



“본 강의 동영상 및 자료는 대한민국 저작권법을 준수합니다. 본 강의 동영상 및 자료는 상명대학교 재학생들의 수업목적으로 제작·배포되는 것이므로, 수업목적으로 내려받은 강의 동영상 및 자료는 수업목적 이외에 다른 용도로 사용할 수 없으며, 다른 장소 및 타인에게 복제, 전송하여 공유할 수 없습니다. 이를 위반해서 발생하는 모든 법적 책임은 행위 주체인 본인에게 있습니다.”





# 영상으로 본 수학과 문명

4주 고대그리스 수학





## 학습목표

- 고대 그리스 수학자에 대해 알아본다
- 텔레스와 피타고라스
- 텔레스의 5가지 공리
- 피타고라스의 수
- 피타고라스와 히파수스





## + 그리스 문명의 기원

- 밀레투스의 탈레스 (BC 624-548)
- 사모스의 피타고라스 (BC 580-500)
- 두 수학자는 고대학문의 중심지를 여행하면서 자연스럽게 천문학이나 수학에 관한 지식을 손에 넣을 수 있었다.





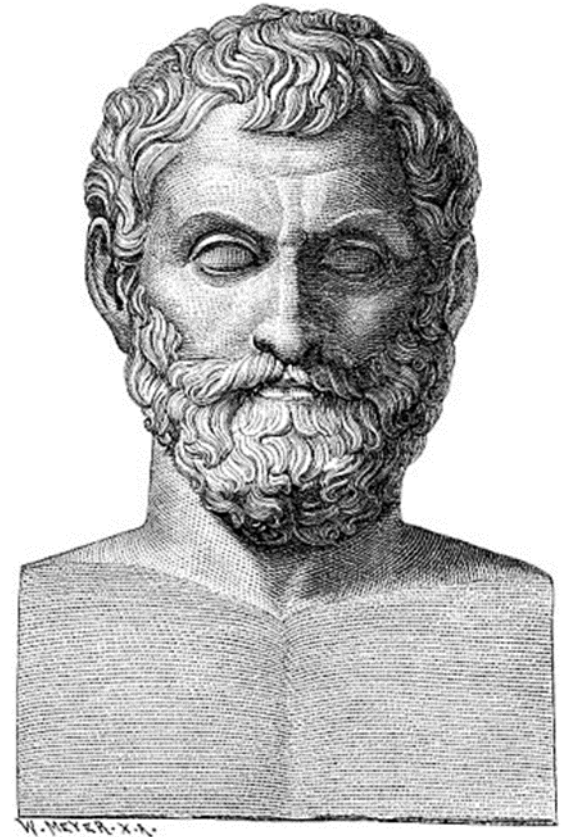
## + 그리스 문명의 기원

- 이집트 => 기하학, 물시계
- 바빌로니아 => 천문학표, 도구, 해시계
- 그리스인들은 이러한 문명을 받아들여 발전 시켰다.



# 밀레투스의 탈레스

- 탈레스는 이집트인과 칼데아인의 학생으로 간주 되었다\*
- 최초의 참된 수학자
- 기하학의 연역구조의 창시자
- 현자로서 제 1 철학자로 일관되게 회자 되고 있다.



<https://ko.wikipedia.org/wiki/%ED%83%88%EB%A0%88%EC%8A%A4>

\*칼데아인은 바빌로니아인은 아니지만 후에 메소포타미아에 거주한 사람들로 이는 이집트와 메소포타미아의 영향을 받았음을 의미함





## 탈레스의 업적

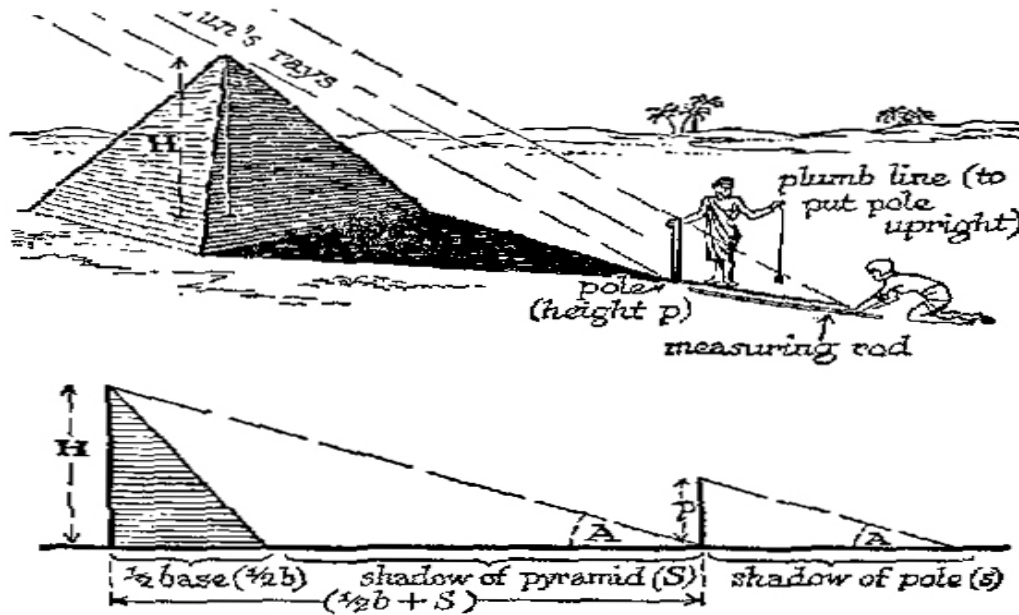


- 탈레스의 가장 큰 업적은 **기원전 585년 일식**을 예측하였다.
- 올리브 대풍작을 예측해 올리브 압착기를 매점하여 재산을 모았다고 하며 또한 소금장수, 공상가, 정치가 로 그려지는 **실무적인 사람**이었다
- 탈레스는 지구가 둥글다는 것과 1년이 365와 1/4일이라는 것도 알고 있었다.
- 메디아와 리디아의 전쟁이 끝난다는 사실을 일식과 더불어 이용하였다.



# + 탈레스의 업적

## ■ 탈레스의 피라미드 높이 구하기



출처: <https://brunch.co.kr/@hotelyst/22>

직각삼각형의 닮음

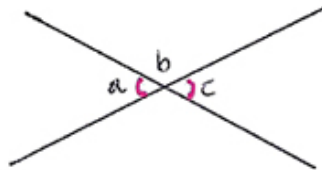
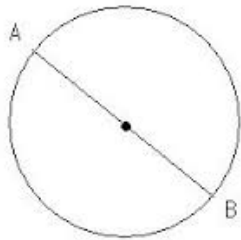




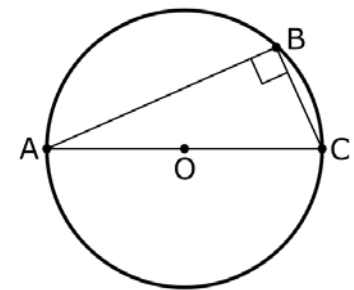


## ■ 탈레스가 증명한 5공리

1. 원은 지름으로 이등분된다.
2. 이등변삼각형의 두 밑각은 서로 같다.
3. 두 직선이 만날 때 그 맞꼭지각은 서로 같다.
4. 두 삼각형의 대응하는 한 변과 두 대응각이 각각 서로 같으면 그 두 삼각형은 합동이다.
5. 반원에 내접하는 각은 직각이다.



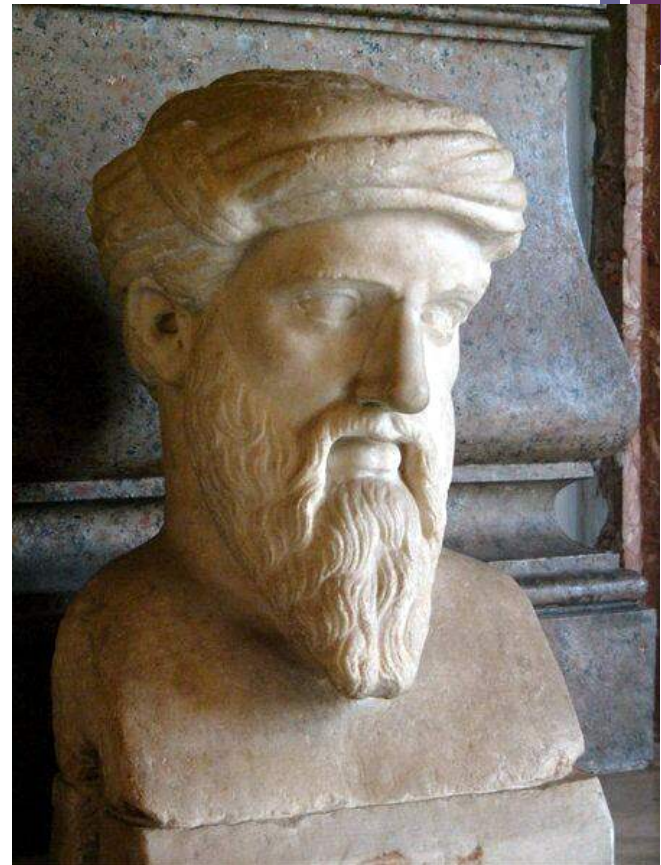
$$\begin{aligned}a + b &= 180^\circ \\b + c &= 180^\circ \\a + b &= b + c \\\therefore a &= c\end{aligned}$$





# 사모스의 피타고라스

- 피타고라스는 예언자이고 신비주의 였다.
- 피타고라스는 도데칸 군도의 사모스 섬에서 태어났으며, 이집트, 바빌론, 인도를 여행하면서 천문학과 수학을 배웠다고 한다.



독일어 위키백과의 Galilea.





# 사모스의 피타고라스



- 피타고라스는 비밀단체를 조직했는데 수학적, 철학적 기반을 제외하면 비밀종파와 흡사했다.
- 피타고라스가 세운 학교는 철학, 수학, 자연과학의 아카데미로서 비밀을 지키고 어떤의식을 행하는 결속이 강한 귀족단체로 발전했으나 민주세력의 반발로 건물이 파괴되고 단체가 해산되기에 이르렀다.
- 피타고라스 학파의 철학은 ‘**만물의 근원은 정수이다**’고 하였으며





- 피타고라스 학파는 지식과 재산을 공유하였으며, 정치적으로 보수적이고 엄격한 규범을 갖고 있었다.
- 구성원 전원에게 채식을 하도록 명하였는데 이는 피타고라스 학파가 영혼의 윤회사상을 받아들이고 있었음을 알수 있는 대목이다.
- 수의 성질에 대한 연구를 강조하게 되고 기하학, 음악, 천문학에 문법, 논리학, 수사학을 교양있는 사람이 되기 위한 필수적인 지식으로 간주하였다.
- 피타고라스학파에서 발견된 모든 업적은 설립자에게 돌렸던 관습에 때문에 수학적 발견이 정말 피타고라스에 의해 발견된 것인지 아닌지 정확히 알길이 없다.



## + 피타고라스 업적

친화수

■ 220의 진약수 : 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110

합 = 284

■ 284의 진약수 : 1, 2, 4, 71, 142

합 = 220



## + 피타고라스 업적

친화수 계속...

- 이 두 수를 적은 부적을 지니고 다니는 사람들은 그 둘 사이의 우정이 보장된다고 주장하였다.
- 이 후 친화수는 1636년 페르마에 의해 17296과 18416이 발견되었고, 2년 뒤 데카르트에 의해 세번째 쌍이 발견되었다.
- 이 후 오일러는 무려 30쌍의 친화수를 한꺼번에 발견하였다.





# 피타고라스 업적

■ 완전수, 부족수, 과잉수라고 불리우는 수도 피타고라스의 업적으로 꼽힌다.

■ **완전수** 6의 약수 : 1,2,3 의 합 6

■ **부족수** : 양의 약수의 합이 원래의 수의 2배 보다 작은 수 또는 진약수의 합이 원래의 수보다 작은 수

예) 15의 약수 =1,3,5,15

$$1+3+5+15=24<30(15 \times 2)$$

$$1+3+5=9<15$$





- **과잉수**: 양의 약수의 합이 원래의 수의 2배 보다 큰 수 또는 진약수의 합이 원래의 수 보다 큰 수

예) 20의 약수= 1,2,4,5,10,20

$$1+2+4+5+10+20=42>40(20\times 2)$$

$$1+2+4+5+10=22>20$$







■ 다음 중 어느 수가 완전수 인가?

a) 27 b) 28 c) 30

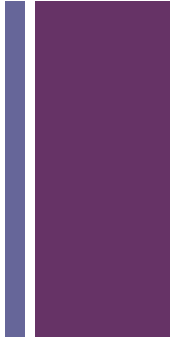




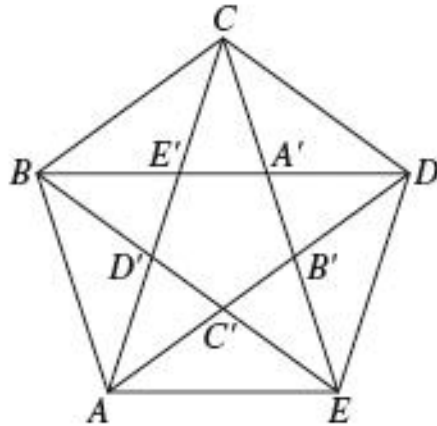
## 완전수에 대해 ...

- 1952년까지 12개의 완전수가 발견되었으며 그 중 처음 3개는 6,28,496 이다.
- 홀수도 완전수가 존재 할까?
- 아직 밝혀지지 않았음.
- **BUT** 100이하에서 홀수의 완전수는 존재하지 않는다.





# 피타고라스의 오각별



1. 오각형 ABCDE 와 A'B'C'D'E'은 닮음이다.
2. 삼각형 BCE와 삼각형 BCD'은 닮음이다.
3.  $BD:BA'=BA':A'D$





피타고라스는 무리수를 인정하지 않았다.

■ 무리수를 발견한 **히파수스**의 죽음

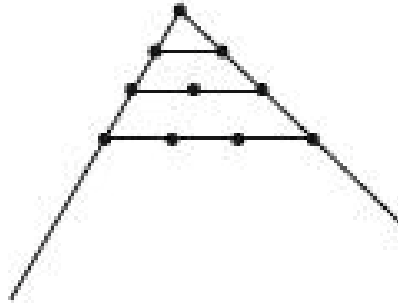
## 피타고라스의 음계

- |                  |       |
|------------------|-------|
| • 현의 길이가 2:1 도-도 | 완전 8도 |
| • 현의 길이가 3:2 도-솔 | 완전 5도 |
| • 현의 길이가 4:3 도-파 | 완전 4도 |





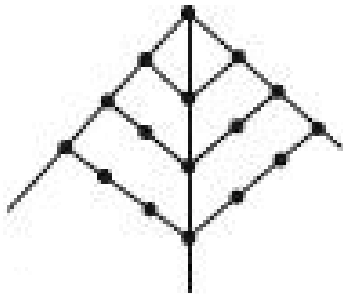
삼각수

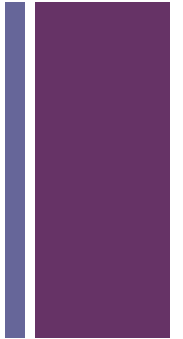


1	
2	3
3	6
4	10

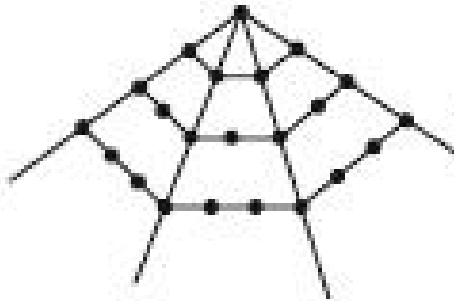


사각수





오각수



육각수





■ **정리1.** 임의의 사각수는 연속하는 두 삼각수의 합이다.

■ **정리2.** 1부터 시작해서 임의의 개수의 연속하는 홀수의 합은 완전 제곱수이다.





## 학습정리

- 고대그리스의 수학자
- 친화수
- 삼각수, 사각수, 오각수, ...
- 완전수
- 일식
- 만물의 근원은 정수이다
- 원은 지름으로 이등분된다.
- 피라미드 높이 구함
- 무리수

