

1. （荒岛谈判）鲁滨孙和星期五流落在荒岛上，他们手头仅剩的给养是 100 公斤的玉米(C)和 100 公斤的土豆(P)，他们需要为分配这些物资而进行讨价还价。

已知鲁滨孙的效用函数为 $U_1 = C + \frac{P}{2}$ ，而星期五的效用函数则为 $U_2 = C + P$ 。如果他们不能通过文明的讨价还价达成协议，就将诉诸武力，通过决斗决定物品归属。决斗胜利的一方将获得全部物资，而失败的一方则将一无所获。由于鲁滨孙受过良好的格斗训练，因此如果决斗，他将以 80%的概率获得胜利。请问：

1) 如果按照平均原则，简单地将物资向两人平均分配，两人的效用各是多少？这种分配方式是帕累托最优的吗？

2) 如果双方进行纳什讨价还价，鲁滨逊和克鲁索的“威胁点”分别是什么？（这里，“威胁点”指，不进行谈判时，两人可以获得的期望效用。）

3) 根据纳什讨价还价规则，最终物资将如何进行分配？两人分别可以获得多高的效用？

4) 由于鲁滨孙受过城市教育的影响，在荒岛上他悟出了一种新的烹饪方法，使得他的效用函数变成 $U_1 = 2C + P$ 。若仍然按照纳什讨价还价规则，物资的分配结果又会是怎样？这个分配结果体现了纳什讨价还价所满足的哪一条前提公理？

2. （西线无战事）第一次世界大战是人类历史上的一场次重大浩劫，长期的“堑壕战”让协约国和同盟国都蒙受了巨大的伤害。不过，在战争期间，双方士兵经常会达成一些非正式的停战协议。在一些英国老兵的回忆录中，曾记载了一种奇特的现象：与他们对峙的德军虽然会定期发动攻击，但这些攻击通常只是做做样子，没有真正的杀伤意图。甚至在德军火炮击中英军阵地时，竟然会有德军跑到阵前道歉说这是纯属意外。而对于德军的善意，英军也是心照不宣，采取了同样的消极战术。这就是“一战”历史上著名的“西线无战事”。本题中，我们将对这种奇特现象进行分析。

假设在每一期博弈中，英军和德军都可以选择“真打”或者“假打”，其

支付状况如下图所示：

		德 军	
		真打	假打
英 军	真打	2, 2	6, 0
	假打	0, 6	4, 4

请问：

- 1) 如果博弈只进行一期，那么纳什均衡将是怎样的？
 - 2) 假设英军和德军的贴现因子都是 δ ，并且双方都采用“触发战略”，请问 δ 满足什么条件时，在每一期双方都会选择“假打”。如果双方采用的都是“针锋相对”战略呢？
 - 3) 如果博弈进行有限期，并且信息是完全的，该博弈的子博弈精炼纳什均衡是怎样的？
 - 4) 假设英军是“理性”的，但德军可能有两种类型：“非理性”和“理性”，其概率分别为 p 和 $1-p$ 。理性的参与人会按照期望支付最大化为原则进行相机决策，而非理性参与人则会采用“针锋相对”战略。为简单起见，本问假设 $\delta = 1$ 。请问：
 - a) 如果博弈重复两次， p 满足什么条件，才能在第一期出现“西线无战事”？
 - b) 如果博弈重复三次， p 满足什么条件，才能让理性的德军在第一期假打，而英军在前两期假打？
 - 5) 现在假设英军和德军都不能确知对方的类型，但都知道对方有 10%的可能是非理性的，90%的可能是理性的。如果某一方是非理性的，他们会在战斗中采用“冷酷战略”。请问在这种情况下，双方需要预期博弈能进行几轮才能出现假打的合作？根据你的分析，请解释为什么在“一战”中会出现独特的“西线无战事”，而在更短期的战争中没有这种情形。
3. （工人与企业）假设有一个企业和一名工人。企业雇佣工人工作，工人可以生产 y 单位产品，每单位产品在市场中的价格为 p 。工人的生产水平 $y \in \{y_H, y_L\}$ （ $y_H > y_L$ ），即工人有两种类型——高产出工人（H）和低产出工人（L），但是

企业不知道工人的生产水平。假设工人为高产出类型的概率为 q ，低产出的概率为 $1 - q$ 。工人的保留工资为 r （保留工资的意思是确保工人参与工作所需支付的最低工资，也即使得工人工作与不工作无差异的工资水平）。假设高产出工人（H）的保留工资水平为 r_H ，低产出工人（L）的保留工资水平为 r_L ，令 $r = qr_H + (1 - q)r_L$ 。

1) 如果工人不知道他的生产水平，当 q ， p ， y_H ， y_L 和 r 之间满足什么关系时，企业会雇佣工人，工人会接受这份工作？

2) 现在我们假设工人知道自己的生产水平。讨论参数满足如下条件时，均衡是什么？均衡是否有效？

a) $r_H \geq py_H$ ， $r_L \geq py_L$ ；

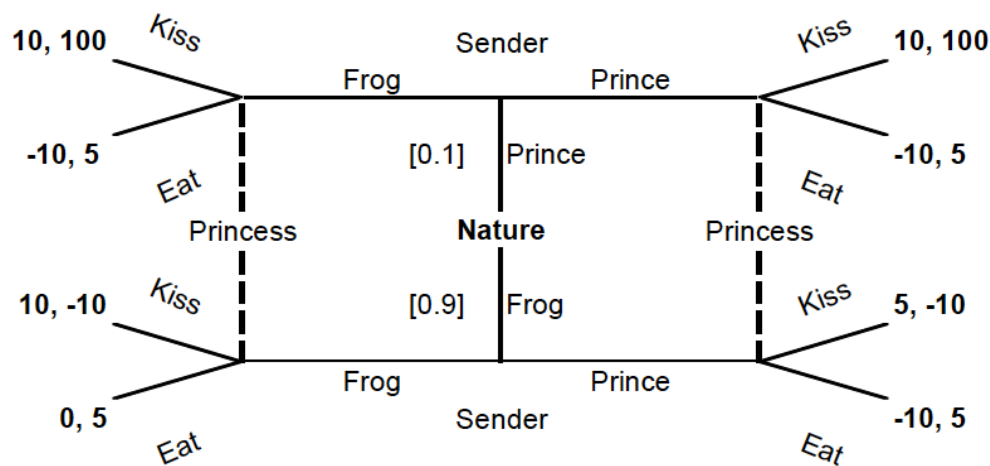
b) $r_H \geq py_H$ ， $r_L < py_L$ ；

c) $r_H < py_H$ ， $r_L \geq py_L$ ；

d) $r_H < py_H$ ， $r_L < py_L$ 。

4. （青蛙变王子）考虑公主和青蛙之间的信号博弈。青蛙是信号的发送者（sender），他可以说自己是王子（prince）或者是青蛙（frog）。公主（princess）是信号的接受者（receiver）。公主可以选择亲青蛙（kiss），被公主亲过的青蛙可能会变成王子；她也可以选择吃掉青蛙（eat）。大家知道，王国里 10%的青蛙是被施了魔咒的真王子，只有由王子变成的青蛙在被公主亲过后会变成王子。

一些可以帮助大家理解的事实：青蛙喜欢被公主亲，而不喜欢被公主吃掉；尤其是由王子变成的青蛙更喜欢被公主亲，因为他可以因此变回王子；而不是由王子变成的青蛙如果声称自己是王子会付出代价；公主喜欢吃青蛙，但是如果青蛙是由王子变成的，她更喜欢亲青蛙；但是公主不喜欢亲不是由王子变成的青蛙。根据上述事实，我们画出如下信号博弈：



1) 请找出所有纯策略精炼贝叶斯纳什均衡，即找出该信号博弈的分离均衡和混同均衡。（感兴趣的同学可以进一步了解不完全信息动态博弈下的精炼贝叶斯纳什均衡。）

2) 假设公主不能完全正确的接受青蛙发出的信号。公主以 $\frac{3}{5}$ 的概率可以正确接受“王子”这一信号（当信号发送者发出自己是“王子”的信号，公主以 $\frac{3}{5}$ 将信号接受为“王子”，以 $\frac{2}{5}$ 的概率将信号接受为“青蛙”）；但是她可以完全正确的接收到“青蛙”的信号（当信号发送者发出自己是“青蛙”的信号，公主可以完全正确的将信号接受为“青蛙”）。请问此时有分离均衡吗？

5. （次贷危机）2008 年的经济危机肇始于美国的次贷危机。所谓“次贷”，指的是信用低、偿还能力低的贷款。在美国，人们买房通常需要长期贷款，但对于没有稳定收入的人来说，由于其信用等级较低，因此通常难以从银行获得贷款。针对收入不稳定人群的巨大购房需求，一些贷款机构专门推出了一类特殊的抵押贷款。如果贷款人将来无力还贷，银行将没收其房屋。和一般的贷款相比，这类贷款在信用等级的要求上大大降低，但却要求更高的利率，因此只有低信用的人才会选择用这种贷款买房。

由于在 2006 年之前，美国的房地产市场长期繁荣，加之利率水平较低，因此次级贷款市场迅速发展。但随着利率的上升，购房者的还贷压力陡增，违约率大大提升。而与此同时，房地产市场逐渐趋冷，房屋价格大幅下跌，这导致银行即使回收抵押的房屋也难以弥补损失，大规模的银行亏损由此产生。由于这些信贷机构将次级贷款出售给投资银行，而后又将其制成结构化证券出售，因此次贷的风险大规模扩散，由此造成了后来席卷全球的经济危机。

1) 一些经济学家指出，次贷危机很大程度上是一个逆向选择的过程。请根据所学内容，谈谈你对上述观点的认识。

2) 次贷危机的产生重新引发了对市场和政府关系的讨论。一些经济学家认为，次贷危机的发生代表了市场的失败，因此政府应当扮演更为积极的角色，通过更为严格的监管来遏制贪婪可能引发的祸患。而另一些经济学家则认为，次贷危机的发生本身就是政府过度干预的结果，因此为了防止危机的再度到来，应当进一步减少政府的干预。请结合所学内容，谈谈你的看法。