. $SReg(x)$ (x ist eine Raumregion)
 B2. $sb(x, y)$ (x ist eine räumliche Grenze von y)
 B3. $scoinc(x, y)$ (x und y koinzidieren)
 B4. $spart(x, y)$ (x ist ein räumlicher Teil von y)

Definierte Relationen

- D1. $2db(x, y) := SReg(y) \wedge sb(x, y)$ (x ist eine 2-dim. Grenze von y)
 D2. $1db(x, y) := 2DB(y) \wedge sb(x, y)$ (x ist eine 1-dim. Grenze von y)
 D3. $0db(x, y) := 1DB(y) \wedge sb(x, y)$ (x ist eine 0-dim. Grenze von y)
 D4. $SB(x) := \exists y sb(x, y)$ (x ist eine räumliche Grenze)
 D5. $\mathbf{d}DB(x) := \exists y \mathbf{d}db(x, y)$ (x ist eine \mathbf{d} -dim. Grenze)
 D6. $grsb(x, y) := sb(x, y) \wedge \forall z (sb(z, y) \rightarrow spart(z, x))$ (x ist die größte Grenze von y)
 D7'. –
 D8'. –
 D9'. $eqdim(x, y) := (SReg(x) \wedge SReg(y)) \vee (2DB(x) \wedge 2DB(y)) \vee (1DB(x) \wedge 1DB(y)) \vee (0DB(x) \wedge 0DB(y))$ (x und y haben die selbe Dimension)
 D10. $sppart(x, y) := spart(x, y) \wedge x \neq y$ (x ist ein echter Teil von y)
 D11. $sov(x, y) := \exists z (spart(z, x) \wedge spart(z, y))$ (x und y überlappen)
 D12. $sum_n(x_1, \dots, x_n, x) := \forall y (sov(y, x) \leftrightarrow \bigvee_{i=1}^n sov(y, x_i))$ (x ist die mereologische Summe von $x_1, \dots, x_n, n \geq 2$)
 D13. $intsect_n(x_1, \dots, x_n, x) := \forall y (spart(y, x) \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^n spart(y, x_i))$ (x ist der mereologische Schnitt von $x_1, \dots, x_n, n \geq 2$)
 D14. $rcompl_n(x_1, \dots, x_n, x) := \bigwedge_{1 \leq i < j \leq n} eqdim(x_i, x) \wedge \forall y (spart(y, x) \leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^{n-1} \neg sov(y, x_i) \wedge spart(y, x_n))$ (x ist das rel. Kompl. von x_n und $x_1, \dots, x_{n-1}, n \geq 2$)
 D15. $partition_n(x_1, \dots, x_n, x) := sum_n(x_1, \dots, x_n, x) \wedge \bigwedge_{1 \leq i < j \leq n} \neg sov(x_i, x_j)$ (x_1, \dots, x_n zerlegen $x, n \geq 2$)
 D16. $2dhypp(x, y) := \exists z (spart(z, y) \wedge 2db(x, z))$ (x ist ein 2-dim. Hyperteil von y)
 D17. $1dhypp(x, y) := \exists z ((spart(z, y) \vee 2dhypp(z, y)) \wedge 1db(x, z))$ (x ist ein 1-dim. Hyperteil von y)
 D18. $0dhypp(x, y) := \exists z ((spart(z, y) \vee 1dhypp(z, y)) \wedge 0db(x, z))$ (x ist ein 0-dim. Hyperteil von y)
 D19. $hypp(x, y) := 2dhypp(x, y) \vee 1dhypp(x, y) \vee 0dhypp(x, y)$ (x ist ein Hyperteil von y)
 D20. $tangpart(x, y) := (spart(x, y) \vee hypp(x, y)) \wedge \exists x' z z' ((spart(x', x) \vee hypp(x', x)) \wedge sb(z, y) \wedge (spart(z', z) \vee hypp(z', z)) \wedge scoinc(x', z'))$ (x ist ein tangentialer Teil von y)
 D21. $inpart(x, y) := (spart(x, y) \vee hypp(x, y)) \wedge \neg tangpart(x, y)$ (x ist ein innerer Teil von y)
 D22'. –
 D23'. –
 D24. $\mathbf{d}DC(x) := \exists uv (partition(u, v, x)) \wedge \forall yz (partition(y, z, x) \rightarrow \exists y' z' (\mathbf{d}dhypp(y', y) \wedge \mathbf{d}dhypp(z', z) \wedge scoinc(y', z')))$ (x ist \mathbf{d} -dim. zusammenhängend)
 D25. $C(x) := 2DC(x) \vee 1DC(x) \vee 0DC(x)$ (x ist zusammenhängend)
 D26. $c(x, y) := \exists z (sum(x, y, z) \wedge C(z))$ (x und y sind zusammenhängend)
 D27. $exc(x, y) := c(x, y) \wedge \neg sov(x, y)$ (x und y sind extern zusammenhängend)

- D28. $1_{\mathbf{d}}CC(x) := \mathbf{d}DC(x)$ (x hat eine \mathbf{d} -dim. zusammenhängende Komponente)
- D29. $n_{\mathbf{d}}CC(x) := \bigwedge_{i=1}^{n-1} \neg i_{\mathbf{d}}CC(x) \wedge \exists x_1 \dots x_n (partition_n(x_1, \dots, x_n, x) \wedge \bigwedge_{i=1}^n 1_{\mathbf{d}}CC(x_i))$
(x hat n \mathbf{d} -dim. zusammenhängende Komponenten)
- D30'. $Top(x) := SReg(x) \wedge 2DC(x)$ (x ist ein Topoid)
- D31'. $2D(x) := 2DB(x) \wedge 1DC(x)$ (x ist eine Fläche)
- D32'. $1D(x) := 1DB(x) \wedge 0DC(x)$ (x ist eine Linie)
- D33'. $0D(x) := 0DB(x) \wedge \neg \exists y \text{ spart}(y, x)$ (x ist ein Punkt)

Axiome

- A1. $\exists x SReg(x)$
- A2'. $SB(x) \leftrightarrow \neg SReg(x)$
- A3'. $\neg \exists x ((2DB(x) \wedge 1DB(x)) \vee (2DB(x) \wedge 0DB(x)) \vee (1DB(x) \wedge 0DB(x)))$
- A4. $\text{spart}(x, x)$
- A5. $\text{spart}(x, y) \wedge \text{spart}(y, x) \rightarrow x = y$
- A6. $\text{spart}(x, y) \wedge \text{spart}(y, z) \rightarrow \text{spart}(x, z)$
- A7. $\text{spart}(x, y) \rightarrow eqdim(x, y)$
- A8. $\neg \text{spart}(y, x) \rightarrow \exists z (\text{spart}(z, y) \wedge \neg \text{sov}(z, x))$
- A9. $\neg 0D(x) \rightarrow \exists y (\text{spart}(y, x) \wedge \text{inpart}(y, x))$
- A10. $\exists y \text{ spart}(x, y)$
- A11. $SReg(x) \rightarrow \exists y (Top(y) \wedge \text{spart}(x, y))$
- A12. $SReg(x) \rightarrow \exists y sb(y, x)$
- A13'. $2DB(x) \rightarrow \exists yz (\text{spart}(y, x) \wedge sb(z, y))$
- A14'. $1DB(x) \rightarrow \exists yz (\text{spart}(y, x) \wedge sb(z, y))$
- A15'. $\exists y sb(y, x) \rightarrow \exists z grsb(z, x)$
- A16'. $eqdim(x, y) \wedge \neg \exists x'y' (\text{spart}(x', x) \wedge \text{spart}(y', y) \wedge \text{scoinc}(x', y') \wedge \neg \text{sov}(x, y)) \rightarrow \exists z \text{ sum}(x, y, z)$
- A17. $\text{sov}(x, y) \rightarrow \exists z \text{ intsect}(x, y, z)$
- A18. $eqdim(x, y) \wedge \neg \text{spart}(y, x) \rightarrow \exists z rcompl(x, y, z)$
- A19. $SB(x) \rightarrow \text{scoinc}(x, x)$
- A20. $\text{scoinc}(x, y) \rightarrow \text{scoinc}(y, x)$
- A21. $\text{scoinc}(x, y) \wedge \text{scoinc}(y, z) \rightarrow \text{scoinc}(x, z)$
- A22. $\text{scoinc}(x, y) \rightarrow eqdim(x, y) \wedge SB(x) \wedge SB(y)$
- A23'. —
- A24. $sb(y, z) \wedge \text{spart}(x, y) \rightarrow sb(x, z)$
- A25. $\forall x x' y y' (\text{tangpart}(x, y) \wedge sb(x', x) \wedge sb(y', y) \wedge \text{scoinc}(x', y') \rightarrow sb(x', y))$
- A26. $sb(x, y) \rightarrow (2DB(x) \wedge SReg(y)) \vee (1DB(x) \wedge 2DE(y)) \vee (0DB(x) \wedge 1DE(y))$
- A27. $\text{scoinc}(x, y) \wedge \text{spart}(x', x) \rightarrow \exists y' (\text{spart}(y', y) \wedge \text{scoinc}(x', y'))$
- A28. $\text{scoinc}(x, y) \wedge \text{hypp}(x', x) \rightarrow \exists y' (\text{hypp}(y', y) \wedge \text{scoinc}(x', y'))$
- A29. $\text{scoinc}(x, y) \wedge sb(x', x) \rightarrow \exists y' (sb(y', y) \wedge \text{scoinc}(x', y'))$
- A30. $eqdim(x, y) \wedge \neg \text{sov}(x, y) \wedge \text{hypp}(x', x) \wedge \text{hypp}(y', y) \rightarrow x' \neq y'$
- A31. $sb(x, y) \wedge sb(x, z) \rightarrow \exists u (sb(x, u) \wedge \text{spart}(u, y) \wedge \text{spart}(u, z))$
- A32'. $sb(x, y) \wedge sb(u, v) \wedge \neg \text{sov}(x, u) \rightarrow \exists y' v' (\text{spart}(y', y) \wedge sb(x, y') \wedge \text{spart}(v', v) \wedge sb(u, v') \wedge \neg \text{sov}(y', v'))$
- A33. $LDE(x) \wedge Ord(x) \rightarrow SB(x)$