

《博弈与社会》第三次作业参考答案

1. 咖啡店的信息甄别问题

1) 信息对称情况下:

对于高需求者: $\max_{q_H, T_H} T_H - 5q_H$ s.t. $u_H = 20\sqrt{q_H} - T_H \geq 0$, 解得 $q_H = 4, T_H = 40$;

对于低需求者: $\max_{q_L, T_L} T_L - 5q_L$ s.t. $u_L = 15\sqrt{q_L} - T_L \geq 0$, 解得 $q_L = 2.25, T_L = 22.5$ 。

2) 信息不对称情况下:

$$\max_{q_H, T_H, q_L, T_L} \beta(T_H - 5q_H) + (1-\beta)(T_L - 5q_L)$$

$$\text{s.t. } 20\sqrt{q_H} - T_H \geq 20\sqrt{q_L} - T_L \quad (IC_H)$$

$$15\sqrt{q_L} - T_L \geq 15\sqrt{q_H} - T_H \quad (IC_L)$$

$$20\sqrt{q_H} - T_H \geq 0 \quad (IR_H)$$

$$15\sqrt{q_L} - T_L \geq 0 \quad (IR_L)$$

可推出 (IC_H) 和 (IR_L) 两个约束是紧的, 即取等号。解得

当 $\beta < \frac{3}{4}$ 时, $q_H = 4, T_H = 40, q_L = (\frac{1.5-2\beta}{1-\beta})^2, T_L = \frac{15(1.5-2\beta)}{1-\beta}$;

当 $\beta \geq \frac{3}{4}$ 时, 咖啡店只服务高需求者, $q_H = 4, T_H = 40$ 。

2. 拍卖问题: 题干改为 $b_i = k_i v_i$ 更加严谨

1) 高价格密封拍卖:

对于每个拍卖者 $i (i=1,2)$: $\max_{b_i} \{(v_i - b_i) \text{Prob}(b_i \geq b_j)\}$

$$= \max_{b_i} \left\{ (v_i - b_i) \text{Prob} \left(v_j \leq \frac{b_i}{k_j} \right) \right\}$$

$$= \max_{b_i} \left\{ (v_i - b_i) \frac{b_i}{k_j} \right\}$$

解得 $b_i = \frac{v_i}{2}$, 出价是其评价的一半。

2) 次价格密封拍卖: $b_i = v_i (i=1,2)$ 是最优出价:

若 $b_i > v_i$: 如果 $b_i \geq b_j$, i 赢得拍卖, 但其效用为负; 如果 $b_i < b_j$, i 不能赢得拍卖, 效用为 0。因此, 策略 $b_i > v_i$ 不优于策略 $b_i = v_i$;

若 $b_i < v_i$: 如果 i 赢得了拍卖, 则能获得的收益为 $(v_i - b_j)$, 与 b_i 无关。更高的 b_i 可以提高其赢得拍卖的概率, 因此, 策略 $b_i < v_i$ 被策略 $b_i = v_i$ 占优。

3. 团队生产中的道德风险

- 1) $\max_{e_1 \dots e_N} S = e_1 + \dots + e_N - \frac{e_1^2}{2} - \dots - \frac{e_N^2}{2}$, 解得 $e_i^* = 1 (i = 1, \dots, N)$ 。
- 2) $\max_{e_i} \frac{\sum_{j=1}^N e_j}{N} - \frac{e_i^2}{2}$, 解得 $e_i^{Nash} = \frac{1}{N} < e_i^*$, 社会总剩余为 $1 - \frac{1}{2N}$ 。因为在个人分别决策下, 每个团队成员都会忽略自身努力对团队带来的正外部性, 导致“搭便车”问题, 因此努力水平会更低。
- 3) $e_i^* - e_i^{Nash} = 1 - \frac{1}{N}$, 随 N 增加而变大。

4) 对合作化进行分析, 需要综合考虑其成本和收益。合作化可能带来的收益是其规模效益, 这意味着随着团队规模扩大, 生产效益会提升; 而其成本则在于“搭便车”问题, 如前所述, 随着团队扩大这一问题会越来越严重。所以在合作化初期, 取得了一定的成效, 是因为团队规模在一定范围内时, 规模经济的作用占了主导地位, 其效应超过了“搭便车”带来的问题。但随着团队继续扩大, “搭便车”问题就占了主导地位, 此时问题就暴露了出来。

4. 保险市场中的道德风险

- 1) $EU_H = 0.85 \times \ln(10 \times 10^4 - 1750) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 - 1750) = 11.4611$;
 $EU_L = 0.8 \times \ln(10 \times 10^4) + 0.2 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4) = 11.4683$ 。
 $EU_H < EU_L$, 当他不能为损失保险时, 他不愿意提高警惕。
- 2) 保险公司可以识别出高警惕性的客户并为其办理保险, P 为保费, x 为保额:

$$\max_{P, x} P - 0.15x$$

$$\text{s.t. } 0.85 \times \ln(10 \times 10^4 - P - 1750) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P - 1750) \geq EU_H \quad (IR)$$

解得 $P=3297.7354$, $x=20000$ 。

- 3) 给定 $(P=3297.7354, x=20000)$ 的保险, 保险客户选择高警惕性的收益为 $0.85 \times \ln(10 \times 10^4 - P - 1750) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P - 1750) = 11.4611$; 保险客户选择高警惕性的收益为 $0.8 \times \ln(10 \times 10^4 - P) + 0.2 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P) = 11.4794 > 11.4611$ 。如果客户按照上述方案办理了保险, 但保险公司却不能准确判断他是否提高了警惕, 此时客户不会继续选择高警惕性。
 保险公司的收益变为 $P - 0.2x = 3297.7354 - 0.2 \times 20000 = -702.2646$ 。
- 4) 如果保险公司事先就知道不能确知客户的警惕程度:

$$\max_{P, x} P - 0.15x$$

$$\text{s.t. } 0.85 \times \ln(10 \times 10^4 - P - 1750) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P - 1750) \geq 0.8 \times \ln(10 \times 10^4 - P) + 0.2 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P) \quad (IC)$$

$$0.85 \times \ln(10 \times 10^4 - P - 1750) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P - 1750) \geq EU_H \quad (IR)$$

(注: 可以试试用 MATLAB 的 fmincon 解上述非线性约束的优化问题。因为题目参数的问题, 解出来的 P 和 x 使得保险公司的利润为负, 所以保险公司没有动机制定保险合同激励被保险人变为高警惕性。所以保险公司只使得自己利润最大化, 并满足被保险者的参与约束:

$$\max_{P, x} P - 0.2x$$

$$\text{s.t. } 0.8 \times \ln(10 \times 10^4 - P) + 0.15 \times \ln(10 \times 10^4 - 2 \times 10^4 + x - P) \geq EU_L \quad (IR)$$

解得 $P'=3296.9714$, $x'=20000$ 。 $P' - 0.2x' < 0$, 所以保险公司最终不会为被保险人

提供保险。上述内容不作为采分点，只要列出最优化问题，写出两个约束即可。)

5. 根据演化博弈的观点，一个人究竟是成为善人，还是成为恶人，本质上取决于其选择的适应性。如果一个人的交往群体都是善人，那么其本人成为善人所得的支付就会大于成为恶人的支付，此时演化的结果就是他也成为善人。反之，如果交往的群体都是恶人，那么自己也成为恶人的支付也会越高，此时演化的结果就是成为恶人。