Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

“Гимназия № 4” города Смоленска

**Алгоритмы нахождения кратчайших путей в графах**

Выполнил:

Чернов Евгений Алексеевич

Обучающийся 10а класса

Руководитель:

Луференков Максим Николаевич

Смоленск

2020

**Содержание**

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc35189282)

[ГЛАВА 1. ГРАФЫ В ЖИЗНИ ЛЮДЕЙ 4](#_Toc35189283)

[1.1 Понятие, классификация и применение алгоритмов в графах 4](#_Toc35189284)

[1.2 Из истории возникновения графов 5](#_Toc35189285)

[ГЛАВА 2. АЛГОРИТМЫ НАХОЖДЕНИЯ КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ В ГРАФАХ 6](#_Toc35189286)

[2.1 Процесс создания 6](#_Toc35189287)

[2.2 Результаты работы 6](#_Toc35189288)

[ЗАКЛЮЧЕНИЯ 7](#_Toc35189289)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ИСТОЧНИКОВ 8](#_Toc35189290)

# ВВЕДЕНИЕ

**Проблема:** повышенная трудность решения математических задач, в которых присутствуют графы.

**Актуальность**: алгоритмы нахождения кратчайших путей в графах применяются в математических задачах.

**Объект:** сгенерированный кратчайший путь.

**Предмет**: тип алгоритма.

**Цель:** создать алгоритм нахождения кратчайших путей в графах.

**Задачи:**

1. Найти информацию об алгоритмах нахождения кратчайшего пути в графе;
2. Изучить литературные труды на указанную тему;
3. Выбрать язык программирования;
4. Написать алгоритм нахождения кратчайших путей в графах.

**Гипотеза:** предположим, что графы важны в современном мире, так как используются в различных математических задачах.

**Методы исследования:** изучение литературы, синтез, моделирование, эксперимент.

**Практическая значимость:** мой алгоритм может применяться в различных программах, задачах.

# ГЛАВА 1. ГРАФЫ В ЖИЗНИ ЛЮДЕЙ

Перед тем, как начать говорить о графах, необходимо пояснить, что такое алгоритм. Алгоритм - конечная совокупность точно заданных правил решения произвольного класса или набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для решения некоторой задачи [1].

## 1.1 [Понятие, классификация и применение алгоритмов в графах](#_1fob9te)

Граф — абстрактный математический объект, представляющий собой множество вершин графа и набор рёбер, то есть соединений между парами вершин.

Ориентированный граф (кратко орграф) — (мульти) [граф](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), рёбрам которого присвоено направление. Направленные рёбра именуются также дугами, а в некоторых источниках и просто рёбрами. Граф, ни одному ребру которого не присвоено направление, называется неориентированным графом или неорграфом [2].

В [теории графов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2) вершиной называется фундаментальная единица, образующая графы — [неориентированный граф](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) состоит из множества вершин и множества рёбер (неупорядоченных пар вершин), в то время как [ориентированный граф](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)) состоит из множества вершин и множества дуг (упорядоченных пар вершин). На рисунках, представляющих граф, вершина обычно обозначается кружком с меткой, ребро — линией, дуга — стрелкой, соединяющей вершины.

Вес ребра — значение, [поставленное в соответствие](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) данному [ребру](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2#%D1%80%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%BE) [взвешенного графа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2#%D0%B2%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84). Обычно вес — [вещественное число](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE), в таком случае его можно интерпретировать как «[длину](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%80%D0%B0_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0)» ребра [3].

Взвешенный граф — [граф](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), каждому [ребру](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2#%D1%80%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%BE) которого [поставлено в соответствие](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%82%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) некое значение ([вес ребра](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%BB%D0%BE%D1%81%D1%81%D0%B0%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2#%D0%B2%D0%B5%D1%81_%D1%80%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0)).

Алгоритм Флойда — Уоршелла — [динамический](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5) алгоритм для нахождения кратчайших расстояний между всеми вершинами [взвешенного](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B7%D0%B2%D0%B5%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84) [ориентированного графа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%80%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84). Разработан в [1962 году](https://ru.wikipedia.org/wiki/1962_%D0%B3%D0%BE%D0%B4) [Робертом Флойдом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BB%D0%BE%D0%B9%D0%B4,_%D0%A0%D0%BE%D0%B1%D0%B5%D1%80%D1%82) и [Стивеном Уоршеллом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D0%BE%D1%80%D1%88%D0%B5%D0%BB%D0%BB,_%D0%A1%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%B5%D0%BD). При этом алгоритм впервые разработал и опубликовал [Бернард Рой](https://en.wikipedia.org/wiki/Bernard_Roy) (англ.)[русск.](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A0%D0%BE%D0%B9,_%D0%91%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4&action=edit&redlink=1) ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) Bernard Roy)[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC_%D0%A4%D0%BB%D0%BE%D0%B9%D0%B4%D0%B0_%E2%80%94_%D0%A3%D0%BE%D1%80%D1%88%D0%B5%D0%BB%D0%BB%D0%B0#cite_note-1) в 1959 году.

Алгори́тм Де́йкстры ([англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) Dijkstra’s algorithm) — [алгоритм](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC) на [графах](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), изобретённый нидерландским учёным [Эдсгером Дейкстрой](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%B9%D0%BA%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0,_%D0%AD%D0%B4%D1%81%D0%B3%D0%B5%D1%80_%D0%92%D0%B8%D0%B1%D0%B5) в [1959 году](https://ru.wikipedia.org/wiki/1959_%D0%B3%D0%BE%D0%B4). Находит кратчайшие пути от одной из вершин графа до всех остальных. Алгоритм работает только для графов без [рёбер](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%BE_(%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2)) отрицательного [веса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%80%D1%8C_%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%B8%D0%BD%D0%BE%D0%B2_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%BE%D0%B2#%D0%92). Алгоритм широко применяется в программировании и технологиях, например, его используют протоколы маршрутизации [OSPF](https://ru.wikipedia.org/wiki/OSPF) и [IS-IS](https://ru.wikipedia.org/wiki/IS-IS).

## 1.2 Из истории возникновения графов

Первые задачи теории графов были связаны с решением математических развлекательных задач и головоломок. Родоначальником теории графов считается Леонард Эйлер (1707-1783, российский математик, швейцарец по происхождению, академик Петербургской и Берлинской академии наук). Он предложил изящное решение знаменитой задачи о 7 Кенигсбергских мостах в 1736 году, а также придумал общий метод решения подобных задач. В дальнейшем над графами работали Кениг (1774-1833), Гамильтон (1805-1865), из современных математиков - К. Берж, О. Оре, А. Зыков. Термин «граф» впервые ввел в 1936 году венгерский математик Денеш Кениг. Широкое развитие теория графов получила с 50-х годов 20 века в связи со становлением кибернетики и развитием вычислительной техники.

# ГЛАВА 2. АЛГОРИТМЫ НАХОЖДЕНИЯ КРАТЧАЙШИХ ПУТЕЙ В ГРАФАХ

## 2.1 Процесс создания

Свою работу мы начали с выбора языка программирования. Для более удобной работы остановились на python. Далее мы начали создавать интерфейс программы. Для этого мы изучали документацию дополнительных библиотек языка программирования. Потом мы начали работу с файлами, а именно: извлечение данных из файлов и их изменение. Затем мы занимались отрисовкой графов. Были нарисованы вершины графа и стрелки, исходя из данных, извлеченных из файла. Затем мы использовали алгоритмы Флойда - Уоршелла и Дейкстры для нахождения кратчайших путей в графе, после чего усовершенствовали всю работу. Мы добавили функцию симметричного заполнения таблицы и сохранения данных. К тому же в нашей работе можно самостоятельно написать и сохранить граф. Дополнительно ко всему мы настроили изменение формата таблицы. В конце мы скомпилировали файл программы.

## 2.2 Результаты работы

В результате работы был создан алгоритм нахождения кратчайшего пути в графе, который представлен в электронном виде.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы убедились, что изучаемая тема действительно актуальна по причине того, что она очень полезна при решении математических задач.

С помощью алгоритмов нахождения кратчайших путей решение задач становится более легким для понимания.

В результате работы мы выполнили ряд задач, которые поставили ранее, а именно: нашли необходимую информацию об алгоритмах нахождения кратчайшего пути в графе, изучили литературные труды на указанную тему, выбрали язык программирования и написали сам алгоритм.

Гипотеза о том, что графы важны в современном мире, так как используются в различных математических задачах, доказана.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ИСТОЧНИКОВ

1. Семенов, А. Л. Большая российская энциклопедия: [Электронная версия] // под редакцией Кравец С. Л. – М.: БРЭ, 2005–2019.

2. Харари, Ф.: Теория графов [Текст]. – М.: Мир, 1973.- 23 с.

3. Wikipedia: [Электронный ресурс] // Свободная интернет-энциклопедия 2001 – 2020. URL: https://www.wikipedia.org/ (Дата обращения 10.02.2020).

4. Дистель, Р. Теория графов [Текст]. – Новосибирск.: Издательство института математики. 2002. - 336 с.

5. ХАБР: [Электронный ресурс] // Коллективный блог Д. А. Крючкова. 2006 – 2020. URL: https://habr.com/ru (Дата обращения: 10.02.2020).