

# 纳什均衡与囚徒困境博弈

## 博弈论的基本概念

- 参与人**：博弈当中决策的主体，需要在博弈中需要进行选择以最大化效用或收益或支付。
- 行动**：参与人在博弈的某个时间点的决策变量。
- 行动组合**：所有参与人在博弈中所选择的行动的集合构成行动组合，不同的行动组合导致博弈的不同结果。行动组合与行动的顺序密切相关。
- 信息**：博弈当中每个参与人都知道什么。
- 信息集**：用于描述每个参与者掌握了多少信息。
- 完美信息博弈**：参与人对其他人的行动的信息掌握得非常充分的博弈，如下棋等。
- 完全信息博弈**：参与人对其他人的特征和类型的信息掌握的非常充分的博弈，如和熟人下棋时完全信息博弈，而和陌生人第一次下棋不是。
- 静态博弈**：所有参与人同时行动，并且只行动一次的博弈，如石头剪刀布。
- 动态博弈**：序贯博弈，参与人的行动有先后顺序的博弈，如打牌。
- 战略**：参与人的一个相机行动计划，规定了参与人在什么情况下该采取何种行动，如“人不犯我我不犯人，人若犯我我必犯人”。
- 支付**：每个参与人在给定战略组合下得到的报酬。
- 战略组合**：博弈中所有参与者选择的战略的集合。
- 均衡**：博弈中所有参与人的最优战略的组合，在均衡状态下，任何一个参与人都不愿意单方面改变自己的战略。给定其余人的战略，每个参与人都选择了最优的战略。均衡就是最优战略组合。
- 结果**：参与人和分析者所关注的博弈均衡情况下出现的东西，如每个参与人的行动选择，相应的支付组合等。

## 囚徒困境博弈

- 囚徒困境**：合作悖论，集体行动悖论，尽管合作能给双方带来好处，但双方仍然选择不合作。
- 占优战略**：独立于他人选择的最优战略。
- 占优战略均衡**：若博弈中每个参与人都存在占优战略，则由最优战略组成的战略组合构成占优战略均衡。

		乙	乙
		合作	合作
甲	不合作	T, T	S, R
甲	不合作	R, S	P, P

囚徒困境的条件： $R>T>P>S$ ，且 $T+T>R+S$ 。

通过惩罚不合作可以解决囚徒困境，即不合作者的收益减去 $X$ ，且 $R-X<T$ ，此时占优战略为合作。

## 理性化选择

---

### 智猪博弈

智猪博弈：一方有占优战略而另一方没有占优战略的博弈，没有占优战略的一方的最优行动依赖于他预测的对方选择什么行动。

劣战略：无论对手选择什么，自己都不会选择的战略。

**理性人不选择劣战略。**

重复剔除占优战略均衡：通过相继剔除劣战略而得到的占优战略均衡。

重复剔除占优可解博弈：找出某个参与人的劣战略，将其剔除，之后在剩下的博弈中再找出劣战略并将其剔除，直至最终仅剩下一个战略组合的博弈。

智猪博弈的要求：大猪和小猪都是理性的，大猪知道小猪是理性的。

### 理性共识

理性共识：用于概括高阶理性的架设。

零阶理性共识：每个人都是理性的，但不知道其他人是否理性。

一阶理性共识：每个人都是理性的，并且知道其他人是理性的。

二阶理性共识：每个人都是理性的，同时每个人知道其他人是理性的，并且每个人知道其他人知道自己是理性的。

重复剔除占优可解博弈要求高阶理性共识。

某些博弈之中，不存在绝对意义上的劣战略，因此参与人的理性再高也无法使用重复剔除劣战略的方法求解。

## 纳什均衡

---

### 纯战略纳什均衡

一致预期：参与人在预期其余人的行动，并以此为基础选择最优行动，若这一行动同样满足其余参与人的预期，则满足一致预期。每个人对别人行动的预期都是正确的。

纳什均衡：所有参与人的最优战略组合，给定这一组合中其他参与人的选择，没有人有积极性改变自己的选择。

纳什均衡要求满足一致预期，各个参与人互为最优。

自我实施：所有参与人都认为这个结果会出现，则这个结果就会出现。纳什均衡是自我实施的。

任何社会制度，只有构成了一个纳什均衡，才能使得人们自觉遵守。有效的社会制度，通过纳什均衡实现帕累托最优。

### 混合战略纳什均衡

纯战略纳什均衡：参与人确定地选择某一特定的战略，各个战略互为最优。

混合战略纳什均衡：参与人以某一概率随机地选择某一行动。

每一个有限的博弈，一定存在至少一个纳什均衡，可能是纯战略的也可能是混合战略的。

纳什均衡一般都是奇数个。若一个博弈存在两个纯战略纳什均衡，那么一定存在第三个混合战略纳什均衡。