Résumé - Ordonnancement et Programmation Linéaire

1. Problemes d'ordonnancement (PERT)

- Objectif : Minimiser la duree totale d'un projet en ordonnancant les tâches selon leurs contraintes.
- Notations :

  $t(i)$: debut de la tâche i | $d(i)$: duree de la tâche i

Contraintes :

- $t(i) >= a(i)$ (date de debut min)
- $t(j) >= t(i) + d(i)$ (posteriorite stricte)
- $t(j) >= t(i) + d(i) + f(i,j)$ (avec delai)
- $t(j) >= t(i) + (i,j)*d(i)$ (posteriorite partielle)
- $t(j) - t(i) <= tij$ (continuite)

Methode PERT :

- $ES(i)$ = debut au plus tôt | $EF(i) = ES(i) + d(i)$
- $LF(i)$ = fin au plus tard | $LS(i) = LF(i) - d(i)$
- $MT(i) = LS(i) - ES(i)$ | $ML(i) = \min[ES(j) - EF(i)]$
- Tâches critiques : $ES(i) = LS(i)$

2. Programmation Lineaire - Fondamentaux

- Objectif : Maximiser ou minimiser une fonction lineaire avec des contraintes lineaires.

Forme standard :

  Max $z = c^T x$

  Sous $Ax = b, x >= 0$

Formules importantes :

- Solution de base : $x_B = B^{-1} b, x_N = 0$
- Base admissible si $x_B >= 0$

Résumé - Ordonnancement et Programmation Linéaire

- Coût reduit : $c_j = c_j - c_B^T B^{-1} A_j$
- Resolution graphique possible en 2D (IR^2)

3. Methode du Simplexe

Étapes :

1. Trouver solution de base realisable initiale.
2. Choisir variable entrante (plus negatif dans z).
3. Choisir variable sortante ($\min(b_i / a_{ij})$).
4. Pivoter, repeter.

Arret :

- Tous les $c_j \geq 0$ -> optimum atteint.
- Si aucun $a_{ij} > 0$ alors probleme non borne.

Formules :

- $z = c_B^T B^{-1} b$
- Pivot : $\min(b_i / a_{ij})$

4. Phase I du Simplexe

Utilite :

- Detecter si le probleme est realisable.
- Trouver une base admissible initiale.

Methode :

- Ajouter variables artificielles t_i.
- Min $w = t1 + t2 + ... + tm$
- Si min $w > 0$ -> probleme irrealisable.
- Si min $w = 0$ -> construire base initiale pour Phase II.

Résumé - Ordonnancement et Programmation Linéaire

Nettoyage tableau :

- Retirer colonnes t_i
- Reinitialiser z : $c_j = c_j - c_B(i) * a_{ij}$