① توابع زیر را به صورت حاصل جمع مینترم ها (Sum of Minterms) توصیف نمایید.

• $f(A,B,C,D) = (A+C) + ((A'+B+C')D)'$

A	B	C	D	$(A'+B+C')$	$(A'+B+C')D$	f
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$f = \sum m(0,2,3,4,\cancel{5},6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$

• $f(A,B,C,D) = (A \oplus B)' + ((A'+B) + CD')'$

A	B	C	D	$A \oplus B$	$A'+B$	CD'	f
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1

$f = \sum m(0,1,2,3,8,9,11,12,13,14,15)$

• $f(A,B,C) = [(B+C) \oplus A'B]'[C \oplus (A+B')]$

جدول

A	B	C	$(B+C) \oplus (A'B)$	$C \oplus (A+B')$	f
0	0	0	$0 \oplus 0 = 0$	$0 \oplus 1 = 1$	1
0	0	1	$1 \oplus 0 = 1$	$1 \oplus 1 = 0$	0
0	1	0	$1 \oplus 1 = 0$	$0 \oplus 0 = 0$	0
0	1	1	$1 \oplus 1 = 0$	$1 \oplus 0 = 1$	1
1	0	0	$0 \oplus 0 = 0$	$0 \oplus 1 = 1$	1
1	0	1	$1 \oplus 0 = 1$	$1 \oplus 1 = 0$	0
1	1	0	$1 \oplus 0 = 1$	$0 \oplus 1 = 1$	0
1	1	1	$1 \oplus 1 = 0$	$1 \oplus 1 = 0$	0

$f = \sum m(0,3,4)$

② توابع زیر را با روش جبری تا حد ممکن ساده کنید. در هر مرحله، نام قانونی که استفاده می کنید را بیان نمایید.

• $f(X,Y,Z) =$

$XYZ' + (XYZ' + X'Z)[(X+Z)Y + XY'Z' + Y'Z]$

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)[(X+Z)Y + Y'(XZ' + Z)]$

طبق distributive

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)[(X+Z)Y + Y'(Z+X)(Z'+1)]$

طبق Factoring expressions

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)(Y + Y'(Z'+1))$

$x(X+Z)$ طبق distributive

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)(Y + Z' + 1)(X+Z)$

Absorption property (covering)

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)(X+Z)(1)$

Unit property

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)(X+Z)$

Unit Axiom

$= XYZ' + (XYZ' + X'Z)X + (XYZ' + X'Z)Z$

Distributive

logic HW 4

$= XYZ' + (XYZ' + 0) + (0 + X'Z)$

Complement , Idempotent

$= XYZ' + XYZ' + X'Z$

Zero Axiom , Associative

$= XYZ' + X'Z$

Idempotent

• $f(A,B,C) = (A \oplus C)(B \oplus C) + (A \oplus B)(B \oplus C)$

$= (AC' + A'C)(BC' + B'C) + (AB' + A'B)(BC' + B'C)$

$A \oplus B = AB' + A'B$: طبق قانون $\oplus$

$= ABC' + 0 + 0 + A'B'C + 0 + AB'C + A'BC' + 0$

Idempotent , complement طبق

$= A(BC' + B'C) + A'(B'C + BC')$

distributive طبق

$= (A + A')(BC' + B'C)$ distributive

$= (1)(BC' + B'C)$ complement

$= BC' + B'C$ Unit Axiom

$= B \oplus C$ طبق قانون $\oplus$

• $f(A,B,C) = \overline{(B+A')(AB+C) + ABA' + A'B'C + (A+B)(A'+C)}$

$g(A,B,C) = f'(A,B,C) =$ تعریف میکنیم

$(B+A')(AB+C) + ABA' + A'B'C + (A+B)(A'+C)$

Involution طبق

$= AB + BC + 0 + A'C + 0 + A'B'C + 0 + AC + BA' + BC$

complement , Idempotent

$= AB + BA' + A'C + AC + A'B'C + BC$

Idempotent , commutative

$= B + C + BC + A'B'C$

$AB + BA' + B(A + A') = B$, Distributive , complement طبق

$= B + C + A'B'C$ covering

حل طرفین NOT ، $g = f'$ را درنظر میگیریم

$g' = (f')' = f$ Involution طبق

$\Rightarrow f = g' = (B + C + A'B'C)'$

$= B' \cdot C' \cdot (A'B'C)'$

DeMorgan's Law

$= B' \cdot C' \cdot (A + B + C')$

DeMorgan's Law

$= B'C'A + 0 + B'C'$

complement , Idempotent

$= B'C'$ covering

$f(A,B,C) = \overline{(A'+B')(A+A'B) + (A'+B'+A'B'C) + \overline{(A+B)(A'+C)}}$

$g(A,B,C) = f'(A,B,C)$ تعریف میکنیم

$= (A'+B')'(A+A'B) + (A'+B'+A'B'C) + ((A+B)(A'+C))'$

Involution طبق

$= (A \cdot B)(A + A'B) + (A' + B') + ((A+B)(A'+C))'$

DeMorgan's Law covering

Subject:
Year: Month: Day:

$= AB + 0 + (A'+B') + ((A+B)(A'+C))'$

Idempotent complement

$= AB + A' + B' + (A+B)' + (A'+C)'$

DeMorgan's Law

$= AB + A' + B' + A'B' + AC'$

DeMorgan's Law

$= AB + A' + B' + AC'$ covering

حال طرفین NOT را در نظر می‌گیریم: $g = f'$

$g' = (f')' = f$ طبق Involution

$\Rightarrow f = g' = (AB + A' + B' + AC')'$

$= (AB)' \times A \times B \times (AC')'$

DeMorgan's Law

$= (A'+B') \cdot A \cdot B \cdot (A'+C)$ DeMorgan's Law

$= (0+0) \cdot (A'+C)$ complement

$= 0$ zero property

---

③ فرض کنید دیفرانسیل یک تابع منطقی نسبت به متغیر x_i را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\frac{df(x_1, x_2, \dots, x_n)}{dx_i} = f(x_1, x_2, \dots, x_i = 0, \dots, x_n) \oplus f(x_1, x_2, \dots, x_i = 1, \dots, x_n)$$

طبق این تعریف اگر $\frac{df}{dx_i} = 0$ باشد f مستقل از x_i است. همچنین اگر $\frac{df}{dx_i} = 1$ باشد، f به ازای همه مقادیر x_i های دیگر به x_i وابسته است.

اکنون وابستگی توابع زیر را نسبت به همه متغیرهایشان بررسی کنید.

- $f(A,B,C) = ABC' + A'B'$

$\frac{df}{dA} = f(0,B,C) \oplus f(1,B,C)$

$= (0 \cdot BC' + 1 \cdot B') \oplus (1 \cdot BC' + 0 \cdot B')$

$= (0 + B') \oplus (BC' + 0)$

Unit Axiom, Zero Axiom

$= B' \oplus BC'$ Zero Axiom

$= B' \cdot (BC')' + (B')'(BC')$

$A \oplus B = AB' + A'B$ طبق قانون

$= B' \cdot (B'+C) + B(BC')$

DeMorgan's Law Involution

$= B' + B'C + BC'$ Distributive

$= B' + BC'$ covering

B	C	$\frac{df}{dA}$
0	0	1+0 = 1
0	1	1+0 = 1
1	0	0+1 = 1
1	1	0+0 = 0

f به ازای این مقادیر از C و B به A وابسته است.

f به ازای این مقدار از B و C به A وابسته نیست.

$\frac{df}{dB} = f(A,0,C) \oplus f(A,1,C)$

$= (0 + A') \oplus (AC' + 0)$

$= A' \oplus AC'$

$= A'(AC')' + A(AC')$

$= A'(A'+C) + AC'$

$= A' + A'C + AC' = A' + AC'$

A	C	$\frac{df}{dB}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

f به ازای این مقادیر از A و C به B وابسته است.

f به ازای این مقادیر از A و C به B وابسته نیست.

Subject:
Year: Month: Day:

$\frac{df}{dC} = f(A,B,0) \oplus f(A,B,1)$

$= (AB + A'B') \oplus (0 + A'B')$

$= \big((AB + A'B')(A+B)\big)$

$+ \big((AB + A'B')' A'B'\big)$

$= (AB + 0 + AB + 0) + \big((A'+B')\cdot(A+B)A'B'\big)$

$= AB + (0 + 0 + 0 + 0) = AB$

A	B	$\frac{df}{dC}$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\} \rightarrow$ f مستقل از C

$\rightarrow$ f وابسته به C

• $f(A,B,C) = A'B'(A' + B'C)$

$\frac{df}{dA} = f(0,B,C) \oplus f(1,B,C)$

$= \big(1\cdot B'(1 + B'C)\big) \oplus \big(0\cdot B'(0 + B'C)\big)$

$= \big(B'(1)\big) \oplus 0$

$= B' \oplus 0 = B'$

f به ازای $B=1$ مستقل از A است و به ازای

$B=0$ به A وابسته است.

$\frac{df}{dB} = f(A,0,C) \oplus f(A,1,C)$

$= \big(A'\cdot 1\cdot(A'+C)\big) \oplus \big(A'\cdot 0\cdot(A'+0)\big)$

$= \big(A'(A'+C)\big) \oplus 0$

$= A'(A'+C) = A'$ covering

f به ازای $A=1$ مستقل از B است و به ازای

$A=0$ به B وابسته است.

$\frac{df}{dC} = f(A,B,0) \oplus f(A,B,1)$

$= \big(A'B'(A'+0)\big) \oplus \big(A'B'(A'+B')\big)$

$= (A'B'A) \oplus (A'B'A' + A'B'B')$

$= A'B' \oplus (A'B' + A'B') = A'B' \oplus A'B'$

$= 0$ f نسبت به C مستقل است.

④ توابع زیر را به فرم متعارف SOP و POS تبدیل کنید.

• $f(x,y,z) = x(x \oplus y) + xz(x + y')$

$= x(xy' + x'y) + xz + xzy'$

$= xy' + 0 + xz + xzy'$

$= xy' + xz$

$= xy'(z + z') + xz(y + y')$

$= xy'z + xy'z' + xzy + xzy'$

$= xy'z + xy'z' + xzy$

$= \sum m(4,5,7)$

$= \prod M(0,1,2,3,6)$

$= (x+y+z).(x+y+z').(x+y'+z).$
$(x+y'+z')(x'+y'+z)$

$f(w,x,y,z) = xy' + y'z' + x'z'$

$= xy'(w+w')(z+z') + y'z'(x+x')(w+w')$
$+ x'z'(y+y')(w+w')$

$= \underset{13}{wxy'z} + \underset{12}{wxy'z'} + \underset{5}{w'xy'z} + \underset{4}{w'xy'z'}$
$+ \underset{12}{wxy'z'} + \underset{8}{wx'y'z'} + \underset{4}{w'xy'z'} + \underset{0}{w'x'y'z'}$
$+ \underset{10}{wx'yz'} + \underset{8}{wx'y'z'} + \underset{2}{w'x'yz'} + \underset{0}{w'x'y'z'}$

$= \sum m(0,2,4,5,8,10,12,13)$

PAPYRUS

logic HW 7

Subject:
Year: Month: Day:

$=\prod M(1,3,6,7,9,11,14,15)$

$=(w+x+y+z')(w+x+y'+z')(w+x'+y'+z)$

$(w+x'+y'+z')(w'+x+y+z')(w'+x+y'+z')$

$(w'+x'+y'+z)(w'+x'+y'+z')$

⑤ معادله $[((B'+E')+A')'][C'E'+D'A]=1$ را حل کنید.

$\rightarrow [(B'+E')'\cdot(A')'][C'E'+D'A]=1$

DeMorgan's Law

$=(B\cdot E\cdot A)(C'E'+D'A)=1$

DeMorgan's Law , Involution

$=0+ABD'E=1$

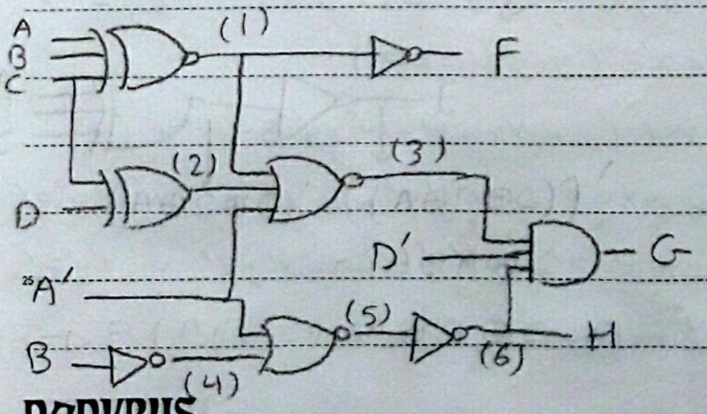
complement

$=ABD'E=1$ zero Axiom

$\rightarrow \begin{cases} A=B=E=1 \\ D'=1\rightarrow D=0 \end{cases}$

وقتی AND چند literal یک بشه یعنی همه آنها یک بوده اند.

⑥ برای هریک از خروجی های مدار زیر جدول صحت را رسم و تابع منطقی را بدست آورید.



$(1)=(A\oplus B\oplus C)'$

تابع F: $F=(1)'=A\oplus B\oplus C$

$=(AB'+A'B)\oplus C$

$=(AB'+A'B)C'+(AB'+A'B)'C$

$=AB'C'+A'BC'+(A'+B)\cdot(A+B')C$

$=AB'C'+A'BC'+A'B'C+ABC$

A	B	C	$A\oplus B\oplus C=F$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$(2)=C\oplus D=CD'+C'D$

$(3)=((1)+(2)+A')'$

$=(1)'\cdot(2)'\cdot A$

$(4)=B'$

$(5)=(A'+(4))'=(A'+B')'=AB$

$(6)=(5)'=A'+B'$

تابع H: $H=(6)=A'+B'$

A	B	$A'+B'=H$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$G=(3)\cdot D'\cdot(6)$

$=(1)'\cdot(2)'\cdot A\cdot D'\cdot(6)$

$=(1)'\cdot(2)'\cdot D'\cdot A\cdot(A'+B')$

$=(1)'(2)'D'AB'$

$=(1)'(CD'+C'D)'D'AB'$

Subject:
Year: Month: Day:

$= (1)'((C'+D)(C+D'))D'AB'$

$= (1)'(C'D' + CD)D'AB'$

$= (1)'(C'D'AB')$

$= AB'C'D'(AB'C' + A'BC' + A'B'C + ABC)'$

$= AB'C'D'(A'+B+C) \cdot (A+B'+C) \cdot$
$(A+B+C) \cdot (A'+B'+C')$

$= (0 + 0 + AB'C'D') \cdot (A+B'+C) \cdot$
$(A+B+C) \cdot (A'+B'+C')$

$= (AB'C'D' + AB'CD' + AB'CD') \cdot$
$(A+B+C) \cdot (A'+B'+C')$

$= (AB'C'D')(A+B+C)(A'+B'+C')$

$= (AB'CD' + 0 + AB'CD')(A'+B'+C')$

$= AB'C'D'(A'+B'+C')$

$= 0 + AB'C'D' + 0 = AB'C'D'$

A	B	C	D	$AB'C'D' = G$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

logic HW 9