Prof : Zayoud Abidi

Chapitre n°1 : Activités numériques 1

Résumé du cours

1°) Division euclidienne

Définition 1

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est déterminer le couple d'entiers (q , r) tels que : **a = b q + r avec 0** $\leq$ **r** < **b .**
a est **le dividende** , **b** est **le diviseur** , **q** est **le quotient** et **r** est **le reste** .

Définition 2

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
b divise a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul .

Définition 3

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul.
Le quotient $\frac{a}{b}$ est un entier naturel si b divise a .

Critères de divisibilité

- Par 2 : Le dernier chiffre est : 0 , 2 , 4 , 6 ou 8 .
- Par 3 : La somme des chiffres est multiple de 3 .
- Par 5 : Le dernier chiffre est 0 ou 5 .
- Par 9 : La somme des chiffres est multiple de 9 .
- Par 10 : Le dernier chiffre est 0.

2°) Nombres premiers – PGCD – PPCM

a- Nombres premiers

Un entier naturel est premier s'il est différent de 1 et s'il possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même .

b- Décomposition d'un entier naturel

Tout entier naturel , sauf 0 et 1 , peut toujours s'écrire sous la forme d'un produit ou chaque facteur est un nombre premier .

c- PGCD de deux entiers naturels

Le plus grand diviseur commun à deux entiers naturels a et b est appelé **le plus grand commun diviseur de a et b** , on le note **PGCD(a, b)** .

Algorithme d'Euclide pour chercher le PGCD de deux nombres :

Méthode :

- On divise le plus grand nombre par le plus petit .
- On prend le diviseur et le reste de la division précédente , puis on recommence .
- On s'arrête lorsque le reste est nul .
- Le PGCD de deux nombres est les dernier reste non nul.

Exemple : Cherchons le PGCD des 255 et 221.

- On effectue la division euclidienne de 255 par 221, on obtient : $255 = 1 \times 221 + 34$.
- On effectue la division euclidienne de 221 par 34 , on obtient : $221 = 6 \times 34 + 17$.
- On effectue la division euclidienne de 34 par 17 , on obtient : $34 = 2 \times 17 + 0$.

Conclusion : PGCD (225 , 221) = 17 .

d- PPCM de deux entiers naturels

Le plus petit multiple commun non nul de deux entiers naturels a et b est appelé **le plus petit commun multiple de a et b** , on le note **PPCM(a , b)** .

Méthode :

On utilise la décomposition en facteurs premiers pour déterminer le PPCM de deux nombres .

Exemple : cherchons le PPCM de 210 et 126 .

On a : $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $126 = 2 \times 3^2 \times 7$.
Donc PPCM(210 , 126) = $2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$.

Propriétés :

- Si a est un multiple non nul de b , alors :
  PPCM(a , b) = a .
- PPCM(a , b) × PGCD(a , b) = a × b .

e- Nombres premiers entre eux

Deux entiers naturels sont dits **premiers entre eux** si leur **PGCD est égal à 1** .

f- Fractions irréductibles

Soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul .

La fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si: **PGCD(a , b) = 1** .

g- Notation scientifique

- Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^{n}$, ou a et n sont des entiers relatifs.
- Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^{n}$, ou a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et n un entier relatif . L'écriture $\mathbf{a \times 10^{n}}$ est appelée **notation scientifique** du nombre décimal .

h- Valeurs exactes, approchées , arrondis

Exemples :

Valeur exacte	$\frac{2000}{7}$	$\frac{\pi}{60}$	$\frac{3\sqrt{7}-9}{2}$
Troncature à 3 décimales	285,714	0,052	-0,531
Valeur approchée à 10^{-3} prés			
par défaut	285,714	0,052	-0 ,532
par excès	285,715	0,053	-0,531
Valeurs arrondies :			
à 10^{-3} prés	285,714	0,052	-0,531
à 4 chiffres significatifs	285,7	0,05236	-0,5314

Définition

Soit p un entier , on dit que le nombre décimal a est une valeur approchée de b à 10^p prés si : $\mathbf{a - 10^{p} \leq b \leq a + 10^{p}}$ **.**

Méthode :

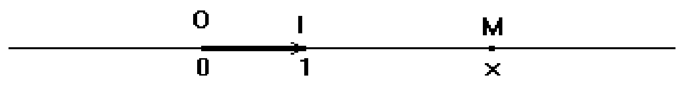
Pour obtenir l'écriture scientifique , on place la virgule après le premier chiffre non nul.
Pour avoir un ordre de grandeur , on arrondit ce décimal à l'entier le plus proche et on conserve la puissance de 10 .

Exemple :

$312,9 \times 0,0973 \times 0,00018 = 3,219 \times 10^{2} \times 9,73 \times 10^{-2} \times 1,8 \times 10^{-4}$.
$= 3,219 \times 9,73 \times 1,8 \times 10^{-4} \approx 3 \times 10 \times 2 \times 10^{-4}$.
On obtient environ 6×10^{-3} .

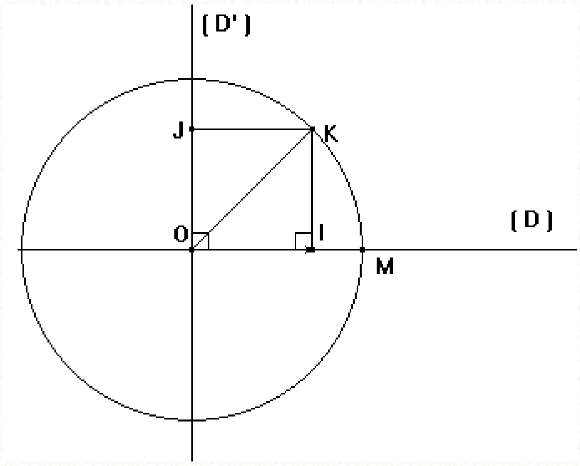
I – Droite réelle

A tout point d'une droite réelle graduée correspond un réel Réciproquement , à tout réel correspond un point M de la droite graduée .



Exemple : Construction du point d'abscisse $\sqrt{2}$.
Soit D une droite graduée de repère (O , I) .

Soit D’ la droite perpendiculaire à D passant par O .
On construit sur D’ le point J tel que OI = OJ , puis on complète la construction du carré OIKJ .
Le cercle de centre O et de rayon OK coupe la demi-droite [OI) au point M d’abscisse $\sqrt{2}$.



En effet en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle OIK , on a :
$OK^2 = OI^2 + IK^2 = 1+1 = 2$.
Par suite on aura donc : OM = OK = $\sqrt{2}$.